

Normal, Beta, Gamma (χ^2) ve Weibull Dağılımlarının İkili Kombinasyonlarından Alınan Değişik Örnek Genişliğindeki Örneklerin Karşılaştırılmasında Testin Gücü

Ensar BAŞPINAR¹Fikret GÜRBÜZ¹

Geliş Tarihi : 10.01.2000

Özet: Bu çalışmada, Normal, Beta, Gamma(χ^2) ve Weibull dağılımı gösteren populasyonların, mümkün olan bütün ikili kombinasyonlarından rasgele alınan örnekler yardımıyla hesaplanan F-Testinin gücü araştırılmıştır. Bunun için, üzerinde durulan populasyonların ikili kombinasyonlarının ortalamaları arasında $\delta=0.5$, $\delta=1.0$, $\delta=1.5$, $\delta=2.0$, $\delta=2.5$ ve $\delta=3.0$ standart sapmalılık fark olacak şekilde, dağılımlardan birisindeki gözlemlere, bütün populasyonlarda $\mu=0$ olduğundan δ ilave edilmiştir. Bu populasyonların ikili kombinasyonlarından rasgele olarak alınan çeşitli örnek genişliği kombinasyonundaki örnekler yardımıyla 100 000 simülasyon denemesi sonunda F-Testinin gücü ampirik olarak belirlenmiştir. F-Testinin istenilen güce (%80 veya daha yüksek) ulaşmasında, dağılım şeklinden ziyade, populasyon ortalamaları arasındaki farkın büyüklüğüne bağlı olarak, bu populasyonlardan rasgele alınan örneklerdeki deney ünitesi sayısının ve bunların örneklerde eşit veya dengeli olarak bulunup bulunmadığının etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Testin gücü, Normal dağılım, Beta dağılımı, Gamma Dağılımı, Weibull Dağılımı, örnek genişliği

The Power of the Test in the Samples of Various Sample Sizes were Taken from the Binary Combinations of the Normal, Beta, Gamma and Weibull Distributions

Abstract: In this study, we investigated the power of the ANOVA in the samples taken from the binary combinations of the populations which are showing Normal, Beta, Gamma and Weibull distributions. The differences between the means of the binary combinations of these populations were $\delta=0.5$, $\delta=1.0$, $\delta=1.5$, $\delta=2.0$, $\delta=2.5$ and $\delta=3.0$ standard deviations. For that, one of the populations was added a constant that is δ . The samples which are equal or unequal sample sizes taken randomly from the binary combinations of these populations and calculated power of the F-Test empirically with 100 000 simulated experiment. The result showed that the shape of the distributions were ineffective on the power of F-Test but effected the sample sizes depend on difference between the means of the populations.

Key Words: Power of test, Normal distribution, Beta distribution, Gamma distribution, Weibull distribution, sample size

Giriş

H_0 hipotezi doğru iken ret edilirse yanlış bir karar verilmiş, bir hata yapılmış olur. Bu yanlışlık I. Tip hata (α) olarak isimlendirilir. H_0 hipotezi yanlışken (H_1 hipotezi doğru), kabul edilmesi de II. Tip hata (β) olarak adlandırılır. II. Tip hata olasılığının (β)'nin 1'den çıkarılmasıyla bulunan olasılık değeri de testin gücü olarak tanımlanır. H_1 doğru iken, kabul edilme olasılığı testin gücü olduğundan, II. Tip hata yapma (H_1 doğru iken, onu ret etme) olasılığı, aslında bir negatif testin gücüdür (Snedecor ve Cochran 1980, Akdeniz 1984, Kavuncu 1995). İstatistik testlerin amacı, bilinmeyen populasyon parametrelerinin tahmin edilmesidir. Bu tahminler ise istatistik yöntemler yardımıyla yapıldığından, daima bir hata içermektedirler. Bir istatistik metodun kullanılması ise başlangıçta belirlenen I. tip hata olasılığı ve istenilen güç her zaman sağlanamamaktadır. Çünkü, test istatistiklerinin dağılımları genellikle asimtotik olan standart kritik test değerlerine dayanmaktadır (Zheng ve Boos 1994). Bu durumda da seçilen örnek genişliğinin önemi gündeme gelmektedir (Wassmer 1997, Buning ve Kossler 1997).

I. tip hata olasılıkları, varyans analizi tekniğinin ön şartlarının yerine gelmediği durumlardan çok etkilenmektedir. Bu ön şartların sağlanmadığı durumlarda ise klasik olarak ya parametrik olmayan istatistik yöntemlere ya da

transformasyon yolu ile varyans analizi tekniğine başvurulmaktadır (Sokal and Rohlf 1995).

Normal dağılım ön şartının sağlanmadığı haller özellikle sosyal bilimlerde oldukça yaygın olmakla birlikte fen bilimlerinde de, bu durumla karşılaşmaktadır (Cade 1998).

Bu çalışmada, varyans analizi tekniğinin "Normal Dağılım" ön şartının sağlanmadığı durumlarda değişik örnek genişliklerine göre, testin gücünün nasıl etkilendiği ele alınmıştır. Böyle durumlarda, parametrik olmayan istatistik yöntemlere veya transformasyona başvurmadan, doğrudan doğruya orijinal gözlem değerlerinin parametrik test yöntemleri ile analiz edilme olanakları araştırılmıştır.

Materyal ve Yöntem

Çalışmanın materyalini, simülasyon tekniği ile üretilen ve Normal(0,1), Beta(13,2), Gamma(1.5,2) = $\chi^2(3)$ ve Weibull(3,2) parametrelili populasyonlar oluşturmuştur. Bu

populasyonların her biri, $Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \mu_i}{\sigma_i}$ ifadesine göre

standardize edilmiş, böylece ele alınan dağılımların şekli

¹ Ankara Üniv. Zir. Fak. Biyometri ve Genetik Anabilim Dalı - Ankara

değiştirmeden hepsinde $\mu_i = 0$ ve $\sigma_i^2 = 1$ olması sağlanmıştır. Bu ifade de;

Z_{ij} : i. populasyondaki j. gözlemin standart değerini.

X_{ij} : i. populasyondaki j. gözlemin değerini,

μ_i : i. populasyonun ortalamasını ve

σ_i : i. populasyonun standart sapmasını göstermektedir.

Standardize edilmiş bu populasyonların, Normal dağılım göstereninden bir örnek ve Beta dağılımı gösterenden de diğer örnek alınmak suretiyle Normal-Beta dağılım kombinasyonu oluşturulmuştur. Benzer yolla, Normal-Gamma(χ^2), Normal-Weibull, Beta-Gamma(χ^2), Beta-Weibull ve Gamma(χ^2)-Weibull dağılım kombinasyonları da oluşturularak, dört dağılımdan ikisini kullanarak yapılabilecek bütün kombinasyonlar elde edilmiştir. Bu ikili dağılım kombinasyonlarından, her defasında eşit ve farklı sayıda deney ünitesi içeren örnekler alınarak yapılan 100 000'er simülasyon denemesinde F-Testi'nin gücü ampirik olarak hesaplanmıştır. Böylece, "Normal Dağılım" ön şartının yerine gelmediği durumlarda testin gücünü alternatif farklı genişlikteki örneklerde de incelemek mümkün olabilmıştır.

Populasyonlarda gözlem değeri (X_{ij}) olarak kullanılan tesadüf sayılarının üretilmesinde ve hesaplamalar için gerekli FORTRAN programlarının yazılmasında, "Microsoft Power Station Developer Studio" ve "IMSL Library" den yararlanılmıştır.

Normal(0,1), Beta(13,2), Weibull(3,2) ve Gamma(1,5,1) = $\chi^2(3)$ parametreleri ile üretilen populasyonların standardize edilmesi ile, çifte (doubly) merkezi olmayan F-Dağılımının merkezi F-Dağılımına dönüşmesi sağlanmıştır (Price 1964, Bulgren 1971, Olejnik and Luh 1994). Böylece "Varyansların Homojenliği" ön şartı yerine getirilmiştir ve dağılımlar arasında, sadece normal dağılımdan uzaklaşmalar bakımından farklılıklar kalmıştır. Çünkü, standardizasyondan sonra bütün dağılımlarla, $\mu_i = 0$ ve $\sigma_i^2 = 1$ olurken, dağılımların şekilleri yine aynı kalmıştır.

F-Testin gücünü hesaplayabilmek için, ele alınan populasyonların hepsinde $\mu_i = 0$ olduğundan, bunların ikili kombinasyonlarının ortalamaları arasında, $\mu_1 - \mu_2 = 0,5$, $\mu_1 - \mu_2 = 1,0$, $\mu_1 - \mu_2 = 1,5$, $\mu_1 - \mu_2 = 2,0$, $\mu_1 - \mu_2 = 2,5$ ve $\mu_1 - \mu_2 = 3,0$ standart sapmalık fark olacak şekilde, birisindeki bütün gözlemlere δ ilave edilmiştir. Böylece populasyonların varyanslarının değişmemesi ($\sigma^2 = 1$), yani varyansları bakımından homojen olmaları sağlanmıştır.

İstatistik testlerin uygulanabilmesi için birtakım ön şartların yerine getirilmesi gerekir. Bu ön şartların tamamen sağlanamadığı durumlarda uygulanacak test sonucunda varılacak kararda, hata yapma olasılığı da artmaktadır. Bilindiği üzere istatistik testlerin hepsinde yanılma payı vardır. Bu pay, test yapmadan önce üzerinde durulan konuya bağlı olarak genellikle %0,1, %1, %5, %10 ve %20 olarak kararlaştırılmaktadır. Biyolojik bilimlerde bu olasılıklar içinde en yaygın kullanılanlar %1 ve %5 tir. Hata yapma ihtimali olan bu testlerden elde edilen sonuçların güvenilir olması için, testin gücünün yüksek olması gerekir. Testin gücü en fazla %100 olabilir. Ancak bu güce sahip sonuçlar elde etmek çoğu durumda mümkün değildir. Pratikte, elde edilen sonuçların güvenilir olması için (çift taraflı hipotez kontrolü ve $\alpha = 0,05$) uygulanan testin gücünün genel olarak %80'in üzerinde olması istenir

(Lui 1994, Taylor ve Muller 1995, Gillett 1996, Weltek 1996, Duchateau ve ark. 1998).

Bu çalışmada, varyansları bakımından birbirinin aynı, ortalamaları arasındaki farklar da sırasıyla $\delta = 0,5$, $\delta = 1,0$, $\delta = 1,5$, $\delta = 2,0$, $\delta = 2,5$ ve $\delta = 3,0$ standart sapma olan ikili dağılım kombinasyonlarından çeşitli örnek genişliklerinde alınan örnekler kullanılarak yapılan F-testinin gücü üzerinde durulmuştur. Bu amaçla, her bir δ için, farklı populasyonlardan eşit ve alternatif farklı sayıda gözlem içeren örnekler çekilmiş ve güç değerleri ampirik olarak bulunmuş, böylece testin gücünün hangi dağılım ve örnek genişliği kombinasyonunda istenilen değere ulaştığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Her bir δ için kullanılan örnek genişlikleri sırasıyla şöyledir,

i. $\delta = 0,5$ için, $n_1 = 10, 20, \dots, 100$ ve $n_2 = 10, 20, \dots, 100$

ii. $\delta = 1,0$ için, $n_1 = 5, 10, \dots, 30$ ve $n_2 = 5, 10, \dots, 30$

iii. $\delta = 1,5$ için, $n_1 = 2, 4, \dots, 16$ ve $n_2 = 2, 4, \dots, 16$

iv. $\delta = 2,0$ için, $n_1 = 2, 3, \dots, 10$ ve $n_2 = 2, 3, \dots, 10$

v. $\delta = 2,5$ için, $n_1 = 2, 3, \dots, 7$ ve $n_2 = 2, 3, \dots, 7$

vi. $\delta = 3,0$ için, $n_1 = 2, 3, \dots, 7$ ve $n_2 = 2, 3, \dots, 7$

δ için belirlenen aralıklar literatürde genellikle [1,0,2,0] aralığı olarak seçilmektedir (Zhang ve Boss 1994, Gillett 1996). Bu çalışmada, $\delta = 0,5$, $\delta = 2,5$ ve $\delta = 3,0$ standart sapmalık farklar ekstrem farklar olarak ele alınmıştır. Ortalamaları arasında 0,5 standart sapma fark bulunan populasyonlardan alınan örnek ortalamaları arasındaki farkların tesadüfen ileri gelmediğini ortaya koyabilmek için örnek genişlikleri nispeten büyük tutulmuştur. δ 'nın 2,5 ve/veya 3,0 olması halinde populasyonlar birbirlerinden belirgin olarak farklı oldukları için (ortalamaları bakımından), bu populasyonlardan rasgele alınan küçük örnek genişliğine sahip örneklerle de, bu durumu ortaya koymak mümkündür düşüncesiyle, $n_1 = 2, 3, \dots, 7$ olarak seçilmiştir.

Bulgular ve Tartışma

δ 'nin 0,5, 1,0, 1,5, 2,0, 2,5 ve 3,0 değerleri için, dağılımların ikili kombinasyonları ve bu kombinasyonlardaki populasyonlardan her δ değeri için belirlenen genişliklerde rasgele olarak alınan örnekler kullanılarak 100 000 simülasyon sonucunda elde edilen F-Testine ilişkin güç değerleri ve güç eğrileri sırasıyla, Çizelge 1, Çizelge 2, Çizelge 3, Çizelge 4, Çizelge 5 ve Çizelge 6'da topluca verilmiştir. Çizelgelerin son sütununda yer alan güç eğrileri, hizasında bulunduğu dağılım kombinasyonuna ait olup, her bir grafik, δ 'nin değerine bağlı olarak belirlenen örnek genişliği kümesinin eleman sayısı kadar güç eğrisi içermektedir. Mesela, $\delta = 1,0$ için, belirlenen örnek genişlikleri kümesi {5,10,15,20,25,30} olup, eleman sayısı 6 olduğu için Çizelge 2'deki bütün grafiklerde 6'şar adet güç eğrisi vardır. Her grafik, Çizelgelerin satırlarında yer alan güç değerleri kullanılarak elde edilmiştir. Bunun bir sonucu olarak grafiklerin X-eksenleri Çizelgelerin sütunlarında yer alan örnek genişliklerini göstermekte iken, her grafikteki kesişme noktaları da satırlarda yer alan örnek genişliklerini göstermektedir. Mesela Çizelge 2'deki, a. Normal-Beta grafiğinin en altındaki güç eğrisi Çizelge 2'nin 1. satırına ait eğri olup, normal dağılımdan çekilen örnek genişliğinin (n_1) 5, beta dağılımından çekilen örnek genişliğinin (n_2) sırasıyla 5, 10, 15, 20, 25 ve 30 olması halinde hesaplanan güç değerleri ile elde edilmiştir. Benzer

şekilde, alttan 2. sırada yer alan güç eğrisi, normal-beta dağılım kombinasyonunda $n_1=10$ ve $n_2=5, 10, 30$ olduğu 2. satıra ait güç eğrisidir. Ayrıca her Çizelgede güç değerlerinin yaklaşık olarak güvenilir bulunduğu (%80 ve yukarısı) değerler koyu yazılmıştır.

$\delta=0.5$, yani örneklerin alındığı iki populasyon ortalaması arasındaki fark 0.5 standart sapma olduğunda (Çizelge 1).

i. Normal-Beta dağılım kombinasyonunda F-Testi'nin gücünün istenen seviyeye çıkması, ancak örneklerde en az $n_1=90$ ve $n_2=50$, $n_1=50$ ve $n_2=90$ (toplam 140 gözlem), $n_1=70$ ve $n_2=60$, $n_1=60$ ve $n_2=70$ (toplam 130 gözlem), $n_1=60$ ve $n_2=80$ (toplam 140 gözlem) ve $n_1=50$ ve $n_2=100$ (toplam 150 gözlem) deney ünitesi olması halinde mümkün olmaktadır. Populasyon ortalamaları arasındaki fark küçük ise, böyle populasyonlardan rasgele alınan örnek ortalamaları arasındaki farkın tesadüften ileri gelip gelmediğini test etmek için kullanılan istatistik test yönteminin (F-Testi) istenilen güce (%80'in üstüne) ulaşabilmesi için, populasyonlardan alınan örneklerin genişliklerinin eşit veya dengeli olmasının yanında, toplam olarak da en az 130 gözlemin bulunmasının yeterli olacağı, ilgili dağılım kombinasyonu için Çizelge 1'den görülmektedir. Mesela, aynı durum $n_1=30$ ve $n_2=100$ (toplam 130 gözlem) örnek genişliği kombinasyonu için geçerli değildir. Bunun sebebi, örnek genişliklerinin populasyonlardan birinin lehine dengesiz olmasıdır.

ii. Normal-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonunda, $n_1=80$ ve $n_2=60$, $n_1=60$ ve $n_2=80$, $n_1=60$ ve $n_2=70$, $n_1=50$ ve $n_2=80$, $n_1=50$ ve $n_2=90$ ve $n_1=50$ ve $n_2=100$ örnek genişliği kombinasyonlarında uygulanan testin istenilen güce ulaştığı görülmektedir. Bunlardan hareketle, Normal-Gamma dağılım kombinasyonunda testin gücünün istenilen seviyeye ulaşabilmesi için, alınan örneklerdeki toplam gözlem sayısının 120 ile 150 arasında olması ve bunların da örneklerle eşit veya dengeli olarak dağıtılmasının gerektiği sonucuna varmak mümkündür.

iii. Normal-Weibull dağılım kombinasyonu, bu çalışmada ele alınan dağılım kombinasyonları içinde dağılım şekli olarak birbirlerine en çok benzeyen kombinasyondur. Bu kombinasyonda, diğer kombinasyonlara göre populasyonlardan alınan daha az sayıdaki deney ünitesi ile testin gücünün istenilen seviyeye ulaşması beklenirken, örneklerdeki gözlem sayıları en az $n_1=80$ ve $n_2=50$, $n_1=70$ ve $n_2=60$, $n_1=60$ ve $n_2=70$, $n_1=50$ ve $n_2=80, 90$ veya 100 kombinasyonlarından itibaren (en az toplam gözlem sayısının 130 ile 150 olması) testin istenilen güce ulaştığı görülmüştür.

iv. Beta-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonu da, ele alınan dağılım kombinasyonları içinde en ekstrem olanıdır. Çünkü, bu dağılımların parametreleri, dağılımların şekil olarak birbirlerinin tam tersi olarak belirlenmiştir (Beta dağılımı sağa Gamma dağılımı da sola yatık olarak üretilmiştir). Böyle birbirinin zitti olan dağılım kombinasyonlarında, testin gücünün düşük olması, ancak çok büyük örnek genişliklerinde gücün istenilen seviyeye ulaşması beklenir. Bu simülasyon çalışmasında bu beklentinin de tersi çıkmıştır. Çünkü, bu dağılım kombinasyonunda testin istenilen güce ulaşabilmesi için, örnek genişliği kombinasyonlarının, $n_1=70$ ve $n_2=50$, $n_1=60$ ve $n_2=60$, $n_1=50$ ve $n_2=70, 80, 90$ veya 100 olmasından (toplam 120 ile 190 gözlemden) itibaren ulaştığı görülmüştür. Bu örnek genişlikleri diğer dağılım kombinasyonlarından pek farklı değildir. Toplam olarak

120-190 gözlemin örneklerle eşit olarak veya dengenin ikinci populasyon (Gamma) lehine kaydırılarak dağıtılmasının istenen güce için yeterli olduğu da Çizelge 1'den görülmektedir.

v. Beta-Weibull dağılım kombinasyonunda, F-Testinin gücü, $n_1=80$ ve $n_2=50$, $n_1=60$ ve $n_2=60$, $n_1=50$ ve $n_2=80, 90$ veya 100 örnek genişliği kombinasyonlarında, yani toplam olarak en az 120-150 adet deney ünitesinin örneklerle dengeli veya eşit olarak dağıtılmasıyla istenilen seviyeye çıkmaktadır.

vi. Gamma(χ^2)-Weibull dağılım kombinasyonunda, $n_1=90$ ve $n_2=50$, $n_1=70$ ve $n_2=60$, $n_1=60$ ve $n_2=70, 80, 90$ veya 100 adet deney ünitesinin (toplam olarak 130-170) aşırı bir dengesizliğe yol açmadan (mesela $n_1=10$ ve $n_2=100$ gibi) veya eşit olarak örneklerle dağıtılmasıyla F-Testinin istenilen güce ulaştığı söylenebilir.

Çizelge 1 için genel olarak, dağılım kombinasyonu ne olursa olsun, F-Testinin istenilen güce ulaşabilmesi için toplam olarak en az 120 ile 190 adet deney ünitesinin, ortalamaları arasındaki fark $\delta=0.5$ standart sapma olan populasyonlardan rasgele alınan örneklerle mümkün olduğunca dengeli bir şekilde dağıtılmasının yeterli olduğu söylenebilir.

Populasyon ortalamaları arasındaki fark $\delta=1.0$ standart sapma olması halinde, bu populasyonlardan rasgele alınan değişik örnek genişliği kombinasyonundaki örnekler yardımıyla elde edilen değişik dağılım kombinasyonlarındaki güç değerleri Çizelge 2'de verilmiştir. $\delta=1.0$ durumunda, simülasyonda ele alınan örnek genişliği sınırları $\delta=0.5$ 'e göre daha dar tutulmuştur. Çünkü, populasyon ortalamaları arasındaki fark arttıkça, bu populasyonlardan alınan örnek ortalamaları arasındaki farkı, daha az sayıdaki deney ünitesi ile test etmek mümkündür. Çizelge 2'de;

i. Normal-Beta dağılım kombinasyonu için, F-Testinin istenilen güce $n_1=20$ ve $n_2=15$, $n_1=15$ ve $n_2=20, 25$ veya 30 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren ulaştığı, dolayısıyla toplam olarak 35-45 adet deney ünitesinin yeterli olduğu görülmektedir.

ii. Normal-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonu için, $n_1=15$ ve $n_2=15, 20, 25$ veya 30 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren testin istenilen güce ulaştığı görülmektedir. Burada dikkat çekici husus, toplam olarak 30 ile 45 adet gözlemin ya örneklerle eşit olarak, ya da Gamma dağılımından alınan örneğe daha çok deney ünitesi ayırarak F-Testinde istenilen güce ulaşabileceğidir.

iii. Normal-Weibull dağılım kombinasyonunda, $n_1=20$ ve $n_2=15$, $n_1=15$ ve $n_2=20, 25$ veya 30 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren F-Testi istenilen güce ulaşmaktadır. Burada da 35 ile 45 adet deney ünitesinin örneklerle eşit olarak, eğer bu yapılamıyorsa Normal dağılımdan alınan örneklerin genişliğini daha düşük tutarak, uygulanan testin istenilen güce ulaştığı görülmektedir.

iv. Birbirine en zıt dağılım kombinasyonu olan Beta-Gamma(χ^2) kombinasyonu, $n_1=30$ ve $n_2=10$, $n_1=10$ ve $n_2=30$, $n_1=15$ ve $n_2=15, 20$ veya 25 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren F-Testi için, güvenilir güç değerleri vermiştir. Bu dağılım kombinasyonunda toplam olarak 30 ile 40 adet gözlemin, $n_1=30$ ve $n_2=10$ veya $n_1=10$ ve $n_2=30$ gibi dengesiz bir şekilde veya $n_1=15$ ve $n_2=15, 20$ veya 25 gibi eşit veya nispeten dengeli olarak örneklerle

Çizelge 1. $\delta=0.5$ Standart sapma olan değişik dağılım ve n kombinasyonlarında güç değer ve eğrileri

Dağılım kombinasyonları			$\mu_1 - \mu_2 = 0.5$										i. satır ve j. sütuna ait güç eğrileri
i	j	n_{ij}	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
Normal	Beta	10	21.5	26.1	28.2	29.6	30.8	31.2	31.8	32.3	32.4	33.0	
		20	26.0	35.7	40.5	44.2	46.7	48.5	49.8	51.2	51.9	52.5	
		30	28.8	41.1	48.1	53.4	57.3	59.7	62.0	63.9	64.7	66.2	
		40	30.2	44.8	53.7	60.0	64.2	67.3	69.7	71.9	73.5	74.7	
		50	31.5	47.1	57.4	64.0	69.1	72.8	75.4	77.5	79.4	80.8	
		60	32.2	49.1	60.1	67.6	73.2	76.8	79.7	81.8	83.7	85.2	
		70	32.8	50.7	62.5	70.1	75.6	79.6	82.5	85.0	86.8	88.2	
		80	32.8	51.6	64.1	72.0	78.0	81.9	84.9	87.3	88.9	90.5	
		90	33.6	53.1	65.3	73.8	79.7	83.7	86.7	89.0	90.6	92.0	
		100	34.1	53.5	66.7	75.2	81.2	85.1	88.2	90.3	92.1	93.2	
	Gamma (χ^2)	10	15.7	21.9	25.6	27.7	28.9	29.9	30.6	31.4	31.5	31.8	
		20	20.9	32.2	38.7	43.3	46.4	48.6	50.0	51.0	52.4	53.1	
30		24.0	38.1	47.4	53.4	58.4	60.6	63.1	65.1	66.3	67.3		
40		25.8	42.1	52.8	60.5	65.5	69.3	72.1	73.8	75.5	77.2		
50		27.1	44.8	56.9	65.2	71.0	75.1	77.9	80.3	82.0	83.1		
60		27.7	46.5	60.3	69.0	75.0	79.2	82.4	84.3	86.0	87.5		
70		28.1	48.3	62.4	71.5	77.6	82.1	84.9	87.5	89.1	90.5		
80		28.8	49.4	64.1	73.7	80.2	84.4	87.4	89.7	91.4	92.5		
90		29.2	50.2	65.3	75.4	82.0	86.2	89.3	91.4	92.8	94.0		
100		29.6	51.3	66.6	76.4	83.4	87.6	90.4	92.7	94.1	95.2		
Weibull	10	17.9	23.5	26.3	27.9	29.4	30.2	30.9	31.1	31.5	31.8		
	20	23.4	33.4	39.4	43.3	45.9	47.9	49.6	51.2	51.7	52.4		
	30	26.2	39.2	47.7	53.4	57.1	59.7	62.2	63.8	65.3	66.7		
	40	28.3	43.3	53.0	59.6	64.7	68.1	70.9	72.8	74.5	75.8		
	50	29.2	46.0	56.9	64.6	70.0	73.6	76.5	78.9	80.7	81.8		
	60	30.0	47.7	60.0	67.9	73.7	77.4	80.6	83.1	84.9	86.3		
	70	30.5	49.4	62.1	70.4	76.4	80.7	83.9	86.1	87.6	89.3		
	80	31.1	50.7	63.7	72.6	78.8	82.8	86.1	88.1	90.0	91.4		
	90	31.7	51.5	65.3	74.3	80.5	84.9	87.8	90.1	91.7	92.9		
	100	31.7	52.3	66.3	75.7	82.0	86.3	89.3	91.4	93.0	94.1		
Beta	Gamma (χ^2)	10	12.6	19.8	23.3	25.3	26.8	27.9	28.6	29.2	29.7	29.9	
		20	18.6	29.8	37.1	41.4	44.8	46.9	48.8	49.7	50.9	52.1	
		30	22.2	36.9	46.8	53.1	57.5	60.4	62.9	64.7	66.1	67.4	
		40	24.4	41.4	53.0	60.4	66.2	69.7	72.5	74.5	76.4	77.7	
		50	25.9	44.3	57.3	66.2	71.7	75.8	79.1	81.4	82.9	84.3	
		60	26.8	46.4	60.4	70.0	75.8	80.4	83.3	85.5	87.4	88.7	
		70	27.6	48.0	62.9	72.8	79.1	83.3	86.5	88.7	90.4	91.6	
		80	28.4	49.3	64.5	75.0	81.2	85.7	88.8	90.7	92.4	93.5	
		90	28.5	50.4	66.2	76.3	83.0	87.6	90.5	92.3	93.9	95.0	
		100	29.3	51.0	66.9	77.4	84.2	88.8	91.7	93.6	95.0	95.9	
	Weibull	10	15.7	21.4	24.3	26.4	27.5	28.3	28.9	29.6	29.9	30.3	
		20	21.8	32.1	38.4	42.1	44.9	47.2	48.6	49.5	50.6	51.8	
30		25.1	38.5	47.1	53.0	57.0	59.8	62.1	63.8	65.4	66.2		
40		27.2	42.9	53.2	59.9	65.0	68.6	71.3	73.3	74.9	76.4		
50		28.7	45.6	57.1	65.0	70.4	74.7	77.2	79.6	81.4	82.7		
60		29.4	47.5	60.0	68.6	74.5	78.4	81.8	84.1	85.9	87.2		
70		30.1	49.3	62.8	71.4	77.6	81.9	84.9	87.3	89.0	90.4		
80		30.7	50.7	64.2	73.8	79.6	84.0	87.1	89.3	90.9	92.2		
90		30.9	51.4	65.8	75.1	81.5	85.8	88.9	91.0	92.6	93.6		
100		31.4	52.4	67.2	76.5	82.8	87.1	89.9	92.4	93.9	94.9		
Gamma (χ^2)	Weibull	10	22.6	27.2	29.6	31.3	32.1	33.1	33.8	34.4	34.8	35.1	
		20	27.3	36.7	42.0	45.8	48.2	50.1	51.8	52.5	53.7	54.4	
		30	29.6	41.4	49.2	54.4	57.8	60.9	62.4	64.3	65.7	67.1	
		40	30.7	45.0	54.0	59.7	64.5	67.7	70.3	72.2	73.8	75.2	
		50	31.4	47.3	57.2	64.1	69.1	72.8	75.8	77.9	79.4	80.8	
		60	32.1	49.0	59.9	67.3	72.8	76.4	79.4	81.5	83.4	84.9	
		70	32.0	50.0	61.7	69.7	75.4	79.2	82.2	84.6	86.3	88.0	
		80	32.9	51.0	63.3	71.8	77.4	81.4	84.4	86.7	88.6	89.9	
		90	32.5	51.9	64.9	73.1	79.2	83.2	86.4	88.6	90.2	91.5	
		100	33.1	53.0	65.6	74.7	80.6	84.9	87.7	90.1	91.6	93.0	

Çizelge 2. $\delta=1.0$ Standart sapma olan değişik dağılım ve n kombinasyonlarında güç değeri ve eğrileri

Dağılım kombinasyonları			$\mu_1 - \mu_2 = 1.0$						i. satır ve j. sütuna ait güç eğrileri
i	j	n_{ij}	5	10	15	20	25	30	
Normal	Beta	5	32.4	41.6	46.3	49.2	50.8	52.3	
		10	42.2	56.6	64.6	69.2	72.2	74.6	
		15	47.7	65.0	74.1	79.5	83.1	85.3	
		20	50.7	69.9	79.4	85.2	88.6	90.8	
		25	52.8	73.1	83.2	88.6	91.9	94.0	
		30	54.4	75.3	85.3	90.9	93.9	95.6	
	Gamma (χ^2)	5	26.2	39.5	46.0	49.0	51.7	53.3	
		10	37.2	57.5	67.6	72.9	76.2	78.2	
		15	42.6	67.1	78.2	84.4	87.7	89.5	
		20	45.8	72.4	84.4	89.9	92.8	94.5	
		25	48.0	76.0	87.8	93.0	95.6	96.8	
		30	49.3	77.9	90.1	94.8	97.1	98.0	
	Weibull	5	27.5	39.0	44.7	48.1	50.3	51.6	
		10	38.9	56.3	65.1	70.6	74.2	76.5	
		15	44.1	64.9	75.6	81.6	84.8	87.4	
		20	47.6	70.6	81.4	87.4	90.8	92.8	
		25	50.1	73.7	84.9	90.6	93.5	95.5	
		30	51.5	76.2	87.4	92.8	95.5	97.0	
Beta	Gamma (χ^2)	5	21.2	35.8	43.3	46.8	49.1	50.4	
		10	34.4	57.5	68.5	74.6	78.1	79.9	
		15	41.6	68.6	81.2	87.1	90.3	92.0	
		20	45.0	74.5	87.0	92.6	95.0	96.4	
		25	47.6	78.0	90.4	95.2	97.2	98.2	
		30	49.1	80.4	92.2	96.5	98.3	99.1	
	Weibull	5	24.8	36.3	42.4	46.0	48.2	49.8	
		10	37.5	56.5	65.9	71.5	75.0	77.5	
		15	43.8	66.5	77.5	83.6	87.0	89.3	
		20	47.5	72.0	83.5	89.4	92.4	94.3	
		25	50.0	75.4	86.8	92.6	95.2	96.8	
		30	51.0	77.6	89.1	94.2	96.6	98.0	
Gamma (χ^2)	Weibull	5	34.3	43.7	49.1	52.4	54.6	56.3	
		10	43.3	57.8	65.8	70.5	73.6	75.9	
		15	48.0	64.8	74.1	79.4	82.8	85.1	
		20	49.9	69.4	79.2	84.6	87.9	90.2	
		25	51.8	72.4	82.5	87.9	91.0	93.2	
		30	52.8	74.5	84.9	90.2	93.2	95.0	

Çizelge 3. $\delta=1.5$ Standart sapma olan değişik dağılım ve n kombinasyonlarında güç değer ve eğrileri

Dağılım kombinasyonları		$\mu_1 - \mu_2 = 1.5$									i. satır ve j. sütuna ait güç eğrileri	
i	j	n_{ij}	2	4	6	8	10	12	14	16		
Normal	Beta	2	18.5	32.1	37.9	41.8	44.0	45.5	46.8	48.0		
		4	30.1	46.1	54.7	60.0	63.6	66.6	69.0	70.6		
		6	37.3	55.1	64.8	71.0	75.1	78.3	80.5	82.2		
		8	42.0	61.0	71.3	77.5	81.9	85.2	87.2	88.9		
		10	45.3	64.8	75.6	82.1	86.3	89.2	91.3	92.7		
		12	47.7	68.1	78.8	85.1	89.2	91.7	93.6	94.9		
		14	49.4	70.2	81.2	87.3	91.1	93.5	95.2	96.3		
		16	50.5	72.1	83.0	88.9	92.6	94.9	96.3	97.2		
	Gamma (χ^2)	2	13.2	26.9	35.9	40.8	44.1	45.9	47.6	48.7		
		4	23.3	43.1	55.9	63.2	67.9	70.9	72.7	74.6		
		6	30.6	54.2	68.4	76.6	81.0	84.4	86.4	87.8		
		8	35.0	61.5	76.1	84.3	88.5	91.1	92.5	93.8		
		10	38.0	66.1	81.1	88.6	92.5	94.6	95.9	96.8		
		12	40.0	69.2	84.5	91.4	94.7	96.7	97.5	98.2		
		14	41.4	72.0	86.8	93.2	96.1	97.7	98.5	99.0		
		16	41.8	73.4	88.4	94.5	97.1	98.4	99.0	99.4		
	Weibull	2	14.5	25.5	32.9	37.9	40.8	43.9	45.2	46.7		
		4	26.1	42.0	52.8	60.0	64.4	67.8	70.3	71.8		
6		33.3	52.8	65.1	72.3	77.6	81.0	83.4	85.1			
8		37.6	59.5	72.4	79.8	84.8	88.0	90.0	91.5			
10		41.1	64.1	77.4	84.7	89.1	92.0	93.9	94.8			
12		42.9	67.2	80.7	87.8	91.9	94.4	95.9	96.9			
14		44.5	69.8	83.0	89.9	93.8	95.8	97.1	98.0			
16		46.1	71.7	84.9	91.7	95.0	96.9	98.0	98.6			
Beta	Gamma (χ^2)	2	10.9	21.7	30.8	36.7	40.1	42.3	44.2	44.9		
		4	19.2	39.2	54.8	63.8	68.9	72.5	74.1	76.0		
		6	27.7	54.1	71.4	80.7	85.6	88.3	90.1	91.2		
		8	33.3	62.9	80.7	89.1	92.9	95.1	96.1	96.9		
		10	36.8	68.3	85.8	93.1	96.3	97.7	98.5	98.9		
		12	39.1	71.7	88.7	95.3	97.8	98.8	99.3	99.5		
		14	40.6	74.0	90.5	96.5	98.6	99.4	99.6	99.8		
		16	41.3	75.7	91.9	97.2	99.0	99.6	99.8	99.9		
	Weibull	2	12.6	22.0	29.6	34.6	37.8	40.4	41.8	42.9		
		4	24.0	40.3	52.3	59.9	64.9	68.3	70.9	72.8		
		6	32.2	52.6	66.6	74.8	80.2	83.5	85.9	87.5		
		8	37.5	60.9	74.9	83.0	87.7	90.8	92.9	94.1		
		10	40.8	65.7	80.1	88.0	92.0	94.6	96.0	96.9		
		12	43.0	69.3	83.4	90.7	94.4	96.5	97.7	98.3		
		14	45.3	71.6	85.6	92.5	95.9	97.5	98.4	99.0		
		16	46.2	73.3	87.5	93.7	96.8	98.1	99.0	99.4		
	Gamma (χ^2)	Weibull	2	19.7	30.0	37.9	43.1	46.6	49.4	51.2	53.4	
			4	35.1	48.3	56.8	63.2	67.0	69.7	71.6	73.6	
6			41.1	56.6	66.2	72.4	76.5	79.4	81.4	82.9		
8			44.4	61.7	71.7	77.8	81.9	84.7	87.1	88.7		
10			46.5	64.8	75.4	81.6	85.8	88.5	90.5	91.9		
12			47.4	67.2	78.0	84.4	88.6	91.0	92.8	94.1		
14			48.6	69.2	80.1	86.7	90.4	92.7	94.4	95.5		
16			49.6	70.6	82.1	88.1	91.7	94.1	95.5	96.6		

dağıtılmasının testin istenilen güce ulaşmasında etkili olduğu söylenebilir.

v. Beta-Weibull dağılım kombinasyonunda, toplam olarak 30 ila 45 adet gözlemin, populasyonlardan rasgele olarak alınan örneklerle eşit, eğer bu mümkün değilse olabildiğince dengeli bir şekilde dağıtılmasının F-Testinin istenilen güce ulaşabilmesi için yeterli olduğu söylenebilir.

vi. Gamma(χ^2)-Weibull dağılım kombinasyonunda ise, F-Testinin istenilen gücü sağlayabilmesi için, toplam olarak 35-45 adet deney ünitesinin yeterli olduğu ve bunlarında örneklerle eşit veya olabildiğince dengeli dağıtılması gerektiği Çizelge 2'de görülmektedir.

Çizelge 2 için genel olarak, F-Testinin istenilen gücü sağlayabilmesi için toplam olarak 30-45 adet gözlemin örneklerle mümkün olduğunca eşit olarak dağıtılmasının yeterli olduğu sonucunu söylemek mümkündür. Bu sonuçtan hareketle, yeterli örnek genişliğini sağlamak şartıyla, dağılım şeklinin güç üzerinde etkili olmadığı da ileri sürülebilir.

Populasyon ortalamaları arasındaki farkın $\delta=1.5$ standart sapma olduğu Çizelge 3'te örnek genişlikleri biraz daha düşürülmüştür. Bu Çizelgede:

i. $n_1=12$ ve $n_2=6$, $n_1=10$ ve $n_2=8$, $n_1=8$ ve $n_2=10$ veya 12 , $n_1=6$ ve $n_2=14$ veya 16 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren (örneklerdeki gözlem sayılarının toplam olarak en az 18 ila 22 arasında olmasının) Normal-Beta dağılım kombinasyonunda F-Testinin istenilen gücü sağlaması için yeterli olduğu görülmektedir. Her bir örnekteki örnek genişliklerinin ya birbirine eşit ya da nispeten dengesiz (Beta dağılımı lehine) olması, istenilen güç için yeterli olmaktadır.

ii. Normal-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonunda, testin gücünün $n_1=10$ ve $n_2=6$, $n_1=8$ ve $n_2=8$, $n_1=6$ ve $n_2=10,12,14$ veya 16 örnek genişlikleri kombinasyonlarından itibaren istenilen güce ulaştığı görülmektedir. $\delta=1.5$ standart sapma ve Normal-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonunda örneklerde toplam olarak 16-22 adet deney ünitesinin bulunmasının ve bunların da örneklerle eşit veya dengeli olarak dağıtılmasının güç bakımından yeterli olduğu ancak, toplam gözlem sayısının 20'den fazla olmasının pratik bir yarar sağlamadığı da Çizelge 3'den görülmektedir.

iii. Normal-Weibull dağılım kombinasyonunda, $n_1=12$ ve $n_2=6$, $n_1=8$ ve $n_2=8$ ya da 10 , $n_1=6$ ve $n_2=12,14$ veya 16 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren uygulanan test, istenilen güce ulaşmaktadır. Toplam olarak 16-22 adet gözlemin örneklerle eşit veya dengeli bir şekilde yer almasının, gücün güvenilir bir seviyede olmasında etkili olurken, toplam olarak 22 adet deney ünitesinden daha fazla gözlem bulunmasının güç bakımından katkısının önemli olmadığı söylenebilir.

iv. Beta-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonunda, $n_1=8$ ve $n_2=6$, $n_1=6$ ve $n_2=8,10,12,14$ veya 16 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren F-Testi istenilen güce ulaşmaktadır. Dağılım şekli olarak birbirinin en tersi olan Beta-Gamma dağılım kombinasyonunda $\delta=1.5$ standart sapma olması halinde toplam olarak en az 14-16 adet deney ünitesi ile istenilen güç elde edilmekte iken, gözlemlerin örneklerle $n_1=n_2=8$ olacak şekilde dağıtılması güç için yeterli olmaktadır.

v. Beta-Weibull dağılım kombinasyonu için, toplam olarak en az 16-22 gözlemin, örneklerle $n_1=10$ ve $n_2=6$, $n_1=8$ ve $n_2=8$, $n_1=6$ ve $n_2=10,12,14$ veya 16 kombinasyonları

çerçevesinde dağıtılmasının F-Testini güvenilir bir güce ulaştırmada yeterli olmaktadır.

vi. Gamma(χ^2)-Weibull dağılım kombinasyonunda ise, toplam en az 18-22 adet gözlemin, örneklerle $n_1=12$ ve $n_2=6$, $n_1=10$ ve $n_2=8$, $n_1=8$ ve $n_2=10$, $n_1=6$ ve $n_2=12,14$ veya 16 kombinasyonları gereğince dağıtılmasının F-Testinin güvenilir güç seviyesine ulaşması için yeterlidir. Toplam gözlem sayısının 22'den fazla olmasının testin gücünü artırma bakımından bir avantaj sağlamadığı da Çizelge 3'te görülmektedir.

Çizelge 3 genel olarak $\delta=1.5$ olduğunda, dağılımların şekilden bağımsız olarak toplam 20 adet deney ünitesinin örneklerle eşit veya mümkün olduğunca dengeli olarak dağıtılmasıyla F-Testi için güvenilir güç değerleri elde edilebilir şeklinde yorumlanabilir.

Ortalamaları arasında $\delta=2.0$ standart sapmalık fark olan çeşitli dağılım kombinasyonlarından rasgele olarak alınan değişik örnek genişliğindeki örneklerde gerçekleşen F-Testinin güç değerlerinin yer aldığı Çizelge 4'te;

i. Normal-Beta dağılım kombinasyonunda, $n_1=10$ ve $n_2=3$, $n_1=7$ ve $n_2=4$, $n_1=6$ ve $n_2=5$, $n_1=5$ ve $n_2=6$, $n_1=4$ ve $n_2=7,8,9$ veya 10 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren, güvenilir güç değerleri elde edilebilmektedir. Populasyon ortalamaları arasındaki fark arttığında, az sayıdaki (toplam olarak 11-14) deney ünitesi ile istenilen seviyede güç değerlerine ulaşabilmektedir.

ii. Normal-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonunda $n_1=8$ ve $n_2=3$, $n_1=6$ ve $n_2=4$, $n_1=5$ ve $n_2=6$, $n_1=4$ ve $n_2=6$ veya 7 , $n_1=3$ ve $n_2=8,9$ veya 10 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren uygulanan testin gücü %80'in üzerine çıkmaktadır. Toplam gözlem sayısının, örneklerle eşit veya dengeli olarak dağıtılması halinde, 13'ten fazla olmasının güç bakımından fazlaca bir etkisi olmamaktadır.

iii. Normal-Weibull dağılım kombinasyonunda, F-Testinin gücü $n_1=3$ ve $n_2=10$, $n_1=10$ ve $n_2=3$, $n_1=7$ ve $n_2=4$, $n_1=5$ ve $n_2=5$, $n_1=4$ ve $n_2=6,7,8$ veya 9 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren istenilen seviyeye ulaşmaktadır. Bu dağılım kombinasyonundaki dağılımlar şekil olarak birbirlerine benzediklerinden, $n_1=10$ ve $n_2=3$ gibi aşırı dengesiz örnek genişliği kombinasyonlarında bile F-Testinin istenilen güç seviyesine ulaştığı görülmektedir. Bundan hareketle, δ büyüdükçe şekil olarak birbirine benzeyen populasyonlardan yeterince geniş olmak şartıyla, farklı genişlikteki örneklerin hangi populasyondan alınmış olduklarının güç bakımından önemli bir problem teşkil etmediğini söylemek mümkündür (δ küçüldükçe bunu söylemek mümkün görülmektedir).

iv. Beta-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonunda, $n_1=9$ ve $n_2=3$, $n_1=6$ ve $n_2=4$, $n_1=5$ ve $n_2=4$ ve $n_2=6,7$ veya 8 , $n_1=3$ ve $n_2=9$ veya 10 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren istenilen güç değerleri elde edilmektedir. Bu dağılım kombinasyonunda, toplam olarak en az 12-13 gözlemin şekil olarak birbirinin tersi olan populasyonlarda bile güvenilir güç değerleri için yeterli olduğu görülmektedir.

v. Beta-Weibull dağılım kombinasyonunda elde edilen güç değerleri, hemen hemen Beta-Gamma dağılım kombinasyonu ile aynıdır.

vi. Gamma(χ^2)-Weibull dağılım kombinasyonunda ise, toplam olarak en az 11-12 deney ünitesinin örneklerle, $n_1=7$ ve $n_2=4$, $n_1=6$ ve $n_2=5$, $n_1=5$ ve $n_2=6$, $n_1=4$ ve $n_2=7,8$ veya 9 , $n_1=10$ ve $n_2=3$ kombinasyonlarına uygun olarak dağıtıldığında F-Testinin istenilen güce ulaştığı görülmektedir.

Çizelge 4. $\delta=2.0$ Standart sapma olan değişik dağılım ve n kombinasyonlarında güç değer ve eğrileri

Dağılım kombinasyonları		$\mu_1 - \mu_2 = 2.0$										i. satır ve j. sütuna ait güç eğrileri
i	j	n_{ij}	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Normal	Beta	2	25.6	37.9	46.1	51.3	55.5	58.2	60.6	62.6	64.0	
		3	36.5	49.1	57.4	63.0	67.3	70.7	73.0	75.2	76.9	
		4	45.0	57.4	65.4	71.2	75.4	78.5	81.1	82.9	84.4	
		5	51.2	63.7	71.5	76.8	80.8	83.8	86.1	88.1	89.5	
		6	55.9	68.4	75.8	81.2	84.7	87.6	89.5	91.4	92.6	
		7	59.7	71.6	79.1	84.1	87.6	90.2	92.0	93.5	94.6	
		8	62.4	74.4	81.7	86.6	89.8	92.0	93.9	95.0	95.9	
		9	64.3	76.6	83.6	88.1	91.2	93.6	94.9	96.2	96.8	
		10	66.2	78.2	85.1	89.6	92.6	94.5	95.8	96.9	97.7	
		Normal	Gamma (γ^2)	2	21.0	34.5	45.3	52.7	57.7	61.4	64.1	
3	31.6			47.7	59.4	67.6	72.8	76.3	79.1	81.0	82.6	
4	40.7			58.1	70.0	77.7	82.4	86.7	87.7	89.6	90.6	
5	48.0			66.1	77.3	84.1	88.4	91.0	92.8	94.2	95.0	
6	53.5			71.4	82.1	88.6	92.0	94.2	96.6	96.6	97.3	
7	56.9			75.5	85.7	91.2	94.5	96.2	97.3	98.0	98.4	
8	60.4			78.4	88.2	93.4	96.0	97.4	98.2	98.8	99.1	
9	62.2			80.8	90.2	94.7	97.1	98.1	98.9	99.2	99.4	
10	64.3			82.4	91.3	95.7	97.8	98.7	99.2	99.4	99.7	
Normal	Weibull			2	21.3	31.9	41.1	48.3	53.0	57.0	60.3	62.3
		3	32.4	44.8	55.2	62.5	68.1	72.4	75.2	77.5	79.6	
		4	41.5	55.2	65.4	72.8	78.0	81.6	84.2	86.2	87.8	
		5	48.0	62.5	72.9	79.5	84.2	87.5	89.6	91.4	92.7	
		6	53.1	68.0	77.7	84.4	88.4	91.1	93.0	94.6	95.4	
		7	56.6	72.0	81.3	87.3	91.0	93.5	95.1	96.2	97.0	
		8	59.9	74.9	84.3	89.8	93.0	95.2	96.5	97.4	98.1	
		9	62.1	77.2	86.2	91.5	94.4	96.3	97.4	98.1	98.7	
		10	63.8	79.0	87.6	92.6	95.4	97.1	98.0	98.6	99.1	
		Beta	Gamma (γ^2)	2	18.2	29.9	41.1	50.2	56.7	61.1	64.0	66.4
3	27.7			45.3	60.0	70.3	76.6	80.6	83.3	85.1	86.4	
4	38.5			59.3	74.3	83.5	88.4	91.3	92.9	94.1	94.9	
5	47.3			69.4	83.4	90.8	94.2	96.1	97.2	97.8	98.2	
6	53.9			75.9	88.6	94.4	97.1	98.2	98.9	99.2	99.4	
7	58.5			80.4	91.6	96.3	98.4	99.2	99.5	99.7	99.8	
8	61.9			83.3	93.6	97.6	99.0	99.6	99.8	99.9	99.9	
9	64.2			85.3	94.8	98.2	99.4	99.8	99.9	100.0	100.0	
10	65.9			87.0	95.7	98.6	99.6	99.8	99.9	100.0	100.0	
Beta	Weibull			2	19.3	29.5	38.7	46.0	51.8	55.9	59.2	61.4
		3	31.0	44.2	55.3	63.5	69.5	73.9	77.5	79.8	81.5	
		4	41.1	56.3	67.6	75.6	81.1	85.1	87.5	89.6	91.1	
		5	48.9	64.7	75.7	83.1	88.1	91.0	93.2	94.5	95.5	
		6	54.0	70.2	81.3	88.1	91.9	94.5	95.9	97.1	97.7	
		7	58.3	74.6	85.0	90.9	94.3	96.3	97.6	98.3	98.7	
		8	61.0	77.7	87.4	92.8	95.8	97.5	98.4	99.0	99.3	
		9	63.4	80.0	89.2	94.2	96.9	98.2	98.8	99.3	99.6	
		10	65.3	81.6	90.6	95.1	97.6	98.6	99.2	99.5	99.7	
		Gamma (γ^2)	Weibull	2	27.6	37.4	46.2	52.9	57.9	61.7	64.6	67.1
3	41.3			51.4	59.5	65.7	70.0	73.4	75.8	77.8	79.1	
4	49.1			59.4	67.2	72.9	77.0	79.8	82.1	83.9	85.6	
5	54.5			64.9	72.3	77.6	81.5	84.4	86.3	88.0	88.9	
6	57.8			68.9	76.0	81.0	84.7	87.3	89.1	90.6	91.8	
7	60.2			71.7	78.8	83.7	87.1	89.3	91.1	92.6	93.7	
8	62.2			73.5	81.0	85.5	88.6	91.2	92.7	94.0	94.8	
9	63.7			75.1	82.5	87.2	90.3	92.6	94.1	95.1	95.8	
10	64.9			76.9	84.0	88.6	91.5	93.5	94.9	95.9	96.6	

Çizelge 4'te verilen sonuçlara göre $\delta=2.0$ olduğunda, genel olarak toplam 12 adet deney ünitesinin örneklerde eşit veya dengeli bir şekilde bulunmasının, populasyonların dağılım şekline bağlı olarak istenilen güç değerini elde etmek için yeterli olduğu söylenebilir.

Değişik dağılım şekline sahip populasyon ortalamaları arasındaki fark $\delta=2.5$ standart sapma olduğunda, bu populasyonlardan rasgele alınan çeşitli örnek genişliğindeki örneklerden elde edilen F-Testinin güç değerlerinin yer aldığı Çizelge 5'de,

i. Normal-Beta dağılım kombinasyonlarında, en az toplam gözlem sayısının 8-10 adet olmasına dikkat ederek, testin gücünü istenen seviyede gerçekleşmesini sağlamak mümkündür. Toplam olarak 8 adet deney ünitesinin örnekleri $n_1 = n_2 = 4$ olarak dağıtılarak, testin gücünün yeterli bir seviyede olabileceği Çizelge 5'ten görülmektedir.

ii. Normal-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonunda, toplam olarak en az 9-10 adet gözlemin F-Testini istenilen güce ulaştırdığı, bu gözlemlerin örnekleri $n_1=4$ ve $n_2=5$ veya $n_1 = n_2 = 5$ olarak dağıtılmasının yeterli olacağı görülmektedir.

iii. Normal-Weibull dağılım kombinasyonu için, toplam olarak en az, 8-10 adet gözlemin, örneklerde $n_1=5$ ve $n_2=3$ veya $n_1 = n_2 = 4$ olarak yer almasının istenilen güç değerlerini elde etmek için yeterli olduğu görülmektedir.

iv. Beta-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonu için, toplam olarak en az 8-9 gözlemin, örnekleri $n_1 = n_2 = 4$ olacak şekilde dağıtılması ile, testin gücünü %95'e çıkarmanın mümkün olduğu görülmektedir.

v. Beta-Weibull dağılım kombinasyonunda, toplam olarak en az 8-9 gözlemin, örneklerde $n_1=4$ ve $n_2=5$ (veya tersi) olacak şekilde bulundurulmasının istenilen güç için yeterli olmaktadır.

vi. Gamma(χ^2)-Weibull dağılım kombinasyonunda ise, toplam olarak en az 8-10 adet deney ünitesinin, örnekleri $n_1 = n_2 = 5$ şeklinde veya mümkün olduğunca dengeli bir dağılımla istenilen güç değerlerine ulaşılabilir.

Çizelge 5 için genel olarak, ortalamaları arasında $\delta=2.5$ standart sapma fark bulunan populasyonlardan, rasgele olarak alınan örneklerde F-Testinin gücünün %80'nin üzerinde olabilmesi için, populasyonların dağılım şekline bağlı olarak, toplam en az 8-10 adet deney ünitesi ile mümkün olduğu söylenebilir. Bu 8-10 adet deney ünitesi örnekleri eşit veya olabildiğince dengeli dağıtılırsa, en az sayıdaki deney ünitesi ile F-Testinin gücünün %80'nin üzerinde olması sağlanmış olur.

Populasyon ortalamaları arasındaki farklar $\delta=3.0$ standart sapma olan, çeşitli dağılımlardan rasgele alınan değişik genişlikteki örneklerden hesaplanan güç değerlerinin topluca yer aldığı Çizelge 6'da,

i. Normal-Beta dağılım kombinasyonunda, $n_1=5$ ve $n_2=2$, $n_1=4$ ve $n_2=3$, $n_1=3$ ve $n_2=4$, $n_1=2$ ve $n_2=5,6$ veya 7 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren testin gücü %80 veya daha büyük çıkmaktadır. δ 'nın büyük olmasından dolayı, örnek genişliklerinin aşırı dengesiz ($n_1=5$ ve $n_2=2$ gibi) olması halinde bile, istenilen güç seviyeleri az sayıdaki deney ünitesi ile sağlanabilmektedir.

ii. Normal-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonunda, toplam olarak en az 8-9 adet deney ünitesinin, örnekleri $n_1=5$ ve $n_2=2$, $n_1=3$ ve $n_2=3$, $n_1=2$ ve $n_2=4,5,6,7$ kombinasyonlarına uygun olarak dağıtılması halinde, testin gücünün %80 veya daha yüksek olarak gerçekleştiği görülmektedir.

iii. Normal-Weibull dağılım kombinasyonu için, $n_1=5$ ve $n_2=2$, $n_1=3$ ve $n_2=3$ veya 4, $n_1=2$ ve $n_2=5,6$ veya 7 örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren F-Testi için güvenilir güç değerlerine ulaşılabilir.

iv. Beta-Gamma(χ^2) dağılım kombinasyonu için, $n_1=4$ ve $n_2=2$, $n_1 = n_2 = 3$, $n_1=2$ ve $n_2=4,5,6,7$ örnek genişliği kombinasyonlarından itibaren istenilen güç değerleri elde edilebilmektedir.

v. Beta-Weibull dağılım kombinasyonunda, toplam olarak en az 6-7 adet deney ünitesinin örnekleri eşit veya dengeli dağıtılarak %80'nin üzerinde güç değerlerine ulaşılabilir.

vi. Gamma(χ^2)-Weibull dağılım kombinasyonunda ise, toplam olarak en az 7 adet deney ünitesinin, örnekleri eşit veya dengeli bir şekilde dağıtılmasıyla F-Testi için güvenilir güç değerleri elde edilebilmektedir.

Çizelge 6'dan görüleceği üzere $\delta=3.0$ olduğunda, genel olarak, toplam 7 adet gözlemin örnekleri eşit veya dengeli bir şekilde dağıtılmasıyla, güvenilir güç değerleri elde edilebilmektedir. Toplam olarak 14 adet deney ünitesinin örnekleri $n_1 = n_2 = 7$ olarak dağıtılmasıyla gücün %100 olması da sağlanabilir. Gücün %100 olması pratikte nadir olarak gerçekleşse de, $\delta=3.0$ standart sapma olan (gerçekte birbirlerinden farklı oldukları rahatlıkla söylenebilir) populasyonlardan rasgele alınan örneklerde az sayıdaki deney ünitesi ile bu değeri elde etmek olmaktadır.

Sonuç

Bu çalışmada, Normal, Beta, Gamma(χ^2) ve Weibull dağılımı gösteren populasyonların, mümkün olan bütün ikili kombinasyonlarından rasgele alınan örnekler yardımıyla hesaplanan F-Testinin gücü araştırılmıştır. Bunun için, üzerinde durulan populasyonların ikili kombinasyonları ortalamaları arasında $\delta=0.5$, $\delta=1.0$, $\delta=1.5$, $\delta=2.0$, $\delta=2.5$ ve $\delta=3.0$ standart sapma fark olacak şekilde üretilmişlerdir.

F-Testinin istenen güce ulaşmasında, dağılım şekline bağlı olarak, populasyon ortalamaları arasındaki farkın büyüklüğüne bağlı olarak, bu populasyonlardan rasgele alınan örneklerdeki deney ünitesi sayısının etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Bu durum populasyon ortalamaları arasındaki farklara göre;

i. $\delta=0.5$ standart sapma olduğunda, toplam olarak en az 120 ila 190 adet deney ünitesinin, örnekleri mümkün olduğunca dengeli bir şekilde, ii. $\delta=1.0$ standart sapma olduğunda, toplam olarak 30-45 adet gözlemin örnekleri mümkün olduğunca eşit veya dengeli olarak, iii. $\delta=1.5$ standart sapma olduğunda, toplam olarak 20 adet deney ünitesinin örnekleri eşit veya mümkün olduğunca dengeli olarak, iv. $\delta=2.0$ standart sapma olduğunda, toplam olarak 12 adet deney ünitesinin örneklerde eşit veya dengeli bir şekilde, v. $\delta=2.5$ standart sapma olduğunda, toplam en az 8-10 adet deney ünitesinin örnekleri eşit veya olabildiğince dengeli ve vi. $\delta=3.0$ standart sapma olduğunda, toplam 7 adet gözlemin örnekleri eşit veya dengeli bir şekilde, dağıtılmasıyla F-Testi için güvenilir (%80 veya üzerinde) güç değerlerine ulaşılabilir olduğu görülmektedir.

Ayrıca, varyans analizi tekniğinin ön şartlarından biri olan "Normal Dağılım" ön şartının sağlanmadığı durumlarda, verilerin parametrik olarak analiz edilmelerinin önemli bir sakınca oluşturmadıkları da görülmüştür.

Kaynaklar

- Akdeniz, F. 1984. Olasılık ve İstatistik. A.Ü.Fen Fakültesi Yayınları No:138. 519 S.
- Andrés, A.M., J.D.L. del Castillo, 1990. Multiple Choice Tests: Power, Length and Optimal Number of Choices per Item. Brit. Jour. Of Math. And Statist. Psyc. (43), 57-71.
- Banik, N., K. Kohne and P. Bauer, 1986. On the Power of Fisher's Combination Test for 2-Stage Sampling in the Presence of Nuisance Parameters. Biometrical Jour. 38(1), 25-37.
- Bulgren, W.G. 1971. On Representations of the Doubly Non-Central F Distribution. Jour. of the American Stat. Assoc. 66(333) 184-186.
- Buning, H. and W. Kossler, 1997. Power of Some Tests for Umbrella Alternatives in the Multisample Location Problem. Fisher's Combination Test for 2-Stage Sampling in the Presence of Nuisance Parameters. Biometrical Jour. 38(1), 25-37.
- Cade, W. 1998. Sampling Procedures and Type I Error Rates (For Nonnormal Populations) (Nonnormal Distribution). DAI-B 59/03, s. 1186.
- Duchateau, L., B. McDermott and G.J. Rowlands, 1998. Power Evaluation of Small Drug and Vaccine Experiments with Binary Outcomes. Statistics in Medicine, 17(1), 111-120
- Gillett, R. 1996. Retrospective Power Surveys. The Statistician. 45(2), 231-236.
- Kavuncu, O. 1995. İstatistik Teorisi ve Teorik Dağılımlar. T.C. Ziraat Bankası Matbaası, Ankara. 179 s.
- Lui, K.J. 1994. A Group Sequential Method for One Standard Control and More than One Experimental Treatment. Biometrical Journal, 36(5) 515-529.
- O'Gorman, T.W. 1995. The effect of Unequal Estimation of the Power of the Kruskal-Wallis Test. Commun. Statist.-Simula., 24(4), 853-867.
- Olejnik, S. and W.M.Luh, 1994. Type I Error Rates, Power and Sample Sizes For 2 Stage Solutions to the Behrens-Fisher Problem When Population Distributions are Nonnormal. Computational Statistics & Data Analysis, 17(4) 409-420.
- Price, R. 1964. Some Non-Central F Distributions Expressed in Closed Form. Biometrika, (51) 107-122.
- Snedecor, G.W. and W.G. Cochran, 1980. Statistical Methods. Seventh Ed. The Iowa State University Press. Ames, Iowa, U.S.A. 507 s.
- Sokal, R.R. and F.J. Rohlf, 1995. Biometry. The Principles and Practice of Statistics in Biological Research. Third Ed. W.H. Freeman and Co. New York, 887 s.
- Taylor, D.J. and K.E. Muller, 1995. Computing Confidence Bounds for Power and Sample Size of the General Linear Univariate Model. The Amer. Statistician. 49(1) 43-47.
- Wassmer G. 1997. A Technical Note on the Power Determination Fisher's Combination Test. Biometrical Jour. 39(7), 831-838.
- Wellek, S. 1996. A New Approach to Equivalence Assessment in Standard Comparative Bioavailability Trials by Means of the Mann-Whitney Statistic. Biometrical Journal, 38(6), 695-710.
- Zhang J. and D.D. Boos, 1994. Adjusted Power Estimates in Monte Carlo Experiments. Commun. Statist.-Simula., 23(1), 165-173.