

Kanonik Korelasyon Analizi ve Bir Uygulaması

Siddik KESKİN¹

Abdullah Nuri ÖZSOY¹

Geliş Tarihi: 20.01.2003

Özet : [Kanonik korelasyon analiz], her birinde en az iki değişken bulunan, iki değişken seti arasındaki ilişkilerin incelenmesinde kullanılan bir analiz tekniğidir. Bu analizde, değişken setlerinden birisi açıklayıcı yada bağımsız değişken seti, diğeri ise bağımlı değişken seti olarak tanımlanabilir. Ancak, değişken setlerinin bu şekilde tanımlanması zorunluluğu yoktur. Bu analizde, değişken setleri arasındaki korelasyonun maksimum olması amaçlanır ve bu amaca yönelik, her iki değişken setinde yer alan değişkenlerin doğrusal kombinasyonlarından yepyeni değişken (kanonik değişken) çiftleri elde edilir. Bu çalışmada, kanonik korelasyon analizi tanımlanmış ve konunun anlaşılmasını kolaylaştırmak amacıyla, hayvancılık alanından bir uygulama yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: kanonik korelasyon, kanonik değişken, değişken seti, redundancy indeksi

Canonical Correlation Analysis and Its an Application

Abstract : Canonical correlation analysis is employed to study relationships between two variable sets when each variable set consist of at least two variables. In this analysis, it may be defined as one set of variables is the predictor or Independent set and another set of variables is the dependent variable set. However, it is not necessary to define the set of variables like this. In this analysis, it is aimed that the relationships between sets of variables is maximum. For this aim, new variable pairs (canonical variables) are obtained from the linear combinations of the variables in each set in this study, canonical correlation analysis was described by the application in the cattle deating field to facilitate comprehensive of the matter.

Key Words : canonical correlation, canonical variable, variable set, redundancy index

Giriş

Bilimsel çalışmalarda genellikle, aynı zamanda birden fazla özellik üzerinde durulmaktadır. Konu, farklı uygulama yada muamele gruplarının bir biri ile karşılaştırılması olduğunda, bu özelliklerin teker teker ele alınıp incelenmesi uygun bir yaklaşım olacaktır. Ancak, bunların birlikte dikkate alınarak, uygun analiz yöntemleri ile değerlendirilmesinin, araştırmacıya ek bilgiler sağlayacağı da unutulmamalıdır. Benzer durum özellikler arasındaki doğrusal ilişkinin araştırılmasında da geçerlidir. Özellikler arasındaki doğrusal ilişkiyi belirlemede ilk akla gelen yöntem, bu özellikleri ikişer ikişer ele alarak bunlar arasında Pearson korelasyon katsayısını hesaplamaktır. Pearson korelasyon katsayısı, bazı varsayımlar yada ön şartlar yerine geldiğinde, sürekli değişkenler arasındaki doğrusal ilişkinin derecesinin ve yönünün belirlenmesinde en yaygın olarak kullanılan ölçüdür. Eğer ön şartlar yerine gelmemişse, Pearson korelasyon katsayısı yerine parametrik olmayan korelasyon katsayıları olan Spearman rank korelasyonu ve Kendal tau korelasyonu gibi korelasyon katsayıları kullanılabilir. Bazı durumlarda, özelliklerden birisi bağımlı değişken, diğeri de bağımsız değişken olarak ele alınabilir. Bu durumda, iki değişken arasındaki korelasyon katsayısı, bu değişkenler arasındaki sebep-sonuç ilişkisinin bir ölçüsü olarak da değerlendirilebilir. Bağımlı değişken bir adet, ancak bağımsız değişkenler birden fazla ise bağımlı değişken ile

bağımsız değişkenler arasındaki ilişki çoklu korelasyon katsayısı ile belirlenir. Bazı durumlarda, bağımlı ve bağımsız değişkenlerin her ikisi de birden fazla olabilir. Bu durumda, iki değişken seti arasındaki ilişkiyi belirlemede, yukarıda belirtilen korelasyon katsayılarından hiçbirisi kullanılamaz. Bunların yerine, değişken setleri yada kümelerini, bu setlerde yer alan değişkenlerin doğrusal bileşenlerinden oluşan kanonik değişkenlere dönüştürerek, bu kanonik değişkenler arasındaki (doğrusal) ilişkiyi bulma temeline dayalı kanonik korelasyon kullanılır. (Gillbüz 1989) Kanonik korelasyon analizi, çok değişkenli analiz tekniklerinden biri olup, faktör analizi ile birlikte en karmaşık işlem aşamalarını gerektiren teknikler arasında yer almaktadır (Tatlıdill 1996). Bunun yanı sıra; elde edilen sonuçların yorumlanmasındaki güçlükler, bu analiz tekniğinin kullanımı geri plana itmiştir. Oysa ki, biyolojik çalışmaların bir çoğunda, basit ilişki katsayıları yerine kanonik korelasyon analizinin kullanılması, araştırmacıya ek bilgiler sağlayacaktır.

Materyal ve Yöntem

Bu çalışmanın materyalini; Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi Zootehni Bölümü Biyometri ve Genetik Anabilim Dalı Bildircin işletmesinde bulunan 102 adet bildircin ve bunların yumurtaları oluşturmaktadır. Bildircinlere ilişkin

¹ Yayımlanmış Yıl Oniv. Ziraat Fak. Zootehni Bölümü -Van

Çıkış Ağırlığı (ÇA), Dördüncü Haftadaki Canlı Ağırlık (DHCA) ve Cinsi Olgunluk Ağırlığı (COA) özellikleri birinci değişken setini (X), İlk Yumurtlama Yaşı (İYY), İlk On Yumurta Ağırlığı (İOYA) ve Onuncu Hafta Yumurta Ağırlığı (OHYA) özellikleri ise ikinci değişken setini (Y) oluşturmuştur.

Kanonik korelasyon analizinin ön şartları :

- 1) Ele alınan özellikler bakımından verilerin çok değişkenli normal dağılım göstermesi
- 2) Üzerinde durulan özellikler bakımından ölçüm hatasının minimum seviyede olması
- 3) Ele alınan özellikler arasında çoklu bağlantı (multicolinearity) olmaması
- 4) Elde edilen sonuçlara güvenilirlik bakımından, örnek genişliğinin mümkün olduğunca büyük olması (Değişken sayısının 5 katı kadar).

Kanonik korelasyon ve kanonik değişkenler : p ve q >1 olmak üzere; birinci değişken setinde (kümesinde) p ve ikinci değişken setinde de q adet (q ≥ p) değişken olduğu durumda, bu iki setteki değişkenlerin doğrusal kombinasyonları alınarak, bunlar arasındaki korelasyon hesaplanabilir. Bu şekilde hesaplanan korelasyon katsayılarına kanonik korelasyon, değişkenlerin doğrusal kombinasyonlarından oluşan yeni değişkenlere de kanonik değişkenler adı verilir. Bu kanonik değişkenler ve bunlar arasındaki kanonik korelasyonlar, birbirlerinden bağımsız olacak şekilde hesaplanırlar (Kendall 1980, Johnson ve Wichern 2002).

X değişken seti $\tilde{X}' = [X_1, \dots, X_p]$ olarak, Y değişken seti de $\tilde{Y}' = [Y_1, \dots, Y_q]$ olarak gösterildiğinde: Bu değişken setlerine ait ortalama vektörü

$$\tilde{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ olarak, Kovaryans matrisi de}$$

$$\tilde{\Sigma} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \text{ olarak yazılır.}$$

Ortalama vektörü ve kovaryans matrisi örnekten hesaplandığında sırasıyla;

$$\tilde{\bar{X}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ ve } S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

\tilde{X} değişken setinden hesaplanan $U = \tilde{a}' \tilde{X}$ doğrusal kombinasyonu ile \tilde{Y} değişken setinden

hesaplanan $V = \tilde{b}' \tilde{Y}$ doğrusal kombinasyonu arasında korelasyon hesaplanabilir. U ile V arasındaki korelasyon, bunların katları arasındaki korelasyon ile aynı olduğundan,

$$\text{Var}(U) = \tilde{a}' S_{11} \tilde{a} = 1$$

$$\text{Var}(V) = \tilde{b}' S_{22} \tilde{b} = 1$$

$$E(U) = E(\tilde{a}' \tilde{X}) = \tilde{a}' E(\tilde{X}) = 0$$

$$E(V) = E(\tilde{b}' \tilde{Y}) = \tilde{b}' E(\tilde{Y}) = 0$$

dönüşümleri yapıldığında; U (kanonik) değişkeni ile V (kanonik) değişkeni arasındaki kanonik korelasyon;

$$r_{UV} = \tilde{a}' S_{12} \tilde{b}$$

olarak hesaplanır. Bu durumda; yukarıda belirtilen şartlara bağlı olarak bu ifadenin maksimum yapılması gerekmektedir. Bu ifade, λ ve γ Lagrange çarpanları olmak üzere;

$$\phi = \tilde{a}' S_{12} \tilde{b} - 0.5 \lambda (\tilde{a}' S_{11} \tilde{a} - 1) - 0.5 \gamma (\tilde{b}' S_{22} \tilde{b} - 1)$$

olarak Lagrange fonksiyonu biçiminde yazılabilir. Bu fonksiyonun \tilde{a}' ve \tilde{b}' ne göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde; elde edilen değerler yukarıdaki koşulları sağlayacaktır.

$$S_{12} \tilde{b} - \lambda S_{11} \tilde{a} = 0$$

$$S_{12} \tilde{a} - \gamma S_{22} \tilde{b} = 0$$

İlk eşitlik \tilde{a}' ile ikinci eşitlikte \tilde{b}' ile çarpılırsa;

$$\tilde{a}' S_{12} \tilde{b} - \lambda \tilde{a}' S_{11} \tilde{a} = 0$$

$$\tilde{b}' S_{12} \tilde{a} - \gamma \tilde{b}' S_{22} \tilde{b} = 0 \text{ olur.}$$

$$\tilde{a}' S_{11} \tilde{a} = 1 \text{ ve } \tilde{b}' S_{22} \tilde{b} = 1$$

olduğundan, $\lambda = \gamma = \tilde{a}' S_{12} \tilde{b}$ olur. $S_{12} = S_{21}$ olduğundan türevi alınıp sıfıra eşitlenen ifadeler ;

$$-\lambda S_{11} \tilde{a} + S_{12} \tilde{b} = 0$$

$$S_{21} \tilde{a} - \lambda S_{22} \tilde{b} = 0$$

olarak yazılır. Bu ifadeler matris gösterimi ile;

$$\begin{bmatrix} -\lambda S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0 \text{ olarak yazılabilir. Daha}$$

önce belirtilen şartlara uygun olarak, bu matrisin çözümü için

$$\begin{vmatrix} -\lambda S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda S_{22} \end{vmatrix} = 0 \text{ ya da } |S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} - \lambda^2 S_{11}| = 0 \text{ ve}$$

$$|S_{11}^{-1} S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} - \lambda^2| = 0$$

olmalıdır. Bu determinant p. dereceden polinom olup, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ olacak şekilde p adet köke sahiptir. Böylece $\lambda = \underline{a}' S_{12} \underline{b}$; $U = \underline{a}' X$ ve $V = \underline{b}' Y$ arasındaki

korelasyondur. En büyük korelasyon istendiğinden, $\lambda = \lambda_1$ alınır. Bu şekilde hesaplanan doğrusal kombinasyonlar yani kanonik değişkenler arasındaki korelasyonların azalan sırada oldukları unutulmamalıdır.

Kanonik korelasyon katsayılarının önem kontrolü: Kanonik korelasyon analizi, boyut indirgeme için de kullanılabileceğinden, değişken setleri arasındaki korelasyonun elde edilen yeni değişken çiftlerinden kaç tanesi ile büyük ölçüde açıklanabileceğinin diğer bir ifade ile kanonik değişken çiftleri arasındaki korelasyonlardan kaç tanesinin önemli olduğunun bilinmesi istenilebilir. Bunun için bir kaç test yöntemi önerilmiştir. Bunlardan birisi Rao (1951) tarafından önerilen F yaklaşımıdır (Thompson 1985). Bu yaklaşımda genel olarak iki değişken seti arasındaki ilişkinin önemli olup olmadığı kontrol edilir. İkinci ve daha sık kullanılan test yöntemi ise Bartlett (1941) tarafından önerilen test yöntemidir (Thompson 1985). Bu testte hesaplanan test istatistiği χ^2 (Khi-kare) istatistiğidir. Bu istatistik;

$$\chi^2 = -[n-0.5(v_1+v_2+1)] \times \log(\Lambda)$$

olarak hesaplanır. Bu eşitlikte; n: Gözlem sayısını, v_1 : Birinci setteki değişken sayısını, v_2 : İkinci setteki değişken sayısını göstermektedir. Lambda (Λ) ise $\Lambda = (1-R^2_{k1}) (1-R^2_{k2}) \dots (1-R^2_{kp})$ olarak bulunur. Buradan hesaplanan χ^2 istatistiği, pxq serbestlik dereceli χ^2 tablo değeri ile karşılaştırılır. Eğer H_0 hipotezi ret edilirse; en büyük olan katsayı çıkarılarak, yeniden test yapılır. Bu teste H_0 hipotezi, kabul edilene kadar devam edilir ve en son aşamada kaç tane kanonik korelasyon katsayısının önemli olduğu belirtilir.

Test (H_0) hipotezinde p adet kanonik korelasyonun sıfıra eşit olduğu, Karşit (H_1) hipotezde en az bir adet korelasyon katsayısının sıfırdan farklı olduğu ileri sürülür.

Redundancy indeksinin hesaplanması: Büyük örneklerde; küçük kanonik korelasyon katsayıları istatistik olarak önemli olabilirken, X ve Y değişken setleri arasında hesaplanan büyük kanonik korelasyon katsayıları da bu setler arasında güçlü bir korelasyonun olduğunu belirtmeyebilir. Çünkü kanonik korelasyon, X ve Y

değişkenlerinin doğrusal bileşenlerini maksimize eder. Bu nedenle, X ve Y değişken setlerinden herhangi birindeki varyasyonun değeri tarafından açıklanan kısmını belirtmez. Bunun için, Steward ve Love (1968) tarafından önerilen redundancy (gereksizlik) indeksi hesaplanır (Sharma 1996). Bu indeks, setlerden birindeki varyasyonun değeri ile açıklanabilen kısmını belirtir. Redundancy indeksi (RI) her kanonik korelasyon için hesaplanabilir (Sharma 1996). U_i ve V_i kanonik değişken setleri arasında hesaplanan i. kanonik korelasyon için redundancy indeksi ($RI_{U_i V_i}$) iki aşamada hesaplanır. Birinci aşamada Y değişken setindeki yada Y değişkenlerinin bulunduğu kümedeki varyasyonun i. kanonik değişken (V_i) ile ortalama açıklanabilen kısmı bulunur. Bu değer;

$$OV(Y|V_i) = \frac{\sum_{j=1}^p LY_{ij}^2}{p}$$

eşitliği ile hesaplanır (Sharma 1996). Bu eşitlikte, $OV(Y|V_i)$; Y değişken setindeki varyasyonun i. kanonik değişken (V_i) ile ortalama açıklanabilen kısmını ve LY_{ij} ; Y değişken setindeki j. değişken ile i. kanonik değişken arasındaki yapısal korelasyonu (j. değişkenin yükünü) göstermektedir. İkinci aşamada, redundancy indeksi; $RI_{U_i V_i} = OV(Y|V_i) \times C_i^2$ (C_i^2 ; i. kanonik korelasyonun karesidir) olarak hesaplanır.

Bir setteki varyasyonun diğer setteki değişkenler ile toplam açıklanabilen kısmı, toplam redundancy olarak adlandırılır. Bu katsayı;

$$TRI_{Y|X} = \sum_{i=1}^p RI_{X_i|Y_i}$$

olarak hesaplanır. Toplam redundancy indeksi, Y değişken setindeki varyasyonun X değişken seti ile açıklanabilen kısmını belirtir.

Çalışmada, üzerinde durulan özellikler bakımından yapılan hesaplamalar için STATISTICA for windows (ver. 5.0) istatistik paket programı kullanılmıştır (Anonymous 1995).

Bulgular ve Tartışma

Çalışmada ele alınan özelliklere ait tanıttıcı istatistikler Çizelge 1' de verilmiştir. Bu özellikler arasındaki korelasyon katsayıları ise Çizelge 2' de verilmiştir. Çizelge 2 incelendiğinde; Çıkış ağırlığı (ÇA) ile Dördüncü hafta canlı ağırlığı (DHCA), İlk yumurtlama yaşı ve Onuncu hafta yumurta ağırlığı (OHYA) özellikleri arasındaki korelasyon katsayısının istatistik olarak önemli olduğu görülür. Ayrıca; DHCA ile COA ve İYY arasındaki korelasyon katsayıları da istatistik olarak önemlidir ($p < 0.01$). En yüksek korelasyon katsayısı, İOYA ile OHYA arasında bulunurken (0,612), COA ile İOYA ve İYY ile OHYA arasında sırasıyla; 0,351 ve -0,215 olarak hesaplanan korelasyon katsayıları da istatistik olarak önemli bulunmuştur.

Çalışmada her iki değişken setinde de eşit ($p=q=3$) sayıda değişken bulunduğundan, 3 adet kanonik değişken çifti ve 3 adet kanonik korelasyon elde edilmiştir. Elde edilen kanonik değişken çiftleri arasında hesaplanan kanonik korelasyonlar ve bu korelasyonlara ait standart hatalar Çizelge 3' te verilmiştir.

Çizelge 3 incelendiğinde; ilk kanonik korelasyon katsayısının % 1 düzeyinde, ikinci kanonik korelasyon katsayısının da % 5 düzeyinde önemli olduğu görülür. % 13.3 olarak bulunan üçüncü kanonik korelasyon katsayısı ise istatistik olarak önemli değildir. Bu durumda, % 1 düzeyinde önemli olan ilk kanonik korelasyon dikkate alındığında; ilk kanonik değişken çiftine göre kanonik katsayılar ve standardize edilmiş kanonik katsayılar Çizelge 4' te verilmiştir.

Çizelge 4' teki standardize edilmemiş yani orijinal değerlerden hesaplanan katsayılar tek (unique) değildir. Yalnızca, katsayıların oranı tekdir. Bu nedenle standardize edilmiş katsayılar, orijinal değışkende meydana gelen 1 standart sapmalık artışa karşılık, kanonik değışkende standart sapma cinsinden meydana gelen değışim miktarını gösteren katsayılardır. Diğer bir ifade ile bu katsayılar, bir setteki kanonik değışkenin oluşmasında, o sette yer alan orijinal değışkenlerin etki miktarlarını (katkılarını) gösteren katsayılardır (Sharma 1996).

Buna göre; U_1 ve V_1 kanonik değışkenlerine ait eşitlik;

$$U_1 = -0.073 \text{ ÇA} - 0.01 \text{ DHCA} + 0.753 \text{ COA}$$

$$V_1 = 0.978 \text{ İYY} + 0.137 \text{ İOYA} + 0.073 \text{ OHYA}$$

olarak yazılır. Bu durumda; U_1 kanonik değışkenin oluşmasında; COA değışkenine ait etki miktarı (katkı) 0.753 olurken, ÇA ve DHCA değışkenlerinin katkısı negatif yönde ve COA' nın katkısına göre oldukça düşüktür. Benzer şekilde, V_1 kanonik değışkeninin oluşmasında İYY değışkeninin katkısı en büyük olmuştur. İOYA ve OHYA değışkenlerinin katkısı ise İYY' nin katkısına göre oldukça düşüktür.

Standardize edilmiş kanonik katsayılar, standardize edilmemiş kanonik katsayılara göre daha fazla tercih edilmesine rağmen, bu katsayılar da; özellikle küçük örneklerde ve veri setinde çoklu bağlantı (multicollinearity) olduğu durumda büyük farklılıklar gösterebilmektedir. Bu nedenle; kanonik değışken ile o sette yer alan orijinal değışkenler arasındaki korelasyonların kullanılmasının daha uygun olacağı belirtilmiştir (Sharma 1996). Bu korelasyon katsayıları, yükler (loadings) yada yapısal korelasyonlar (structural correlations) olarak adlandırılır. Birinci kanonik değışken çiftine ait kanonik yükler (yapısal korelasyonlar) Çizelge 5' te verilmiştir.

Çizelge 5' te X değışken setindeki değışkenlerin kendi kanonik değışkeni (U_1) ile olan kanonik yükleri incelendiğinde; en büyük yük değerinin (-0.720) DHCA değışkenine ait olduğu ve bunu -0.534 değeri ile ÇA' nın izlediği görülür. Standardize edilmiş katsayılar (Çizelge 4) göre en yüksek katkıya sahip olan COA değışkenine ait yük değeri ise en düşük olmuştur. Y değışken setinde; İYY

ve OHYA değışkenlerine ait kanonik yük değeri ile standardize edilmiş katsayı (Çizelge 4) arasında önemli bir farklılık görülmezken, İOYA değışkenine ait yük değeri yaklaşık iki kat olmuştur. X değışken seti bağımsız, Y değışken seti de bağımlı değışken seti olarak kabul edildiğinde; X değışken setinin, Y değışken setine ait birinci kanonik değışkeni büyük ölçüde negatif yönde etkilediği söylenebilir. Diğer bir ifade ile ÇA ve DHCA değışkenlerindeki artışın; büyük ölçüde İYY, İOYA ve OHYA değışkenlerinden oluşan birinci kanonik değışkeninde azalmaya neden olduğu söylenebilir.

Çizelge 1. Çalışmada ele alınan özelliklere ait tanıtıcı İstatistikler

Özellikler	$\bar{X} \pm S_x$	Min	Mak.
ÇA (gr)	12.67 \pm 2.20	8.00	17.60
DHCA (gr)	103.98 \pm 15.00	69.70	143.40
COA (gr)	192.79 \pm 17.63	140.00	224.70
İYY (gün)	48.76 \pm 4.20	39.00	61.00
İOYA (gr)	10.68 \pm 0.95	7.22	13.55
OHYA (gr)	11.58 \pm 0.92	6.90	13.70

Çizelge 2. İki değışken seti için setler içi ve setler arası korelasyon katsayıları

	X değışken seti			Y değışken seti		
	ÇA	DHCA	COA	İYY	İOYA	OHYA
ÇA	1.000	0.554*	0.120	-0.408*	0.034	0.241
DHCA		1.000	0.420*	-0.532*	0.008	0.165
COA			1.000	0.176	0.351*	0.192
İYY				1.000	0.143	0.215
İOYA					1.000	0.612*
OHYA						1.000

* : $p < 0.05$, ** : $p < 0.01$

Çizelge 3. Kanonik korelasyon katsayıları

Kanonik korelasyon	$r_{UV} \pm S_{r_{UV}}$
r_{UV1}	0.705 \pm 0.050
r_{UV2}	0.312 \pm 0.089
r_{UV3}	0.133 \pm 0.097

* : $p < 0.05$, ** : $p < 0.01$

Çizelge 4. Birinci kanonik değışken çiftine ait katsayılar

	X değışken seti		Y değışken seti		
	Kanonik katsayılar	Standardize edilmiş kanonik katsayılar	Kanonik katsayılar	Standardize edilmiş kanonik katsayılar	
ÇA	-0.033	-0.073	İYY	0.023	0.978
DHCA	-0.066	-0.010	İOYA	0.144	0.137
COA	0.043	0.753	OHYA	0.079	0.073

Çizelge 5. Birinci kanonik değışken çiftine ait kanonik yükler

	X değışken seti		Y değışken seti		
	U_1	V_1	V_1	U_1	
ÇA	-0.534	-0.376	İYY	0.982	0.692
DHCA	-0.720	-0.507	İOYA	0.321	0.226
COA	0.325	0.229	OHYA	0.053	0.038

Çizelge 6. Redundancy analizi sonuçları

Kanonik korelasyon	Y değişken seti		Kanonik r ²	Redundancy indeksi	Eklemeli redundancy indeksi
	Açıklama oranı	Eklemeli açıklama oranı			
1	0.357	0.357	0.497	0.177	0.177
2	0.538	0.895	0.097	0.052	0.229
3	0.106	1.000	0.018	0.002	0.231

Çizelge 6 incelendiğinde; Y değişken setinde, Açıklama oranı sütununda yer alan katsayılar, kanonik değişkenlere ait ortalama açıklama paylarını göstermektedir. Y değişken setindeki birinci kanonik değişken, bu setteki varyasyonun ortalama % 35.7' sini açıklarken, ikinci kanonik değişken % 53.8' ini ve üçüncü kanonik değişken de % 10.6' sını açıklamaktadır. İkinci kanonik değişkene ait ortalama açıklama payının, birinci kanonik değişkene ait ortalama açıklama payından daha yüksek oluşu, ikinci kanonik değişkenin Y setindeki varyasyonu açıklamada birinci kanonik değişkenden daha etkili olduğunu düşündürebilir. Ancak, redundancy indeksi değerleri incelendiğinde; birinci kanonik korelasyon için redundancy indeksi değeri % 17.7 olarak bulunurken, ikinci kanonik korelasyon için bu değer % 5.2 olarak bulunmuştur. Bu durumda, birinci kanonik korelasyon için % 17.7 olan redundancy indeksi, Y değişken setindeki açıklanabilen varyasyonun, % 17.7' sinin X değişken setinde yer alan değişkenler ile yada X değişken seti ile açıklanabildiğini göstermektedir. Diğer bir ifade ile birinci kanonik korelasyon adına, Y değişken setindeki varyasyonun % 17.7 si X değişken setindeki varyasyondan kaynaklanmaktadır. Çizelge 6' dan toplam redundancy indeksi hesaplandığında; $TR_{Y|X} = 0.231$ ($0.177+0.052+0.002$) olarak bulunur. Dolayısıyla, Y değişken setindeki varyasyonun % 23.1' i X değişken seti ile açıklanabilmektedir. Bunun büyük bir kısmının (yaklaşık % 76.6' sının ($0.177/ 0.231$)) birinci kanonik değişken çiftine ait olduğu dikkat çekmektedir.

Sonuç

Kanonik korelasyon analizi; işlem aşamalarının uzun oluşu, hesaplama adımlarının bilgisayar olmadan yapılamaması ve elde edilecek sonuçların yorumlanmasındaki güçlükler gibi bazı nedenlerden dolayı zor bir analiz tekniği olarak düşünülebilir. Ancak günümüzde yaygın olarak kullanılan istatistik paket programları ile kanonik korelasyon analizi rahatlıkla yapılabilmektedir. Bilimsel çalışmalarda, en az iki değişkenden oluşan iki set arasındaki ilişki yapısının, bütünlüğü bozulmadan ortaya konulabilmesi ve yorumlanabilmesi bakımından kanonik korelasyon

analizinin önemi yadsınmaz. Bitki ve hayvan ıslahı ile ilgili çalışmalarda; erken tespit edilebilen özellikler ile geç tespit edilebilen ve ekonomik öneme sahip olan özellikler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi ve buna göre de ıslah çalışmalarında, erken seleksiyon yapabilme olanaklarının sağlanması bakımından bu gibi çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmanın, bitki ve hayvan ıslahında, uygulamalı biyolojide ve diğer ilgili alanlarda çalışan araştırmacılara, çok değişkenli analiz yöntemlerinin ve buna bağlı olarak da kanonik korelasyon analizinin, önemini kapsamını ve uygulamada kullanılabilirliğini göstermek bakımından yararlı olabileceği ümit edilmektedir.

Kaynaklar

- Anonymous, 1995, STATISTICA for windows, Release 5.0, StatSoft Inc. USA.
- Gürbüz, F. 1989, Değişken Takımları Arasındaki İlişkilerin Kanonik Korelasyon Yöntemi ile Araştırılması, Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi, Yayın No. 1162, 55s., Ankara.
- Johnson, R. A. and D. W. Wichern, 2002. Applied Multivariate Statistical Analysis. Prentice - Hall, Inc., Upper Saddle, 762p. New Jersey.
- Kendall, M. G. 1980. Multivariate Analysis. Charles Griffin & Company, LTD , 210p. London.
- Sharma, S. 1996. Applied Multivariate Techniques. John Wiley & Sons, Inc. 493p. Canada.
- Tatlıdil, H. 1996. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz. Cem Web Ofset Ltd. Şti. 424s. Ankara.
- Thompson, B. 1985. Canonical Correlation Analysis. Sage Publication Ltd., 69p. London.

İletişim adresi :
Sıddık KESKİN
Yüzüncü Yıl Üniversitesi Ziraat Fakültesi
Zootekni Bölümü-Van
E-mail: skeskin973@hotmail.com