Bir Isı Değiştiricisinde Su Bazlı Hibrit Nanoakışkan Kullanımının Termal ve Hidrolik Performans Üzerine Etkisinin Araştırılması

Toygun Dağdevir^{*1}, Veysel Özceyhan¹

*1 Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği, KAYSERİ

(Alınış / Received: 25.01.2021, Kabul / Accepted: 07.04.2021, Online Yayınlanma / Published Online: 28.04.2021)

Anahtar Kelimeler

Nanoakışkan, ısı transferi iyileştirilmesi, Hesaplamalı akışkanlar dinamiği, Termal ve hidrolik performans **Öz:** Bu çalışmada, su bazlı farklı CuO-Al₂O₃ hibrit nanoakışkan fraksiyonlarının termal ve hidrolik performans üzerindeki etkisini araştırmak üzere sabit ısı akısı altındaki yatay bir düz boruda sayısal analizler yapılmıştır. Sayısal modelde gelişmiş türbülanslı akışı şartlarını sağlamak için test bölgesinden önce akış gelişim bölgesi oluşturulmuştur. Türbülanslı akışı modellemek için k- ω Shear Stress Transport (SST) türbülans modeli kullanılmış ve 10.000 ila 100.000 arasında değişen Reynolds sayısı için analizler gerçekleştirilmiştir. Kullanılan nanoakışkanın termo-fiziksel özellikleri literatürdeki korelasyonlar ile hesaplanmıştır. Nanoakışkan hacim fraksiyonları toplamda, %2, 3, 4 ve 5 olacak şekilde konfigüre edilmiştir. Sonuç olarak, en yüksek termo-hidrolik performans, incelenen tüm Reynolds sayıları için her iki nanopartikülün hacim fraksiyonları birbirine yakın olduğu durumda elde edilmiştir. Ayrıca elde edilen sonuçlardan Al₂O₃'in hacim fraksiyonunun CuO'e kıyasla termo-hidrolik performans değeri üzerinde daha önemli bir etkisi olduğu görülmüştür. Elde edilen sonuçlar kullanılarak incelenen tüm konfigürasyonları kapsayan Nusselt sayısı ve sürtünme faktörleri için korelasyonlar geliştirilmiştir.

Investigation of the Effect of Using Water Based Hybrid Nanofluid on Thermal and Hydraulic Performance in a Heat Exchanger

Keywords Nanofluid, Heat transfer enhancement, computational fluid dynamics, Thermal and hydraulic performance	Abstract: In this study, numerical analyzes were performed on a horizontal straight tube under constant heat flux to investigate the effect of different water-based CuO-Al ₂ O ₃ hybrid nanofluid fractions on thermal and hydraulic performance. In the numerical model, a flow development section was created before the test section to provide developed turbulent flow conditions. To model turbulent flow, the k- ω Shear Stress Transport (SST) turbulence model was used and analyzes were performed for Reynolds numbers ranging from 10,000 to 100,000. The thermophysical properties of the nanofluid used were calculated with correlations in the literature. The nanofluidic volume fractions are configured to be 2, 3, 4 and 5% in total. As a result, the highest thermo-hydraulic performance was obtained when the volume fractions of both nanoparticles were close to each other for all Reynolds numbers studied. In addition, it was seen from the results that the volume fraction of Al ₂ O ₃ has an important effect on the thermo-hydraulic performance value compared to CuO. Correlations were developed with obtained results for Nusselt number and friction factors covering all the investigated configurations.
	number and methor factors covering an the investigated configurations.

*İlgili Yazar: toygun@erciyes.edu.tr

1. Giriş

Nükleer reaktör santralleri, içten yanmalı motorlar, elektronik bileşenler, buzdolabı-dondurucular vb. cihazlar sistemleri gereği ısıtma veya soğutma amacıyla ısı transferi olayı gerçekleştirmektedirler [1-4]. Bu yüzden, gerçekleşen ısı transferini verimini iyileştirme enerji tasarrufu, maliyet, sistem boyutlarının küçülebilmesi gibi birçok avantajı getirme ektedir. Bu bakımdan ısı transferi iyileştirme çalışmaları oldukça dikkate değer çalışmalardır.

Isi transferi akışkanı olarak kullanılan tüm sıvı soğutucular, katı metallere kıyasla oldukça düşük termal iletkenlik özelliğine sahiplerdir. Nano teknolojinin gelişmesiyle bu alanda da çığır açan yenilikçi çalışmalar gerçekleşmiştir. Su, etilen glikol ve motor yağı gibi çeşitli baz akışkanlarına, nano boyutta katı metal partiküller eklenerek uygun karıştırma işlemlerine tabi tutulduktan sonra elde edilen akışkan nanoakışkan olarak isimlendirilmektedir. Baz akışkanlara kıyasla nanoakışkanların termal iletkenlik özelliklerinin iyileştiği görülmüştür [5–8]. Ancak, bilindiği gibi sıvı ve katı maddeler arasındaki ciddi yoğunluk farkı bulunduğundan dolayı uygulamada çökelme problemi doğmaktadır. Uygun karıştırma yöntemleri uygulandığında, nano boyutlardaki partiküller elektriksel çekim kuvvetleri sayesinde birbirleri aralarında oluşan etkileşim ile sıvı içerisinde askıda kalabilmektedirler [9–13]. Birçok araştırmacı nanoakışkan kullanımı ile ısı transferi iyileştirmesi üzerinde çalışmış ve sıvıdaki nano-katı parçacıkların ısı transferini iyileştirdiğini ve sürtünme faktörünü dikkate değer şekilde artırmadığını belirtmiştir [14–17].

Deneysel sistemlere kıyasla maliyet ve zamandan tasarruf sağlaması nedeniyle nanoakışkan özelliğinin ısı transferini arttırma üzerindeki etkisini araştırmak için sayısal çalışmalar da yapılmaktadır. Labib vd. [18] baz akışkanlar ve hibrit nanoakışkanların zorlanmış taşınım ısı transferindeki etkisi sayısal olarak incelenmiştir. Baz akışkan olarak etilen glikol ve su, nanopartikül olarak da Al₂O₃ kullanmışlar, laminer akış koşullarında (500 <Re <2.000) hacimsel nanoakışkan fraksiyonları %0.6 ila %4 arasında değişmektedir. İsi transfer katsayısı artışı, suya nazaran etilen glikol baz akışkanında daha fazla olduğu sonucuna varmışlardır. Demir vd. [19], tek fazlı model kullanarak sabit duyar sıcaklığına sahip yatay bir boruda Al₂O₃ ve TiO₂ nanopartikülleri iceren sudan oluşan nanoakışkanların sayısal olarak zorlanmış taşınım ile ısı transfer etkilerini araştırmışlardır. Nanoakışkan özelliklerini belirlemek için Palm ve diğerlerinin [20] korelasyonlarını kullanmışlardır. Sayısal sonuçları, daha yüksek hacimsel fraksiyonunun daha yüksek ısı transferine ve basınç düşüşüne sebep olduğunu göstermektedir [19]. Birçok araştırmacı, hesaplama süresinden tasarruf ettiği için diğer karışım modellerine göre tek fazlı bir modelin kullanılmasını tercih etmişlerdir. Göktepe vd. [21] tek fazlı, Euler-karışım fazlı model ve Eulerian-Eulerian iki fazlı modelin hesaplama zamanını arastırmışlardır. Tek fazlı modelin diğer modellere kıyaşla minimum hesaplama süresi gerektirdiğini bulmuşlardır. Rashidi vd. [22] nanoakışkan kullanımı ile gerçekleşen ısı transferi iyileştirmesinin tek ve iki fazlı modelini dalgalı bir kanalda sayısal olarak karşılaştırmışlardır. Tek fazlı ve iki fazlı modelde sıcaklık alanı arasındaki farkların hidrodinamik açıdan daha fazla olduğunu belirtmişlerdir. İki fazlı model ile elde edilen ısı transfer katsayısı tek fazlı modelden daha yüksek iken; sürtünme faktörü sonucu tek fazlı modelde iki fazlı modele göre daha yüksek elde edilmiştir. Ghafouri vd. [23] sıvı-katı karışımının akış davranışını modellemek için çeşitli viskozite modelleri kullanmışlardır. Dawood vd. [24], dairesel borudan farklı olarak, nanopartiküllerin eliptik bir halkada ısı transferini arttırma üzerindeki etkisini sayısal olarak araştırmışlardır. Nanopartikül olarak Al₂O₃, CuO, SiO₂ ve ZnO kullanılmış, hacimsel fraksiyon ve Reynolds sayısı sırasıyla %0,5-4.0 ve 4,000-10.000 arasında değişmiştir. Sayısal sonuçları, en iyi ısı transferinin %4 hacim fraksiyonu ve 10.000 Reynolds sayısı olan gyliserin-SiO₂ nanoakışkanı için elde edildiğini göstermiştir.

Literatür incelendiğinde, nano akışkan kullanımı ile ısı transferi iyileştirilmesinin etkili olduğu ancak genelde tekbir nanopartikül kullanımı ile çalışmaların yapıldığı görülmüştür. Bu çalışmada, baz akışkan olarak su dikkate alınarak, CuO ve Al₂O₃ nanopartikülleri hibrit şekilde kullanılarak bu karışımın farklı hacimsel fraksiyonlarda (%2-5 arasında), termal ve hidrolik performans üzerindeki etkisini sayısal olarak araştırılmıştır.

Çalışmanın ana hedefleri ve literatüre sağlayacağı katkılar aşağıda maddelenmiştir:

- Hibrit nanoakışkanların termo-hidrolik performans kriterleri üzerindeki etkisini gözlemlemek
- Termal ve hidrolik performans açısından hem hacimsel fraksiyonuna hem de Reynolds sayısına bağlı olan optimum bir konfigürasyon bulmak.

2. Materyal ve Metot

2.1. Sayısal analiz

Hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) simülasyonları, akışkanlar mekaniğinin denklemlerini ve algoritmalarını kullanarak akışkan akışları, ısı ve momentum transferini içeren problemleri tahmin etmek, çözmek ve analiz etmek için yaygın olarak kullanılmaktadır. HAD simülasyonlarının avantajı, pahalı deney düzenekler kurmak yerine, aynı şartlar modellenerek daha ucuz, hızlı ve etkin araştırmalar sağlamasıdır.

2.1.1. Sayısal alan modeli

Şekil 1'de gösterildiği gibi, boru içi akış bölgesi 3 boyutlu olarak modellenmiş ve giriş, test ve çıkış bölgelerinden oluşmaktadır. Boru çapı 10 mm olarak seçilmiştir. Akış gelişme bölgesi, akışın gelişmesi için çapın 10 katı uzunluğunda belirlenmiştir [25]. Test bölgesi 1m uzunluğunda seçilmişken, çıkış bölgesi de oluşabilecek ters etki hatalarını önlemek için boru çapının 5 katı uzunluğunda modellenmiştir. Test bölgesi 20 kW/m2'lik sabit ısı akısı altında ve hız girişi incelenen türbülanslı akış rejimindeki Reynolds sayılarına göre hesaplanmıştır. Basınç çıkış değeri 0 Pa olarak seçilerek, boru çıkışındaki basınç değerinin atmosferik basınç arasındaki fark 0 Pa olması, bir başka deyişle boru çıkışının atmosfere çıktığı varsayılmıştır.



Şekil 1. Hesaplama alanının şematik diyagramı

2.1.2. Ağ bağımsızlığı

Bu çalışmada hibrit nanoakışkanın termo-hidrolik performansa etkisi bir HAD programı kullanılarak ve tek faz varsayımı ile araştırılmıştır. HAD programı, kütle, momentum ve enerji korunum denklemlerinin cebirsel denklemlere dönüştürmek için kontrol hacmi yöntemini kullanır. Sayısal çalışmalarda, özellikle HAD analizlerinde, sınır tabakası akışı, çözümün sonucunu etkileyen bir parametredir. Bu nedenle, viskoz sınır tabakasının etkisini hesaplamak için duvar bölgesine sınır tabakası ağı oluşturulmuştur. Boyutsuz bir parametre olan y⁺, ağ yapısının uygun olup olmadığını açıklamak için kullanılan bir parametredir. Salim ve Cheah [26] tarafından belirtildiği gibi yüksek Reynolds sayılarında y⁺ değeri 5<y⁺<30 olmalı ve kullanılan ağ yapısı için y⁺ değeri 13.74 olduğu görülmüştür. Sayısal metodolojinin geçerliliğini ve doğruluğunu sağlamak için ağ bağımsızlığının dikkatli bir şekilde kontrol edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla, dört farklı ağ yapısı test edilmiştir. Şekil 2'de gösterilen ve hücre sayısı 1180.000 olan ağ yapısı, sonuçlara %2 den fazla değiştirmemesi sebebiyle seçilerek tüm konfigürasyonlarda kullanılmıştır.



Şekil 2. Kullanılan yatay düz borunun ağ yapısı

2.1.3. Sayısal Metodolojinin Doğrulanması

Sayısal metodolojinin doğruluğunu sağlamak için, yatay düz boruya ait yaygın olarak kullanılan denklemler kullanılarak sayısal metodolojinin uygunluğu Şekil 3 de gösterilmiştir. Su akışkanı için sayısal sonuçlar, Nusselt sayısı (Nu) (1) ve sürtünme faktörü (f) (3) ile kullanılarak sırasıyla Colburn (4) [27] ve Blasius (4) [28] eşitlikleri karşılaştırılmıştır.

$$Nu = \frac{hD}{k}$$
(1)

$$h = \frac{q}{T_s - T_b}$$
(2)

$$f = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V^2 \frac{L}{D}}$$
(3)

(4)

(5)

Colburn eşitliği [27]: $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$

Blasius eşitliği [28]:

$$f = 0.316 Re^{-0.25}$$



Şekil 3. Su akışkanı için elde edilen Nusselt sayısı ve sürtünme sonuçlarının literatür ile kıyaslanması

Nanoakışkan akışını modellemek için tek fazlı yaklaşım kullanılmıştır. Rostamani vd. [29] tarafından yapılan deneysel çalışmada %3 CuO, %5 CuO, %2 Al₂O₃ ve %4 Al₂O₃ sonuçları kullanılarak, nanoakışkan kullanılarak yapılan sayısal analizde izlenen metodolojinin doğruluğu da ispatlanmıştır. Şekil 4 de görüldüğü gibi gerçekleştirilen çalışmanın sonucu ile Rostamani vd. sonuçları arasında iyi bir uyum gözlenmiştir. Sürtünme faktörü, birçok deneysel çalışmada [30–37] araştırmacıların belirttiği gibi hacimsel fraksiyon ile çok fazla değişmediğinden, başka bir şekil ile gösterilmesine gerek duyulmamıştır.



Şekil 4. Su bazlı CuO ve Al₂O₃ nanoakışkanı Nu sonuçlarının farklı hacim fraksiyonunun Rostamani vd. [29] ile kıyaslanması

Bir Isı Değiştiricisinde Su Bazlı Hibrit Nanoakışkan Kullanımının Termal ve Hidrolik Performans Üzerine Etkisinin Araştırılması

	Toplam hacimsel fraksiyon (%)	Kombinasyonlar (%)							
	F	Cu0	0	1	2	3	4	5	
	5	Al_2O_3	5	4	3	2	1	0	
	4	CuO	0	1	2	3	4		
	4	Al_2O_3	4	3	2	1	0		
	2	CuO	0	1	2	3			
	3	Al_2O_3	3	2	1	0			
	2	CuO	0	1	2				
	Z	Al_2O_3	2	1	0				

Tab	lo 1	L. Hi	brit	CuO)- A	l_2O_3	karışımının	hacimsel	l fra	ksiyon	kom	binasyo	nları
-----	------	-------	------	-----	------	----------	-------------	----------	-------	--------	-----	---------	-------

Literatürde, bir nanopartikül ile nano-akışkan için ısı transferinin iyileştirilmesi üzerine birçok çalışma mevcuttur. Bununla birlikte, literatürde hibrit nanoakışkan kullanımının ısı transferi iyileştirilmesi üzerine etkisini içeren az sayıda çalışma vardır. Bu çalışmada, hibrit CuO- Al₂O₃ karışımı Tablo 1'de özetlendiği gibi %2-%5 arasında değişen çeşitli fraksiyon kombinasyonları incelenmiştir.

CFD programı kullanılarak türbülanslı akışı modellemek etmek için k- ω SST türbülans modeli kullanılmıştır. Üç boyutlu süreklilik (6), momentum (7) ve enerji (8) denklemleri, sonlu hacim yöntemi kullanılarak çözülmüş ve SIMPLE algoritması uygulanmıştır. HAD yazılımı, cebirsel çoklu ağ yöntemi [17] ile bağlantılı olarak Gauss-seidel doğrusal denklem çözücü kullanmaktadır. Yakınsama kriterlerinin süreklilik, x ve y hızı, enerji, k ve ω için 10-6 olarak seçilmiştir. Basınç düşüşü (ΔP) ve sıcaklık farkı değerleri ilgili yüzeylerden, yüzey integralleri alınarak elde edilmiştir.

Süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = S_m$$

(6)

Kütlenin korunumu denklemi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{v}) + \nabla(\rho\vec{v}\vec{v}) = -\nabla P + \nabla(\overline{\tau}) + \rho\vec{g} + \vec{F}$$
⁽⁷⁾

P statik basınç olarak, $\overline{\tau}$ gerilim tensörüdür, ρ , \vec{g} ve \vec{F} sırasıyla yoğunluk, yerçekimi kuvveti ve dış cisim kuvvetidir [38].

Enerji denklemi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \left(\vec{v}(\rho E + p) \right) = \nabla \left(k_{eff} \nabla T - \sum_{j} h_{j} \vec{J}_{i} + (\bar{\bar{\tau}}_{eff} \cdot \vec{v}) \right) + S_{h}$$
(8)

 k_{eff} etkin iletkenlik olarak (k+kt, kullanılan türbülans modeline göre tanımlanan türbülanslı termal iletkenliktir) ve \vec{J} difüzyon akısıdır. Eşitlik (8)'in sağ tarafındaki ilk üç terim sırasıyla iletim ile olan ısı transferini, özgül difüzyon ve viskoz difüzyon olarak temsil edilmiştir. S_h kimyasal reaksiyonun ısısını ve diğer hacimsel ısı kaynaklarını içerir [38]. Borunun girişindeki türbülans yoğunluğunu (*I*) tahmin etmek gerekir ve Eşitlik (9)'da verildiği gibi hesaplanabilir [25].

$$I = 0.16D^{-0.125} \tag{9}$$

SST k-ω modeli için taşınım denklemi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \check{G}_k - Y_k + S_k$$
(10)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\omega u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\omega \frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega$$
(11)

Bu eşitliklerde (10-11), \check{G}_k , G_k 'dan hesaplanan ortalama hız gradyanlarına bağlı türbülans kinetik enerjisini temsil eder. G_ω , standart k- ω modeli için açıklandığı gibi hesaplanan ω üretimini temsil eder, Γ_k ve Γ_ω sırasıyla eşitlik (12) ve (13) ile hesaplanan k ve ω 'nin etkin yayılımını temsil eder. Y_k ve Y_ω k'nin dağılımını temsil eder [38]. Türbülans Dağılımının Modellenmesi bölümünde açıklandığı gibi hesaplanan türbülanstan dolayı. D_ω çapraz difüzyon terimini temsil eder, S_k ve S_ω kullanıcı tanımlı kaynak terimlerdir. SST k- ω türbülans modeli ile ilgili ayrıntılı bilgi Fluent Guide'da [38] mevcuttur.

$$\Gamma_{k} = \mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}}$$
(12)
$$\Gamma_{\omega} = \mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\omega}}$$
(13)

 σ_k ve σ_{ω} , sırasıyla k ve ω için türbülanslı Prandtl sayılarıdır. Türbülans viskozitesi, (μ_t) eşitlik (14) ile hesaplanır:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{a^*}, \frac{SF_2}{a_1\omega}\right]} \tag{14}$$

S, gerilim oranı büyüklüğüdür ve,

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1 / \sigma_{k,1} + (1 - F_1) / \sigma_{k,2}} \tag{15}$$

$$\sigma_{\omega} = \frac{1}{F_1 / \sigma_{\omega,1} + (1 - F_1) / \sigma_{k,2}}$$
(16)

$$a^{*} = a_{\infty}^{*} \left(\frac{a_{0}^{*} + Re_{t}/Re_{k}}{1 + Re_{t}/Re_{k}} \right)$$
(17)

$$Re_t = \frac{\rho k}{2} \tag{18}$$

$$Re_k = 6 \tag{19}$$

$$a_0^* = \frac{\beta_i}{2} \tag{20}$$

$$\beta_i = 0.072 \tag{21}$$

Yüksek Reynolds sayılarında k – ω modeli için, $a^* = a^*_{\infty} = 1$ alınmaktadır.

$$F_1 = \tanh\left(\phi_1^{\ 4}\right) \tag{22}$$

$$\phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{n}}{0.09\omega y}, \frac{300\mu}{\rho y^2 \omega}\right), \frac{4\rho n}{\sigma_{\varphi,2} D_{\omega}^+ y^2}\right]$$

$$D_{\tau}^+ = \max\left[2\sigma_{\tau} \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1$$

$$F_{\omega} = \max \left[2\rho \frac{\sigma_{\varphi,2}}{\sigma_{\varphi,2}} \frac{\omega}{\omega} \frac{\partial x_j}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial x_j}, 10 \right]$$

$$F_2 = \tanh \left(\phi_2^2\right)$$
(25)

$$\phi_2 = \left[2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right] \tag{26}$$

burada bir sonrakine olan mesafe yüzey ve D_{ω}^+ çapraz difüzyon teriminin pozitif kısmıdır [38].

Türbülans modelinin üretilmesi

<u>k'nın üretimi:</u>

 \tilde{G}_k , standart *k*- ω modeliyle aynı şekilde tanımlandığında.

$$\tilde{G}_k = \min\left(G_k, 10\rho\beta^*k\omega\right) \tag{27}$$

<u>ω'nın üretimi:</u>

 G_{ω} terimi, ω üretimini temsil eder ve şu şekilde verilir:

$$G_{\omega} = a \frac{\omega}{\nu_t} \tilde{G}_k$$

$$a_{\infty} = F_1 a_{\infty,1} + (1 - F_1) a_{\infty,2}$$
(28)
(29)

Bir Isı Değiştiricisinde Su Bazlı Hibrit Nanoakışkan Kullanımının Termal ve Hidrolik Performans Üzerine Etkisinin Araştırılması

$$a_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_{\infty}^{*}} - \frac{\kappa^{2}}{\sigma_{w,1}\sqrt{\beta_{\infty}^{*}}}$$

$$a_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_{\infty}^{*}} - \frac{\kappa^{2}}{\sigma_{w,2}\sqrt{\beta_{\infty}^{*}}}$$
(30)
(31)

Türbülans yayılımın modellenmesi

<u>k'nın yayılımı:</u>

 Y_k terimi türbülans kinetik enerjisinin dağılımını temsil eder: $Y_k = \rho \beta^* k \omega$

 ω' *nın yayılımı*:

$$Y_{\omega} = \rho \beta \omega^{2}$$

$$\beta_{i} = F_{1} \beta_{i,1} + (1 - F_{1}) \beta_{i,2}$$

$$D_{\omega} = 2(1 - F_{1}) \rho \frac{1}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \frac{\partial \omega}{\partial x_{j}}$$

$$(33)$$

$$(34)$$

$$(35)$$

(32)

Model sabitleri [38]:

 $\begin{array}{ll} \sigma_{k,1}=1.176, & \sigma_{\omega,1}=2.0, \\ \sigma_{k,2}=1.0, & \sigma_{\omega,1}=1.168 \\ a_1=0.031, & \beta_{i,1}=0.075, & \beta_{i,2}=0.0828 \end{array}$

2.2. Nanoakışkanın Termal ve Fiziksel Özellikleri

Nanoakışkanların deneylerde kullanılabilmesi için, homojen bir karışım elde edilmesi gerekmekte ve bu oldukça zorlu bir süreçtir. Buna ek olarak, nanoakışkanların termo fiziksel özelliklerinin (yoğunluk, ısıl iletkenlik, özgül ısı kapasitesi ve viskozite) belirlenmesi, uygulamada yapılması gereken bir başka adımdır. Duangthongsuk ve Wongwises [30], deney düzeneği için nanoakışkan hazırlamanın üç yöntemi üzerinde çalışmışlardır. Bunlar, karışımların pH değerinin kontrolü, yüzey aktif maddelerin eklenmesi ve ultrasonik titreşimlerin kullanılması olan yöntemleridir. Ancak sayısal çalışmalar için yapılan ölçümlerden elde edilen veriler kullanılarak geliştirilen korelasyonlar kullanılabilir. Bu çalışmada nano akışkanların termal ve fiziksel özelliklerinin belirleneceği korelasyonlar aşağıda verilmiştir.

Nanoakışkanın yoğunluğu:

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_{bf} + \varphi\rho_{np} \tag{36}$$

Hibrit karışımın yoğunluğu:

$$\rho_{nf,hybrid} = \frac{\varphi_{Cu0}\rho_{nf-Cu0} + \varphi_{Al203}\rho_{nf-Al203}}{\varphi_T}$$
(37)

Nanoakışkanın özgül ısısı:

$$Cp_{nf} = \frac{(1-\varphi)\rho_{bf}Cp_{bf} + \varphi\rho_{np}Cp_{np}}{\rho_{nf}}$$
(38)

Hibrit karışımın özgül ısısı:

$$Cp_{nf,hybrid} = \frac{\varphi_{CuO}Cp_{nf-CuO} + \varphi_{Al2O3}Cp_{nf-Al2O3}}{\varphi_T}$$
(39)

Nanoakışkanın termal iletkenliği:

Nanoakışkanın termal iletkenliğini hesaplamak için en çok kullanılan korelasyonlardan biri (Eşitlik (40)) Hamilton ve Crosser tarafından 1962 yılında geliştirilmiştir [39].

$$k_{nf} = k_{bf} \frac{[k_{np} + (n-1)k_{bf} - (n-1)\varphi(k_{bf} - k_{np})]}{[k_{n-1} + (n-1)k_{n-1} + \varphi(k_{n-1} - k_{np})]}$$
(40)

$$[\kappa_{np} + (n-1)\kappa_{bf} + \varphi(\kappa_{bf} - \kappa_{np})]$$

$$n = 3/\psi$$
(41)

burada *n* ampirik şekil faktörü ve ψ küreselliktir ve Duangthongsuk ve Wongwises [30] tarafından belirtildiği gibi bir kürenin yüzey alanının parçacığın yüzey alanına oranı Eşitlik (41) ile tanımlanmıştır. Küresellik değeri 1.0 olarak kabul edilir. k_{nf} , k_{np} ve k_{bf} ifadeleri sırasıyla nanoakışkanın, nanopartikülün ve baz akışkanın termal iletkenliğidir.

Hibrit karışımın termal iletkenliği:

1.

$$k_{nf,hybrid} = \frac{\varphi_{Cu0}k_{nf-Cu0} + \varphi_{Al203}k_{nf-Al203}}{\varphi_T}$$

$$\mu_{nf} = \mu_{bf}(123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1)$$
(43)

Nanoakışkanların dinamik viskozitelerini veren bağıntı Eşitlik (43)'de verilmiştir. Diğer eşitlikler ile kıyaslandığında bu eşitlikte nanopartiküllerin dinamik viskozite özelliği bulunmadığından, nanoakışkanların dinamik viskozitesi sadece hacimsel fraksiyon (φ) parametresine bağlıdır [40]–[42]. Bu yüzden de hibrit nano akışkanların dinamik viskozitesi yine aynı şekilde hesaplanabilir. Tablo 2 de çalışma kapsamında kullanılan baz akışkan ve nanopartiküllere ait termal ve fiziksel özellikler verilmiştir. Korelasyonlar ile hesaplanan hibrit nano akışkanlara ait termal ve fiziksel özellikler Tablo 3 de verilmiştir.

Tablo 2. Baz akışkan ve nanopartiküllerin termo-fiziksel özellikleri

Termo-fiziksel özellikler	Water	CuO	Al_2O_3
ρ [kg/m³]	998.2	6510	3880
Cp [j/kgK]	4182	540	773
μ [kg/ms]	1.003E-03	-	-
k [W/mK]	0.6	18	36

Hibrit nanoakışkanların	ρ	Ср	k	μ
kombinasyonları	(kg/m³)	(j/kgK)	(W/mK)	(kg/ms)
0% CuO - 5% Al ₂ O ₃	1142.29	3603.03	0.6899	0.00168
1% CuO - $4%$ Al ₂ O ₃	1101.44	3756.85	0.6603	0.00168
2% CuO - 3% Al ₂ O ₃	1094.17	3791.38	0.6450	0.00168
3% CuO - 2% Al ₂ O ₃	1120.47	3715.00	0.6442	0.00168
4% CuO - 1% Al ₂ O ₃	1180.34	3533.68	0.6576	0.00168
5% CuO - 0% Al ₂ O ₃	1273.79	3251.34	0.6854	0.00168
0% CuO - 4% Al ₂ O ₃	1113.47	3706.84	0.6712	0.00149
1% CuO - 3% Al ₂ O ₃	1076.82	3851.35	0.6438	0.00149
2% CuO - 2% Al ₂ O ₃	1082.14	3842.83	0.6341	0.00149
3% CuO - 1% Al ₂ O ₃	1129.42	3691.33	0.6421	0.00149
4% CuO - 0% Al ₂ O ₃	1218.67	3403.79	0.6677	0.00149
0% CuO - 3% Al ₂ O ₃	1084.65	3816.16	0.6529	0.00133
1% CuO - 2% Al ₂ O ₃	1055.00	3939.94	0.6288	0.00133
2% CuO - 1% Al ₂ O ₃	1081.30	3853.87	0.6279	0.00133
3% CuO - 0% Al ₂ O ₃	1163.15	3570.70	0.6503	0.00133
0% CuO - 2% Al ₂ O ₃	1055.84	3931.45	0.6349	0.00120
1% CuO - 1% Al ₂ O ₃	1040.17	4005.06	0.6169	0.00120
2% CuO - 0% Al ₂ O ₃	1108.44	3754.20	0.6332	0.00120

Tablo 3. Hibrit nanoakıskanların termo-fiziksel özellikleri

3. Bulgular

Bu çalışmada, türbülanslı akış şartlarında ve sabit ısı akısı alında ısıtılmakta olan dairesel bir boru içerisinden akan su bazlı CuO- Al₂O₃ hibrit nano akışkanın ısı transferi ve hidrolik performans üzerine etkilerini araştırmak için sayısal analizler yapılmıştır. Hibrit nano akışkanın incelenen hacim fraksiyonları %2-%5 arasında değişmektedir.

3.1. Isı transferi sonuçları

CuO-Al₂O₃hibrit nanoakışkanları için taşınımla ısı transfer katsayısının efektif termal iletkenlik katsayısına ($k_{eff}=k_{nf}/k_{bf}$) göre değişimi sonuçları 60,000 Reynolds sayısı için Şekil 6'da gösterilmektedir. Baz akışkana göre hacim konsantrasyonu arttıkça ısı transferinin arttığı görülmektedir. Ayrıca, Al₂O₃'in hacim konsantrasyonu CuO'e göre daha fazla olduğu konfigürasyonlarda daha yüksek ısı transferi katsayısı gözlemlenmiştir.



Şekil 6. Reynolds sayısı 60.000 ve farklı hacim fraksiyonları için taşınımla ısı transfer katsayısının efektif termal iletkenliğe göre dağılımı

3.2. Basınç düşümü sonuçları

CuO- Al₂O₃ hibrit nano-akışkan için test bölgesi boyunca farklı hacim fraksiyonları ve Reynolds sayıları için basınç düşümünün değişimi Şekil 7'de gösterilmektedir. Su içerisindeki nanopartikül miktarı arttıkça, basınç düşümünün arttığı görülmektedir. Artan basınç düşümünün nedenleri, su içerisindeki katı partiküllerin viskoziteyi ve yoğunluğu arttırmasıdır.



Şekil 7. Farklı hacim konsantrasyonu ve kullanılan nanopartiküller için Reynolds sayısına göre basınç düşümünün dağılımı

3.3. Termal ve Hidrolik Performans Kriteri Sonuçları

Isı transferi ve basınç düşümünün etkisini birlikte değerlendirmenin birkaç yöntemi vardır. En yaygın kullanılan yöntemlerden biri, eşitlik (44)'de verilen termo-hidrolik performans (THP) kriteridir [43].

(44)

$$THP = \frac{Nu_{nf}/Nu_{bf}}{\left(\frac{f_{nf}}{f_{bf}}\right)^{1/3}}$$

burada Nu_{bf} ve Nu_{nf} baz akışkan ve nanoakışkana ait Nusselt sayısı, f_{bf} ve f_{nf} ise sırasıyla baz akışkan ve nanoakışkana sürtünme faktörüdür. %2-%5 arasında hibrit nanoakışkan karışımından elde edilen THP sonuçları Şekil 8'de verilmiştir.



Şekil 8. Reynolds sayısına göre su bazlı hibrit (CuO- Al₂O₃) nanoakışkan karışımlarının THP dağılımları ((a) %5, (b) % 4, (c) % 3 ve (d) %2)

10.000 ve 30.000 Reynolds sayıları arasında THP'de hızlı bir artış meydana gelmekte ve 30,000 Reynolds sayısından sonra tüm kombinasyonlar için THP değerinin artışı hızı azaldığı görülmektedir. Daha önce belirtildiği gibi, hacim fraksiyonları %5'e kadar olan nano akışkanlar için sürtünme faktörü suya çok yakın olduğundan, Nusselt sayısı sonuçlarının THP kriterini etkileyen en önemli parametredir.



Şekil 9. 60.000 Reynolds sayısında incelenen kombinasyonların THP sonuçları



Şekil 10. 60.000 Reynolds sayısında incelenen kombinasyonların Pr değerleri

60,000 Reynolds sayısı için nanopartikül türü ve farklı hacimsel fraksiyonlarının THP üzerindeki etkisi Şekil 9'da verilmiştir. Sonuçlar nanopartikülün hacimsel fraksiyonundaki artışın taşınımla ısı transfer katsayısını ve THP değerini artırdığını göstermektedir. En yüksek THP %2 CuO-%3 Al₂O₃ karışımı için elde edilmiştir. Çalışmadan elde edilen en çarpıcı sonuç, CuO ve Al₂O₃ hacimsel fraksiyonları birbirlerine yakın değerlerde daha en yüksek THP değerleri sunmaktadır. Bu sonucun en büyük nedeni, momentum yayılımının termal yayınıma oranı anlamına gelen Prandtl sayısının (Pr) artmasıyla doğrudan ilgilidir. Bu sonuç Şekil 9 ve Şekil 10 birlikte incelenerek daha iyi anlaşılabilir.

Analizlerden elde edilen verilen kullanılmasıyla çalışma kapsamında incelenen sınırlar içerisinde geçerli olan Nusselt sayısı (Nu) (Eşitlik 45) ve sürtünme faktörü (f) (Eşitlik 46) korelasyonları geliştirilmiştir. Nu ve f için geliştirilen korelasyonlar sırasıyla 0.9982 ve 0.9986 regresyon katsayıları ile elde edilmiştir.

$$Nu = 0.015497 Re^{0.849881} Pr^{0.364723} (1 - \varphi_{Cu0})^{0.127183} (1 - \varphi_{Al203})^{0.056658}$$
(45)

$$f = 0.350257Re^{-0.260763}Pr^{0.005705}(1 - \varphi_{Cu0})^{0.047234}(1 - \varphi_{Al203})^{0.214989}$$
(46)

Korelasyonların geçerli olduğu aralık:

$$2\% \le \varphi_T \le 5\%$$

10,000 < Re < 100,000
7.11 < Pr < 9.87

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, hacim fraksiyonunun ve nanopartikül tipinin değişmesine bağlı olarak hibrit nanoakışkanın ısı transferi ve hidrolik performansı üzerindeki etki sayısal olarak incelenmiştir. Sayısal çalışma, %2 ile %5 arasında değişen ve 10.000 ile 100.000 arasında değişen Reynolds sayılarında CuO ve Al₂O₃ hibrit karışımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Elde edilen bulgular aşağıda maddelenmiştir:

- 1. Nanoakışkanın sayısal analizde tek fazlı model ile modellenmesi, hem ısı transferi hem de hidrolik performans açısından literatür ile oldukça iyi bir uyum sağladığı görülmüştür.
- Ortalama Nusselt sayısı, nanoakışkanın hacim fraksiyonu Reynolds sayısı 30.000'e çıktıkça keskin bir şekilde artma eğilimindedir. Reynolds sayısının 30.000'den sonra, Nusselt sayısı artış hızı azalma eğilimindedir.
- 3. Reynolds sayısı arttıkça incelenen tüm hacim fraksiyonlarında ortalama sürtünme faktörü azalmaktadır. Öte yandan, nanoakışkanın sürtünme faktörü, %5'lik hacim fraksiyonuna kadar suya kıyasla çok fazla artmamaktadır.
- 4. Hibrit nanoakışkanın hacimsel fraksiyonu arttığında THP değeri artmaktadır. Hibrit nano akışkan karışımında CuO ve Al₂O₃'in hacimsel fraksiyonları birbirlerine en yakın değerlerde ve Al₂O₃'in bir miktar fazla olduğu konfigürasyonlarda en yüksek THP değerleri elde edilmiştir.
- 5. Araştırılan tüm hibrit nanoakışkan kombinasyonları için Prandtl sayısı ile termo-hidrolik performans arasında doğrudan bir ilişki olduğu bulunmuştur.
- 6. Maksimum THP değeri 100.000 Reynolds sayısında [%2 CuO-%3 Al₂O₃] konfigürasyonunda 1.136 olarak bulunmuştur.

Teşekkür

Yazarlar FDK-2018-7977 projesi kapsamında laboratuvar ve altyapı desteği sunan Erciyes Üniversitesi, Bilimsel Araştırma Projeleri ve Koordinasyon Birimine teşekkürlerini sunar.

Kaynakça

- [1] Webb, R. L. Advances in shell side boiling of refrigerants. Advances in shell side boiling of refrigerants, 87(1991), 75–86.
- [2] Jaber, M. H. Webb, R.and Stryker, P. An experimental investigation of enhanced tubes for steam condensers., in *Conference: An experimental investigation of enhanced tubes for steam condensers*, 1991, (1991), , 1–8.
- [3] Sunden, B. and Xie, G. Gas Turbine Blade Tip Heat Transfer and Cooling: A Literature Survey. Heat Transfer Engineering, 31(2010), 527–554.
- [4] Saidur, R..Leong, K. Y.and Mohammad, H. A. A review on applications and challenges of nanofluids. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 15(2011), 1646–1668.
- [5] Eiamsa-ard, S. and Promvonge, P. Numerical study on heat transfer of turbulent channel flow over periodic grooves. International Communications in Heat and Mass Transfer, 35(2008), 844–852.
- [6] Azari, A..Kalbasi, M..Derakhshandeh, M.and Rahimi, M. An Experimental Study on Nanofluids Convective Heat Transfer Through a Straight Tube under Constant Heat Flux. Chinese Journal of Chemical Engineering, 21(2013), 1082–1088.
- [7] Zeinali Heris, S. Etemad, S. G.and Nasr Esfahany, M. Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer. International Communications in Heat and Mass Transfer, 33(2006), 529–535.
- [8] Heyhat, M. M..Kowsary, F..Rashidi, A. M..Alem Varzane Esfehani, S.and Amrollahi, A. Experimental investigation of turbulent flow and convective heat transfer characteristics of alumina water nanofluids in fully developed flow regime. International Communications in Heat and Mass Transfer, 39(2012), 1272–1278.
- [9] Tawfik, M. M. Experimental studies of nanofluid thermal conductivity enhancement and applications: A review. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 75(2017), 1239–1253.
- [10] Keklikcioglu, O..Dagdevir, T.and Ozceyhan, V. Heat transfer and pressure drop investigation of graphene nanoplatelet-water and titanium dioxide-water nanofluids in a horizontal tube. Applied Thermal Engineering, 162(2019).
- [11] Dagdevir, T. and Ozceyhan, V. Optimization of process parameters in terms of stabilization and thermal conductivity on water based TiO2 nanofluid preparation by using Taguchi method and Grey relation analysis. International Communications in Heat and Mass Transfer, (2020), 105047.
- [12] Sajid, M. U. and Ali, H. M. Recent advances in application of nanofluids in heat transfer devices: A critical review. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 103(2019), 556–592.
- [13] Dagdevir, T..Keklikcioglu, O.and Ozceyhan, V. The effect of chamfer length on thermal and hydraulic performance in Al2O3–water nanofluid flow through a duct of square cross section. Heat Transfer Research, 50(2019).
- [14] Wen, D. and Ding, Y. Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions. International Journal of Heat and Mass Transfer, 47(2004), 5181–5188.
- [15] Sahin, B..Gültekin, G. G..Manay, E.and Karagoz, S. Experimental investigation of heat transfer and pressure drop characteristics of Al2O3-water nanofluid. Experimental Thermal and Fluid Science, 50(2013), 21– 28.
- [16] Hemmat Esfe, M..Saedodin, S.and Mahmoodi, M. Experimental studies on the convective heat transfer performance and thermophysical properties of MgO-water nanofluid under turbulent flow. Experimental Thermal and Fluid Science, 52(2014), 68–78.
- [17] Trisaksri, V. and Wongwises, S. Critical review of heat transfer characteristics of nanofluids. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 11(2007), 512–523.
- [18] Nuim Labib, M..Nine, M. J..Afrianto, H..Chung, H.and Jeong, H. Numerical investigation on effect of base fluids and hybrid nanofluid in forced convective heat transfer. International Journal of Thermal Sciences, 71(2013), 163–171.
- [19] Demir, H..Dalkilic, A. S..Kürekci, N. A..Duangthongsuk, W.and Wongwises, S. Numerical investigation on the single phase forced convection heat transfer characteristics of TiO2 nanofluids in a double-tube counter flow heat exchanger. International Communications in Heat and Mass Transfer, 38(2011), 218– 228.
- [20] Palm, S. J..Roy, G.and Nguyen, C. T. Heat transfer enhancement with the use of nanofluids in radial flow

cooling systems considering temperature-dependent properties. Applied Thermal Engineering, 26(2006), 2209–2218.

- [21] Göktepe, S. Atalık, K. and Ertürk, H. Comparison of single and two-phase models for nanofluid convection at the entrance of a uniformly heated tube. International Journal of Thermal Sciences, 80(2014), 83–92.
- [22] Rashidi, M. M. and Hosseini, A. and Pop, I. and Kumar, S. and Freidoonimehr, N. Comparative numerical study of single and two-phase models of nanofluid heat transfer in wavy channel. Applied Mathematics and Mechanics, 35(2014), 831–848.
- [23] Ghafouri, A. and Salari, M. Numerical investigation of the heat transfer enhancement using various viscosity models in chamber filled with water–CuO nanofluid. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 36(2014), 825–836.
- [24] Dawood, H. K..Mohammed, H. A..Sidik, N. A. C.and Munisamy, K. M. Numerical investigation on heat transfer and friction factor characteristics of laminar and turbulent flow in an elliptic annulus utilizing nanofluid. International Communications in Heat and Mass Transfer, 66(2015), 148–157.
- [25] Cengel, Y. A. and John, C. M. *Fuid Mechanics: Fundamentals and Applications*, (2012). MCGraw-Hill Education, 2012.
- [26] Salim, M. S. and S.C., C. Wall y+ Strategy for Dealing with Wall-bounded Turbulent Flows., in *Proceedings* of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2009 Vol II, 2009, (2009), , 2165–2170.
- [27] Welty, J. R..Rorrer, G. L.and Foster, D. . *Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer*, 6th ed., (2014). New Jersey, 2014.
- [28] White, F. M. Viscous Fluid Flow, 2nd ed., (1991). McGraw Hill, 1991.
- [29] Rostamani, M..Hosseinizadeh, S. F..Gorji, M.and Khodadadi, J. M. Numerical study of turbulent forced convection flow of nanofluids in a long horizontal duct considering variable properties. International Communications in Heat and Mass Transfer, 37(2010), 1426–1431.
- [30] Duangthongsuk, W. and Wongwises, S. An experimental study on the heat transfer performance and pressure drop of TiO2-water nanofluids flowing under a turbulent flow regime. International Journal of Heat and Mass Transfer, 53(2010), 334–344.
- [31] Karimzadehkhouei, M..Yalcin, S. E..Şendur, K..Pınar Mengüç, M.and Koşar, A. Pressure drop and heat transfer characteristics of nanofluids in horizontal microtubes under thermally developing flow conditions. Experimental Thermal and Fluid Science, 67(2015), 37–47.
- [32] Zhang, J..Diao, Y..Zhao, Y.and Zhang, Y. Experimental study of TiO 2 –water nanofluid flow and heat transfer characteristics in a multiport minichannel flat tube. International Journal of Heat and Mass Transfer, 79(2014), 628–638.
- [33] Meriläinen, A. *et al.* Influence of particle size and shape on turbulent heat transfer characteristics and pressure losses in water-based nanofluids. International Journal of Heat and Mass Transfer, 61(2013), 439–448.
- [34] He, Y..Jin, Y..Chen, H..Ding, Y..Cang, D.and Lu, H. Heat transfer and flow behaviour of aqueous suspensions of TiO2 nanoparticles (nanofluids) flowing upward through a vertical pipe. International Journal of Heat and Mass Transfer, 50(2007), 2272–2281.
- [35] Ko, G. H. *et al.* An experimental study on the pressure drop of nanofluids containing carbon nanotubes in a horizontal tube. International Journal of Heat and Mass Transfer, 50(2007), 4749–4753.
- [36] Duangthongsuk, W. and Wongwises, S. Effect of thermophysical properties models on the predicting of the convective heat transfer coefficient for low concentration nanofluid. International Communications in Heat and Mass Transfer, 35(2008), 1320–1326.
- [37] Duangthongsuk, W. and Wongwises, S. Heat transfer enhancement and pressure drop characteristics of TiO2–water nanofluid in a double-tube counter flow heat exchanger. International Journal of Heat and Mass Transfer, 52(2009), 2059–2067.
- [38] Fluent. ANSYS Fluent User Guide. , (2016). New Hampshire, 2016.
- [39] Hamilton RL. and Crosser OK. Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. Industrial \& Engineering chemistry fundamentals, 1(1962), 187–191.
- [40] Das, P. K..Mallik, A. K..Ganguly, R.and Santra, A. K. Stability and thermophysical measurements of TiO2 (anatase) nanofluids with different surfactants. Journal of Molecular Liquids, 254(2018), 98–107.
- [41] Kumar, A. and Subudhi, S. Preparation, characterization and heat transfer analysis of nanofluids used for engine cooling. Applied Thermal Engineering, 160(2019), 114092.
- [42] Ghadimi, A..Saidur, R.and Metselaar, H. S. C. A review of nanofluid stability properties and characterization in stationary conditions. International Journal of Heat and Mass Transfer, 54(2011), 4051–4068.
- [43] Webb, R. L. Performance evaluation criteria for use of enhanced heat transfer surfaces in heat exchanger design. International Journal of Heat and Mass Transfer, 24(1981), 715–726.