

İspat Kavrama Testine Dayalı Bir Öğretim Uygulamasında Karşılaşılan Güçlükler ve Sürece Müdahale Yolları*

The Difficulties towards Proof Comprehension Tests in A Teaching Implication and the ways that Interfere the Process

Bahattin İNAM**, Işıkhhan UĞUREL***

Öz: Son yıllarda matematiksel ispatlara verilen önemin artmasıyla birlikte, matematik sınıflarındaki muhakeme etme, ispat yapma ve tartışma durumları, matematik eğitimi araştırmaları için odak konular haline gelmiştir. İspat öğretiminde temel noktalardan birisi ispatın kavranmasıdır. İspatın kavranması sağlayan araçlardan birisi (ispat) kavrama testidir. Bu çalışma İspat Kavrama Testi'ne dayalı bir öğretim uygulamasını içeren geniş bir araştırmanın parçasıdır. Ana çalışma bir eylem araştırması olarak tasarlanmış olup 11. sınıfta öğrenim gören 20 öğrenci ile beş hafta süren (Yang ve Lin'in [2008] modeline dayalı) bir öğretim uygulamasının çok yönlü değerlendirilmesini içermektedir. Bu çalışmada ise söz konusu uygulamada öğretmenin karşılaştığı güçlükler ve sürece müdahale yolları ele alınmaktadır. Söz konusu deneyimleri betimlemek için informal gözlemler ve öğretmen günlükleri kullanılmıştır. Yapılan analiz sonucunda öğretmen deneyimleri üç kategori altında gruplanmıştır. Bunlar; 1-karşılaşılan güçlükler, 2-müdahale yolları ve 3-müdahalelerin sürece yansımalarıdır.

Anahtar Kelimeler: İspat, ispat öğretimi, ispatı kavrama, ispat kavrama testi, geometri, matematik eğitimi

Abstract: In recent years, the situations regarding proofs, reasoning and argumentation in mathematics class has become an important subject in the research of mathematics education. One of the main points in proof teaching is comprehension of proof. One of the tools that enables to comprehend a proof is 'Proof Comprehension Test (PCT)'. This study is a part of an extensive research which includes a teaching practice based on PCT. In the main study, a teaching practice (based on the model recommended by Yang & Lin (2008)), applied to 20 high school learners of eleventh grade during five weeks, was achieved. In this study however, we handle the teacher's experiences and intervention with the process during the practice in question. The teacher who carried out the practice kept journal writings right after each practice. Data were obtained from the journals and informal observations. As a result of the analysis, resulting findings have been collected under three categories; 1- difficulties during the process, 2- ways of intervention, 3- the reflection of these to the process.

Keywords: Proof, proof teaching, comprehension of proof, proof comprehension test, geometry, mathematics education

Giriş

Matematik eğitimindeki yenilik çalışmalarına yön veren önemli kurumlardan biri Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)) dir. NCTM'nin 2000 yılında yayınladığı, okul matematiği için prensipler ve standartlar belgesinin iki temel bileşeninden birisi süreç standartlarıdır. Matematik eğitiminin temel dayanaklarını oluşturan bu standartlar beş tane olup bunlar; problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve gösterimdir (2000: 29). Ülkemizde şuan uygulamada olan ortaöğretim matematik dersi öğretim programına bakıldığında, öğrencilere kazandırılması gereken matematiksel süreç becerileri; “matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma (matematiksel iletişim), matematiksel akıl yürütme ve ispat yapma, matematiğin kendi içindeki konular/ kavramlar arasında ve başka alanlarla ilişkilendirme” (MEB, 2013: 4) şeklinde sıralandığı görülmektedir. Buradan anlaşılacağı üzere matematik eğitiminde yaşanan değişim

* Bu çalışma ilk yazarın yüksek lisans tez çalışmasının bir bölümünü içermektedir. Çalışma ayrıca 15-17 Mayıs 2014 tarihlerinde Karabükte gerçekleşen 13. Matematik Sempozyumu'nda bildiri olarak sunulmuş ve özetler kitabında basılmıştır.

** Mat. Öğr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İzmir-Türkiye, e-posta: bahattin.inam@gmail.com.

*** Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İzmir-Türkiye, e-posta: isikhhan.ugurel@deu.edu.tr.

sonrasında ispatın matematik öğretiminde önemli bir bileşen haline geldiği açıktır. İspata matematik eğitiminde verilen önemin artmasına paralel olarak bu alandaki araştırmalar da artış göstermiştir. Yapılan araştırmaları kabaca dört başlıkta toplamak mümkündür. Bunlar,

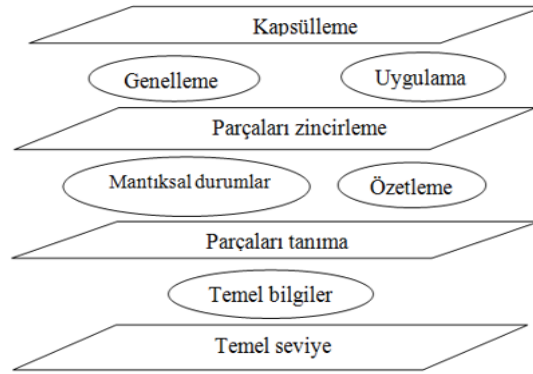
- 1) İspat biçimleri ve şemaları (örn. Balacheff, 1988; Miyazaki, 2000; Harel ve Sowder, 1998; İskenderoğlu, Baki ve İskenderoğlu, 2010; Sarı, Altun ve Aşkar, 2007),
- 2) İspat öğretiminde teknolojiye yararlanma (örn. De Villiers, 1998, 2004; Hoyles ve Jones, 1998; Güven, Cekmez ve Karataş, 2010; İpek, 2010),
- 3) Farklı ispat öğretim modelleri oluşturma (örn. Leron, 1983; Maher ve Martino, 1996; Knuth, 2002; Yang ve Lin, 2008; Derek, 2011),
- 4) İspat eğitiminde karşılaşılan sıkıntılar (örn. Moore, 1994; Özer ve Arıkan, 2002; Di Martino ve Maracci, 2009) biçiminde sıralanabilir.

Farklı boyutlarını ele alsalar da genel olarak araştırmalardaki ortak amaç ispat öğretiminde niteliği ve başarıyı arttırmaktır. Matematik eğitiminde ispata verilen önemin artmasına karşın yapılan araştırmalar her sınıf seviyesinde birçok öğrencinin ispat konusunda düşük başarı sergilediğini ve hala bazı sıkıntılar yaşadığını göstermektedir (Moore, 1994; Morali, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere, 2006; Stylianides, 2007; Uğurel ve Morali, 2010). İspat öğretimine yönelik yapılan araştırmalarda, öğrencilerin ispat öğrenmede karşılaştıkları zorluklar ve etkili öğretmen müdahalelerinin tasarımı üzerine yoğunlaşıldığı (Hanna ve Barbeau, 2010) görülmektedir. Araştırmalarda ortaya çıkan temel hususlardan biri; ispat öğretim faaliyetlerinde öğrencilerin ispatı kopyalamasına veya tekrar etmesine odaklanıldığı, bunun da öğrencilerde matematiksel cevabın formunun, anlamından daha önemli olduğu gibi bir yanlış anlaşılmaya neden olduğudur (Yang ve Lin, 2008). Dolayısı ile ispat öğretiminde, daha önceden yapılmış bir ispatın tekrar edilmesinden ziyade ispatın kavranmasına yönelik bir anlayış geliştirilmelidir. İspatlar sadece matematiksel bir önermenin doğrulunu ortaya koymaz, bunun yanında ispatlar kavrandığında öğrencilerin matematiksel bir içbakış oluşturmalarını sağlar (Hanna, 1990). Bu içbakışın ne olduğu, ispatı kavramanın ne demek olduğu ve öğrencilerin ispatları kavradığının nasıl belirleneceği (Mejia-Ramos, Fuller, Weber, Rhoads ve Samkoff, 2012) matematik eğitiminde cevaplanması gereken önemli sorulardan bazılarıdır. Bu çalışmada ispatın kavranmasına odaklanılarak, ona yönelik bir araç olan ispat kavrama testlerinden yararlanılmıştır. Bu nedenle izleyen bölümlerde ispatın kavranması ve ispat kavrama testlerine yönelik bilgilere yer verilmektedir.

İspatın kavranması

Ülkemizde ortaöğretim matematik öğretim programında yer alan becerileri ve programın genel yaklaşımını incelediğimizde, belirlenmiş sorulara beklenen cevapları veren bireyler yetiştirmek anlayışından vazgeçilip, problemleri anlayabilen, çözümü için hipotezler kurabilen, bunları doğrulayan ve elde ettiği çözümleri genelleyen bir anlayışın benimsendiği anlaşılmaktadır (MEB, 2013). Bu anlayış programın tüm öğelerini olduğu gibi ispat eğitimini de kapsamaktadır. Bu yüzden, ispatların ezberlemenin ötesinde kavrandığını hangi kriterler ile belirleneceğini ortaya koymak gerekir. Duval (2002), ispatın kavranılmış olması için üç öğrenmenin gerçekleşmesi gerektiğini belirtmiştir. İlk olarak ispatta kullanılan terimlerin, sembollerin ya da şekillerin anlamının öğrenilmiş olması gerekmektedir. İkinci olarak ispatta geçen ifadelerin ispat adımları içine yerleştirilebilmesi için hangilerinin öncül, tanım ya da hüküm olduğuna karar verilebilmesi gerekmektedir. Son olarak ispat adımları arasındaki geçişlerin açıklanabilmesi gerekmektedir. Stylianides (2007) ise, bir argümanın ispat olarak kavranması için dört açıdan değerlendirilmesi gerektiğini belirtmiştir. 1-Temel; bir ispatın temelini teşkil eden (tanım, aksiyom gibi) ifadelerin anlamlarının ve ispat içindeki rollerinin kavranması gerekir. 2-Formüle etme; ispatın nasıl geliştirildiğinin, ispat adımlarının mantık ilkeleri çerçevesinde nasıl bir genellemeye ulaştığının kavranması gerekir. 3-Sunum; ispatın ifade edilmesinde kullanılan dilin kavranmış olması gerekir. Eğer bir ispat kavranmışsa öğrenciler kendine ait kelimelerle bunu ifade edebilmelidir. 4-Sosyal boyut; ispatın doğruluğunun, ispatın yapıldığı topluluktaki bireylerin içine sinmesi gerekir.

Bu alanda ortaya konan ve bizim araştırmamıza da temel teşkil eden çalışmalardan bir diğeri Yang ve Lin'e (2008) aittir. Yang ve Lin "geometrik ispatların kavranarak okunması" ismini verdikleri çalışmalarında bir ispatın kavranabilmesi için dört seviyeden oluşan bir model önermişlerdir. Yazarların 'temel seviye' (*surface*) olarak isimlendirdiği birinci seviye, ispattaki ifadeler ve semboller gibi temel bilgilerin kavranmasını içermektedir. Yazarların 'parçaları tanıma' (*recognizing elements*) olarak isimlendirdikleri ikinci seviyede, ispatta kullanılan ifadelerin mantıksal durumları; hangi ifadelerin öncül, hangilerinin özellik ya da hüküm olduğunu kavramayı içerir. Üçüncü seviye, 'parçaları zincirleme (ilişkilendirme)' (*chaining the elements*) olup, ispattaki farklı ifadeler arasındaki mantıksal ilişkileri kavramayı içerir. Dördüncü seviye 'kapsülleme' (*encapsulation*) ise ispatın başka durumlara nasıl uygulanabileceğine karar verebilmeyi ve ispatı içselleştirmeyi içerir (bkz. Şekil-1). Araştırmacılar son seviye olan kapsülleme seviyesini 'sonu olamayan gelişimsel bir durum' olarak tanımlamışlar ve ispatların kavranmasını belirlemek için önerdikleri modelin bu seviyeye ulaşmış öğrencileri tanımlamayı amaçlamadıklarını belirtmişlerdir (Yang ve Lin, 2008).



Şekil 1. İspatı Kavrayarak Okumanın Kuramsal Modeli (Yang ve Lin, 2008, 71)

Belirlenen dört seviye arasında geçiş yapmak için gerekli olan öğrenmeleri ise esaslar (facts) olarak isimlendirmişlerdir.

- Temel seviyeden parçaları tanımlama seviyesine geçmek için gerekli olan öğrenmeleri 'temel bilgiler',
- Parçaları tanıma seviyesinden parçaları zincirleme seviyesine geçmek için gerekli olan öğrenmeleri 'mantıksal durumlar ve özetleme',
- Parçaları zincirleme seviyesinden kapsülleme seviyesine geçmek için gerekli olan öğrenmeleri 'genelleme ve uygulama' olarak isimlendirmişlerdir. Yang ve Lin (2008) çalışmalarında öğrencilerin ispatları kavrama açısından hangi seviyede olduklarını belirlemek için (ispat) kavrama testini kullanmışlardır.

İspat Kavrama Testi (İKT)

Kavrama testleri ilk kez Houston (1993a,b) tarafından herhangi bir matematik metninin kavranmasını belirlemek için kullanılmıştır. Yazar, İngilizce derslerinde kullanılan kavrama testlerinden esinlenerek bu isimlendirmeyi kullanmıştır. Conradie ve Frith (2000) kavrama testlerini ispat eğitimi için uygulamış ve bu araca kavrama testleri ismini vermiştir. Yang ve Lin (2008) ise kendi modellerinde belirledikleri esaslara uygun olarak ispat kavrama testlerini uyarlamışlardır. Bir İKT iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm bir teorem ve ispatını, ikincisi ise ispata yönelik bir dizi soruyu içermektedir. İKT uygulanırken önce öğrencilerden verilen ispatı incelemeleri istenir. Daha sonra teorem ve ispatına yönelik (kavrama seviyelerine göre) hazırlanmış sorular yöneltilir ve cevaplamaları istenir. Yanıtlar değerlendirilerek bir öğrencinin hangi kavrama seviyesinde olduğu ve hangi esaslar (facts) çerçevesinde ispatı kavradığı belirlenir. Houston, kavrama testlerinin amaçlarını şu şekilde sıralamıştır,

- Öğrencileri matematiksel bir metni anlayarak okumaya teşvik etmek,
- Öğrencilerin, hem teorik hem de uygulama alanında, matematiksel süreçleri anladığını gösterme fırsatı sağlamak,
- Öğrencilerin matematik iletişim becerilerini geliştirmelerini sağlamak (okuma, soru sorma, cevap verme ve yazma gibi) (Houston, 1993a, 60).
- Öğrencilere matematiğin yaşayan bir özne olduğunu ve güncel durumlarda kullanıldığını göstermek (Houston, 1993b, 113).

Conradie ve Frith (2000) ise İKT'nin başlıca avantajlarını şu şekilde belirtmiştir,

- Teorem ve ispatların, ezberlenmesi yerine anlaşılmasını teşvik eder.
- Bütün seviyeler için anlamının daha hassas değerlendirilmesini sağlar. Bunu yapmak için yöneltilen sorular:
 - İspattaki özel adımları anlamayı
 - İspatın yapısını anlamayı
 - İspatta kullanılan kavramları anlamayı
 - Varsayımları, sonuçları anlamayı
 - İspatın kritik yönlerini anlamayı test etmek için kullanılır.
- Hem öğretmen hem de öğrenci için dönütün kalitesi gelişir.
- Klasik yöntemlere göre daha az moral bozucudur.
- Matematik iletişim becerilerini geliştirir.

Yöntemin başlıca dezavantajlarını şu şekilde sıralanmıştır,

- Geleneksel yöntemden daha fazla zamana ihtiyaç vardır
- Bazı öğrencilerin dersin teorik kısmı ile ilgilenmelerini engelleyebilir
- Öğrenciler kavrama testine hazırlık yapılamayacağını düşünebilirler.

İspat kavrama testlerine yönelik çalışmalar incelendiğinde Houston'a (1993a,b) ait çalışmaların lisans seviyesini kapsadığı ve bu çalışmalarda sadece ispatlara yönelik değil, farklı matematiksel metinleri de içeren kavrama testlerinin kullanıldığı görülmektedir. Yazar kavrama testlerini ölçme değerlendirme amacıyla uygulamıştır. Conradie ve Frith (2000) tarafından yapılan çalışma da lisans seviyesindedir ve kullandıkları İKT'nin tanıtılmasına/açıklanmasına yöneliktir. Yang ve Lin'e (2008) ait çalışma ortaöğretim seviyesinde olup bu çalışmada 9. ve 10. sınıf öğrencilerine bir adet İKT uygulanmış ve bu İKT kapsamında kavrama seviyeleri belirlenmiştir. Ülkemizde ise ulaşabildiğimiz tek çalışma Yıldız'a (2006) aittir. Yıldız çalışmasında 6 matematik öğretmen adayının İKT üzerine görüşlerini almıştır. Bizim çalışmamız ortaöğretim seviyesinde nitel bir araştırma olup eylem araştırmasına dayalı bir öğretim uygulamasından elde edilen bir kısım verileri içermesi ile diğer çalışmalardan ayrılmaktadır. Çalışmamızın, ülkemizde İKT'ye yönelik çok az araştırma olması ve yabancı alan yazınında ise ortaöğretimde öğretim uygulamasına dayalı bir araştırma ile karşılaşılmamış olması nedeniyle var olan literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu araştırmanın amacı bir ortaöğretim matematik sınıfında yürütülen İKT'ye dayalı öğretim uygulamasında, uygulamayı yapan öğretmenin karşılaştığı güçlükleri, bu güçlüklerle yönelik süreç içinde uyguladığı müdahale yollarını ve bu müdahalelerin etkilerini belirlemektir.

Yöntem

Bu çalışma bir lise sınıfında İKT'ye dayalı öğretim uygulamasının etkilerini ele alan geniş bir araştırmanın parçasıdır. Ana çalışma nitel, eylem araştırması olarak tasarlanmıştır. Bu makale ise söz konusu öğretim uygulamasında öğretmenin yaşadığı deneyimleri içermektedir. Nitel araştırmacılar, belli bir konu ile ilgili araştırma yaparken geniş bir bakış açısı elde etmeye çalışır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2014). Eylem araştırması, uygulayıcının uygulamayı doğrudan kendisinin ya da bir araştırmacı ile birlikte gerçekleştirdiği ve uygulama sürecine ilişkin sorunların ortaya çıkarılması ya da hali hazırda ortaya çıkmış bir sorunu anlama

ve çözmeye yönelik sistematik veri toplamayı ve analiz etmeyi içeren bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Ana çalışma bu makalenin yazarı olan iki araştırmacı tarafından yürütülmüştür. Her İKT uygulaması sonrasında araştırmacılar birlikte süreci değerlendirerek elde ettikleri verilere göre bir sonraki uygulamayı planlamıştır. Sürecin planlanması aşamasında, öğrencilerin İKT'deki performansları, öğretmen günlükleri ve öğretmenin uygulama anında ve sonrasındaki doğal (bir form ya da ölçek olmaksızın informal yapıda) gözlemleri dikkate alınmıştır. Her hafta benzer süreç tekrarlanarak öğretim uygulaması tamamlanmıştır.

Çalışma grubu

Araştırmanın çalışma grubu 20 (6 erkek, 14 kız) öğrenci ve bir öğretmenden oluşmaktadır. Öğrencilerin seçilmesinde örnekleme ulaşma kolaylığı, seçilen okulda yeni geometri¹ öğretim programına uygun öğretim yapıyor olması ve öğrencilerin çalışmaya katılmaya gönüllü olmaları dikkate alınmıştır. Öğrenciler Zonguldak ilinde yer alan ve ilk yazarın görev yaptığı bir Anadolu Lisesi'nin 11. sınıfında öğrenim görmektedir. Seçimde katılımcıların, araştırmacının derslerini yürüttüğü sınıflar içerisinde geometri başarısı açısından heterojen yapıda olması ve önceki öğretim yıllarında öğretim programları kapsamında ispat ve ispatlamaya yönelik temel bilgileri edinmiş olmaları da dikkate alınmıştır. Çalışma grubundaki öğrencilerin genel akademik başarısı ve sınıf içinde iletişim kurma becerileri yüksektir. Öğrencilerin (tüm dersleri içeren) karnelerindeki not ortalaması 5 üzerinden 9. sınıf için 3.79 ve 10. sınıf için 3.71 dir. Öğrenciler, çalışmanın amacına ve nitel araştırmanın özelliklerine uygun olacak şekilde tipik durum örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Öğrenciler daha önce İKT'ler ile karşılaşmamıştır. Bu sınıftaki öğrencilerin tümü sayısal ağırlıklı ders seçimi yapmıştır. Öğrencilere bu çalışmadaki performanslarının not olarak değerlendirilmeyeceği bildirilmiştir. Çalışmada eylem araştırması desenine uygun olarak, ilk yazar aynı zamanda uygulayıcı öğretmen olarak görev almıştır. Uygulama öncesinde öğretmen öğrencilere İKT'ler ve araştırma süreci hakkında kısa bir bilgilendirme yapmıştır. Bu aşamada herhangi bir İKT uygulaması ya da inceleme etkinliği yapılmamıştır. Öğretmen uygulama boyunca sınıfta gözlem yapmıştır. Uygulamayı yapan öğretmen sekiz yıllık mesleki deneyime sahiptir. Dört yıldır uygulamanın gerçekleştirildiği okulda görev yapmaktadır. Araştırmaya katılan öğrencilerin tamamının 9. ve 10. sınıflardaki matematik ve/veya geometri derslerini yürütmüştür. Bu sebeple öğrencilerin akademik gelişimi hakkında bilgi sahibidir. Öğretmen aynı zamanda uygulamanın yapıldığı sınıfın sınıf rehber öğretmenidir. Öğretmenin bu sınıftaki öğrencileri yakından tanması sebebiyle, İKT uygulama sürecini ve bu sürecin etkilerini en iyi bu sınıfta belirleyebileceği düşünülmüştür. Öğretmenin İKT konusunda da geniş bilgisi bulunmaktadır. Kendisi yaklaşık 2 yıldan buyana İKT'ye yönelik (literatür inceleme, İKT örneklerini analiz etme, İKT geliştirme, uygulama ve değerlendirme, bir öğretmen grubuna İKT hakkında bilgilendirici seminer verme gibi) çalışmalar yapmıştır. Araştırmada uygulamaların yapılacağı günler öğrencilerin ders programlarına uygun olacak şekilde belirlenmiştir. Ayrıca çalışma öncesinde gerekli tüm resmi izinler alınmıştır.

Öğretmen günlükleri

Öğretmen günlükleri; öğrencinin öğrenmesindeki gelişimi izleme ve bireyin düşünme becerilerini geliştirme fırsatı verir ve elde edilen verilerin değerlendirilerek öğrencinin öğrenme sürecine aktif katılmasını, dolayısıyla da öğrenme kalitesinin yükseltilmesini sağlar (Dixon, 2009). Powell ve Lopez (1989) günlüklerin sınıfta neyin işe yarayıp yaramadığına dair öğretmene bilgi verdiğini ve böylece öğrencilerin anlamalarını desteklemeye yönelik öğretmenin pedagojik yaklaşımını etkilediğini belirtmiştir. Günlükler, öğretmenin süreci izlemesi ve uygulamalar sonrasında oturumlarını değerlendirebilmesi için kullanılmıştır. Her

¹ Literatürdeki çalışmaların büyük bölümünde geliştirilen/kullanılan İKT'lerin geometrik ifadeleri içerdiği görülmektedir. Bizim (ana) çalışmamızda da uygulanan İKT'ler, ülkemizdeki yeni Geometri Dersi Öğretim Programı dikkate alınarak geliştirilmiştir. O nedenle çalışma grubunun belirlenmesinde, yeni öğretim programının uygulanıyor olması şartı aranmıştır.

İKT uygulamasında, günlükler ve sınıf içi informal gözlemler aracılığı ile elde edilen deneyimler bir sonraki uygulamanın daha sağlıklı olarak gerçekleştirilmesine imkân sağlamıştır. Günlükler ve gözlemler öğretmenin sürece müdahalelerde bulunmasını ve bunların etkilerini görme olanağı tanımıştır. Bu aynı zamanda eylem araştırmasındaki genel yapının gereğini (Whitehead, 1989) yerine getirmeyi sağlamıştır. Ana çalışma planlanırken her bir İKT uygulaması sonrasında öğretmenin bir tane günlük yazmasına karar verilmiştir. Öğretim sürecinde 5 adet İKT (çalışmamızda kullanılan İKT'lerden birinin tam hali Ek-1 de, tümünde yer alan teoremlerin ifadeleri ise Ek-2 de verilmiştir) uygulandığı için her bir uygulamaya ait birer tane öğretmen günlüğü yazılmıştır. Her İKT bir ders saati içinde uygulanmıştır. İKT'ler geliştirilirken önce literatür taraması yapılarak diğer araştırmacılar tarafından geliştirilmiş olan kavrama testleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Literatürdeki örneklerin tamamı referans alınarak ülkemizdeki öğretim programının içeriği ve yaklaşımı da dikkate alınarak ortaöğretim düzeyinde geometri konularını içeren bir grup İKT hazırlanmıştır. Bu süreçte 9-12 Geometri Dersi Öğretim Programı, ders ve yardımcı ders kitapları ayrıntılı olarak incelenmiştir. Araştırmacılar ispat problemlerinin seçiminde sınıf (örneklem) seviyesine uygunluk, fazla zor olmama, ispatlanması için gerekli olan ön öğrenmelerin öğretim programı dâhilinde olması ve sınıf içinde makul sürelerde uygulanabilir olmasına dikkat etmiştir. Bu özellikler ışığında önce 8 adet teorem belirlenmiş ve bu teoremlere yönelik ispatlar geliştirilmiştir. Daha sonra geliştirilen İKT'ler uzman görüşüne sunulmuştur. Yapılan değerlendirmeler ve özellikle uygulamanın yapılacağı seviye dikkate alınarak bu 8 teoremde 5'in uygulamada kullanılmasına karar verilmiştir. Seçilen teoremler MEB (2010) tarafından yayınlanan 11. sınıf Geometri Dersi Öğretim Programı'nda yer alan 'dörtgenler' ünitesine yöneliktir. Üniteye üç kazanım bulunmakta olup bunlardan çalışmada kullanılanlar; "Kazanım 2: dörtgenlerle ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar (s.32)". "Kazanım 3: dörtgenin çevre uzunluğunu hesaplar, dörtgenin alanı ile ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar (s.33)." şeklindedir.

Günlükler uygulamanın yapıldığı aynı gün içinde yazılmıştır. İKT uygulamaları her hafta bir tane yapıldığı için ilk 5 günlük, ardışık 5 hafta sürecince yazılmıştır. Son İKT uygulamasından sonraki haftanın sınav haftası olması sebebiyle son günlük uygulama başladıktan sonraki yedinci haftada yazılmıştır. Günlükler yazılırken belirli bir şablon kullanılmamış ve 2 kriter göz önünde bulundurulmuştur. Birincisi uygulama sürecindeki genel durumu betimlemek, ikincisi ise (öğretmene göre) sıra dışı ya da beklenmedik olan durumların/olayların belirlenmesidir. Öğretmen son olarak öğretim uygulamasının bitiminde, sürecin tümüne yönelik bir adet günlük daha yazmış ve böylece toplamda 6 tane günlük tutulmuştur. Bu çalışmada, günlüklerden elde edilen bulgular, informal gözlemlerle desteklenerek sunulmaktadır. İnfomal gözlemlerden, bulgular bölümünde sunulan günlük kesitlerinin açıklanması/yorumlanması aşamasında yararlanılmıştır. Günlük kesitlerindeki durumun daha iyi anlaşılması/açıklanması için yapılan açıklamalar hem günlüklere hem de öğretmenin informal gözlemlerine dayalıdır. İnfomal gözlemler için herhangi bir gözlem formu tutulmamıştır. Öğretmen, günlükleri yazarken uygulama anındaki gözlemlerinden yararlanmış ve düşüncelerini yazıya aktarmıştır. Dolayısıyla öğretmenin uygulama anındaki gözlemleri büyük oranda günlüklerin içeriğine aktarılmıştır. Günlüklerle belirlemeye çalışılan şey İKT uygulamalarının yapıldığı esnaldaki genel sınıf ortamının ve öğrenci davranışlarının gözlenmesi ve uygulamanın yapılaş şekline ait temel noktalardaki (çalışma biçimi, süre kullanımı, vd.) olumlu ve olumsuz yanların belirlenmesidir. Dolayısıyla bu çalışmada İKT'lerdeki matematiksel içeriğe, öğrenci performanslarına, sınıfta ortaya çıkan ispat anlama seviyelerine ve öğrencilerin yaşadıkları deneyime ait düşüncelerine değinilmemektedir. Ana çalışmada, sıralanan tüm durumlara yönelik veriler toplanmış ve analizler yapılmıştır. Bu makalede hem makalenin konusu olan günlüklerin araştırmadaki amacı dikkate alınarak, hem de makalenin sayfa sınırlığı sebebiyle sadece günlüklere yönelik bulgulara ve sonuçlara yer verilmektedir.

Verilerin analizi

Nitel araştırmalar sonucunda elde edilen verilerin analizi konusunda; her analiz için geçerli olabilecek, belirli bir standardın ve sistematığın olmadığı; araştırmacının, süreç içinde elde edeceği veriler doğrultusunda özgün analizler tercih edilebileceği bilinmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013; Ekiz, 2009). Bu araştırmada kullanılan günlüklerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi herhangi bir yazılı metnin ya da belgenin (gözlem, görüşme, resmi ve kişisel belge, gazete vb.) içeriğinin incelenmesi olup istenildiği takdirde sonuçların sayısal ya da istatistiki biçimde ortaya konabildiği bir analizdir (Ekiz, 2009). İçerik analizinde temelde yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Günlüklerin analizi sürecinde önce iki yazar bireysel olarak tüm günlükleri incelemiş ve kendi kategorilerini oluşturmuştur. Akabinde yazarlar bir araya gelerek kategorilerini karşılaştırmış ve benzer ve farklı olan yanları tartışmışlardır. Bu aşamada kategoriler üzerindeki uyuşma oranı %90 dır. Bu oranın elde edilmesi beklenen bir durumdur. Bunun nedenleri şu şekilde sıralanabilir. Araştırmanın her aşamasında (planlama, uygulama, değerlendirme) iki yazar (biri matematik öğretmeni ve diğeri matematik eğitimcisi öğretim üyesi olan) birlikte yoğun bir çalışma yapmıştır. Uygulama esnasında sınıfta ortaya çıkan durumların çoğu tipik ve belirgin bir yapıdadır (örneğin zorluk/sıkıntı yaşama). Literatürde İKT'yi içeren diğer çalışmalardaki kimi bulgular ve sonuçlar, kategorilerin belirlenmesinde yol gösterici olmuştur (örneğin sürece müdahale etme yolları). Yazarlar arasında fikir birliği sağlandıktan sonra kategorilere son şekli verilmiştir. Bu aşamada kategoriler ayrıca bir başka alan eğitimcinin görüşüne sunulmuş ve uzman görüşü alınmıştır. Uzmanın temel önerisi, alt kategorilerde çok küçük ayrımların bile dikkate alınması yönünde olmuştur. Örneğin birinci katgeorideki “güçlükler” tek bir alt kategori olarak düşünülmüş iken alan uzmanının değerlendirmesi sonrasında K1a ve K1c olarak iki bölüme ayrılmıştır. Bu öneri sonrasında alt kategoriler biraz daha genişletilmiştir. Alt kategorilerin son hali uzman tarafından da uygun bulunmuştur. Günlükler analiz edilirken öğretmenin (sınıf içi, informal) genel gözlemlerinden de yararlanılmıştır. Analiz sonucunda ortaya çıkan bulgular üç kategori altında toplanmıştır. Bunlar bulgular bölümünde sunulmaktadır.

Bulgular

Günlükler genel olarak; öğretmenin sınıfta gözlem yapması ve karşılaştığı bir sıkıntıyı fark etmesi, ona yönelik bir çözüm yolu düşünmesi ve müdahalede bulunmasını ve ardından müdahalenin etkilerinin gözlemesini içeren bir sistematikte yazılmıştır. Doğal olarak günlükler üzerinde yapılan analiz sonucunda üç kategori oluşmuştur. Söz konusu kategoriler;

- K1-süreçte yaşanan sıkıntılar,
- K2-bu sıkıntılara çözüm bulmak amacıyla yapılan müdahale yolları ve
- K3-yapılan müdahalelerin sürece yansımaları biçimindedir.

Kategoriler birbirinden bağımsız değildir. Hem uygulama sürecinin genel parçalarını oluşturması hem de birbirini ile neden-sonuç ilişkisi içinde olmaları sebebiyle kategoriler birbiri ile yakından ilişkilidir. Dolayısıyla bulgular sunulurken yapılan gözlemler ve yazılan günlüklerin bir kısmından birden fazla kere yararlanma yoluna gidilmiştir. İzleyen kısımda bu üç temel kategori ve her biri altında yer alan alt kategoriler kısaca açıklanmakta ve gözlemlerle birlikte günlüklerden alınan kesitlere yer verilmektedir.

Kategori I: Süreçte Yaşanan Sıkıntılar

İlk kategori öğretmenin günlüklerindeki, süreç içerisinde öğrencilerin yaşadığı güçlüklerle yönelik gözlemlerini içermektedir. Bu kategori altında üç alt kategori yer almaktadır. Bunlar şöyledir,

- K1a- İKT'nin yapısına yönelik olan güçlükler,
- K1b- uygulama biçimine yönelik olanlar ve
- K1c- içeriğe yönelik olan güçlüklerdir.

K1a kapsamında öğrencilerin İKT'nin yapısına aşina olmamalarından kaynaklan kimi güçlükler ele alınmıştır. Öğrencilerin İKT'nin yapısını (başlangıçta) anlayamadıkları dolayısı ile sık sık öğretmene bu yönde sorular yönelttikleri görülmüştür. Bu durum öğretmen günlüklerine şu şekilde yansımıştır;

“Öğrencilere uygulamadan bahsettiğimde meraklandılar ve uygulamanın isminin ‘test’ olmasından dolayı biraz tedirgin oldular. İKT’yi dağıttığımda büyük bir merakla okumaya koyuldular. Birbirlerine göstererek ve fısıldayarak aralarında konuştular. Bir süre buna izin verdikten sonra yapmaları gerekenleri anlattım ve uygulamaya başladık. İlk uygulama olmasından dolayı (İKT’deki) her bir soruda sorular sordular. Ben de sürekli sınıfta dolaşarak sorularına açıklamalar getirdim (G1: Günlük 1).”

Derslerde öğrencilerin alışık oldukları yaklaşım öğrenilen kavram, konu hakkında onlara daha çok işlemsel becerilerini kullanmayı gerektiren (alıştırma ya da test tipinde) soruların yöneltmesi şeklindedir. İKT uygulaması bu yaklaşımdan farklı bir yapıdadır. İKT de bir teoremin ispatı verilmekte ve öğrencilerin bu ispatı incelemeleri istenmektedir. Daha sonra, yapılan ispata yönelik bir dizi soruya cevap vermeleri istenmektedir. İKT'nin bu yapısı, öğrencilerin alışık olduklarından farklı yaklaşımlarda bulunmalarını gerekli kılmaktadır. O nedenle öğrencilerin güçlük çektikleri ilk şey İKT'nin yapısını ve kendilerinden beklenileni anlamada olmuştur. Uygulamalar ilerledikçe genel İKT yapısına alışmaya başlayan öğrencilerin yaşadığı yeni güçlük ise İKT'nin ilk bölümde nasıl bir çalışma yapacaklarını bilememeleridir. İkinci günlükteki ifadeler bu durumu yansıtmaktadır.

“Uygulamaya başlamadan önce öğrencileri daha istekli gördüm. Uygulamayı başlattım. Öğrenciler bir önceki uygulamaya kıyasla çok az soru sordular. Sorduğu sorular daha çok verdikleri cevapların doğruluğu ile alakalı sorulardı. Ancak ilerleyen dakikalarda zorlandıklarını hissettim (G2).”

Öğrencilerin İKT'nin birinci bölümünde hızlı bir okuma yaptığı ve ardından ikinci bölümde ki sorulara cevap bulmaya yöneldikleri gözlenmiştir. Bu durum ikinci bölümdeki (yapılan ispata yönelik) soruların cevaplanmasını güçleştirmiştir. Öğrenciler cevaplarından emin olmadıkları için sık sık cevaplarının doğru olup olmadığını sorma ihtiyacı hissetmiştir. Ayrıca öğrencilerin ikinci bölümdeki sorularda cevaplarına yönelik gerekçe yazmakta zorlandıkları görülmüştür. Söz konusu güçlükler öğretmen müdahaleleri sonrasında uygulamalar ilerledikçe aşılmış ve İKT'deki her iki bölümün amacı ve onlardan bu bölümlerde ne beklediği daha iyi anlaşılmuştur. Bu durum son öğretmen günlüğüne şu şekilde yansımıştır.

“İlk uygulamalarda öğrenciler biraz zorlandı ancak özellikle 3. uygulama ile birlikte ciddi anlamda bir ilerleme oldu. Kendileri ile görüştüğümde daha önce hiç böyle bir uygulama yapmadıkları için değişik bulduklarını ve yapısını kavramakta zorlandıklarını belirttiler (G6).”

K1b kapsamında uygulama biçiminden kaynaklanan sorunlar incelenmiştir. Çalışmanın başlangıcında planlanan uygulama biçimi; her bir öğrenciye teorem ve ispatının verilmesini ve incelemeleri için süre tanınması, sonrasında yine bireysel olarak cevaplamalarının istenmesi şeklindedir. İlk uygulama yapılırken yapılan gözlemler kimi öğrencilerin planlanan bu çalışma biçiminde zorluklar yaşadığını göstermiştir. Gözlenen zorluklardan ilki İKT'deki birinci bölümde nasıl bir çalışma yapacağını bilememe, ikincisi ise ispattaki adımlardan bazılarını anlayamamadır. İKT'deki birinci bölüm yapılan ispatın salt okumasını değil tam aksine ispattaki her adımı ve adımlar arasındaki ilişkilerin kavranmasını ve yapılan matematiksel işlemlerin anlaşılmasını gerektirmektedir. Dolayısıyla bu bölümde sadece hızlı okuma yapan öğrenciler ikinci bölümde zorlanmışlardır. Diğer bir grup öğrenci ise hızlı okuma yaparak ikinci bölümdeki soruları cevaplamaya geçmemiş ve olması gerektiği gibi ispattaki adımları anlamaya yönelik bir çalışma yapmıştır. Bu gruptaki öğrencilerde gözlenen güçlük ise ispatta ki belli bir adımın anlaşılabilmesi durumunda oraya takılıp kalınarak ilerlenememesidir. İkinci günlükte bu duruma değinen ifadeler şöyledir;

“... Değerlendirme yaparken, uygulama esnasında yaşanan sıkıntının sonuçlara da yansımalarını fark ettim. ... Sonraki derste sınıfla durumu görüştük. İspatta geçen bazı

ifadeleri ya da ispat adımlarından bazılarını anlayamadıklarında diğerlerini de anlayamadıklarını söylediler (G2)."

Gözlemlerden hareketle öğrencilerin çalışma biçiminin üzerinde düşünülmüş ve onların daha iyi anlamalarını destekleyecek bir yapıya (bireysel yerine birlikte çalışma) dönüştürülmesi gerekmiştir. Bu durum öğretmen günlüğünde şu ifadeler ile dile getirilmiştir.

"Yapılan tartışma sonrası, ispatta yer alan soruları cevaplama geçmeden önce, ikili ya da üçlü gruplar şeklinde teoremi ve ispatı birlikte tartışma ve değerlendirme zamanı olmasına, daha sonra cevaplama aşamasına bireysel olarak devam edilmesine karar verdik. Bundan sonraki İKT uygulamalarında isteyen öğrenciler bireysel, isteyen öğrenciler sıra arkadaşları ile birlikte çalışma yapabileceklerdi (G2)."

Öğrencilerin bireysel farklılıkları ve İKT'ye yabancı olmaları nedeniyle İKT'nin bölümlerindeki çalışma süreleri de değişkenlik göstermekteydi. İKT'nin ilk bölümünde birlikte çalışma kararı gereğince sürenin verimli kullanılmasında sıkıntılar olabileceği düşünülmüştür. O nedenle ilk uygulamalarda her hangi bir süre sınırlamasına gidilmezken öğrenciler İKT yapısına alıştıktan sonra teoremin ve ispatının incelenmesi için 10 dakika ve ikinci bölümdeki soruların cevaplanması için ise 30 dakika şeklinde süre sınırlamasına gidilmesi kararlaştırılmıştır.

"Bundan önceki uygulamalarda süre sınırlaması yapmamıştık. Bundan sonraki testlerde süre sınırlaması yapmaya karar verdik. Sınıfla durumu tartıştık ve [bir dersteki bireysel] cevaplama süresini 30 dakika olarak belirledik (G3)."

K1c kapsamında ise uygulanan İKT'de yer alan teorem ya da ispatından kaynaklanan sorunlar incelenmiştir. Bu sorunlar; belli bir ispat adımını anlamadığında diğer adımları da yeterince kavrayamama, ön öğrenmelerdeki bazı eksiklikler ve matematik dilini kullanmadaki kimi sıkıntılar şeklinde sıralanabilir:

"Öğrenciler ön öğrenmelerin ön planda olduğu, ispatta geçen ifadelerin ve sembollerin bilgisini ifade eden temel seviyede belli bir başarı gösterdiğini, diğer seviyelerde yeterli başarı gösteremediklerini gördüm. Sonraki derste sınıfla durumu görüştük. İspatta geçen bazı ifadeleri ya da ispat adımlarından bazılarını anlayamadıklarında diğerlerini de anlayamadıklarını söylediler (G2)."

Bu kategori altında ele alınabilecek durumlar bu makalede sadece bir tespit olarak ifade edilmiştir. Uygulanan tüm İKT'lerdeki öğrenci performanslarının ayrıntılı olarak betimlenmesi başka bir çalışmanın konusunu oluşturmaktadır.

Kategori II: Süreçte yaşanan sıkıntılara çözüm bulmak için yapılan müdahale yolları

Birinci kategori altında sıralanan sıkıntıların giderilmesini amaçlayan müdahale yolları alt kategorileri oluşturmaktadır. Bunlar aşağıdaki gibidir.

K2a- ek açıklamalar (yönlendirmeler) yapma,

K2b- birlikte çözüm yapma,

K2c- motivasyonu artırma,

K2d- çalışma biçimini yeniden yapılandırma.

K2a özellikle ilk İKT uygulaması sonrasında gözlenen güçlüklerle yönelik bir müdahaleyi içermektedir. İlk müdahale öğrencilerin İKT'nin yapısına alışma sürecinde sordukları her soruya yönelik ek açıklamalar yapma şeklindedir. Bu açıklamalar İKT'nin bölümlerindeki her türlü durumu içeren öğrenci sorularına yönelik yapılmıştır. Ancak burada İKT'deki soruların cevaplarına ya da izlenecek yollara dair bir açıklama yapılmamıştır. Öğretmenin ilk günlüğünde bu durum şu şekilde ifade edilmiştir.

"İlk uygulama olmasından dolayı (İKT'deki) her bir soruda sorular sordular. Ben de sürekli sınıfta dolaşarak sorularına açıklamalar getirdim (G1)."

İlk uygulamadan sonra öğrencilerin İKT'ye yönelik sorularında önemli bir azalma olduğu gözlenmiştir. Ancak ikinci uygulama ve sonrasında da öğrencilerin yönelttiği sorularla karşılaşmıştır. Bu sorularda İKT yapısına yönelik olan sorular giderek azalırken daha çok sunulan ispata dair bilgi eksikliklerinden kaynaklanan sıkıntıları yansıtan sorularla karşılaşmıştır. Öğretmen öğrencilerin bu tür sıkıntılarını gidermek için sınıf içinde dolaşarak öğrencilere kimi zaman tek tek kimi zamanda tüm sınıfa ek açıklamalar yapmıştır. Öğretmenin

yaptığı açıklamaların büyük bir bölümü öğrencilerin kendi anlamalarını arttırmayı hedef almıştır. Açıklamalar esnasında İKT'deki sorulara cevap niteliğinde olabilecek söylemlerden kaçınılmıştır. Öğretmenin açıklamalarına (yönlendirmelerine) şu örnekler verilebilir;

- verilen şekle tekrar bakın bakalım.
- verilen şekil ile X. adım nasıl ilişkilendirilebilir sence/ sizce?
- ispat için gerekenler neydi? Adımlara bu açıdan bakın bakalım.
- arkadaşının açıklaması sence mantıklı mı? Neden?
- teorem ve ispatında geçen tanımlara dikkat ediniz. ... vb.

Bu durum öğretmen günlüklerine aşağıdaki şekilde yansımıştır.

“Uygulamayı başlattım. Öğrenciler bir önceki uygulamaya kıyasla çok az soru sordular (G2).”

“Uygulamaya başladık. Yaklaşık on dakika verilen teoremi ve ispatı tartıştılar. Ben de bu sırada sınıfta dolaşarak yardımcı olmaya çalıştım (G3).”

“Tartışma sırasında ve cevaplama aşamasında bana da soru soranlar oldu. ... Küçük ipuçları ile sorulara çözüm getirmeye başladılar (G4).”

K2b sadece ilk İKT uygulamasına yönelik bir müdahaleyi içermektedir. İlk uygulamada öğrencilerin İKT yapısını kavrayamadıkları o nedenle oldukça zorlandıkları gözlenmiştir. İKT'de verilenler ve yapmaları gereken şeylere yönelik çok sayıda soru sormuşlardır. Diğer uygulamalarda bu sorunun devam etmesinin önüne geçebilmek için ne yapılabileceğini düşünen öğretmen önce sınıfta uygulama esnasında ve uygulama sonrasında ek açıklamalar yapmıştır. Ancak öğrencilerin soruları ve görüşleri sonrasında yapılan açıklamaların yeterli olmadığı anlaşılmıştır. Öğretmen ikinci uygulama öncesinde yeni bir müdahale yapmayı tercih etmiş ve ilk İKT'yi sınıfta öğrenciler ile birlikte tekrar cevaplamaya, tartışmaya karar vermiştir. Öğretmen günlüğünde bu durumu şu şekilde ifade etmiştir;

“... Birbirlerine göstererek ve fısıldayarak aralarında konuştular. Bir süre buna izin verdikten sonra yapmaları gerekenleri anlattım ve uygulamaya başladık. İlk uygulama olmasından dolayı (İKT'deki) her bir soruda sorular sordular. ... Genelde cevaplar çok derinlemesine değildi ve uygulama sırasında çok sık soru sormalarından dolayı uyguladığım İKT'yi tekrar sınıfta birlikte yapmaya karar verdim. İKT'de yer alan soruları sırasıyla tahtaya yansıtım ve söz alarak cevaplamalarını istedim (G1).”

Öğretmen sınıfta İKT'yi tekrar ele alırken tüm sorulara cevap vermekten ya da tamamen kendi açıklamalarını sunmaktan kaçınmıştır. Daha çok öğrencilerin arkadaşlarının düşünce ve yaklaşımlarını da duymasını ve birlikte tartışma yapabilmelerini sağlamaya çalışmıştır. Öğretmen öğrencilerle yapılan birlikte cevaplama çalışması sona erdiğinde sınıfta şu konuşmayı yapmıştır: *“Cevaplarınızın özgün olması gerekiyor, birlikte yaptığımız çalışmanın sadece bir örnek olduğunu unutmayın.”* Bu müdahaleyi öğretmen sadece ilk uygulama sonrasında yapmış ve gözlemleri sonrasında bir daha tekrarlama gereği duymamıştır.

K2c öğrencilerin başarısı arttırmak ve çalışmanın verimi yükseltmek için motivasyonu artırıcı bazı küçük müdahale biçimlerini içermektedir. Bunlar daha çok sözel yapıdadır. Bu kapsamda öğretmen günlüklerinde yer alan ifadeler aşağıdaki gibidir.

“Onlara bu testi de yapabilecekleri sadece dikkatli okumaları ve çalışmaya yoğunlaşmaları ve başarabileceklerini söyleyerek kısa bir konuşma yaptım. ... Onlara biraz daha gayret etmelerini söyledim (G3).”

“Hemen hemen tüm öğrenciler tahtaya kalkıp söz almak istedi. Öğrencilere teşekkür ederek çalışmayı bitirdim (G5).”

Ayrıca öğretmen günlüklerinde yer almasa da uygulama esnasında öğretmen öğrencileri motive etmek için *“başarabilirsiniz, anlayabilirsiniz, siz bunu bilecek seviyedesiniz ...”* gibi ifadeleri kullanmıştır.

K2d çalışma biçimine yönelik müdahaleleri kapsamaktadır. Önceki kategoride de (kısmen) anlaşılabilmesi üzere bu alt kategoride iki tür müdahale yer almaktadır. Birincisi öğrencilerin İKT'nin ilk bölümünü nasıl çalışacaklarını yeniden düzenleyen bir uygulamadır.

Öğrencilerin İKT’de yer alan teoremi ya da ispatını anlamada güçlük çektikleri gözlenmiştir. Bu durum başlangıçta İKT’nin yapısına aşına olmamalarından kaynaklanıyor gibi görünse de sonraki uygulamalarda da kimi zaman karşılaşılan sorunlardan biri olmuştur. Öğretmen gözlemleri ve sınıfta öğrencilerin yönettiği sorular, öğrencilerin sunulan ispata yönelik ön öğrenmelerinde de (tanımları tam olarak bilememe, eşitlikleri hatırlamama, konu eksiklikleri, vb.) eksikliklerin olduğunu göstermiştir. Bunun üzerine öğretmen sınıfta bu durumu öğrencilerle konuşmaya ve birlikte bir çözüm yolu aramaya karar vermiştir. Öğretmen günlüğünde bu durumu şu şekilde dile getirmiştir;

“Uygulamayı başlattım. Öğrenciler bir önceki uygulamaya kıyasla çok az soru sordular. Sorduğu sorular daha çok verdikleri cevapların doğruluğu ile alakalı sorulardı. Ancak ilerleyen dakikalarda zorlandıklarını hissettim. Değerlendirme yaparken, uygulama esnasında yaşanan sıkıntının sonuçlara da yansıdığını fark ettim. Sonraki derste sınıfta durumu görüştük. İspatta geçen bazı ifadeleri ya da ispat adımlarından bazılarını anlayamadıklarında diğerlerini de anlayamadıklarını söylediler. Yapılan tartışma sonrası, ispatta yer alan soruları cevaplamaya geçmeden önce, ikili ya da üçlü gruplar şeklinde teoremi ve ispatı birlikte tartışma ve değerlendirme zamanı olmasına, daha sonra cevaplama aşamasına bireysel olarak devam edilmesine karar verdik. Bundan sonraki İKT uygulamalarında isteyen öğrenciler bireysel, isteyen öğrenciler sıra arkadaşları ile birlikte çalışma yapabileceklerdi (G2).”

Bu kategoride yer alan ikinci müdahale sürenin kullanımına yöneliktir. Öğrencilerin İKT’nin ilk bölümünde isterlerse arkadaşları ile birlikte çalışabilecekleri kararı sonrasında sürenin daha verimli şekilde kullanılması için yeni bir tartışma yapılmıştır. Öğrenciler ve öğretmenin aldığı yeni karar gereğince bir İKT’nin ilk bölümü için 10 dakika, ikinci bölümü içinse 30 dakika süre ayrılması uygun bulunmuştur. Bu karar öğrenciler süre kullanımında sıkıntı yaşadığı için değil sonraki uygulamalarda sürenin verimli şekilde kullanılması için alınmıştır. Öğretmen günlüğünde bu durumu şöyle dile getirmiştir.

“Bundan önceki uygulamalarda süre sınırlaması yapmamıştık. Bundan sonraki testlerde süre sınırlaması yapmaya karar verdik. Sınıfta durumu tartıştık ve [bir derste] bireysel] cevaplama süresini 30 dakika olarak belirledik (G3).”

Kategori III: Yapılan Müdahalelerin Sürece Yansımaları

Son kategori uygulama boyunca yapılan müdahalelerin etkilerini içermektedir. Bu kategoride tek tek her bir müdahalenin etkisi ele almak yerine, gözlenen etkileri (birbiri ile ilişkili olanları) birlikte sunmanın daha yararlı olacağı düşünülmüştür. O nedenle bu kategori altında iki alt kategori yer almaktadır. Bunlar aşağıdaki gibidir.

K3a- öğrencilerin katılımlarına ve matematiksel yaklaşımlarına yönelik gözlemler,
K3b- İKT’lere ve dolaylı olarak ispatlara yönelik sahip olunan duygu ve düşünceler.

K3a kapsamında öğretmen müdahaleleri sonrasında öğrencilerin İKT uygulamalarında sürecin başından sonuna kadar nasıl bir davranış sergiledikleri ele alınmaktadır. Davranışlar hem yapılan müdahalelere özel hem de bunların bütününden oluşan genel yapıda ortaya konabilmektedir.

- Öğretmenin ek açıklamaları ve ilk İKT’yi sınıfta öğrencilerle tekrar cevaplama çalışması yapması öğrencilerin İKT yapısını kavramalarını sağlamış ve ilgilerini büyük oranda içeriğe (ispat ve ona yönelik sorulara) yönlendirmiştir.

“Uygulamaya başlamadan önce öğrencileri daha istekli gördüm. Uygulamayı başlattım. Öğrenciler bir önceki uygulamaya kıyasla çok az soru sordular. Sordukları sorular daha çok verdikleri cevapların doğruluğu ile alakalı sorulardı (G2).”

“İlk uygulamalarda öğrenciler biraz zorlandı ancak özellikle 3. uygulama ile birlikte ciddi anlamda bir ilerleme oldu. Kendileri ile görüştüğümde daha önce hiç böyle bir uygulama yapmadıkları için değişik bulduklarını ve yapısını kavramakta zorlandıklarını belirttiler (G6).”

- Öğretmenin motivasyonu arttırmaya dönük çabaları öğrencilerin İKT'lerle daha fazla ilgilenmesinde onlara destek olmuştur. Özellikle dersle (ya da İKT'lerle) yeterince ilgilenmeyen öğrencilerin bile dersten tamamen kopmamalarını ve sürece katılımını sağlamıştır.

“Dersle ilgilenmeyen öğrenci hiç yoktu. Öğrencilerin hem derse karşı ilgilerinde hem de matematiksel yaklaşımlarında gözle görünür bir iyileşme oldu. Ders sonrası yapılan uygulamalarda da öğrencilerin hepsi istekliydi (G6).”

- Öğretmenin çalışma biçimine yönelik müdahaleleri süreci oldukça verimli hale getirmiştir. Bu gruptaki müdahaleler öğrencilerin İKT'ler üzerinde daha sistemli ve işbirliği içinde çalışma yapmasını olanaklı kılmıştır. Günlüklerde yer alan ifadeler aşağıdaki gibidir.

“Bir önceki uygulama sonrası alınan karar gereği öğrenciler birlikte çalışmak istedikleri arkadaşları ile gruplar oluşturmuşlardı. ... Yaklaşık on dakika verilen teoremi ve ispatı tartıştılar. Bende bu sırada sınıfta dolaşarak yardımcı olmaya çalıştım. Daha sonra bireysel olarak testi cevaplandırmaya başladılar. Öğrenciler yoğun bir şekilde testle uğraştı. ... Testin genelinde ise başarı seviyesi önceki teste nazaran daha iyiydi. Birlikte çalışmanın bunda faydası olduğunu düşünüyorum (G3).”

“Yaklaşık 10 dakika kadar teoremi ve ispatı tartıştılar. Bitirdikten sonra bireysel olarak cevaplamaya geçtiler. ... 30 dakika dolduğunda herkes uygulamayı tamamladı. Kâğıtları topladığımda birbirleri ile verdikleri cevapları tartışmaya başladılar. Daha önceki derslerde sessiz olan öğrenciler bile tam cevabı veremeseler bile yorum yapmaya başladılar. ... Hem sınıf hem de benim için oldukça verimli bir ders oldu (G4).”

“İKT'yi dağıtır dağıtmaz okumaya ve yorumlamaya başladılar. Sınıf içinde dolaşmadım, kürsüden onları izledim. Hepsi hummalı bir şekilde teoremi ve ispatını kavramaya çalışıyorlardı. Arkadaşı ile olan çalışması biten öğrenci benim yönlendirme yapmama gerek kalmadan testi cevaplamaya geçti. Uygulama yaklaşık 30 dakika sürdü. Önceki uygulamada olduğu gibi öğrenciler cevaplarını tartışıyor ve yorumlar yapıyorlardı. Çalışma bittikten sonra da birbirleri ile verdikleri yanıtları tartışmaya başladılar. Bazı öğrenciler kitaplarını açmış bir şeyler araştırıyorlardı. Sonradan sınıfta yaptığımız değerlendirmede öğrencilerin sonuçtan gayet memnun olduklarını gördüm (G5).”

K3b kapsamında öğrencilerin İKT'lere ve dolaylı olarak ispatlara ilişkin duygu ve düşünceleri ele alınmaktadır. Bu kategoride ifade edilebilecek en temel gözlem, öğrencilerin öğretim uygulamasının ikinci aşamasında (3. uygulama ve sonrası) olumlu duygu ve düşüncelere sahip olduklarıdır. Bu duruma gönderimde bulunan ifadeler günlüklerde şu şekilde yer almıştır;

“Birçoğu artık geometriyi daha iyi anladığını söyledi. Birçok öğrenci uygulamaya devam etmek istediklerini belirtti. Yaptığımız örnek çözümleri de gayet verimli geçti. Hemen hemen tüm öğrenciler tahtaya kalkıp söz almak istedi (G5).”

“Uygulama süresince sınıfta neredeyse hiçbir disiplinsiz davranış olmadı. Dersle ilgilenmeyen öğrenci hiç yoktu. Öğrencilerin hem derse karşı ilgilerinde hem de matematiksel yaklaşımlarında gözle görünür bir iyileşme oldu. Ders sonrası yapılan test uygulamalarında öğrencilerin hepsi istekliydi. İlk bir, iki uygulamada karşılaşılan sıkıntıları giderdikten sonra çok başarılı bir öğretim süreci yaşadık (G6).”

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada bir ortaöğretim sınıfında yürütülen İKT'ye dayalı öğretim uygulaması esnasında uygulayıcı öğretmenin deneyimleri, tuttuğu günlükler ve sınıf içi informal gözlemleri aracılığıyla betimlenmiştir. Bu bölümde ulaşılan sonuçlar 1-günlüklerin işlevleri ve 2-öğretmen

müdahalelerinin etkileri başlıkları altında sunulmakta ve akabinde araştırmacıların önerileri sıralanmaktadır.

Günlüklere yönelik sonuçlar

Öğretmen günlükleri; öğrencinin öğrenmesindeki gelişimi izleme ve bireyin düşünme becerilerini geliştirme fırsatı verir ve elde edilen verilerin değerlendirilerek öğrencinin öğrenme sürecine aktif katılmasını, dolayısıyla da öğrenme kalitesinin yükseltilmesini sağlar (Dixon, 2009). Bu çalışmada da günlükler, öğretmenin süreci yakından izlemesi ve sonradan uygulama oturumlarını değerlendirebilmesini sağlamıştır. Ayrıca öğretmen, günlükleri yardımıyla informal gözlemlerini kayıt altına alma imkânı bulmuştur. Böylece her bir İKT'nin uygulamasındaki deneyimler ile bir sonrakinin daha işlevsel ve sağlıklı olarak gerçekleştirilmesi için gerekli düzenlemelerin (örneğin tanınan süreyi ayarlama, gelen soruları izleme yanıtı, (varsa) önceki uygulamalarda ortaya çıkan sıkıntıları giderici yaklaşımları sergileme vb.) ve sürece müdahalelerin yapılabilmesi amaçlanmıştır. Bu sayede öğretmen, uygulama sürecinde karşılaştığı sorunlara yönelik uygun müdahale yolları geliştirmiş ve bunların ne derecede etkili olduğunu da izleyebilmiştir. Bu aynı zamanda eylem araştırmasındaki genel yapının gereğini (Koshy, 2005) yerine getirmeyi sağlamıştır. İKT'ye dayalı öğretim uygulamasına yönelik öğretmen günlüklerinin, sürecin sağlıklı olarak yürütülmesinde yardımcı olduğu görülmüştür.

Öğretmenin müdahalelerine yönelik sonuçlar

Bu çalışmada kullanılan İKT'lerin yapısı; öğrencilere teorem ve ispatının birlikte verilip daha sonra yapılan ispata yönelik, Yang ve Lin (2008) tarafından geliştirilen ispatların kavranarak okunması modelinde yer alan kavrama seviyelerine uygun olarak hazırlanmış soruların cevaplanmasına dayanmaktadır. Yöneltilen sorularda öğrencilerden cevaplarını gerekçeleri ile açıklamaları istenmektedir. Uygulama öncesi İKT'nin yapısı hakkında öğrencilere gerekli açıklamaların yapılmasına rağmen ilk uygulama sonrası öğrencilerin bu yapıyı kavrayamadıkları gözlenmiştir. Yıldız (2006) tarafından İKT testlerine yönelik yürütülmüş olan çalışmada yer alan öğretmen adayları, İKT'nin örnek bir uygulamasının sınıf önünde yapılırsa, yapısının daha iyi anlaşılacağını belirtmişlerdir. Bizim çalışmamızda bu düşünceden yola çıkarak öğretmen, uygulanan İKT-1'i sınıf ortamında öğrenciler ile birlikte tekrar incelemiştir. Bu uygulamanın tekrar yapılmasına ihtiyaç duyulmaması, yapılan müdahalenin etkisinin olumlu yönde olduğunun bir göstergesidir.

Uygulama esnasında öğrencilerden bazılarının ispatları bireysel çalışma ile yeterince anlayamadıkları gözlenmiştir. Bunun üzerine isteyen öğrencilere grup çalışması yaparak çalışabilme olanağı tanınmıştır. Yıldız'ın (2006) çalışmasına katılan öğretmen adaylarının görüşlerinden biri, İKT uygulamalarının grup çalışması şeklinde yapılmasıdır. Bizim çalışmamızda çalışmanın tümü yerine İKT'nin ilk bölümünde grup çalışması yapma imkânı verilmiş olmasına karşın bu müdahalenin oldukça yararlı olduğu görülmüştür. Yang ve Lin (2008) matematiksel ispatları öğretirken ön öğrenmelerin gözden geçirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bizim çalışmamızda ön öğrenmeler üzerine çok yoğun bir gözden geçirme yapılmamıştır. Ancak uygulama esnasındaki öğretmen açıklamaları ve kimi zaman verilen ipuçları öğrencilere bu doğrultuda kısmi destek sağlamıştır. Yine, süreçte öğrencilerin birlikte çalışabilmiş olmaları, ön öğrenmelerindeki eksikliklerinden kaynaklanan daha büyük sorunlar yaşamalarının önüne geçilmesini sağlamıştır.

Öğretmen, eylem araştırmasının ilkelerine uygun olarak uygulamalar esnasında, öğrenci görüşlerini alarak ve sorunlarını dinleyerek öğrencileri sürece olabildiğince dâhil etmeye çalışmıştır. Ortaya çıkan öğrenci güçlüklerini aşmak için öğretmen, yine öğrencilerle birlikte uygun müdahale yollarını geliştirmeye çalışmıştır. Müdahaleler esnasında öğretmen tek karar alıcı olan otorite figürü rolünde olmayıp öğrencilerin sorumluluk almasını sağlamıştır. Stylianides (2007), akademik rollerinin yanı sıra öğretmenlerin, öğrenciler arasındaki etkileşim kurallarının müzakere edilmesinde, kabul edilmesinde ve geliştirilmesinde önemli role sahip olduğunu belirtmiştir. Uygulamayı yapan öğretmenin bu rolü daha sağlıklı şekilde yerine getirmeye çalıştığı görülmektedir. Bu yaklaşım biçimi olumlu sonuçlar vermiştir. Günlüklerin

incelenmesi sonucu ulaşılan sonuçlar; öğrencilerin sürecin genelinde yüksek katılım göstermesi, uygulamalar için belirlenen süre sınırlamasına uymaya çalışmaları, düşüncelerini ve sorunlarını sınıf içinde dile getirmekten çekinmemeleri, disiplin açısından sorun yaratabilecek hiç bir durumun oluşmaması ve sürecin geneline yönelik öğrencilerin memnuniyetlerini dile getirmeleri şeklinde sıralanmıştır. Yang ve Lin (2008) öğretmenlerin ispatta yer alan kavramları ve özellikleri uygulama öncesinde veya sırasında öğrencilere hatırlatması gerektiğini belirtmiştir. Çalışmalarına katılan bazı öğretmenlerin bu amaçla hatırlatma kartları bile hazırladıkları ifade edilmiştir. Bizim çalışmamız kapsamında süre sınırlaması da dikkate alınarak öğretmen sınıfta dolaşarak küçük ipuçları vermeyi tercih etmiştir. Öğretmenin verdiği ipuçları bazen kimi soruları bazen kısa açıklamaları içermektedir. Bunlardan bazıları; 'tümlemler ve bütünlükler arasındaki fark neydi açıklayın bakalım, ispatı farklı biçimde yapmak demek başka bir ispat yöntemini kullanmak demektir, ispat yöntemlerini sıralayın bakalım, bir ek çizim yapmak gerekiyorsa illa o köşeden/kenardan mı yapmak gerekir, alanı bulurken hangi yolları izleyebiliyorduk, burada bildiğiniz bir özellik/formül gerekli olabilir' biçiminde örneklenebilir. Bu müdahalenin öğrenciler üzerinde olumlu etki yarattığı gözlenmiştir. Bu etkiler İKT'de istenileni daha rahat anlama, derse daha fazla katılım gösterme ve iletişime daha açık olma şeklindedir.

İKT'lerinin uygulamasına yönelik ulaşılan sonuçlar bir diğeri; İKT performansları açısından da öğrencilerde giderek artan bir başarı grafiğinin olmasıdır. Bu yeni öğretim aracı sayesinde öğrenciler geometri başarılarını arttırabileceklerini düşünmüş ve bunu ifade etmişlerdir. Bu sonuçlar Conradie ve Frith'in (2000) İKT'nin yararlarına ilişkin olarak sıraladığı, 'hem öğretmen hem de öğrenci için dönütün kalitesi gelişir ve klasik yöntemle göre daha az moral bozucudur' ve 'matematik iletişim becerilerini (okuma, soru sorma, cevap verme ve yazma gibi) geliştirir' (Conradie ve Furth, 2000; Houston, 1993a) ifadelerini doğrular niteliktedir.

Sonuç olarak yapılan uygulama öğrencilerin geometrik ispatları anlamalarını sağlamada ve ispat performanslarını geliştirmede kayda değer katkılar yapmıştır ve de öğretmen açısından da memnuniyet verici şekilde tamamlanmıştır. Bu süreçte öğretmenin deneyimlediklerini ve gözlemleri, günlükleri yoluyla izlemesi ve değerlendirmesi hem kendisi hem de öğrencileri açısından süreci daha verimli kılmıştır.

Öneriler

İKT'ye dayalı öğretim uygulamasında öğretmenin gözlemleri ve yazdığı günlükler hem sürecin izlenmesi hem de uygun müdahalelerin yapılmasında oldukça yararlı olmuştur. O nedenle İKT üzerine çalışma yapmayı planlayan araştırmacılara günlük tutmalarını önermekteyiz. Bizim çalışmamızda her uygulamadan sonra bir tane ve bir tane de uygulamanın bitmesinden sonra 6 adet günlük yazılmıştır. Bizce benzeri çalışmalarda günlüklerin sayısının arttırılmasında yarar vardır. Günlüklerin fazlaştırılması aynı zamanda onların gruplanabilmesini ve sürecin daha da ayrıntılı şekilde izlenebilmesini sağlayabilir. Örneğin her uygulama için bir tane sınıf atmosferine yönelik, bir tane yaşanan güçlüklerle yönelik, bir tane öğrenci performanslarına ve bir tanede öğretmenin kendini değerlendirdiği kısa günlükler yazılabilir. Günlük tutmaya ilişkin bir diğer yol şu şekilde örneklenebilir; Günlüklerin tutulmasında hem doğrudan kâğıda yazma hem de elektronik ortamda yazma yapılabilir. Elektronik ortamlarda yazılan günlüklerin öğretmen tarafından yeniden düzenlenmesi ve kayıt altına alınması (saklanması) daha kolay olabilir. Günlükler için alternatif yolları dikkate alarak yazma yapmak tercih edilebilir. Bu yollardan biri kategorik yazma olabilir. Kategorik yazmada öğretmen önce her yazma öncesinde önceki yazmalardan elde ettiği bilgileri dikkate alarak bazı kategoriler belirleyebilir ve yeni günlüğünü bu kategoriler çerçevesinde yapılandırabilir. Kategori örnekleri, sınıf yönetimi, öğrenci davranışları, zorlanma durumları, sıra dışı olaylar, vb. olabilir. Bu tür yazma tercihleri yapmak hem verilerin analizi hem de müdahale sürecinde araştırmacı ya da öğretmene kolaylık sağlayacaktır ve yaklaşımları daha sistematik bir hale getirecektir.

Çalışmamızda uygulamayı yapan öğretmenin hem günlük tutması hem de öğrencilerin İKT'ye yönelik performanslarını yazılı şekilde toplaması sebebiyle informal gözlem yapması

uygun bulunmuştur. Ancak benzer çalışmaları yapacak olan araştırmacıların uygun şartlara sahiplerse uygulama sürecini daha iyi gözlemleyebilmesi için kamera kaydı yapması ya da en azından belli aralıklar ile formal (bir forma dayalı) gözlem yapmasını önermekteyiz. Bizim çalışmamızda informal gözlem yapılması büyük bir veri kaybına ya da analiz sürecinde sıkıntılar yaşanmasına neden olmadığı düşünülmektedir. Ancak informal gözlemler araştırmamızın sınırlı yanlarından biri olarak görülebilir. Söz konusu sınırlılığın aşılması için önerimizin dikkate alınması yararlı olacaktır.

Çalışmamızda öğretmenin müdahalelerinin büyük oranda verimli olduğu ve olumlu etkiler yarattığı görülmüştür. Müdahalelerin planlaması sürecinde hem öğrencilerin görüşlerinden hem de literatürden yararlanılmış olması bunun en önemli sebebi olarak görülmektedir. Bu anlamda diğer araştırmacıların söz konusu etkenleri göz önünde bulundurmalarını öneriyoruz.

Çalışmada karşılaştığımız durumlardan biri de öğrencilerin yaşadıkları güçlüklerin bazılarının ön bilgi eksikliklerinden kaynaklanmasıdır. Bizim çalışmamızda bu tür eksikliklerin azaltılmasına yönelik kimi müdahaleler, birlikte çalışma ve öğretmen ek açıklamaları biçimindedir. Müdahalelerin olumlu etkileri gözlenmiştir ancak söz konusu eksikliklerin yol açtığı güçlüklerin büyük oranda giderildiğini söylemek güçtür. O nedenle diğer araştırmalarda İKT uygulamaları öncesinde öğrencilerin ön bilgi eksikliklerini belirleyici ve giderici ek çalışmaların yapılması daha yararlı olacaktır.

Uygulamaya yönelik bir diğer önerimiz süreye yöneliktir. Bu çalışmada kırk dakikalık bir ders saatinin on dakikası teorem ve ispatı incelemek, otuz dakikası soruları cevaplamak için ayrılmıştır. Bu sürelerin yeterli olduğu görülmüştür. Bu sonuçlar doğrultusunda İKT uygulamalarında uygulama süresinin dörtte birlik kısmının inceleme için dörtte üçlük kısmının cevaplamak için ayrılmasını önermekteyiz.

Özet olarak derslerinde ya da araştırmalarında İKT'yi kullanmayı amaçlayan kişilerin araştırmamızdaki bulgular ve sonuçlar kapsamında ders/ araştırma tasarımlarında sınıf yönetimi, gözlem prosedürü, günlük yazma biçimi, geri bildirim ve müdahale yolları, süre kullanımı ve performansların değerlendirilmesi gibi bileşenleri göz önünde bulundurmasını önermekteyiz.

Ülkemizde İKT'yi ele alan çalışmaların çok az olduğu ve yurt dışında yapılan çalışmalarda ise bir öğretim uygulamasına dayalı araştırmaların bulunmadığı görülmektedir. Dolayısıyla İKT'yi içeren -özellikle öğretimdeki etkilerini inceleyen- çalışmalara gereksinim vardır. Bu alanda çalışma yapılması için araştırmacıların teşvik edilmesi yararlı olacaktır.

MEB (2013) tarafından yayınlanan ve uygulamada olan ortaöğretim matematik dersi öğretim programı çerçevesinde ispat öğretimi öğretmenler için tavsiyeden öte bir zorunluluk haline gelmiştir. Bu kapsamda İKT'nin ispat öğretimi için faydalı ve kullanışlı bir araç olduğunu düşünülmektedir. Bu aracın farklı sınıf seviyelerinde ve farklı üniteler kapsamında kullanımına yönelik araştırmaların yapılmasının faydalı olacağı kanısındayız. Araştırmaların artmasıyla birlikte İKT'lerin ispatları anlama ve yapabilmadaki etkileri farklı perspektiflerden incelenebilecektir.

Kaynaklar

- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof pupils' practice of school mathematics. In D. Pimm, (Ed.), *Mathematics, teachers and children* (pp. 216-230), London: Hodder & Stoughton.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (16. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Conradie, J. & Frith, J. (2000). Comprehension tests in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 42 (3), 225-235.
- Derek, M. (2011). *Teaching and learning of proof in the college curriculum*. Unpublished Master Thesis, San Jose State University, America.
- De Villiers, M. (1998). An alternative approach to proof in dynamic geometry. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 369-393), Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Publisher.

- De Villiers, M. (2004). The role and function of quasi-empirical methods in mathematics. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 4 (3), 397-418.
- Di Martino, P., & Maracci, M. (2009). The secondary-tertiary transition: Beyond the purely cognitive. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of 33rd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 401-408). Thessaloniki, Greece: PME.
- Dixon, B. J. (2009). *A formative experiment investigating the use of reflective video journals to increase high school students' metacognition*. Unpublished doctoral dissertation, San Diego State University, America.
- Duval, R. (2002). Proof understanding in mathematics: What ways for students. *International Conference on Mathematics: Understanding Proving and Proving To Understand*, 61-77.
- Ekiz, D. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri: Yaklaşım, yöntem ve teknikler*. (2. Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Güven, B., Çekmez E., & Karataş İ. (2010). Using empirical evidence in the process of proving: the case of Dynamic Geometry, *Teaching Mathematics and Its Applications*, 29 (4), 193-207.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21 (1), 6-13.
- Hanna, G., & Barbeau, E. (2010). Proofs as bearers of mathematical knowledge. In G. Hanna, H. N. Jahnke & H. Pulte (Eds.), *Explanation and proof in mathematics. Philosophical and educational perspectives* (pp. 85-100), New York: Springer.
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: results from exploratory studies. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 3 (7), 234-282.
- Houston, S. K. (1993a). Comprehension tests in mathematics. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 12 (2), 60-73.
- Houston, S. K. (1993b) Comprehension tests in mathematics: II. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 12(3), 113-120.
- Hoyles, C., & Jones, K. (1998). Proof in dynamic geometry context. In C. Mammana & V. Villiani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. 121-128). Dordrecht: Kluwer.
- İpek, S. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları kullanarak gerçekleştirdikleri geometrik ve cebirsel ispat süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü..
- İskenderoğlu, T., Baki, A., & İskenderoğlu, M. (2010). Proof schemes used by first grade of preservice mathematics teachers about function topic. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 9, 531-536.
- Knuth, E. J. (2002). Proof as a tool for learning mathematics. *Mathematics Teacher*, 95 (7), 486-490.
- Koshy, V. (2005). *Action research for improving practice*. London: Paul Chapman Publishing.
- Leron, U. (1983). Structuring mathematical proof. *American Mathematical Monthly*. 90 (3), 174-185.
- Maher, C. A., & Martino, A. M. (1996). The development of the idea of the mathematical proof: A 5-year case study. *Journal for Research in Mathematics Education*. 27 (2), 194-214.
- MEB (2010). *11. Sınıf geometri dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- MEB, (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Mejia-Ramos, J. P., Fuller, E., Weber, K., Rhoads, K., & Samkoff, A. (2012). An assessment model for proof comprehension in undergraduate mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 79 (1), 3-18.
- Miyazaki, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 41 (1), 47-68.
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*. 27 (3), 249-266.

- Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E. B. ve Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14 (1), 147-160.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM, USA.
- Özer, Ö. ve Arıkan, A. (2002). Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Ankara: ODTÜ. http://old.fedu.metu.edu.tr/ufbmek-5/b_kitabi/PDF/Matematik/Bildiri/t245d.pdf internet adresinden 12.03.2014 tarihinde edinilmiştir.
- Powell, A. B. & Lopez, J. A. (1989). *Writing as a vehicle to learn mathematics: A case study. Classroom applications: What works and how*. [http://andromeda.rutgers.edu/~powellab/docs/chapters/PowellLopez\(1989\).pdf](http://andromeda.rutgers.edu/~powellab/docs/chapters/PowellLopez(1989).pdf). Internet adresinden 23.08.2014 tarihinde alınmıştır.
- Sarı, M., Altun, A. ve Aşkar, P. (2007). Üniversite öğrencilerinin analiz dersi kapsamında matematiksel kanıtlama süreçleri: Örnek olay çalışması. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40 (2), 295-319.
- Stylianides A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38 (3), 289-321.
- Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Bir ortaöğretim matematik dersindeki ispat yapma etkinliğine yönelik sınıf içi tartışma sürecine öğrenci söylemleri çerçevesinde yakından bakış. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 135-154.
- Whitehead, J. (1989) Creating a living educational theory from questions of the kind ‘how do I improve my practice?’, *Cambridge Journal of Education*, 19 (1), 41-52.
- Yang, K. L. & Lin, F. L. (2008). A model of reading comprehension of geometry proof. *Educational Studies in Mathematics*, 67 (1), 59-76.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (9. Baskı) Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, G. (2006). *Lisans seviyesinde genel matematik dersindeki teorem ve ispatları anlamaya yönelik kavrama testinin hazırlanması uygulanması ve öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Extended Abstract

Introduction

It is observed that proof and proving has become an important component of mathematics education. Existing studies related to the education of proving focused on the problems that students faced with when learning to prove and the design of effective teacher interventions. One of the important questions to answer in mathematics education is how can it be understood whether the proof is comprehended? In this study, the authors focused on the comprehension of the proof and how to benefit from proof comprehension tests, which were designed as a tool to measure and examine students' proof comprehension. Yang and Lin (2008) suggested a four-stage model for the comprehension of a proof in their study. The stages labelled as surface level, recognizing elements, chaining the elements, and encapsulation.

Proof comprehension test (PCT) was used for the first time by Houston (1993a) in order to establish whether any mathematical text was understood or not. Conradie and Frith (2000) used comprehension test for the education of training and named this tool PCT. Yang and Lin (2008) adapted PCTs in accordance with the criteria they set in their own models.

Method

The study is a qualitative research and it was designed as an action research. The first author in the research worked both as a practitioner and as a researcher. The data of the study were composed of the teacher's journal writing (JW) and informal observations that were conducted by the teacher.

The participants were 20 high school students studying in grades 11th. The first author worked as a mathematics teacher in this high school, in Zonguldak. Easy accessibility and volunteering were taken into account when choosing the participants.

The data was composed of the informal class observations and JWs kept by the teacher to determine the overall state of the class and the behaviours of the students while PCTs were applied. During the process, 6 JWs in total was completed.

In the study, Content analysis method was used in the analysis of writings. During the data analysis, two authors first monitored each JW and created their own categories. Then the authors met together, compared their categories and discussed the similarities and differences. After agreement on the data analysis was obtained, the authors finalized the categories.

Result and Discussion

Three categories were found based on the data analysis and these categories were not independent. They are related to each other because of composing the general parts of practising process and also causality.

Category I: Difficulties During the Process: The first category involves the teacher's observations about students' difficulties in the process. There are three sub-categories here; The Difficulties concerned;

- C1a- PCT structure,
- C1b- Practicing method and
- C1c- Content.

Category II: The Intervention ways to scope out the difficulties experienced during the process: The intervention ways, which were planned on overcoming the problems listed in the first category, generated subcategories. These are;

- C2a- Annotations (orientation),
- C2b- Finding solutions together,
- C2c- Enhancing motivation and
- C2d- Restructuring the style of studying.

Category III: The Reflection of the Interventions to the Process: The last category includes the effects of interventions during the practice. Instead of handling the impact of each individual intervention in this category, presenting the observed effects collectively (which were associated with each other) were thought to be more useful. The categories are as follows;

- C3a- Observations of students' participation in and also about their mathematical approaches,
- C3b- Feelings and thoughts towards PCT and proving owned indirectly.

Results intended for journals: In this study, JWs provided teacher with not only observing the process closer but also evaluating the practice sessions afterward. Teachers had the opportunity to record informal observations using JWs. Thanks to journals, teacher could improve appropriate intervention ways for the problems he encountered in practising process and he could also observe their effectiveness degree.

Results about Teacher's interventions: The PCTs in this study had been prepared appropriately for comprehension levels in the model which was developed by Yang and Lin (2008). In spite of making necessary explanations about PCT structure before the practice, it was observed that the students failed to comprehend this structure after the first practice. The pre-service teachers who took part in the study about PCTs carried out by Yıldız (2006), stated that the PCT structure could be understood better if a sample practice was performed publicly in the class. Based on this idea, teachers and students re-examined the practiced PCT-1 together in the classroom in this study. The effect of this intervention was seen as positive in students' understanding of proof. During the practising, it was observed that some of the students couldn't understand the proof well enough by individual study. One of the opinions of the teachers, who participated in the study of Yıldız (2006), was to perform the PCT practising as groupworks.

In our study, in spite of being given opportunity to do a group work in the first part of PCT instead of the whole study, it was observed that this intervention was quite helpful. In

terms of PCT performances, it can be said that students had increasing success profile. The students thought and stated that they could improve their geometry success by using this new teaching tool. These results verify Conradie and Frith's (2000) statements about benefits of PCT such as "The quality of feedback for both teachers and students improves and will be less frustrating than classical methods" and also "mathematics improves communication skills (such as reading, asking questions, giving answers and writing)" as Conradie and Frith (2000) and Houston (1993a) stated.

One of the issues that we faced with in the study was students' difficulties that occurred because of their lack of prior knowledge. In order to overcome these difficulties, some interventions such as group study and the teacher's explanations were done in this study. The positive effects of the interventions were observed, but it is difficult to say that the big part of the difficulties that occurred because of aforementioned deficiencies was overcome. In addition, it is seen that the time that was used for PCT in practice was enough. In this study, forty minutes class time was used efficiently; ten minutes was used to examine the theorem and its proof, and the rest of the time (30 minutes) was used to answer the questions. It is thought that these times are appropriate to complete PCT2.

As a result, performed practice has made remarkable contributions to ensuring the students' understanding the geometric proof and improving proof performances in addition to being completed satisfactorily in terms of teacher. In this process, teacher's directing his experiences with the help of observations and journals made the process better not only for teachers but also for students. In the direction of the results, it is suggested that before implementation of PCT, conducting additional studies could be beneficial in order to identify students' prior knowledge and lack of knowledge in future studies. Additionally, it is suggested that one third of the implementation time could be used for examining the theorems and proofs, and the rest of the time could be used for answering questions as it was done in this study.

In summary, according to the findings and results ofn this study, for the ones who intend using PCT in their lessons or studies we suggest taking into consideration the components such as classroom management, observation procedures, keeping diary style, feedback and intervention methods, the use of time and performances evaluation in their lesson/research design.

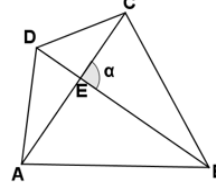
It is seen that there are very few studies about PCT in our country and there aren't any studies including teaching practice based on PCT abroad. Therefore, there is a need for studies on teaching including PCT.

Ek-1. İKT-4

Teorem:

Dışbükey bir dörtgenin alanı A ve dörtgenin köşegenleri |AC| ile |BD|, bu köşegenler arasındaki açının ölçüsü $m(\widehat{CEB}) = \alpha$ olmak üzere;

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BD| \cdot \sin \alpha \text{ dir.}$$

**İspat:**

$$A(ABCD) = A(\triangle AED) + A(\triangle DEC) + A(\triangle CEB) + A(\triangle BEA) \text{ dir.} \quad (\text{Adım-1})$$

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AE| \cdot |ED| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |DE| \cdot |EC| \cdot \sin(180-\alpha) + \frac{1}{2} |CE| \cdot |EB| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |BE| \cdot |EA| \cdot \sin(180-\alpha) \text{ olur.} \quad (\text{Adım-2})$$

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AE| \cdot |ED| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |DE| \cdot |EC| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |CE| \cdot |EB| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |BE| \cdot |EA| \cdot \sin \alpha \quad (\text{Adım-3})$$

$$= \frac{1}{2} [|AE| \cdot |ED| + |DE| \cdot |EC| + |CE| \cdot |EB| + |BE| \cdot |EA|] \cdot \sin \alpha \quad (\text{Adım-4})$$

$$= \frac{1}{2} [|AE| \cdot (|ED| + |BE|) + |EC| \cdot (|DE| + |EB|)] \cdot \sin \alpha \quad (\text{Adım-5})$$

$$= \frac{1}{2} [|AE| \cdot |BD| + |EC| \cdot |BD|] \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} [|BD| \cdot (|AE| + |EC|)] \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} |BD| \cdot |AC| \cdot \sin \alpha \quad (\text{Adım-6})$$

1. Bölüm

Yukarıda verilen teorem ve ispatını kullanarak aşağıdaki soruları cevaplandırınız:

1. Teoremde geçen "dışbükey" ifadesini açıklayınız.
2. Teoremde geçen "sinüs" trigonometrik oranını açıklayınız.
3. İspatta Adım-1 de verilen eşitlik doğru mudur? Açıklayınız.
4. Adım-1 den Adım-2 e geçişi açıklayabilir misiniz?
5. Adım-2 den Adım-3 e nasıl geçildiğini açıklayınız.
6. Adım-3 den Adım-4 e geçişi açıklayabilir misiniz?
7. (\widehat{AEB}) açısını kullanarak dörtgenin alan formülünü elde edebilir misiniz?
8. Sizce ispatın dayandığı kritik adım(lar) hangisidir?
9. İspatın bütününe göz önünde bulundurduğunuzda, ispatın doğru olduğunu düşünüyor musunuz? Açıklayınız.
10. Yapılan ispatı kendi cümlelerinizle ifade ediniz.
11. Teoremi farklı şekilde ispatlayabilir misiniz?

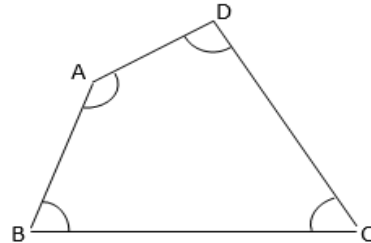
2. Bölüm

Ek-2. İKT'lerde Yer Alan Teoremler

Teorem-1

Bir dörtgenin iç açılarının toplamı 360°

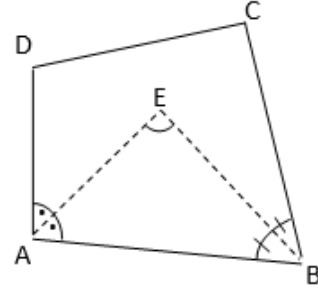
$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 360^\circ$$



Teorem-2

Bir ABCD dörtgeninde E noktası; [AE] ve [BE] açıortaylarının kesim noktası olmak üzere:

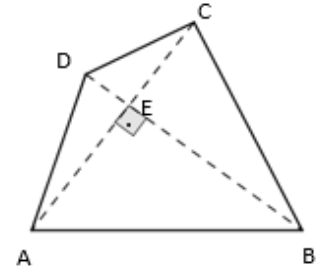
$$m(\widehat{AEB}) = \frac{m(\widehat{D}) + m(\widehat{C})}{2} \text{ dir.}$$



Teorem-3

Köşegenleri dik kesişen bir dörtgende; karşılık kenar uzunluklarının kareleri toplamı birbirine eşittir:

$$|AB|^2 + |DC|^2 = |AD|^2 + |BC|^2$$



Teorem-4

Dışbükey bir dörtgenin alanı A ve dörtgenin köşegenleri |AC| ile |BD|, bu köşegenler arasındaki açının ölçüsü $m(\widehat{CEB}) = \alpha$ olmak üzere;

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha \text{ dir.}$$

