

## Duyarlı Öğretime Radikal Yapılandırmacı Bir Bakış: Öğretmen Merkezsizleştirilmesi

### A Radical Constructivist View of Responsive Teaching: Teacher Decentering

*Sinem BAŞ ADER<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Sorumlu Yazar, Dr. Öğr. Üyesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Eğitim Fakültesi, İstanbul Aydın Üniversitesi, Türkiye, sinembas@aydin.edu.tr, (<https://orcid.org/0000-0002-2246-598X>)*

**Geliş Tarihi: 20.03.2021**

**Kabul Tarihi: 10.12.2021**

#### ÖZ

Duyarlı öğretim, öğretmenin öğretimi sırasında öğrenci düşünme şekillerine odaklandığı ve kararlarını bu düşünme şekillerine dayanarak verdiği bir öğretim yaklaşımı olarak tanımlanmaktadır. Bu makalenin amacı, öğretmenlerin öğrencileri ile duyarlı öğretimin gerektirdiği türden bir iletişim kurabilmesini sağlayan öğretim hamlelerini ve temelindeki zihinsel süreçleri incelemek için kullanılacak bir teorik çerçeve sunmaktır. Bu teorik çerçeve, ilk olarak Piaget tarafından ortaya konulan ve daha sonra radikal yapılandırmacı araştırmacıların etkili bir öğretmen-öğrenci iletişimini karakterize etmek için yeniden tanımlayarak kullandığı merkezsizleştirme kavramına dayanmaktadır. Merkezsizleştirme, genel olarak, kişinin diyalog kurduğu diğer kişinin ne düşündüğünü ve söylediklerinin o kişi tarafından nasıl anlaşılacağını anlamasını sağlayan zihinsel süreçleri ifade etmektedir. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak, duyarlı öğretim ile ilişkili geçmiş araştırmaların sonuçları ve bu araştırmaların duyarlı öğretimin bileşenlerini açıklamadaki sınırlılıkları sunulacaktır. Daha sonra, bu sınırlılıkları gidermeye yönelik araştırmalar için bir teorik çerçeve olabilecek merkezsizleştirme kavramı ve radikal yapılandırmacı araştırmacıların bu kavramı temel alarak ortaya koyduğu yansıtıcı iletişim ve yansıtıcı olmayan iletişim modelleri tanımlanacaktır. Tartışma ve sonuç bölümünde merkezsizleştirme kavramının ve bu kavram temelinde tanımlanan iki iletişim modelinin, duyarlı öğretim ile ilişkili geçmiş araştırmalardaki sınırlılıkların giderilmesine nasıl katkı sağlayacağı üzerinde durulacaktır. Son bölümde ise yapılabilecek merkezsizleştirme araştırmaları ile ilgili önerilere yer verilecektir.

**Anahtar Kelimeler:** Merkezsizleştirme, duyarlı öğretim, öğretmen-öğrenci iletişimi, radikal yapılandırmacılık, matematik eğitimi.

#### ABSTRACT

Responsive teaching is defined as a teaching approach in which teacher focuses on students' expressed thinking and makes instructional decisions based on this thinking during the lesson. The purpose of this article is to provide a theoretical framework that can be used to investigate teachers' teaching moves and mental actions that enable them to interact with their students in way that is entailed in responsive teaching. This theoretical framework is based on the construct of decentering, which was first coined by Piaget and then redefined and used by radical constructivist researchers in order to characterize an effective teacher-student interaction. Decentering generally refers to the mental actions that enable a person to understand both what the other person in the communication is thinking and how the other person might understand his utterances. For this purpose, firstly, the results of the past studies related to responsive teaching and limitations of these studies in terms of explaining the components of responsive teaching will be presented. Afterwards, the idea of decentering, which might be a theoretical framework

for studies overcoming these limitations, and the models of reflective and unreflective interactions defined by radical constructivist researchers based on the idea of decentering were described. In the discussion and conclusion section, how the idea of decentering and the two models of interaction defined by using this idea contribute to overcoming the limitations of the past studies will be discussed. In the last section, recommendations for further research on decentering are presented.

**Keywords:** Decentering, responsive teaching, teacher-student interaction, radical constructivism, mathematics education.

## GİRİŞ

Günümüzde matematik öğretiminin temel amaçları, bu amaçların gerçekleştirilebilmesi için gerekli öğrenme ortamları ve buna uygun öğretmen ve öğrenci rolleri geleneksel eğitim-öğretim yaklaşımından farklı bir şekilde yeniden tanımlanmaktadır (Ball ve Cohen, 1999; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1991, 2000, 2014; Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2018; Walshaw ve Anthony, 2008). Yenilikçi yaklaşıma göre bir matematik sınıfı, öğretmenin bilgiyi aktaran öğrencinin de bilgiyi alan rolünde olduğu geleneksel sınıf ortamından farklı olarak, bilginin öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci iletişimi yoluyla ortak bir çabanın ürünü olarak yapılandırıldığı bir matematik topluluğu olarak görülmelidir (Walshaw ve Anthony, 2008). Bu yaklaşımda öğretmen sınıfa getirdiği kavram odaklı, bilişsel istem seviyesi yüksek etkinliklerle öğrencileri matematiksel düşünmeye teşvik etmeli, farklı fikirlerin ortaya çıkmasını ve tartışılmasını sağlamalı, öğrencilerle kurduğu matematiksel diyalogları etkili bir şekilde yürüterek onların kavramsal anlamalarına destek olmalıdır (Ball ve Cohen, 1999; Brodie, 2011; NCTM, 2014; TTKB, 2018; Sherin, 2002; Speer ve Wagner, 2009; Stein, Engle, Smith ve Hughes, 2008; Walshaw ve Anthony, 2008; Wood, 1998). Bu türden bir sınıf ortamı öğretmenin öğrencilerin öğrenme durumları ile ilgili bilgi edinebilmesi ve doğru değerlendirmeler yapabilmesi açısından da kritik bir öneme sahiptir (Brodie, 2011).

Walshaw ve Anthony (2008) matematiksel tartışmaların ve iletişimin öğretimin merkezinde olduğu bir sınıf ortamında, öğretmenlerin pedagojik yaklaşımları ve bu yaklaşımların öğrenci başarısına etkisi üzerine yapılan araştırmaları incelemiştir. Bu incelemenin sonuçlarına göre, öğrenmeyi desteklediği kanıtlanmış dört pedagojik yaklaşım şu şekilde özetlenmektedir: (a) öğrencilerin matematiksel tartışmalara aktif bir şekilde katılmasını sağlamak için normlar ve kurallar belirleyip uygulama, (b) öğrencilerin matematiksel fikirlerini dinleme, anlama, yorumlama ve bu fikirleri kullanarak öğretimi şekillendirme, (c) öğrencileri matematiğin sembolik diline alıştırma, sezgiye dayalı matematiksel fikirlerini bu dili kullanarak ifade etmelerini sağlama ve (d) öğrencilerin matematiksel argümantasyon sürecine katılmalarını destekleme. Bu yaklaşımlardan ilk ikisi, sırasıyla, sosyal destek ve analitik destek kavramlarına karşılık gelmektedir (Williams ve Baxter, 1996). Öğretmenin sağlayacağı sosyal destek, öğrencilerin fikirlerini paylaşmaları ve bu fikirler etrafında matematiksel tartışmaların ortaya çıkması için önemlidir (Speer ve Wagner, 2009). Ancak Teuscher, Moore ve Carlson'a (2016) göre, sosyal destek ile teşvik edilen matematiksel tartışmalar dersin öğrenme hedeflerine ulaşılması için tek başına yeterli değildir. Bu tartışmaların etkili bir öğretim aracına dönüşmesi öğretmenin öğrencilerin informal fikirlerini öğretiminde kullanması, yani öğrencilere analitik destek sağlaması ile mümkündür.

Öğretmenin hem sosyal hem de analitik destek sağlama becerisinin önemli rol oynadığı ve bazı araştırmacılar tarafından öğrenci düşünme şekline duyarlı öğretim (responsive teaching) olarak isimlendirilen öğretim yaklaşımı, reform çalışmalarında en çok öne çıkan tanımlamalardan birini içermektedir (Jacobs ve Empson, 2016; NCTM, 2014). NCTM'ye (2014) göre öğrenci düşüncesi odaklı bir öğretim, "Öğrencilerin yorumlarındaki ve davranışlarındaki matematiği bulmayı, hedeflenen kazanımlara ve ilerleyişe göre öğrencinin ne bildiğini göz önünde bulundurmaya, öğrencilere nasıl en etkili cevapların verileceğini ve onların

o anki anlama düzeylerine dayalı olarak nasıl destekleneceğini belirlemeyi içerir” (s. 56). Diğer yandan, öğretim sırasında öğrencilerin açıklamalarındaki matematiği bulmak, anlamak, yorumlamak ve bu bilgiye dayanarak öğretim ile ilgili kararlar almak uzmanlık gerektiren becerilerdir ve öğretmenlerin bu becerilere yalnızca aldıkları eğitimin ya da mesleki deneyimin bir sonucu olarak sahip olmaları beklenmemelidir (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010). Yapılan araştırmalar da öğretmenlerin öğrenci düşüncesi odaklı öğretim konusunda zorluk yaşadığına dikkat çekmektedir (Brodie, 2011; Kazemi ve Franke, 2004; LaRochelle ve diğerleri, 2019; Speer ve Wagner, 2009; Wallach ve Even, 2005).

Bu bağlamda, duyarlı öğretim yaklaşımını sınıflarında uygulayabilmek için öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi ve becerilerin ne olduğu ve nasıl geliştirileceği son yıllarda birçok araştırmaya konu olmuştur (Brodie, 2011; Franke ve diğerleri, 2009; Jacobs ve Empson, 2016; Jacobs ve diğerleri, 2010; Johnson ve Larsen, 2012; Sherin, 2002; Sherin ve van Es, 2009; Teuscher ve diğerleri, 2016; van Es ve Sherin, 2002; Wood, 1998). Genel olarak öğretim sırasındaki öğretmen-öğrenci iletişimine odaklanan ve farklı teorik çerçevelerden faydalanılarak yürütülen bu araştırmalar, bir öğretmenin duyarlı öğretim yaklaşımını uygulayabilmesi için hangi tür bilgi ve beceriye ihtiyacı olduğu, öğrencileriyle kurduğu matematiksel diyaloglarda ne yapması gerektiği gibi konularda ortaya koyduğu sonuçlarla alana önemli katkılar sağlamıştır. Ancak radikal yapılandırmacılığı benimseyen matematik eğitimi araştırmacıları, duyarlı öğretim araştırmalarında, öğretmenlerin öğrencileri ile kurdukları matematiksel diyaloglardaki düşünme şekillerinin ve zihinsel süreçlerinin de-öğrencilerin düşünme şekilleri ve zihinsel süreçleri ile birlikte-göz önünde bulundurulması gerektiğini öne sürmektedir (Hackenberg, 2005, 2010; Steffe ve Thompson, 2000; Teuscher ve diğerleri, 2016; Thompson, 2000, 2013). Bu görüşe göre, yukarıda söz edilen duyarlı öğretim araştırmalarının en önemli sınırlılığı öğretmenlerin öğretimine ve öğrenciler ile iletişimine yön veren zihinsel süreçlerin göz önüne alınmamasıdır (Teuscher ve diğerleri, 2016; Thompson, 2016).

Bu çalışmanın amacı, öğretmenlerin öğrencileri ile kurduğu matematiksel diyaloglarda onların düşünme şekillerini anlamasını, bu düşünme şekillerine dayalı olarak öğretimine yön vermesini (duyarlı öğretim) sağlayan öğretim hamlelerini ve temelindeki zihinsel süreçleri incelemek için kullanılacak bir teorik çerçeve sunmaktır. Bu teorik çerçeve, ilk olarak Piaget (1926) tarafından çocukların çevre ile iletişimini sağlayan bilişsel gelişimini ifade etmek için ortaya konulan ve daha sonra radikal yapılandırmacı araştırmacıların (Steffe ve Thompson, 2000; Thompson, 2000, 2013) matematik öğretiminde etkili bir öğretmen-öğrenci iletişimini<sup>2</sup> karakterize etmek için yeniden tanımlayarak kullandığı *merkezsizleştirme*<sup>3</sup> (decentering/ decentration) kavramına dayanmaktadır. Merkezsizleştirme, genel olarak, kişinin diyalog kurduğu diğer kişinin ne düşündüğünü ve söylediklerinin o kişi tarafından nasıl anlaşılacağını anlamasını sağlayan zihinsel süreçleri ifade etmektedir (Thompson, 2013).

Bu amaç doğrultusunda ilk olarak, öğrenci düşünme şekline duyarlı öğretim ile ilişkili geçmiş araştırmaların sonuçları ve bu araştırmaların duyarlı öğretimin bileşenlerini açıklamadaki sınırlılıkları sunulacaktır. Daha sonra, bu sınırlılıkları gidermeye yönelik araştırmalar için bir teorik çerçeve olabilecek merkezsizleştirme kavramı ve radikal yapılandırmacı araştırmacıların bu kavramı temel alarak ortaya koydukları yansıtıcı (reflective) iletişim ve yansıtıcı olmayan (unreflective) iletişim modelleri tanımlanacaktır. Yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim modellerinin, öğretmen-öğrenci iletişimde öğretmenin öğrenci düşüncesi odaklı hamlelerini ve temelindeki zihinsel süreçleri incelemek için bir teorik çerçeve olarak nasıl kullanılabileceğini göstermek amacıyla, iki matematiksel diyalog bu modeller bağlamında incelenecektir. Tartışma ve sonuç bölümünde merkezsizleştirme kavramının ve bu

<sup>2</sup> Burada “etkili iletişim” ile, bir matematiksel diyalogda her iki tarafın da birbirinin ne düşündüğünü anlama çabası içinde olduğu bir iletişim kastedilmektedir (Thompson, 2013).

<sup>3</sup> Türkçe alan yazında “decentering” kavramına karşılık gelen bir terim bulunmamıştır. Yazar, decentering kavramının Türkçe karşılığı olarak “merkezsizleştirme” terimini kullanmıştır.

kavram temelinde tanımlanan iki iletişim modelinin, duyarlı öğretim ile ilişkili geçmiş araştırmalardaki sınırlılıkların giderilmesine nasıl katkı sağlayacağı üzerinde durulacaktır. Son bölümde ise yapılabilecek merkezsizleştirme araştırmaları ile ilgili önerilere yer verilecektir.

## ÖĞRENCİ DÜŞÜNME ŞEKLİNE DUYARLI ÖĞRETİM

Öğrencilerin kavramsal anlamalarını destekleyen en etkili öğretim yaklaşımlarından birinin öğrenci düşünme şekline duyarlı öğretim olduğu görüşü geçmişten günümüze kabul görmektedir (Ball ve Cohen, 1999; Ivars, Fernández ve Llinares, 2020; Jacobs ve Empson, 2016; NCTM, 2014; Sherin, 2002). Duyarlı öğretim, öğretim ile ilgili kararların öğrencilerin paylaştıkları matematiksel fikirlere dayanılarak–ve bu fikirlerin gelişimini destekleyecek yönde–verildiği bir öğretim yaklaşımıdır (Jacobs ve Empson, 2016; Johnson ve Larsen, 2012; Sherin, 2002; Speer ve Wagner, 2009). Öğretmenin bu fikirlerden hangilerinin üzerine ne şekilde gitmesi gerektiğine, dersin öğrenme hedeflerini de göz önünde bulundurarak, karar vermesini gerektirmektedir (Sherin, 2002; Speer ve Wagner, 2009). Bu yönüyle duyarlı öğretim dersin önceden planlandığı ve bu plana bağlı kalınarak yürütüldüğü öğretimden farklılaşmaktadır. Bazı araştırmalarda ön plana çıkan öğretim yaklaşımları duyarlı öğretim ile benzerlik gösterse de farklı şekilde isimlendirilmiştir. Örneğin, Sherin (2002) odaklandığı öğretim yaklaşımı için “uyarlanabilir öğretim” terimini kullanırken (adaptive style of teaching), Johnson ve Larsen (2012) “araştırmaya dayalı öğretim” (inquiry-oriented instruction) terimini kullanmıştır. Bu iki araştırmada ele alınan öğretim yaklaşımlarında da öğretmen, duyarlı öğretimde olduğu gibi, öğrencilerin nasıl düşündüğünü ortaya çıkartacak hamleler yapar, onları anlamak amacıyla dinler ve öğretim ile ilgili kararlarını bu düşünme şekillerine dayanarak verir (Johnson ve Larsen, 2012; Sherin, 2002).

Speer ve Wagner’e (2009) göre, öğretim ile ilgili planlamanın önceden yapıldığı bir öğretimde öğretmenlerin öğrenci öğrenmesi yönünden başarılı olmasını sağlayan bilgi ve beceriler, büyük oranda doğaçlamaya dayalı olan duyarlı öğretim için yeterli olmayabilir. Bu görüşten hareketle, duyarlı öğretim için öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi ve beceriler yeniden tanımlanmaktadır. Örneğin, Jacobs ve Empson (2016) bu bilgi ve becerileri tanımladığı bir model ortaya koymuştur. Bu modele göre, duyarlı öğretimin üç temel bileşeni şunlardır: (a) öğrencilerin matematiksel düşünme şekillerinin bilgisi, (b) öğrencilerin matematiksel düşünme şekillerini fark etme (noticing) becerisi ve (c) öğrencilerin matematiksel düşünme şekillerini destekleyecek ve geliştirecek öğretim hamleleri yapabilme becerisi<sup>4</sup>. İlk bileşen, öğrenci düşünme şekilleri üzerine yapılan araştırmaların sonuçlarına göre oluşturulmuş bir bilgi türüne işaret etmektedir. Öğretmen bu bilgiyi öğretim sırasında öğrencilerin matematiksel fikirlerini anlamak ve bunların gelişimini değerlendirmek için kullanır (Jacobs ve Empson, 2016). İkinci bileşen olan, öğrencilerin matematiksel düşünme şekillerini fark etme becerisi Jacobs ve diğerleri (2010) tarafından (i) öğrencilerin sözel problemleri çözmek için kullandıkları stratejilerin dayandığı matematiksel fikirleri belirleme, (ii) bu fikirler ile ortaya çıkan anlama düzeylerini yorumlama ve (iii) bu bilgileri kullanarak öğretimin bir sonraki adımına karar verme şeklinde, birbiriyle ilişkili üç alt beceri olarak, tanımlanmıştır. Üçüncü bileşen ise, öğretim sırasında öğrencilerin matematiksel düşünme şekillerini fark etme neticesinde verilen kararın o düşünme şekillerini destekleyecek ve geliştirecek şekilde uygulanmasını içermektedir (Jacobs ve Empson, 2016).

<sup>4</sup> Öğretim hamlesi, Jacobs ve Empson (2016) tarafından “belirli bir amaca yönelik olan öğretim faaliyetinin bir birimi” olarak tanımlanmaktadır (s. 186). Buna göre, bu çalışmada öğretim hamleleri ile kastedilen, öğretmenlerin öğrenci düşünme şeklini anlamak, yorumlamak ve öğretimde kullanmak için attığı adımlardır.

Jacobs ve Empson'ın (2016) duyarlı öğretim modeli öğretmen bilgisi, fark etme becerisi ve öğretim hamlesi yapma becerisi gibi üç farklı bileşeni içermesi yönünden kapsayıcı bir modeldir. İlerleyen bölümlerde bu bileşenlerin her biri ile ilgili araştırmaların sonuçları sunulacaktır. Bu sonuçların sunulması öğrenci düşüncesi odaklı bir öğretimin doğası ve özellikleri ile ilgili bilgi tabanının ortaya çıkması açısından anlamlıdır. "Tartışma ve Sonuç" bölümünde ise duyarlı öğretimi merkezsizleştirme kavramı çerçevesinde ele alınan bu bilgi tabanına nasıl katkı sağlayabileceği tartışılacaktır. Ancak bu çalışmada duyarlı öğretimde özellikle öğretmen-öğrenci iletişimine odaklanıldığı için, bu bileşenlere geçmeden önce takip eden bölümde öğretmen-öğrenci iletişimi üzerine yapılan araştırmalara yer verilecektir; bu araştırmaların duyarlı öğretimin gerektirdiği türden-ya da duyarlı öğretim ile bağdaşmayan- bir iletişimin özellikleri ile ilgili ortaya koyduğu sonuçlardan söz edilecektir.

### 2.1. Öğretmen-Öğrenci İletişiminin Yapısı

Wood'a (1998) göre, öğrencilerin fikirlerini rahatça ifade edebildiği, kendilerinin ve diğer öğrencilerin düşünme şekli üzerine düşünmesinin desteklendiği bir öğretmen-öğrenci iletişimi öğrenme fırsatlarını etkileyen faktörlerin başında gelmektedir. Bu görüşe paralel olarak, öğrenci düşüncesi odaklı bir iletişimin yapısını karakterize etmek ve bu yapının öğrenmedeki rolünü incelemek geçmişten günümüze birçok araştırmanın odağı olmuştur (Bauersfeld, 1980; Boaler ve Brodie, 2004; Brodie, 2011; Franke ve diğerleri, 2009; Hiebert ve Wearne, 1993; Jacobs ve Empson, 2016; Stein ve diğerleri, 2008; Wertsch ve Toma, 1995; Wood, 1998).

Bu araştırmaların ilklerine imza atan Sinclair ve Coulthard (1975) ve Mehan (1979), matematik sınıflarında hakim olan iletişim yapısını *nakletme örüntüsü* olarak tanımlamıştır. (aktaran Wood, 1998). Bu iletişim yapısı, başlatma (öğretmenin iletişimi başlatacak bir adım atması)-cevap verme (öğrencinin cevap vermesi)-geri dönüt verme/değerlendirme (öğretmenin cevaba geri dönüt vermesi ya da cevabın doğruluğunu değerlendirmesi) [BCG/D] üçlüsünü içermektedir (Brodie, 2011). Öğretmenin geri dönüt verme/değerlendirme davranışının ardından yeni bir başlatma davranışı gelir ve iletişim aynı üçlü davranış dizisi ile devam eder. Nakletme örüntüsünün öğrenmeye etkisi konusunda farklı görüşler ileri sürülmüştür. Örneğin Wood'a (1998) göre bu iletişim, öğrencinin kendi fikirlerini üretmesini engelleyen bir yapıya sahiptir ve bu haliyle kavramsal öğrenmeye katkı sağlamaktan uzaktır. Benzer görüşteki araştırmacılara göre de bu iletişim yapısında, öğrenciye söz hakkı veriliyor gibi görünse de, çoğu zaman öğretmenler cevabını önceden bildikleri ve öğrencileri kendi düşünme şekillerine yönlendiren sorular sordukları için öğrenme sınırlı düzeyde kalmaktadır (Bauersfeld, 1980). Bu açıdan bakıldığında nakletme örüntüsü, öğrenci düşünme şekline duyarlı öğretimin gerektirdiği türden bir öğretmen-öğrenci iletişiminden uzak bir yapıya sahip gibi görünmektedir.

Wood (1998), öğretmen-öğrenci iletişiminin öğrencilerin matematiği öğrenmesine etkisini incelediği çalışmasında, nakletme örüntüsüne alternatif olarak iki iletişim örüntüsünden bahsetmektedir: *Daraltma* ve *odaklama örüntüsü*. İlk olarak Bauersfeld (1980) tarafından tanımlanmış olan daraltma örüntüsü matematik sınıflarında en sık rastlanan iletişim şekillerinden biridir. Bu iletişim, öğretmenin soru sormasıyla başlar ve öğrenci soruya tam ve doğru bir cevap vermediği sürece devam eder. Öğretmenin sorduğu sorular öğrenciyi kendi istediği cevabı vermeye yönlendiren türden sorulardır; öğrenci matematiksel düşünmeye değil, öğretmenin sorusuna cevap bulmaya odaklanır. Wood bu iletişim türünü Wertsch ve Toma'nın (1995) tanımladığı tek anlamlı iletişime benzetmektedir. Tek anlamlı iletişimde, matematiksel diyaloglar bilginin doğrudan öğrenciye transfer edilmesi amacına hizmet eder. Esasında daraltma örüntüsünde, nakletme örüntüsündeki gibi hemen cevabın doğruluğunun değerlendirilmesi yerine, soru sorma yoluyla öğrenciye düşüncelerini ifade etme fırsatı verilmektedir. Ancak sorulan sorular öğrenci düşüncesine dayanmamaktadır ve sadece bu düşünceye yön verme amacına hizmet etmektedir. Bu özellikleriyle daraltma örüntüsü de, duyarlı öğretimin gerektirdiği türden bir iletişim yapısı ile tam olarak örtüşmemektedir (Teuscher ve diğerleri, 2016).

Odaklama örüntüsünde ise öğretmen öğrencilere matematiksel fikirlerini ya da çözüm yaklaşımlarını paylaşabileceği ve üzerinde düşünüp tartışabileceği bir diyalog ortamı sunar. Öğretmen yine sorular sorar ancak bu soruların amacı öğrencilerin dikkatini paylaşılan düşünme şeklindeki ya da çözüm yaklaşımındaki matematiksel açıdan önemli noktalara çekmektir (Brodie, 2011; Wood, 1998). Bu yönlerden odaklama örüntüsü, Wertsch ve Toma'nın (1995) tanımladığı diyaloga dayalı iletişime benzemektedir. Diyaloga dayalı iletişimde öğretmen öğrencilerin matematiksel fikirlerinin tartışılmasını ve bu yolla kendi anlamlarını yapılandırmasını amaçlar. Bu özellikleriyle odaklama örüntüsü, duyarlı öğretimin gerektirdiği türden bir iletişim yapısı ile uyumaktadır (Jacobs ve Empson, 2016; Teuscher ve diğerleri, 2016).

Brodie (2011), öğretmenin öğrencileri ile iletişimde onların düşünme şekillerini dikkate almadığı gerekçesiyle olumsuz bir imaja sahip olan nakletme örüntüsünün öğrenmeye etkisinin, örüntünün nasıl kullanıldığına bağlı olarak değişebileceğini savunmaktadır. Brodie'ye göre, belirleyici olan örüntüdeki başlatma ve geri dönüt/değerlendirme aşamalarının niteliğidir. Örneğin, başlatma aşamasında öğretmen öğrencilerin düşünme şekillerini ortaya çıkartacak türden ve kavramsal cevaplar gerektiren sorular sorduğunda iletişimin niteliği artacaktır. Benzer şekilde, geri dönüt/değerlendirme aşamasında öğretmen öğrencilerin paylaştığı düşüncelerle yakından ilişkili ve onları geliştirecek yönde geri dönüt verdiğinde öğrenmeyi destekleyebilecektir (Brodie, 2011). Brodie'nin öne çıkardığı bu özellikler, esasında, duyarlı öğretimde öğretmen-öğrenci iletişiminin nasıl bir yapıya sahip olması gerektiğine dair ipuçları sunmaktadır.

Bu sonuçlar duyarlı öğretim yaklaşımını benimseyen bir öğretmenin öğrencileri ile iletişimde ne yapması-ya da ne yapmaması-gerektiği ile ilgili bilgi vermektedir. Ancak bu sonuçlarla birlikte, öğretmen-öğrenci iletişimine yön veren zihinsel süreçlerin de incelenmesi önemlidir (Teuscher ve diğerleri, 2016; Thompson, 2016).

## **2.2. Duyarlı Öğretim İçin Gerekli Öğretmen Bilgisi**

İlkokul matematik öğretmenlerine yönelik, biliş temelli öğretim [BTO] (cognitively guided instruction) isimli bir mesleki gelişim programı kapsamında yapılan araştırmalar (Carpenter, Fennema ve Franke, 1996; Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang ve Loef, 1989), öğrenci düşüncesine duyarlı öğretim ile ilgili en çok bilinen ve referans verilen araştırmalar arasındadır (Franke ve diğerleri, 2009; Jacobs ve Empson, 2016; Teuscher ve diğerleri, 2016). BTO araştırmalarının temel aldığı varsayımlardan bir tanesi, öğretmenlerin duyarlı öğretim becerisi kazanmaları için Shulman'ın (1986) tanımladığı pedagojik alan bilgisinin iki alt boyutundan biri olan öğrenci düşünme şekilleri ile ilgili bilgilerinin geliştirilmesi gerektiğidir (Carpenter ve diğerleri, 1989, 1996). Jacobs ve Empson'ın (2016) ortaya koyduğu modelde de duyarlı öğretimin üç bileşeninden biri olarak yer verilen bu bilgi, öğretmenlerin zihinlerinde öğrencilerin matematiksel düşünme şekilleri ile ilgili bir çerçeve oluşturmasına ve bu sayede öğretim sırasında paylaşılan matematiksel fikirleri anlamasına destek olmaktadır.

Duyarlı öğretimin bir bileşeni olarak öğretmen bilgisine odaklanan bir başka grup araştırmacı da öğretmenlerin matematiksel tartışmalarda öğrencilerin fikirlerini anlayabilmesi ve bu fikirleri kullanarak tartışmaları hedeflenen öğrenmeler gerçekleşecek şekilde yürütebilmesi için ne tür bir bilgiye sahip olması gerektiğini incelemiştir (Johnson ve Larsen, 2012; Sherin, 2002; Speer ve Wagner, 2009). Araştırma temelli ve kavram odaklı bir müfredat bağlamında gerçekleştirilen bu araştırmalar hem öğretmen bilgisi hem de öğretim uygulaması boyutlarını içermektedir. Örneğin, Speer ve Wagner (2009) ve Johnson ve Larsen (2012), öğretim konusunda deneyimli ve aynı zamanda matematik alanında araştırma yapan bir matematikçinin lisans düzeyindeki derslerini gözlemlemiştir. Speer ve Wagner öğretmen bilgisi ile ilgili analizlerinde analitik çerçeve olarak pedagojik alan bilgisi (Shulman, 1986) ve öğretmek için matematik bilgisinin bir alt boyutu olan özel alan bilgisi (Ball, Thames ve Phelps, 2008) kavramlarını kullanmıştır. Öğretim uygulaması boyutunda da öğretmenin öğrencilere

analitik destek sağlama (yani öğrencilerin informal fikirlerini kavramsal anlamayı geliştirmek için kullanma) becerisine odaklanmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğretmen öğrencilerin paylaştıkları matematiksel fikirleri anlayabilmek için özel alan bilgisine ihtiyaç duyarken, o fikirlerin dersin öğrenme hedefleriyle uyumlu tartışmalara yön verecek potansiyelde olup olmadığına karar verirken pedagojik alan bilgisine ihtiyaç duymuştur (Speer ve Wagner, 2009).

Johnson ve Larsen (2012) öğretmen bilgisi analizlerinde öğretmek için matematik bilgisinin bir başka alt boyutu olan alan ve öğrenci bilgisi kavramını (Ball ve diğerleri, 2008) kullanırken, öğretim uygulaması boyutunda Davis'in (1997) tanımladığı üç tür dinleme şekline<sup>5</sup> odaklanmıştır. Bu çalışmanın sonuçları ise, öğretmenin derste paylaşılan fikirleri anlayıp bu fikirlere dayalı olarak öğretimine yön verecek şekilde öğrencileri dinleme becerisinin alan ve öğrenci bilgisine sahip olması ile yakından ilişkili olduğunu göstermiştir (Johnson ve Larsen, 2012). Bu sonuçlara ek olarak Sherin (2002), öğretmenin öğrencilerin paylaştığı fikirlerden hangilerinin üzerine ne şekilde gitmesi gerektiğine karar verebilmesinin üç bilgi türünün (alan bilgisi, müfredat bilgisi ve öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerinin bilgisi) bir arada kullanılmasına bağlı olduğunu ortaya koymuştur.

Bu araştırmalar duyarlı öğretim becerisinin gerektirdiği öğretmen bilgisi konusunda alan yazına önemli katkılar sağlamıştır. Ancak bu araştırmaların temelinde öğretmenin bilgisinin kendisinden bağımsız düşünebileceği varsayımı yer almaktadır. Diğer bir ifadeyle, bu bilginin, öğretmenin zihninde nasıl yapılandırıldığından bağımsız araştırılabileceği düşüncesi yer almaktadır (Thompson, 2016). Radikal yapılandırmacılık teorisine göre, öğretmenin bilgisi sahip olduğu bilişsel yapılardan ve zihinsel süreçlerinden bağımsız düşünülemez; bilgi öğretmenin zihnindeki, Piaget'nin ifadesiyle, şemalarda yapılandırılır (Glaserfeld, 1995). Bu bilginin gelişimi de bu şemalardaki gelişime bağlıdır (Silverman ve Thompson 2008; Thompson, 2016). Sonuç olarak, radikal yapılandırmacı perspektife göre, duyarlı öğretim becerisinin temelindeki öğretmen bilgisi araştırılırken öğretmenin bu bilgiyi zihninde nasıl yapılandığına ve bu yapılandırmayı sağlayan bilişsel mekanizmalara odaklanmak gerekmektedir (Silverman ve Thompson 2008; Thompson, 2016). Tartışma ve sonuç bölümünde öğretmenin merkezsizleştirme becerisinin bu bilgiyi yapılandırmasında nasıl bir rolü olduğu ele alınacaktır.

### 2.3. Öğretmenlerin Öğrenci Düşünme Şekillerini Fark Etme Becerisi

Öğrenci düşüncesi odaklı bir matematik öğretiminin gerektirdiği beceriler üzerine yapılan çalışmalardan bazıları öğretmenlerin fark etme becerisine odaklanmıştır (Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011; Sherin ve van Es, 2009). Bu çalışmaların temelindeki varsayım göre, aynı anda farklı türden etkileşimlerin gerçekleştiği bir sınıf ortamında öğretmenin öğrencilerin düşünme şekillerini anlayabilmesi ve öğretim ile ilgili kararlarını bu düşünme şekillerine dayanarak verebilmesi fark etme becerisi ile mümkün olmaktadır (van Es, 2011). Fark etme becerisinin herkes tarafından kabul gören tek bir tanımı yoktur (Sherin ve diğerleri, 2011). Örneğin, bu konuda alan yazına en fazla katkı sunan araştırmacılarından van Es ve Sherin'e (2002) göre fark etme özünde şu üç alt beceriyi barındırır: (a) sınıf ortamında dikkate değer olan, önemli durumları belirleme, (b) bu durumları temsil ettikleri daha genel öğrenme ve öğretme prensipleri ile ilişkilendirme ve (c) bağlam ile ilgili bilgileri (öğrenci bilgisi, konu alan bilgisi, müfredat bilgisi, vb.) kullanarak bu durumlar ile ilgili akıl yürütme (s. 573). Bu tanımda da açıkça görüldüğü gibi van Es ve Sherin öğretmenlerin sadece öğrenci düşünme şekillerine değil genel olarak sınıf ortamında nelere dikkat ettiklerine ve bunları nasıl yorumladıklarına odaklanmaktadır (Jacobs ve diğerleri, 2010). Ayrıca öğretmenlerin, belirledikleri önemli durumlar ile ilgili akıl yürüttükten sonra bu bilgiyi öğretim ile ilgili kararlar verirken nasıl kullandığı da açıklanmamaktadır. Bu yönlerden, van Es ve Sherin'in fark etme becerisi ile ilgili

<sup>5</sup> Davis (1997), öğretmenin öğrencisini üç tür dinleme şekline bahseder: (a) öğrencinin söylediklerinin doğru olup olmadığını değerlendirmek için dinleme, (b) öğrencinin fikirlerinin altında yatan anlamı anlamak için dinleme ve (c) öğrencinin matematiksel fikirlerine göre dersi şekillendirmek için dinleme.

tanımlaması, öğrenci düşünme şekline duyarlı öğretimin gerektirdiği türden bir beceriyi açıklamakta yetersiz kalmaktadır.

van Es ve Sherin'den (2002) farklı olarak, Jacobs ve diğerleri (2010) öğretmenlerin fark etme becerisi için bir odak belirleyerek öğrencilerin matematiksel düşünme şekillerini fark etme becerisini tanımlamıştır. Bu beceriyi de, öğrenciler sınıfta sözel problemler için ürettikleri çözüm stratejilerini paylaşırken, öğretmenin (i) stratejilerin dayandığı matematiksel fikirleri belirlemesi, (ii) bu fikirler ile ortaya çıkan anlama düzeylerini yorumlaması ve (iii) bu bilgileri kullanarak öğretimin bir sonraki adımına karar vermesi şeklinde, birbiriyle ilişkili üç alt beceri olarak, açıklamıştır. van Es ve Sherin'in tanımından farklı olarak bu tanım, öğrenci düşünme şekillerine dayalı olarak öğretim ile ilgili karar alma bileşenini de içermektedir. Ancak, Jacobs ve diğerlerinin de altını çizdiği gibi, kararın öğretim sırasında uygulanmasını değil sadece niyetlenen kararı içermektedir. Bu sebeple, öğretmenlerin öğretim sırasında öğrenci düşünme şekillerini fark etmesi ile bu düşünme şekillerine dayalı olarak aldığı kararları uygulaması (duyarlı öğretim) arasındaki ilişkinin de ayrıca incelenmesi gerekmektedir (Jacobs ve diğerleri, 2010).

Teuscher ve diğerleri (2016) merkezsizleştirme kavramı çerçevesinde yapılacak duyarlı öğretim araştırmalarının, Jacobs ve diğerlerinin (2010) öne çıkardığı bu boşluğu doldurabilecek potansiyelde olduğunu ileri sürmektedir. Bu görüşe göre, merkezsizleştirme öğretmene öğrenci düşünme şekillerine dikkat etme, öğrencilerin anlama düzeylerini yorumlama ve bu bilgiye dayalı kararlar alıp uygulama imkânı sağlayan bilişsel mekanizmaları açıklayabilmektedir. Diğer bir ifadeyle, merkezsizleştirme öğretmen-öğrenci iletişimi sırasında öğretmenin fark etme becerisinin duyarlı öğretim hamlelerine nasıl dönüştüğüne açıklık getirmektedir (Teuscher ve diğerleri, 2016). Tartışma ve sonuç bölümünde merkezsizleştirme ve fark etme becerisi arasındaki yakın ilişki ele alınacaktır.

#### **2.4. Öğrenci Düşünme Şekillerini Geliştiren Öğretim Hamleleri**

Jacobs ve Empson'ın (2016) modelinde belirtildiği gibi, duyarlı öğretimin bileşenlerinden biri de öğrencilerin matematiksel düşünme şekillerini destekleyecek ve geliştirecek öğretim hamleleri yapmaktır. Bu bileşene odaklanan araştırmalar, özellikle problem çözme bağlamında ortaya çıkan matematiksel diyaloglarda, öğretmenlerin öğrenci düşünme şekillerini ortaya çıkartmak ve geliştirmek için ne tür sorular sorabileceği ve ne tür öğretim hamleleri yapabileceği ile ilgili sonuçlar ortaya koymaktadır (Boaler ve Brodie, 2004; Brodie, 2011; Franke ve diğerleri, 2009; Franke, Turrou ve Webb, 2011; Jacobs ve Ambrose, 2008; Jacobs ve Empson, 2016; Stein ve diğerleri, 2008). Bu sonuçlara göre duyarlı öğretim ile en çok ilişkili olan öğretim hamleleri *takip etme*, *üzerine gitme* ve *bağlantı kurma* hamleleridir.

Bir öğretmenin öğrencisi ile diyaloga “Bu soruyu nasıl çözdün?” ya da “Burada ne düşündün?” gibi genel sorular ile başlaması, ilk aşamada, öğrencinin çözümünü ve ne düşündüğünü paylaşması için önemlidir (Jacobs ve Ambrose, 2008; Jacobs ve Empson, 2016; Franke ve diğerleri, 2011). Ancak öğrencinin düşüncesini daha detaylı açıklaması ve öğretmenin bu düşünceyi geliştirme fırsatı yakalaması için, genel soruların ardından, öğretmenin takip etme hamlesinin gelmesi gereklidir (Brodie, 2011; Franke ve diğerleri, 2011; Jacobs ve Ambrose, 2008). Takip etme hamlesi ile, öğrencinin açıklamalarının ardından öğretmenin bu açıklamalar ile ilişkili olarak yaptığı hamleler kastedilmektedir (Brodie, 2011; Franke ve diğerleri, 2009, 2011). Franke ve diğerlerine (2011) göre, takip etme hamlesinin öğrencinin var olan düşünme şeklinin gelişmesine destek olması için, öğretmen öğrencinin yaptığı açıklamalardaki matematiksel fikirleri belirleyip, ona bu fikirler ile—ve ele alınan matematik konusu ile—yakından ilişkili sorular sormalıdır. Bu sorular aynı zamanda öğrencinin paylaştığı fikirler ile ilgili detay vermesini gerektirmelidir. Bu tür sorular öğrencilerin düşüncelerine açıklık getirme, onları gerekçelendirme ve akıl yürütme süreçlerini de desteklemektedir (Boaler ve Brodie, 2004). Franke ve diğerleri (2009) öğretmenlerin öğrenci düşüncesi odaklı soru sorma hamleleri üzerine yaptıkları çalışmada da benzer sonuçlar ortaya



koymuştur. Buna göre, öğrencilere yaptıkları açıklamalara dayanan ve birbiriyle bağlantılı bir dizi soru yöneltmek onların düşünme şekillerini detaylı ve eksiksiz bir şekilde ifade etmelerini sağlamıştır. Daha da önemlisi bu türden sorular başta hatalı düşünen öğrencilerin düşünme şekillerini yeniden gözden geçirerek doğru çözüm stratejisi geliştirmesine destek olmuştur (Franke ve diğerleri, 2009).

Takip etme hamlesinin ele alındığı bir başka çalışmada Brodie (2011), öğretmenlerin yaptığı beş farklı takip etme hamlesi belirlemiştir: *Ekleme*, *ortaya çıkartma*, *üzerine gitme*, *sürdürme* ve *doğrulama*. Bu beş takip etme hamlesinin hepsi, belirli ölçülerde, öğrencilerin düşüncelerini paylaşmasını teşvik etme özelliğine sahiptir; ancak bu düşüncelerin öğretmen tarafından öğretime yön verecek şekilde kullanılması ve böylece öğrenmeyi desteklemesi açısından öne çıkan öğretim hamlesi üzerine gitmedir (Brodie, 2011). Üzerine gitme hamlesinde öğretmen öğrenci ile kurduğu diyalogda kendi düşüncesini empoze etmek yerine öğrencinin ne düşündüğüne odaklanır (Brodie, 2011; Franke ve diğerleri, 2009, 2011; Jacobs ve Ambrose, 2008; Jacobs ve Empson, 2016). Öğrencinin açıklamaları ile yakından ilişkili bir dizi soru yönelterek onun, düşünme şeklini detaylı ve eksiksiz biçimde ifade etmesini sağlar (Franke ve diğerleri, 2009; Jacobs ve Ambrose, 2008; Jacobs ve Empson, 2016). Bu sorular ile, öğrencinin–ve sınıftaki diğer öğrencilerin–derinlemesine düşünmesini sağlayarak bu düşünme şeklinin gelişmesini destekler (Brodie, 2011). Esasında Brodie'nin üzerine gitme hamlesi için yaptığı tanımlama, Franke ve diğerlerinin (2011) takip etme hamlesi için yaptığı tanımlama ile oldukça benzerlik göstermektedir. Sonuç olarak, her iki öğretim hamlesi de öğretmenin öğrencileriyle Wood'un (1998) ortaya koyduğu odaklama örüntüsüne benzer bir yapıda iletişim kurmasını sağlamaktadır.

Öğrencilerin var olan düşünme şekillerini desteklemek ve geliştirmek için öğretmenlerin yaptığı bir diğer öğretim hamlesi de bağlantı kurmadır (Jacobs ve Ambrose, 2008; Jacobs ve Empson, 2016; Stein ve diğerleri, 2008). Bağlantı kurma hamlesi ile, öğrencilerin farklı çözüm stratejileri arasındaki matematiksel ilişkileri görmesini teşvik etmek için öğretmenin attığı adımlar kastedilmektedir. Bu adım, öğretmenin bir öğrenciden ilk stratejisiyle bağlantılı ikinci bir strateji geliştirmesini istemesi şeklinde olabileceği gibi (Jacobs ve Ambrose, 2008), sınıftaki öğrencileri farklı stratejiler arasında karşılaştırma yapmaya yönlendirmesi şeklinde de olabilir (Stein ve diğerleri, 2008). Bu hamle ile öğrencilerin önemli matematiksel ilişkileri fark etmesi ve böylece var olan düşünme şekillerini geliştirmesi sağlanır (Jacobs ve Empson, 2016). Bağlantı kurma hamlesi bir öğretmenin öğretimini nasıl öğrenci düşünme şekline duyarlı hale getirebileceğinin bir diğer örneğidir.

Bu sonuçlar öğretmenlerin öğrencileri ile kurduğu matematiksel diyaloglarda onların düşünme şekillerini geliştirmek için yapabileceği öğretim hamleleri ile ilgili bilgi vermektedir. Ancak, öğretmenlerin bu hamlelerinin öğrenci öğrenmesi açısından başarıya ulaşmasına olanak veren zihinsel süreçlerinin ne olduğu açıklanmamaktadır. Örneğin, öğretmenin öğrencilerin var olan düşünme şekillerini geliştirecek şekilde üzerine gitme hamlesi ya da bağlantı kurma hamlesi yapabilmesini sağlayan zihinsel süreçler nelerdir? Öğretmenlerin duyarlı öğretim becerisinin doğasını anlamak ve gelişimini desteklemek için alan yazında bu soruya cevap verebilecek nitelikte araştırmalara da ihtiyaç vardır (Teuscher ve diğerleri, 2016). Takip eden bölümde, bu araştırmalar için bir teorik çerçeve sağlayabilecek merkezsizleştirme kavramı ve bu kavram temel alınarak tanımlanan iki tür öğretmen-öğrenci iletişimi ele alınacaktır.

## **DUYARLI ÖĞRETİMDE YENİ BİR ODAK: ÖĞRETMEN MERKEZSİZLEŞTİRMESİ**

### **3.1. Merkezsizleştirme**

Merkezsizleştirme ilk olarak Piaget (1926) tarafından ortaya konulan ve daha sonra radikal yapılandırmacılık teorisini benimseyen araştırmacılar tarafından (Steffe ve Thompson, 2000; Thompson, 2000, 2013) matematik eğitimi alanında kullanılmak üzere geliştirilen bir

kavramdır. Piaget merkezsizleştirmeyi çocukların kendilerine odaklandıkları benmerkezci bir dönemden (işlem öncesi dönem) kendi duygu ve düşünceleri dışında başkalarının duygu ve düşüncelerini göz önünde bulundurabildikleri döneme (somut işlemler dönemi) geçişi sağlayan zihinsel süreçleri tanımlamak için kullanmıştır. Diğer bir ifadeyle merkezsizleştirme, ilk olarak, çocukların işlem öncesi dönemden somut işlemler dönemine geçişteki bilişsel, sosyal ve ahlaki gelişimlerini sağlayan zihinsel süreçleri tanımlamak için kullanılmıştır (Piaget ve Inhelder, 1973). Ancak Piaget'nin çocukların çevre ile iletişimi bağlamında öne çıkardığı ve radikal yapılandırmacı perspektiften araştırmacıların da (Steffe ve Thompson, 2000; Thompson, 2000, 2013) esas olarak odaklandığı anlamıyla merkezsizleştirme çocuğun, diyalog kurduğu kişilerin kendisinden farklı bir bakış açısına sahip olduğunu anlayabilmesini sağlayan zihinsel süreçleri ifade etmektedir.

Steffe ve Thompson (2000) ve Thompson (2000, 2013) merkezsizleştirme kavramını matematik öğretiminde etkili bir öğretmen-öğrenci iletişimini karakterize etmek için kullanmıştır. Piaget'den farklı olarak bu araştırmacılar, radikal yapılandırmacılık teorisine göre, bir matematiksel diyalog sırasında kişilerin birbirinin ne düşündüğünü anlama-merkezsizleştirme-girişiminin temelini oluşturan bilişsel mekanizmaları ortaya koymuştur (Steffe ve Thompson, 2000; Thompson, 2000, 2013). Bu mekanizmaları açıklarken “birinci-derece model” (first-order model) ve “ikinci-derece model” (second-order model) kavramlarını kullanmıştır. Birinci-derece model kişinin kendi deneyimlerini açıklamak, organize etmek ve kontrol etmek amacıyla zihninde oluşturduğu modeldir (Steffe, von Glasersfeld, Richards ve Cobb, 1983). Örneğin, öğretmenin ya da öğrencinin kendi matematik bilgisi onun birinci-derece modelidir. İkinci-derece model ise kişinin, karşısındakinin ne düşündüğünü anlayabilmek için, kendi zihninde karşısındakinin düşünme şeklini modellemesi sonucu oluşan modeldir (Steffe ve diğerleri, 1983). Buna göre, kişinin zihinsel olarak merkezsizleştirme sürecine girmesini sağlayan bilişsel mekanizma, ikinci-derece model oluşturmasıdır (Steffe ve Thompson, 2000; Thompson, 2000, 2013).

### **3.2. Yansıtıcı ve Yansıtıcı Olmayan Öğretmen-Öğrenci İletişimi**

Thompson (2000, 2013) merkezsizleştirme kavramı çerçevesinde iki tür iletişim tanımlamıştır: yansıtıcı iletişim ve yansıtıcı olmayan iletişim. Yansıtıcı iletişim merkezsizleştirme-ikinci-derece model oluşturma-süreci içerir (Thompson, 2000, 2013). “Yansıtıcı” terimi kişinin hem karşısındaki kişinin ne düşündüğünün hem de kendi söylediklerinin nasıl onun bu şekilde düşünmesine sebep olduğunun farkında olmasını ifade eder. Burada, bir anlamda, kişinin bir adım geride durarak kendisi ile karşısındaki kişi arasında geçen diyalogu üçüncü bir kişi gibi gözlemlemesi durumu söz konusudur (Thompson, 2000). Yansıtıcı olmayan iletişimde ise kişi diyalog kurduğu kişinin ne düşündüğünü anlamak için ikinci-derece model oluşturmaz, dolayısıyla da merkezsizleştirme sürecine girmez. Diyalog sırasında söyledikleri kendi birinci-derece modeline dayalıdır (Thompson, 2000, 2013).

Duyarlı öğretimin gerektirdiği türden bir öğretmen-öğrenci iletişimini karakterize etmek için merkezsizleştirme kavramını ve bu iki iletişim modelini kullanan araştırmacılar, hem öğretmenin öğrenci düşünme şeklini anlamak ve öğretimde bu düşünme şeklini kullanmak için yaptığı öğretim hamlelerini hem de bu hamlelere zemin oluşturan düşünme şekillerini ve zihinsel süreçlerini açıklayabilmiştir (Baş Ader ve Carlson, 2021; Hackenberg, 2005, 2010; Teuscher ve diğerleri, 2016). Örneğin Teuscher ve diğerlerine (2016) göre, öğrenciyle yansıtıcı iletişim kuran bir öğretmen onun kendisi gibi düşünmesini beklemez. Öğrencinin ifade ettiği düşünme şeklinin kendi içinde bir anlamı olduğunu ve iletişim yoluyla bu anlamı ortaya çıkartması gerektiğini düşünür. Bu amaçla öğrenciye açıklamalarıyla yakından ilişkili sorular sorar, cevaplarını dikkatlice dinler ve anlamaya çalışır. Öğretmenin bu soruları sormaktaki amacı zihninde öğrencinin düşünme şeklinin modelini, yani ikinci-derece model, oluşturarak merkezsizleştirme sürecine girmek ve öğrencinin söylediklerine temel oluşturan düşünceleri anlamaktır (Baş Ader ve Carlson, 2021; Teuscher ve diğerleri, 2016). Öğretmen ikinci-derece modeli hem kendi birinci-derece modeline (kendi matematik bilgisine) hem de öğrencinin

birinci-derece modeli ile ilgili yaptığı gözlemlere dayanarak oluşturur (Hackenberg, 2005). Merkezsizleştirme sürecine giren bir öğretmen zihninde, kendi düşüncesinin etkisi altında kalmadan öğrencinin düşüncesine odaklanabileceği bir alan açar (Hackenberg, 2005). Ancak bu durum öğretmenin kendi düşüncesini tamamen göz ardı ettiği anlamına gelmez; aksine, yukarıda yansıtıcı terimi açıklanırken de belirtildiği gibi, öğretmenin kendi düşünme şekli ve buna dayalı olarak söyledikleri üzerine düşünmesi merkezsizleştirme açısından önemlidir (Thompson, 2013).

Öğretmenin öğrenci ile yansıtıcı iletişimi sırasında oluşturduğu ikinci-derece model, modeli oluşturma ve kullanma arasındaki ilişkiye dayalı olarak sürekli yenilenir (Hackenberg, 2005). Öğretmen öğrencinin var olan düşünme şeklini geliştirmek için nasıl bir öğretim hamlesi yapması gerektiğine o düşünme şeklinin ikinci-derece modeline dayalı olarak karar verir; diğer yönden ikinci-derece modele dayalı olarak adım attıkça öğrencinin ifade ettiği düşüncelere göre modeli revize eder ve yeniler (Hackenberg, 2005; Thompson, 2013). Buna göre, yansıtıcı iletişimde öğretmenin aldığı kararlar (örneğin, öğrenciye hangi soruyu soracağı, hangi açıklamayı yapacağı, öğrenciyi nasıl yönlendireceği, vb.) öğrencinin düşünme şekline dayalı olmaktadır (Baş Ader ve Carlson, 2021; Hackenberg, 2005, 2010; Teuscher ve diğerleri, 2016). Thompson'a (2013) göre, ikinci-derece model öğretmene öğrencinin nasıl düşündüğü ile ilgili bilgi vermenin yanı sıra, söyleyeceklerinin öğrenci tarafından nasıl anlaşılacağına dair de bilgi verir. Bu sayede öğretmen öğrencinin o anki düşünme şeklini geliştirebilmek için ne söylemesi gerektiğiyle ilgili doğru kararlar alabilmektedir.

**Tablo 1.** Yansıtıcı ve Yansıtıcı Olmayan İletişimin Özellikleri

Yansıtıcı iletişim	Yansıtıcı olmayan iletişim
Öğretmen, öğrenci ile iletişimde öğrencinin kendisinden farklı düşündüğünü fark eder. Öğrencinin düşünme şeklinin kendi içinde bir anlam taşıdığını düşünür ve bu anlamı ortaya çıkartmak için iletişimi bir araç olarak kullanır.	Öğretmen, öğrenci ile iletişimde öğrencinin kendisinden farklı düşündüğünü fark edemeyebilir. Fark etmesi durumunda bile, bu düşünme şeklini anlamaya, altında yatan anlamı ortaya çıkartmaya çalışmaz.
Öğretmen, öğrencinin düşünme şeklini anlamak için zihninde ikinci-derece model oluşturarak merkezsizleştirme sürecine girer.	Öğretmen, öğrencinin düşünme şeklini anlamak için ikinci-derece model oluşturmaz ve merkezsizleştirme sürecine girmez.
Öğretmen öğrenciye nasıl karşılık vereceğine karar vermek için ikinci-derece modeli kullanır.	Öğretmen, öğrenciye nasıl karşılık vereceğine karar vermek için birinci-derece modeli kullanır

Yansıtıcı olmayan iletişimde öğretmen öğrencinin kendisinden farklı düşündüğünü fark edebilir ya da etmeyebilir. Ancak fark etmesi durumunda bile o düşünme şeklinin üzerine gitmez, onu anlamaya çalışmaz. Zihinsel olarak öğrencinin ne düşündüğünü anlama girişiminde bulunmadığı için, yani ikinci-derece model oluşturmadığı için, merkezsizleştirme sürecine girmez. Bu sebeple, iletişim sırasında aldığı kararlar birinci-derece modele göre şekillenir. İletişim sırasında öğretmen öğrenciye sorular sorar ve cevaplarını dinler. Ancak sorduğu sorular, öğrenciyi belirli bir cevaba ya da kendininkine yakın bir düşünme şekline yönlendirme amacına hizmet eder (Baş Ader ve Carlson, 2021; Teuscher ve diğerleri, 2016). Yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişimin özellikleri Tablo 1'de özetlenmiştir.

Özetle, Thompson'ın (2000, 2013) merkezsizleştirme kavramını temel alarak tanımladığı yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim modelleri, duyarlı öğretimin gerektirdiği türden öğretmen-öğrenci iletişimini radikal yapılandırmacı perspektife göre karakterize etmeyi amaçlayan araştırmacılar için bir teorik çerçeve sunmaktadır (Baş Ader ve Carlson, 2021; Hackenberg, 2005, 2010; Teuscher ve diğerleri, 2016). Diğer bir ifadeyle araştırmacılara, öğretmenin diyalog kurduğu öğrencinin düşünme şeklini anlamasını ve öğretimini bu bilgiye dayalı olarak şekillendirmesini sağlayan öğretim hamlelerini ve temelindeki zihinsel süreçlerini, öğrencilerin zihinsel süreçlerini de dikkate alarak, açıklama olanağı sağlamaktadır. Bu görüşü desteklemek amacıyla, bu çalışmada yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişime örnek olarak iki

öğretim asistanı tarafından yürütülen lisans düzeyindeki ön-kalkülüs derslerinden alınmış matematiksel diyaloglara (Diyalog-1 ve Diyalog-2) yer verilmiştir<sup>6</sup>. Takip eden bölümlerde bu diyaloglar yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişimin özellikleri ışığında yorumlanacaktır.

### 3.3. Yansıtıcı Olmayan ve Yansıtıcı İletişim Örnekleri

#### 3.3.1. Yansıtıcı Olmayan İletişim

Bu bölümde yansıtıcı olmayan öğretmen-öğrenci iletişimine örnek olarak, Şekil 1'deki etkinlik bağlamında gerçekleşen bir matematiksel diyaloga (Diyalog-1) yer verilmiştir. Etkinlikteki ilk soru negatif yönde yüzde değişimi (percent change) belirlemeyi içermektedir. Öğrenciden beklenen kavramsal düşünme şekli, ilk değerden son değere artış yerine azalış olması durumunda değişimin negatif yönde olması ve bu sebeple de yüzde değişimi ifade ederken eksi işaretinin kullanılması gerektiğidir (Carlson, Oehrtman ve Moore, 2016). İkinci soruda ise öğrencinin bir önceki soruda bulduğu yüzde değişimden yola çıkarak indirimli fiyatın şu anki satış fiyatına oranını (küçülme oranı) belirlemesi beklenmektedir.

Ürünlerinin birçoğunda indirim olan bir mağazaya gittiğinizi düşünün. Aşağıda verilen her bir indirim için:	
i. Fiyattaki yüzde değişimi bulunuz.	
ii. İndirimli fiyatı bulmak için şu anki satış fiyatını hangi sayıyla çarpmanız gerektiğini bulunuz.	
iii. İndirimli satış fiyatının kaç dolar olacağını bulunuz.	
a. Şu anki satış fiyatı: 150\$; indirim %40	b. Şu anki satış fiyatı: 19\$; indirim %10
c. Şu anki satış fiyatı: 915,99\$; indirim %15	d. Şu anki satış fiyatı: 22,99\$; indirim %12,5

**Şekil 1.** Yansıtıcı Olmayan İletişim Örneğinde Tartışılan Etkinlik. “Precalculus: Pathways to Calculus”, M. P. Carlson, M. Oehrtman ve K. Moore, 2016, Rational Reasoning, 6. bs., s. 135 kitabından aynen alınmıştır. Telif hakkı Marilyn P. Carlson ve Rational Reasoning’e aittir, 2016.

Öğretim asistanı [ÖA] Diyalog-1'in başında öğrencilerden yüzdelerin kullanıldığı gerçek yaşam durumlarına örnekler vermesini istemiştir. Bunun üzerine, genellikle yüzde kullanılarak ifade edilen indirim, bahşiş gibi günlük yaşam örnekleri üzerinde durmuştur. Bu girişin ardından, yüzde değişim kavramı ile ilgili herhangi bir açıklama yapmadan, Şekil 1'deki etkinlikte a şikkında verilen soruyu tahtaya yazmıştır. Ardından Diyalog-1 gerçekleşmiştir.

#### Diyalog-1

1. ÖA<sup>7</sup>: Buradaki yüzde değişim nedir? Fiyat yüzde olarak ne kadar değişiyor?
2. Ö1: %40.
3. ÖA: %40, evet. Azalış, değil mi? Ödevde ya da sınavda bu soruyla karşılaşırsanız, değişim yüzdesi  $\frac{1}{4}$ %40 diye düşüneceksiniz, tamam mı? Çünkü buradaki değişim bir azalma, değil mi? Eğer %40 indirim varsa bu durumda yüzde kaçını ödemeniz gerekir?
4. Ö: %60 (birkaç öğrenci birden).
5. ÖA: %60. Eğer indirimli fiyatı bulmak istiyorsak 150 doları kaç ile çarpmamız gerekir?
6. Ö2: 0,4.
7. ÖA: 0,4 ile çarpmak bize indirimi verir öyle değil mi?
8. Ö3: 0,6.
9. ÖA: Evet, 0,6. Toplam ödeyeceğimiz ücret 150 eksi, indirim ne kadar ise; o da 150 çarpı 0,4 olur (Tahtaya  $150 - [150 \times 0,4]$  yazıyor.) Bu da 150 çarpı 0,6'ya eşit olur, tamam mı? (Tahtaya  $150 \times 0,6$  yazıyor.) Öyleyse, alışverişe gittiğinizde bu şekilde biraz daha hızlı

<sup>6</sup> Bu çalışmada kullanılan ders gözlemi verileri yazarın da misafir araştırmacı olarak yer aldığı bir araştırma projesi kapsamında toplanmıştır.

<sup>7</sup> Örnek olarak sunulan diyaloglarda “Öğretim asistanı” için “ÖA”, “Öğrenci” için “Ö” şeklinde kısaltma kullanılmıştır.

*düşünebilirsiniz. %40 indirim varsa sizin ödemeniz gereken tutar %60. Bu durumda yapmanız gereken 150'nin ya da baştaki fiyat neyse onun %60'ını bulmak; bu da 90\$ olur. Şimdi farklı değerleri kullanarak benzer bir soru daha yapalım. Bu sefer ilk fiyat 19\$ ve %10 indirim var. Buradaki yüzde değişim nedir?*

10.ÖA:  $-\%10$ ?

11.ÖA:  $-\%10$  kesinlikle. Fiyat azalıyor, öyleyse değişim negatif ve yüzde değişim  $-\%10$ . Peki, ne kadar ödeyeceğimizi bulmak için 19 doları kaç ile çarpmamız gerekiyor?

12.Ö: 0,9 (birkaç öğrenci birden).

13.ÖA: 0,9 evet. O halde ne kadar ödememiz gerektiğini bulmak için 19 çarpı 0,9, tamam mı? (Tahtaya  $19 \times 0,9$  yazıyor) Hesaplarsanız 17,10\$ bizim yeni fiyatımız olur. Bunun ile ilgili sorunuz var mı?

Diyalog-1'de sunulan öğretmen-öğrenci iletişimi yansıtıcı olmayan iletişime bir örnek oluşturmaktadır. Diyalog boyunca ÖA, öğrencilerin verdikleri cevapların altında yatan düşünme şekillerini anlamak amacıyla bu düşünme şekillerinin ikinci-derece modelini oluşturma girişiminde bulunmamıştır; diğer bir ifadeyle zihinsel olarak merkezsizleştirme sürecine girmemiştir. Örneğin, negatif yönde değişimin dikkate alınmasını gerektiren ilk soruya verdiği cevabında Ö1, yüzde değişimi ifade ederken eksi işaretini kullanmamıştır (2. satır). ÖA öğrencinin bu cevabının altında yatan düşünme şeklini—ya da negatif yönde değişim ile ilgili ne düşündüğünü—ortaya çıkartmak amacıyla soru sormak yerine doğru cevabı kendisi vermiş ve öğrencilere benzer bir durumda nasıl düşünceleri gerektiğini açıklamıştır (3. Satır). Ardından öğrencilere indirimli fiyatı bulmak için satış fiyatının hangi değer ile çarpılacağını, yani soruda istenen küçülme oranını, belirlemeye yönelik sorular sormuştur (3-7. satırlar). Ö2 bu değeri hatalı söylemesine rağmen (6. satır), ÖA öğrencinin bu hatayı yapmasına sebep olan düşünme şeklini anlamak için ikinci-derece model oluşturma, yani merkezsizleştirme, sürecine girmemiştir; bunun yerine onu doğru cevaba yönlendirecek bir soru yönelmiştir (7. satır). Başka bir öğrencinin doğru cevabı vermesinin ardından, öğrencinin nasıl düşünerek o cevaba ulaştığını anlamak için de merkezsizleştirme sürecine girmemiştir.

ÖA diyalog boyunca ikinci-derece model oluşturma girişiminde bulunmadığı için, sorduğu sorular ve yaptığı açıklamalar, etkinlikte geçen matematiksel kavramlar ve soruların çözümleri ile ilgili kendi birinci-derece modeline dayalı olmuştur. Örneğin ÖA'nın öğrencilere küçülme oranını belirlemeye yönelik sorduğu sorular (3-7. satırlar), onları doğru olduğunu düşündüğü çözüm yoluna yönlendiren sorulardır. Benzer şekilde, ÖA indirimli satış fiyatını bulurken öğrencilerin nasıl düşünceleri gerektiğini kendi birinci-derece modeline dayanarak açıklamıştır (9. satır). Bu açıklamanın ardından diyalog, aynı etkinlikteki başka bir soru bağlamında benzer şekilde devam etmiştir (9-13. satırlar). Sonuç olarak, öğrencilerin fikrinsel bir katkı sunmalarına olanak sağlanmadığı bu yansıtıcı olmayan iletişimde, ÖA cevabını önceden bildiği sorular yoluyla öğrencilere kendi düşünme şeklini empoze etmenin ötesine geçememiştir.

### 3.3.2. Yansıtıcı İletişim

Bu bölümde yansıtıcı öğretmen-öğrenci iletişimine örnek olarak, Şekil 2'deki etkinlik bağlamında gerçekleşen bir matematiksel diyaloga (Diyalog-2) yer verilmiştir. ÖA'nın merkezsizleştirme süreci ile ilgili yapılacak açıklamalar, kendisi ile gerçekleştirilen bire bir görüşmenin verileri ile desteklenerek sunulacaktır<sup>8</sup>.

<sup>8</sup> ÖA ile, Diyalog-2'nin yer aldığı video klip üzerinden bir yarı yapılandırılmış görüşme gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmede kendisinden diyalogun belirli yerlerinde ne düşündüğünü detaylı bir şekilde açıklaması istenmiştir. Bu açıklamalar, ÖA'nın merkezsizleştirme süreci ile ilgili yapılan incelemede ders gözlem verilerini desteklemek için kullanılmıştır.

Şekil 2’de verilen etkinlik ÖA tarafından tasarlanmıştır. ÖA görüşmede etkinliğin temelindeki matematiksel kavramlar ve hedeflenen kavramsal düşünme şekilleri konusunda da açıklamalar yapmıştır. Takip eden paragrafta sunulan bu açıklamalar onun birinci-derece modelini yansıtmaktadır. Daha önce de belirtildiği gibi, bir öğretmen ikinci-derece modeli hem kendi birinci-derece modeline hem de öğrencinin birinci-derece modeli ile ilgili yaptığı gözlemlere dayanarak oluşturur. Bu sebeple, ÖA’nın birinci-derece modelini yansıtan aşağıdaki bilgiler onun ikinci-derece model oluşturma (merkezsizleştirme) süreci ile ilgili yapılacak çıkarımları desteklemek için kullanılacaktır.

$x'$  in değerinin  $x_i=5$  den  $x_s=9$ 'a arttığını varsayalım. Buna göre:

- $x'$  in son değeri ( $x_s=9$ ) ilk değerinin ( $x_i=5$ ) kaç katı olur?
- $x'$  in son değeri ( $x_s=9$ ) ilk değerinin ( $x_i=5$ ) yüzde kaç olur?
- $x'$  deki değişim ne olur?
- $x'$  deki artış yüzde kaçtır?

### Şekil 2. Yansıtıcı İletişim Örneğinde Tartışılan Etkinlik

ÖA’nın ifade ettiğine göre, bu etkinlik bir değişkenin iki değeri arasında yapılabilecek dört farklı karşılaştırmayı içermektedir. İlk soruda, öğrencilerin verilen iki değer arasında çarpımsal karşılaştırma yapması beklenmektedir. Burada hedeflenen, son değer ve ilk değer arasındaki çarpımsal karşılaştırmayı, ilk değer ölçüsünü (5) birim kabul edip son değer (9) ölçüsünü bu birim cinsinden belirlemek şeklinde düşünebilmektir (9, 5 cinsinden 1,8 dir; ya da 9, 5’in 1,8 [9/5] katıdır). İkinci soru aynı çarpımsal karşılaştırmayla yüzde formunda yapılmasını gerektirmektedir. Bu ise, bu sefer, ilk değer ölçüsünün %1’ini (0,05) birim kabul edip son değer (9) ölçüsünü bu birim cinsinden belirlemek şeklinde düşünebilmeyi gerektirir (9, 5’in %1’i cinsinden 180 dir; ya da, 9, 5’in %180’ idir). Üçüncü soru toplamsal karşılaştırma içerir; bunun için de son değerden ilk değer çıkarılarak artış miktarı belirlenir. Son soru artış miktarı ile ilk değer arasında, yine yüzde formunda, çarpımsal karşılaştırma yapmayı gerektirmektedir. Bu karşılaştırma, ilk değer ölçüsünün %1’ini (0,05) birim kabul edip artış miktarının (4) ölçüsünü bu birim cinsinden belirlemek şeklinde düşünülmalıdır (4, 5’in %1’i cinsinden 80 dir; ya da, 4, 5’in %80’ idir).

Bu etkinlikle ÖA’nın nihai olarak hedeflediği, öğrencilerin bu farklı karşılaştırmalar arasındaki matematiksel ilişkileri anlayabilmeleridir. Bu ilişkilerin neler olduğunu görüşmede açıklamıştır; ancak burada sadece Diyalog-2’de ortaya çıkan ve tartışılan matematiksel ilişkiye yer verilecektir. Buna göre, ÖA bu etkinlik sonunda öğrencilerin (d) şikkında sorulan yüzde değişimin (%80), (b) şikkında sorulan yüzde (%180) ile %100’ün farkına eşit olduğunu anlamalarını hedeflemiştir.

#### Diyalog-2

- ÖA: Şimdi (d) şikkındaki soruya bakalım. Bu soru, (c)’deki soruya göre biraz daha zor çünkü burada değişimi yüzde olarak ifade etmeniz gerekiyor. Eğer  $x'$  in değeri 5’den 9’a artıyorsa, yüzde kaç artmış olur?
- Ö1: %80.
- ÖA: %80. Herkes bununla hemfikir mi? Çoğunuz bu sonucu buldu değil mi? Evet, %80. Peki şimdi zor kısma geliyoruz. Neden %80? Açıklayabilir misiniz? Ö2 ne düşünüyorsun? Neden artış yüzdesi %80 oldu?
- Ö2: Ben bu soruyu şöyle çözdüm:  $x'$  deki değişim 4; bunu başlangıç değerine göre kesir olarak ifade ederek 4/5 buldum. Sonra bu kesri ondalık sayıya çevirdim, o da 0,8 oldu. Bu ondalık sayıyı da yüzdeye çevirince %80 buldum.
- ÖA: O halde şunu mu yaptın? Değişimi ifade etmek için  $\Delta x=4$  dedin. Sonra anladığım kadarıyla  $\Delta x$ ’i 5 ile böldün;  $\Delta x$ , 5’in  $\Delta x/5$  katıdır dedin (Tahtaya “ $\Delta x$ , 5’in  $\Delta x/5$  katıdır” yazıyor).
- Ö2: Evet
- ÖA: Ve sonra da  $\Delta x/5$  yerine, onun ondalık sayı karşılığını yani 0,8’i yazdın, öyle mi?

- Öyleyse  $\Delta x$ , 5'in 0,8 katıdır (Tahtaya, " $\Delta x$ , 5'in 0,8 katıdır" yazıyor).
8. Ö2: Evet
9. ÖA: Daha sonra bunu yüzde formunda yazdın, değil mi? Buradan  $\Delta x$ , 5'in %80'idir diyebiliriz, değil mi? (Tahtaya, " $\Delta x$ , 5'in %80'idir" yazıyor) Senin çözüm şeklini bu şekilde özetleyebilir miyiz?
10. Ö2: ... (Öğrenci "evet" anlamında kafasını sallıyor)
11. ÖA: Peki. d ve b şıkkı arasındaki farkı herkes görebiliyor mu? Ö3, d ve b şıkkı arasındaki fark hakkında ne düşünüyorsun?
12. Ö3: Ben d'yi şöyle çözdüm.  $5/5$ 'i %100,  $10/5$ 'i %200 gibi düşünürsek,  $9/5$  %180 olur. Sonra da çıkartma işlemi gibi düşünürsek, %180 ile %100'ün farkı %80 olur. Sizin sorunuza cevap vermemiş oldum ama...
13. ÖA: Hayır, güzel, bu çözüm de hoşuma gitti. Bunu tahtaya yazmak istiyorum. Yani tam olarak şunu yaptığını söyledin değil mi? (Tahtaya, %180-%100 yazıyor)
14. Ö3: Bu %80 oluyor, evet bu şekilde çözdüm.
15. ÖA: Tamam (Tahtaya, %180-%100=%80 yazıyor). Benzer şekilde düşünen var mı? Bazılarının kafa salladığını görüyorum. Ö2'nin yöntemiyle de bu yöntemle de aynı sonucu elde ediyoruz, değil mi? Sizce neden aynı sonucu elde ediyoruz? Kavramsal olarak açıklayabilecek var mı? (Öğrencilere bir süre düşünmeleri için fırsat veriyor, cevap gelmeyince devam ediyor) Ö3, tekrar ne düşündüğünü açıklayabilir misin? Neden %180-%100 şeklinde düşündün?
16. Ö3:  $5/5$  kesri %100;  $9/5$  kesri %180 olur. Çıkardığımızda, değişimi yüzde olarak buluruz.
17. ÖA: Yani %180'i...
18. Ö3:  $9/5$ 'in yüzde formu olarak düşündüm.
19. ÖA: O zaman bunu da  $5/5$ 'in yüzde formu olarak düşündün (Tahtaya Şekil 3'deki ifadeyi yazıyor). Peki bunları çıkarttığımızda neyi hesaplamış oluyoruz?
20. Ö3: x'in yüzde olarak ne kadar değiştiğini.
21. ÖA: Evet, güzel. Burada da değişimi hesaplıyoruz ama bunu yüzde formunda yapıyoruz öyle değil mi? Bunu herkes görebildi mi? Son değerden ilk değeri çıkarttığımızda değişimi buluruz. Burada da %180 son değer, %100 ilk değer gibi düşünülürse, %180'den %100'u çıkarttığımızda x'deki değişimi yüzde formunda bulmuş oluruz. Bu herkese anlamlı geliyor mu?

$$180\% - 100\% = 80\%$$

$\frac{9}{5}$                        $\frac{5}{5}$

**Şekil 3.** Öğretim Asistanının Diyalog-2'de Tahtaya Yazdığı İfade

Diyalog-2'de sunulan öğretmen-öğrenci iletişimi, yansıtıcı iletişime bir örnek teşkil etmektedir. Diyalog boyunca ÖA, Diyalog-1'de ÖA'nın yaptığı gibi kendi düşünme şeklini empoze etmek yerine, öğrencilerden çözümlerini paylaşmalarını ve düşüncelerini açıklamalarını istemiş, bu açıklamalar ile ilişkili sorular sormuş ve cevapları dikkatlice dinlemiştir. Diyalogun başında bir öğrencinin d şıkkındaki sorunun doğru cevabını vermesinin ardından, öğrencilerin nasıl düşünerek o cevaba ulaştıklarını anlamak için genel bir soru sormuştur (3. satır). Ö2'nin işlem adımlarını açıklaması üzerine (4. satır), ÖA öğrencinin açıklamaları ile yakından ilişkili ve bu açıklamalardaki önemli matematiksel fikirleri ortaya çıkartacak sorular yöneltmiştir (5., 7. ve 9. satır). Öğrencinin ne düşündüğünü anlamaya yönelik bu sorgulama sayesinde ÖA, zihninde öğrencinin düşünme şeklinin modelini, yani ikinci-derece model, oluşturabilmiştir. Örneğin, Ö2'nin "x" deki değişim 4; bunu başlangıç değerine göre kesir olarak ifade ederek  $4/5$

buldum” açıklamasının ardından ÖA’nın “O halde şunu mu yaptın? Değişimi ifade etmek için  $\Delta x=4$  dedin. Sonra anladığım kadarıyla  $\Delta x$ ’i 5 ile böldün;  $\Delta x$ , 5’in  $\Delta x/5$  katıdır dedin” şeklindeki açıklaması, Ö2’nin önce toplamsal karşılaştırma yaparak artış miktarını belirleme ( $\Delta x=4$ ), daha sonra bu artış miktarı ile ilk değer ( $x_i=5$ ) arasında çarpımsal karşılaştırma yapma düşüncesinin ikinci-derece modeline dayanmaktadır. Benzer şekilde, ÖA’nın Ö2’nin çözümü ile ilgili “ $\Delta x$ , 5’in 0,8 katıdır” (7. satır) ve “ $\Delta x$ , 5’in %80’idir” (9. satır) şeklindeki açıklamaları da Ö2’nin başta yaptığı çarpımsal karşılaştırmadan yüzde formunda çarpımsal karşılaştırmaya doğru adım adım gelişen düşünme şeklinin ikinci-derece modeline dayanmaktadır. ÖA bu ikinci-derece modeli hem kendi birinci-derece modeline hem de öğrencinin birinci-derece modeli ile ilgili yaptığı gözlemlere dayanarak oluşturmuştur.

Daha sonra ÖA bir öğrenciye (Ö3), “d ve b şıkkı arasındaki fark hakkında ne düşünüyorsun?” sorusunu yönelterek öğrencinin yüzde ve yüzde değişim arasındaki matematiksel ilişki üzerine düşüncelerini açıklamasını istemiştir (11. satır). Ancak Ö3 cevap olarak (d) şıkkında sorulan yüzde değişimi nasıl belirlediğini açıklamıştır (12. Satır). ÖA, Ö3’ün bir önceki öğrenciden farklı şekilde düşündüğünü fark etmiş, bu düşüncesini sınıftaki öğrencilerin de görmesi için tahtaya yazmıştır (13. ve 15. satır). ÖA’nın bu tutumu öğrencinin düşünme şeklinin bir anlamı olduğuna ve o anlamı ortaya çıkartması gerektiğine inandığının bir göstergesidir. ÖA ile yapılan görüşmede, diyalogun tam bu noktasında Ö3’ün açıklamalarından onun düşünme şekli ile ilgili ne anladığını paylaşması istenmiştir. ÖA öğrencinin “5/5’i %100, 10/5’i %200 gibi düşünürsek, 9/5 %180 olur” açıklamasında esasında 5’in, 5 değerinin %100’ü (yani, 100 aslında 5 değerinin, 5’in bir yüzdesi olarak ölçümünün sonucudur), 9’un da 5 değerinin %180’i (yani, 180 aslında 9 değerinin, 5’in bir yüzdesi olarak ölçümünün sonucudur) olduğunu düşünmüş olabileceğini ancak bunu iyi ifade edemediğini söylemiştir. Buradan da öğrencinin x’in son değeri olan 9 yerine onun yüzde olarak ölçüldüğündeki değeri olan %180’i son değer, x’in ilk değeri olan 5 yerine de onun yüzde olarak ölçüldüğündeki değeri olan %100’ü ilk değer olarak göz önüne almış olabileceğini belirtmiştir. Ayrıca, öğrencilerin son değerden ilk değerin çıkarılmasıyla değişimin elde edileceğini geçmiş derslerden bildiklerini belirten ÖA, Ö3’ün de son değerden (%180) ilk değeri (%100) çıkararak değişimi belirlemeyi (%180-%100=%80) düşünmüş olabileceğini ifade etmiştir. Bu açıklamalar, ÖA’nın Ö3’ün düşünme şeklinin ikinci-derece modelini oluşturarak onun ne düşündüğünü anlamaya çalıştığının—yani merkezleştirme sürecine girdiğinin—bir göstergesidir. ÖA bu ikinci-derece modeli hem kendi birinci derece modeline hem de Ö3’ün birinci-derece modeli ile ilgili yaptığı gözlemlere dayanarak oluşturmuştur.

Daha önce de belirtildiği gibi, bir öğretmen öğrenci düşünme şeklinin ikinci-derece modelini oluşturma sürecinde, öğrencinin ifade ettiği düşüncelere göre modeli sürekli olarak gözden geçirir ve yeniler. Diyalog-2’de de ÖA ilk etapta “Ö3, tekrar ne düşündüğünü açıklayabilir misin? Neden %180-%100 şeklinde düşündün?” sorusu ile Ö3’den çözümünün temelini oluşturan düşünme şeklini tekrar açıklamasını istemiş (15. satır), ardından onun açıklamaları ile yakından ilişkili ve bu açıklamalardaki önemli matematiksel fikirleri ortaya çıkartacak nitelikte sorular yönelmiştir (17. ve 19. satır). ÖA’nın Ö3’ün ne düşündüğü ile ilgili daha fazla bilgi edinmek amacıyla attığı bu adımlar onun, oluşturduğu ikinci-derece modeli gözden geçirme ve yenileme sürecine dair göstergelerdir.

Yansıtıcı iletişimin özelliklerinden biri de öğretmenin, öğrencilerin paylaştığı düşünme şekillerini geliştirmek amacıyla, öğretim ile ilgili kararlarını o düşünme şekillerinin ikinci-derece modeline dayalı olarak vermesidir. Diyalog-2’de ÖA ikinci-derece modeli kullanarak sınıftaki öğrencileri yüzde değişim kavramı ile ilgili iki farklı düşünme şekli arasında ilişki kurmaya teşvik eden öğretim hamleleri yapmıştır (15. satır). Örneğin, ilk olarak, öğrencilerden Ö3 ile Ö2’nin aynı sonucu veren fakat farklı çözüm yaklaşımları arasındaki ilişkiyi kavramsal olarak açıklamalarını istemiştir (15. satır). Daha sonra Ö3’ün, paylaştığı düşünme şekli ile ilgili detay vermesini gerektiren sorular sormuş (17. ve 19. satır) ve Ö3’ün bu sorulara verdiği cevapları tahtaya yazmıştır (Şekil 3). Kendisiyle yapılan görüşmede, bu soruları sormaktaki



amacının Ö3'ün ne düşündüğünü daha iyi anlamak istemesi olmasının yanı sıra, öğrencilerin, Ö2'nin ortaya koyduğu "4, 5'in %80'idir" düşüncesi ile Ö3'ün ortaya koyduğu "%180-%100=%80" düşüncesi arasındaki matematiksel ilişkiyi görmelerini sağlamak olduğunu belirtmiştir. ÖA'ya göre, her iki çözüm yaklaşımında da x'deki değişim son değerden ilk değer çıkartılarak ve yüzde olarak belirlenmiştir; ancak Ö2 önce x'in ilk değerinden son değerine değişimini belirleyip sonra bu değişimi yüzde formuna çevirirken, Ö3 önce x'in ilk ve son değerlerini yüzde formuna çevirip sonra yüzde değişimi belirlemiştir. ÖA diyalogun sonunda yaptığı açıklama ile bu ilişkiyi tekrar vurgulamıştır (21. Satır). Bu açıklama aynı zamanda, ÖA'nın dersin başında hedeflediği gibi, öğrencilerin yüzde değişimin (%80), yüzde (%180) ile %100'ün farkına eşit olduğunu görmelerini desteklemiştir.

Özetle, bu yansıtıcı iletişim örneğinde ÖA, öğrencilerin düşünme şekillerini ortaya çıkartan sorular sormuş, bu düşünme şekillerini anlamak için ikinci-derece model oluşturarak merkezsizleştirme sürecine girmiştir. Bir yandan öğrencilerin fikrinsel katkı yapmasına izin verirken, diğer yandan bu fikirleri (öğrenci düşünme şekillerinin ikinci-derece modelini) kullanarak diyalogu dersin öğrenme hedeflerini gerçekleştirecek şekilde yürütebilmiştir.

### 3.4. İletişimde Merkezsizleştirimin Rolü

Alan yazında merkezsizleştirme kavramı kullanılarak kişiler arasındaki sözlü iletişimin niteliğinin incelendiği sınırlı sayıda araştırma bulunmaktadır. Bunlardan ilkinde Carlson, Bowling, Moore ve Ortiz (2007) lise matematik öğretmenlerinin bir mesleki gelişim programı kapsamında bir araya geldiği toplantılarda, tartışmayı yürüten lider öğretmenin merkezsizleştirme becerisinin tartışmanın anlamlı diyaloglara dönüşmesindeki rolünü incelemiştir. Elde edilen bulgular, lider öğretmenin diğer öğretmenlerin bakış açısını anlama ve toplantıyı bu bilgiye dayalı olarak yönlendirme (merkezsizleştirme) becerisinin öğretmenler arasında, matematiği öğrenme ve öğretmeye yönelik, anlamlı diyalogların oluşmasına katkı sağladığı yönündedir. Bu çalışmanın sonunda araştırmacılar, lider öğretmenin diğer öğretmenlerin bakış açısı ile ilgilenmediği ilk seviyeden başlamak üzere, beş farklı seviyede merkezsizleştirme becerisi tanımlamışlardır.

Marfai, Moore ve Teuscher (2011), Carlson ve diğerlerinin (2007) öğretmen-öğretmen iletişimi bağlamında geliştirdiği bu çerçeveyi kullanarak, bir lise matematik öğretmenin öğrencileri ile kurduğu diyaloglardaki merkezsizleştirme becerisinin, öğrencilerin kendi düşünme şekilleri üzerine düşünmelerine nasıl bir etkisi olduğunu incelemiştir. Sonuçlara göre, öğretmenin üst seviye merkezsizleştirme becerisi gösterdiği diyaloglarda, öğrencilere kendi düşünme şekilleri üzerine düşünme fırsatı verilerek onların kavramsal anlamaları desteklenmiş ve matematiksel açıdan zengin tartışmaların ortaya çıkması sağlanmıştır. Teuscher ve diğerleri (2016), aynı öğretmenin öğrencileri ile kurduğu matematiksel diyalogları Thompson'ın (2000, 2013) tanımladığı yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim modelleri çerçevesinde incelemiş, bu iki tür iletişimin öğrencilerin öğrenmelerini ne şekilde etkilediğini ortaya koymuştur. Buna göre, öğretmen öğrencileri ile yansıtıcı iletişim kurduğunda onların düşünme şekillerini anlayabilmiş, bu düşünme şekilleriyle yakından ilişkili sorular sorarak öğrencilerin kavramsal anlamalarını destekleyebilmiştir (Teuscher ve diğerleri, 2016). Baş Ader ve Carlson (2021) yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim modellerini kullanarak öğretim asistanları ile öğrenciler arasındaki sınıf içi sözlü iletişimi inceledikleri çalışmalarında, beş farklı seviyede merkezsizleştirme becerisinin tanımlandığı bir teorik çerçeve ortaya koymuştur. Bu teorik çerçevede, her bir seviye için, öğretim asistanlarının yaptıkları öğretim hamleleri ve bu öğretim hamlelerine temel oluşturan zihinsel süreçleri tanımlanmıştır.

Merkezsizleştirme kavramı, araştırma temelli öğretim yaklaşımının benimsendiği bir kimya sınıfında, öğrenciler arasındaki iletişimin niteliğinin belirlenmesinde de kullanılmıştır (Moon, Stanford, Cole ve Towns, 2017). Araştırmanın sonuçları, öğrenmeyi destekleyecek nitelikte bir öğrenci-öğrenci iletişimde en önemli bileşenlerden birinin öğrencilerin merkezsizleştirme becerisi olduğunu ortaya koymuştur. Öğrencilerin bu becerileri,

kendilerinden farklı düşünme şekillerini göz önünde bulundurmalarını ve kendi düşünme şekilleri üzerine düşünmelerini sağlayarak öğrenmelerine destek olmuştur.

Sonuç olarak merkezsizleştirme, henüz sınırlı düzeyde de olsa, öğretmen-öğretmen (Carlson ve diğerleri, 2007), öğretmen-öğrenci (Baş Ader ve Carlson, 2021; Marfai ve diğerleri, 2011; Teuscher ve diğerleri, 2016) ve hatta öğrenci-öğrenci (Moon ve diğerleri, 2017) iletişiminin niteliğinin araştırılmasında bir teorik çerçeve olarak kullanılmıştır. Merkezsizleştirme kavramı bu araştırmacılara, iletişimin niteliğini belirlerken, kişilerin birbirleri ile olan iletişimlerine yön veren düşünme şekillerini ve zihinsel süreçlerini de açıklama olanağı sağlamıştır.

## **TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER**

### **4.1. Tartışma ve Sonuç**

Yenilikçi yaklaşıma göre, öğrencilerin matematiksel fikirlerini rahatça ifade edebildikleri, savunabildikleri, birbirlerinin fikirleri üzerine düşünüp tartışabildikleri bir sınıf ortamı kavramsal anlamının ve öğrenmenin desteklenmesi için oldukça önemlidir (Brodie, 2011; Stein ve diğerleri, 2008; Walshaw ve Anthony, 2008). Ancak, bu türden bir sınıf ortamını ve ortaya çıkabilecek matematiksel diyalogları dersin öğrenme hedeflerini gerçekleştirecek şekilde yönetebilmek öğrenci düşünme şekline duyarlı öğretim becerisi gerektirir (Jacobs ve Empson, 2016; Sherin, 2002; Speer ve Wagner, 2009). Bazı araştırmacılar bu beceriyi öğretmenin öğretim hamleleri boyutunda ele alırken (Brodie, 2011; Jacobs ve Ambrose, 2008; Stein ve diğerleri, 2008), bazıları bu beceri için gereken öğretmen bilgisine odaklanmıştır (Carpenter ve diğerleri, 1996; Johnson ve Larsen, 2012; Sherin, 2002; Speer ve Wagner, 2009). Başka bir grup araştırmacı da duyarlı öğretim için öğretmenlerin öğrenci düşünme şeklini fark etme becerisinin geliştirilmesi gerektiğini savunmaktadır (van Es, 2011; van Es ve Sherin, 2002, 2008). Bu araştırmalar, duyarlı öğretim için öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi ve becerilerin neler olduğu konusunda önemli sonuçlar ortaya koymuştur. Ancak önceki bölümlerde de belirtildiği gibi, bu araştırmaların en önemli sınırlılığı, öğretmenlerin öğretimine ve öğrencileri ile iletişimine yön veren zihinsel süreçlerinin göz ardı edilmiş olmasıdır (Teuscher ve diğerleri, 2016; Thompson, 2016). Duyarlı öğretim becerisinin doğasını anlamak ve gelişimini desteklemek için alan yazında bu sınırlılığı giderebilecek araştırmalara da gereksinim vardır (Teuscher ve diğerleri, 2016).

Bu çalışmada, alan yazındaki bu boşluğu doldurmaya yönelik araştırmalar için bir teorik çerçeve olabilecek merkezsizleştirme kavramı ve radikal yapılandırmacı araştırmacıların bu kavramı temel alarak ortaya koydukları iki iletişim modeli tanımlanmıştır. İki matematiksel diyalog bu modeller bağlamında incelenmiş ve böylece modellerin, duyarlı öğretimin gerektirdiği bir öğretmen-öğrenci iletişiminin karakterize edilmesinde, bir kavramsal çerçeve olarak nasıl kullanılabileceği gösterilmiştir. Takip eden bölümlerde, bu örnek diyaloglar üzerinde yapılan incelemelerden de faydalanılarak, merkezsizleştirme kavramının ve iki iletişim modelinin duyarlı öğretim ile ilişkili geçmiş araştırmalardaki sınırlılıkların giderilmesine nasıl katkı sağlayacağı tartışılacaktır. Öneriler bölümünde ise merkezsizleştirme kavramı kullanılarak yapılacak araştırmalar için bazı öneriler sunulacaktır.

#### **4.1.1. Öğretmen-Öğrenci İletişimi ve Merkezsizleştirme**

Öğrencilerin matematiği öğrenmelerini destekleyecek nitelikte bir öğretmen-öğrenci iletişimine odaklanan araştırmacılar, bu iletişimin hangi yapıda olması-ya da olmaması-gerektiği ile ilgili bulgular elde etmiştir (Brodie, 2011; Wertsch ve Toma, 1995; Wood, 1998). Bu çalışmalarda ortaya konulan iletişim örnekleri, yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim ile paralellik göstermektedir. Örneğin Wood'un (1998) tanımladığı odaklama örüntüsü ve Wertsch ve Toma'nın (1995) tanımladığı diyaloga dayalı iletişim, Thompson'ın (2000, 2013) tanımladığı yansıtıcı iletişimin yapısı ile örtüşmektedir. Üç iletişim yapısında da öğrenci

düşünme şeklinin öğretimin merkezinde olması, öğretmenin öğrencinin yaptığı fikirsel katkının farkında olması ve bu fikirleri onun var olan düşünme şeklini geliştirmek için kullanması, öğrencinin kendi düşünme şekli üzerinden matematiksel anlamlarını oluşturmasına fırsat verilmesi esastır. Diyalog-2’de ÖA’nın öğrenciler ile kurduğu iletişim bu özellikleri barındırmaktadır. Bauersfeld’in (1980) tanımladığı daraltma örüntüsü ve Wertsch ve Toma’nın tanımladığı tek anlamlı iletişim ise Thompson’ın karakterize ettiği yansıtıcı olmayan iletişime benzemektedir. Üç iletişim yapısında da öğretmen öğrencinin ne düşündüğünü dikkate almaz, cevabını önceden bildiği sorularla öğrenciyi belirli bir düşünme şekline yönlendirir. Diyalog-1’de ÖA’nın öğrenciler ile kurduğu iletişim de bu yapıya sahiptir.

Bir diğer paralellik, nakletme örüntüsü ile yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim arasında kurulabilir. Brodie’nin (2011) de ifade ettiği gibi, nakletme örüntüsü öğretmen-öğrenci iletişiminin temel yapısını oluşturur ve öğrenmeye etkisi nasıl kullanıldığı ile ilişkilidir. Örnek olarak verilen iki diyalogda da görüldüğü gibi, başlatma-cevap verme-geri dönüt verme/değerlendirme üçlüsü hem yansıtıcı (Diyalog-2) hem de yansıtıcı olmayan (Diyalog-1) iletişimin yapısında vardır. Ancak, Diyalog-2’deki iletişimin başlatma aşamalarında ÖA’nın öğrencilere düşünme şekillerini ortaya çıkartacak türden, kavramsal cevaplar gerektiren sorular sorması ve geri dönüt verme/değerlendirme aşamalarında düşünme şekilleriyle yakından ilişkili ve bunları detaylandırmalarını gerektiren sorular sorması, diyalogun öğrencilerin yüzde değişim kavramını anlamalarını destekleyecek yönde ilerlemesini sağlamıştır. Diyalog-1’de ise ÖA’nın öğrenciler ile kurduğu iletişim onların kendi fikirlerini üretmesini engelleyen bir yapıya sahiptir (Wood, 1998). Bauersfeld’in (1980) nakletme örüntüsü için ifade ettiği gibi, Diyalog-1’de ÖA öğrencilere söz hakkı veriyor gibi görünse de, esasında, onları kendi düşünme şekline yönlendiren sorular sormanın ötesine geçememiştir.

Ancak öğretmen-öğrenci iletişiminin yapısını sadece öğretmenin ne yaptığı ya da ne söylediği üzerinden karakterize eden araştırmalar, öğretmenin bu davranışlarına temel oluşturan zihinsel süreçleri hakkında bir bilgi sunmamaktadır. Diğer yandan, Thompson’ın (2000, 2013) merkezsizleştirme kavramını temel alarak tanımladığı yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim modelleri, öğretmenin öğrencileri ile iletişimine yön veren zihinsel süreçlerini de açıklayabilmektedir (Thompson, 2000, 2013). Örneğin, Diyalog-1’de ÖA’nın öğrencilerin düşünme şekillerini ortaya çıkartacak türden sorular sormaması, bu düşünme şekillerini anlamak için merkezsizleştirme sürecine girmemesi ile açıklanabilir. Buna paralel olarak, ÖA’nın cevabını önceden bildiği sorularla öğrenciyi belirli bir düşünme şekline yönlendirmeye çalışması, öğrenciler ile iletişimini birinci-derece modeline dayalı olarak yürütmesi ile açıklanabilir. Diyalog-2 de ise ÖA’nın öğrencilerin yaptığı fikirsel katkıların farkında olması ve bu fikirleri onların var olan düşünme şekillerini geliştirmek için kullanması, onun bu düşünme şekillerinin ikinci-derece modelini oluşturması ve kullanması ile mümkün olmuştur. Benzer şekilde, ÖA oluşturduğu ikinci-derece modeli gözden geçirme ve yenileme sürecinde öğrencilerin düşünme şekilleriyle yakından ilişkili ve bunları detaylandırmalarını gerektiren sorular sorabilmiştir.

#### **4.1.2. Öğretmen Bilgisi ve Merkezsizleştirme**

Öğretmenlerin biliş temelli öğretim (BTÖ) becerisi üzerine yapılan çalışmalar (Carpenter ve diğerleri, 1989; Carpenter ve diğerleri, 1996) ve duyarlı öğretimin gerektirdiği bilgi türünü inceleyen araştırmalar (Johnson ve Larsen, 2012; Sherin, 2002; Speer ve Wagner, 2009) teorik çerçeve olarak Shulman’ın (1986) pedagojik alan bilgisi ve Ball ve diğerlerinin (2008) öğretmek için matematik bilgisi tanımlamalarını kullanmıştır. Ancak radikal yapılandırmacı perspektifi savunan araştırmacılara göre (Silverman ve Thompson, 2008; Thompson, 2016) bu tanımlamalar bilginin öğretmenlerin zihinleri dışında bir yerde var olduğu varsayımına dayanır ki bu varsayım öğretim ile ilgili kararların ve uygulamaların esas kaynağını, yani öğretmenlerin düşüncelerini ve zihinsel süreçlerini göz ardı etmektedir (Thompson, 2016).

Silverman ve Thompson (2008) öğretmen bilgisinin doğasına ve gelişimine, Piaget'nin genetik epistemoloji yaklaşımına dayalı bir perspektiften bakılması gerektiğini savunmaktadır. Bu görüşe göre, öğretmek için matematik bilgisi, öğretmenin matematiksel kavramlar ile ilgili sahip olduğu gelişimsel anlama düzeyinden pedagojik yönden güçlü anlama düzeyine dönüşmesi ile oluşur. Pedagojik yönden güçlü öğretmenin, "(1) sahip olduğu gelişimsel anlama düzeyinin öğrencilerin ilişkili fikirleri öğrenmesini nasıl destekleyeceğini anlamasını, (2) sahip olduğu gelişimsel anlama düzeyine öğrencilerin de sahip olması için atması gereken adımların ne olduğunu ve bunların neden işe yarayacağını anlamasını" içerir (Silverman ve Thompson, 2008, s. 502). Bu dönüşümü sağlayan ise öğretmenin merkezsizleştirme becerisidir (Silverman ve Thompson, 2008). Sonuç olarak merkezsizleştirme kavramı, nitelikli iletişimi karakterize etmenin yanı sıra, öğretmek için matematik bilgisini gelişimsel olarak tanımlamak için de bir teorik bakış açısı sunmaktadır.

Öğretmek için matematik bilgisini araştırmak bu çalışmanın kapsamı dışında olsa da, Diyalog-1 ve Diyalog-2'de ÖA'ların merkezsizleştirme süreci ile öğretmek için matematik bilgileri arasındaki ilişkiye yönelik yorum yapmak mümkündür. Diyalog-1'i yürüten ÖA öğrenciler ile iletişimi sırasında ikinci-derece model oluşturma (merkezsizleştirme) girişiminde bulunmamıştır; örneğin, negatif yönde yüzde değişimi ifade ederken eksi işaretini kullanmayan öğrencinin (Ö1) ya da küçülme oranını hatalı söyleyen öğrencinin (Ö2) düşünme şeklini anlamak için merkezsizleştirme sürecine girmemiştir. Bu durumun iki olası sebebinden bahsedilebilir. İlk olarak, ÖA etkinlikteki matematiksel kavramlar ile ilgili gelişimsel anlama düzeyinde olmayabilir. Eğer ÖA gelişimsel anlama düzeyinde ise, merkezsizleştirme sürecine girmediği için, bu kavramların öğretiminde destek olacak bir pedagojik anlama düzeyine geçiş yapamamış olabilir. Dolayısıyla, ÖA öğrenciler ile kurduğu iletişimde onlara kendi düşünme şeklini empoze etmenin ötesine geçememiştir.

Diğer yandan, Diyalog-2'yi yürüten ÖA'nın öğrenciler ile iletişimindeki öğretim hamleleri ve ardından yapılan görüşmedeki açıklamaları, ÖA'nın merkezsizleştirme sürecinin onun gelişimsel anlama düzeyinden pedagojik anlama düzeyine geçiş yapmasına destek olduğuna dair göstergeler sunmaktadır. Görüşmenin başında ÖA'nın etkinliğin temelindeki matematiksel kavramlar ve bu kavramlar arasındaki matematiksel ilişkiler ile ilgili yaptığı açıklamalar (birinci-derece model) onun gelişimsel anlama düzeyini yansıtmaktadır. Diyalog-2 sırasında ÖA hem Ö2'nin hem de Ö3'ün düşünme şeklinin ikinci-derece modelini oluşturarak merkezsizleştirme sürecine girmiştir. Merkezsizleştirme ÖA'nın, bu iki düşünme şekli arasındaki matematiksel ilişkiyi fark etmenin yüzde değişim kavramının öğrenilmesini destekleyeceğini düşünmesine sebep olmuş olabilir (pedagojik yönden güçlü anlamanın 1. bileşeni). Diğer yandan ÖA sınıftaki öğrencilerin bu ilişkiyi anlamalarını teşvik etmek amacıyla Ö3'ün ne düşündüğü ile ilgili detay vermesini istemiş (17. ve 19. satır) ve son aşamada "Burada da değişimi hesaplıyoruz ama bunu yüzde formunda yapıyoruz öyle değil mi?" sorusunu sorarak bu ilişkiyi tekrar vurgulamıştır (21. satır). Burada da, merkezsizleştirme ÖA'nın öğrencilerin yüzde değişim kavramını anlamaları için atması gereken adımların ne olduğuna karar verebilmesini sağlamış olabilir (pedagojik yönden güçlü anlamanın 2. bileşeni). Merkezsizleştirme ile öğretmek için matematik bilgisi arasındaki ilişkiye dair yapılan bu yorumların doğruluğunun araştırılması, gelecek çalışmaların konusu olabilir.

#### **4.1.3. Fark Etme Becerisi ve Merkezsizleştirme**

Jacobs ve diğerlerinin (2010) tanımladığı öğrenci düşünme şekillerini fark etme becerisi ile radikal yapılandırmacı araştırmacıların (Steffe ve Thompson, 2000; Thompson, 2000, 2013) tanımladığı merkezsizleştirme becerisi arasında yakın bir ilişki bulunmaktadır. Teuscher ve diğerlerine (2016) göre, fark etme becerisi tanımlanırken öğretmenlerin bir tür merkezsizleştirme sürecine girdiği kabul edilir. Ancak bu kabuldeki merkezsizleştirme öğretmenlerin öğrenci düşünme şeklinin ikinci-derece modelini oluşturma ve kullanma süreci olarak tanımlanmamıştır. Fark etme becerisinin ilk iki bileşeni olan öğrenci çözüm stratejisindeki matematiksel fikirleri belirleme ve bu fikirlerin yansıttığı anlama düzeyini

yorumlama, öğretmenin zihninde öğrenci düşünme şeklinin ikinci-derece modelini oluşturarak merkezsizleştirme sürecine girmesi ile mümkün olmaktadır (Teuscher ve diğerleri, 2016). Bu görüşü veriye dayalı olarak doğrulamak bu araştırmanın kapsamı dışında olsa da, Diyalog-1 ve özellikle Diyalog-2 bu görüşü destekleyen göstergeler sunmaktadır.

Diyalog-1’de ÖA, öğrencilerin verdikleri cevapların altında yatan düşüncelerini anlamak amacıyla ikinci-derece model oluşturma girişiminde bulunmayarak merkezsizleştirme sürecine girmemiştir. Bu sebeple, öğrencilerin nasıl düşündüğünü ortaya çıkartacak, buradan da önemli matematiksel fikirleri belirleyip yorumlayacak bir durum oluşmamıştır. Bu anlamda Diyalog-1, bir öğretmenin kendi düşünme şeklinden sıyrılıp öğrencilerin nasıl düşündüğünü anlamak için merkezsizleştirme sürecine girmediği bir öğretimde, öğrencilerin matematiksel fikirlerini fark edemeyeceğini de açıkça göstermiştir. Diyalog-2’de ise ÖA’nın Ö2 ve Ö3’ün düşünme şekillerini anlamak için ikinci-derece model oluşturarak merkezsizleştirme sürecine girmesi, bu öğrencilerin çözüm yaklaşımlarındaki önemli matematiksel fikirleri belirleyebilmesine ve yorumlayabilmesine olanak sağlamıştır. Örneğin, Ö3’ün düşünme şeklinin ikinci-derece modelini oluşturma sürecinde ÖA, çözümdeki matematiksel olarak önemli detayları belirleyebilmiş (önce  $x$ ’in ilk ve son değerlerini yüzde formuna çevirme, sonra bu yüzdelerin farkını alarak yüzde değişimi belirleme) ve bu detayların yansıttığı düşünme şeklini yorumlayabilmiştir ( $x$ ’in son değeri olan 9 yerine, onun yüzde olarak ölçüldüğündeki değeri olan %180’i son değer,  $x$ ’in ilk değeri olan 5 yerine de onun yüzde olarak ölçüldüğündeki değeri olan %100’ü ilk değer olarak düşünme).

Teuscher ve diğerlerine (2016) göre öğretmenin öğretim sırasında öğrenci düşünme şekline dayalı kararlar alması ve uygulaması da öğretmenin ikinci-derece model oluşturma (merkezsizleştirme) ve kullanma sürecine bağlı olarak gerçekleşir. Bu görüş Hackenberg’ün (2005) vurguladığı, ikinci-derece model oluşturma ve kullanma arasındaki ilişki ile de örtüşmektedir. Bu ilişkiye göre, öğretmen öğretimi sırasında öğrenci düşünme şeklinin ikinci-derece modelini oluştururken o modele dayalı olarak hareket eder. Dolayısıyla, öğretmenin öğretimde ikinci-derece modele dayalı olarak aldığı kararlar öğrenci düşüncesine dayalı kararlar olur. Diyalog-1’de ÖA ikinci-derece model oluşturma girişiminde bulunmadığı için, öğretim ile ilgili kararlarını öğrencilerin düşünme şekillerine dayalı olarak verememiştir. Sorduğu sorular ve yaptığı açıklamalar birinci-derece modele dayalı olmuştur. Diyalog-2’de ise ÖA öğretim ile ilgili kararlarını öğrenci düşünme şekillerinin ikinci-derece modeline dayalı olarak vermiştir. Bu modele dayalı olarak sorduğu sorular ve yaptığı açıklamalar ile sınıftaki öğrencilerin yüzde değişim kavramını daha iyi anlamalarını sağlamaya çalışmıştır.

Sonuç olarak merkezsizleştirme öğretmenin, öğrenci ile iletişimi sırasında, onun düşünme şeklini fark etme ve bu bilgiye dayalı karar alıp uygulama imkânı sağlayan zihinsel süreçlerini açıklayabilmektedir. Diğer bir ifadeyle merkezsizleştirme, öğretmen-öğrenci iletişimi sırasında öğretmenin fark etme becerisinin duyarlı öğretim hamlelerine nasıl dönüştüğüne açıklık getirmektedir. Dolayısıyla bu kavram araştırmacılara, Jacobs ve diğerlerinin (2010) vurguladığı türden bir sınırlılığı gidermeye yönelik araştırmaların yapılabilmesine olanak sağlayacak bir teorik bakış açısı sunmaktadır (Teuscher ve diğerleri, 2016).

#### **4.1.4. Öğretim Hamleleri ve Merkezsizleştirme**

Öğretmenin, takip etme ya da üzerine gitme hamlelerinde olduğu gibi, öğrencinin düşünme şekliyle yakından ilişkili ve birbiriyle bağlantılı sorular sorması ve, bağlantı kurma hamlesinde olduğu gibi, onun farklı matematiksel fikirler arasında ilişki kurmasını sağlamaya yönelik öğretim hamleleri yapması, öğrenci ile iletişiminin niteliğini ve öğrenmeyi olumlu yönde etkilemektedir (Boaler ve Brodie, 2004; Brodie, 2011; Franke ve diğerleri, 2009; Hiebert ve Wearne, 1993; Jacobs ve Ambrose, 2008; Stein ve diğerleri, 2008).

Bu öğretim hamleleri, Diyalog-1’de ÖA’nın öğrenci ile iletişimde göze çarpmazken, Diyalog-2’de ÖA’nın hamleleriyle büyük oranda benzerlik göstermektedir. Esasında her ikisi de öğrencilere sorular yöneltmiş ve cevaplarını dinlemiştir. Ancak Diyalog-1’de ÖA öğrencileri

belirli bir düşünme şekline yönlendiren türden sorular yöneltirken, Diyalog-2’de ÖA’nın sorduğu sorular öğrencilerin düşünceleri ile yakından ilişkili, bu düşünceleri anlamaya ve geliştirmeye yönelik olmuştur. Diyalog-1’de ÖA öğrencilerin cevaplarının üzerine gitmezken, Diyalog-2’de ÖA öğrencilerin açıklamalarının ardından nasıl düşündükleri ile ilgili detay vermelerini gerektiren ve birbiriyle bağlantılı bir dizi soru yöneltmiştir. Ö2 ve Ö3 ile kurduğu diyaloglarda peş peşe sorduğu sorular ÖA’nın yaptığı üzerine gitme hamlelerinin örnekleridir.

Merkezsizleştirme kavramı çerçevesinde tanımlanan yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim modelleri, öğretmenlerin bu öğretim hamlelerini yapmasının–ya da yapmamasının–temelindeki zihinsel süreçleri açıklayan bir teorik çerçeve sunmaktadır (Baş Ader ve Carlson, 2021; Teuscher ve diğerleri, 2016). Örneğin, Diyalog-1’de ÖA öğrencilerin düşünme şekillerini anlamak amacıyla ikinci-derece model oluşturma (merkezsizleştirme) sürecine girmediği için, öğrenciler ile diyalogunu kendi birinci-derece modeline dayalı olarak yürütmüştür. Bu sebeple, öğrencilerin verdiği cevaplar ile ilişkili ve bu cevapları açıklamalarını gerektiren sorular sorarak üzerine gitme hamlesi yapmamıştır. ÖA sorduğu sorular ile ya öğrencinin yanlış cevabını düzeltmiş (“0,4 ile çarpmak bize indirim verir öyle değil mi?”) ya da öğrenciyi belirli bir düşünme şekline yönlendirmeye çalışmıştır (“Eğer indirimli fiyatı bulmak istiyorsak 150 doları kaç ile çarpmamız gerekir?”).

Diyalog-2’de ise ÖA ikinci-derece model oluşturarak öğrencilerin çözüm yaklaşımlarının altında yatan düşünme şekillerini anlamaya çalışmıştır. Daha önce de belirtildiği gibi, öğretmen ikinci-derece model oluştururken aynı zamanda bu modele dayalı olarak hangi öğretim hamlelerini yapması gerektiğine karar verir (Hackenberg, 2005). Diyalog-2’de de ÖA, ikinci-derece model oluşturma sürecinde yaptığı üzerine gitme hamleleri ile, öğrencilerin düşünme şekilleriyle ve birbiriyle bağlantılı sorular yöneltmiş (5–9. satırlar ve 13–19. satırlar), bu sayede öğrencilerin düşüncelerini detaylı bir şekilde açıklamalarını sağlamıştır. Benzer şekilde, ÖA’nın sınıftaki öğrencilerin yüzde değişim kavramı ile ilgili iki matematiksel düşünme şekli arasında ilişki kurmasını sağlama yönündeki bağlantı kurma hamlesi, ÖA’nın ikinci-derece modele dayalı olarak yaptığı bir öğretim hamlesidir.

Burada da görülebileceği gibi, yansıtıcı ve yansıtıcı olmayan iletişim modelleri, öğrenci düşünme şekline duyarlı öğretim hamlelerini radikal yapılandırmacı teoriye dayalı olarak yorumlamak isteyen araştırmacılar için bir kavramsal çerçeve sunmaktadır (Baş Ader ve Carlson, 2021; Teuscher ve diğerleri, 2016; Thompson, 2000, 2013).

#### 4.2. Öneriler

Yapılan sınırlı sayıda araştırma kişilerin merkezsizleştirme becerisinin etkili iletişimdeki önemini ortaya koymuş olsa da (Baş-Ader & Carlson, 2021; Carlson ve diğerleri, 2007; Marfai ve diğerleri, 2011; Moon ve diğerleri, 2017; Teuscher ve diğerleri, 2016), merkezsizleştirmenin duyarlı öğretimin gerektirdiği nitelikte bir öğretmen-öğrenci iletişimindeki rolü üzerine yapılacak daha fazla sayıda araştırmaya gereksinim vardır. Bunun yanı sıra, gelecek araştırmalarda öğretmenlerin merkezsizleştirme süreçlerini etkileyen faktörler üzerinde durulması önerilmektedir. Örneğin, öğretmenin matematik alan bilgisi bu faktörler arasında ilk sıradadır. Silverman ve Thompson’a (2008) göre öğretmek için matematik bilgisi, öğretmenin matematik alan bilgisinin (gelişimsel anlama düzeyi) merkezsizleştirme süreciyle pedagojik alan bilgisine (pedagojik yönden güçlü anlama düzeyi) dönüşümü ile oluşmaktadır. Bu görüşten hareketle, öğretmenin matematik alan bilgisi ile merkezsizleştirme becerisi arasında nasıl bir ilişki olduğu, üzerinde durmaya değer bir araştırma konusudur. Merkezsizleştirme becerisinin gözlemlenebilir öğretmen davranışları yönünden tanımlanması da önemli araştırma konularından bir diğeri olabilir. Bu tanımlamalar, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının merkezsizleştirme becerilerinin ve nihai olarak duyarlı öğretim becerilerinin geliştirilmesini hedefleyen mesleki gelişim çalışmaları için de rehber olacaktır.

## Etik Kurul Onay Bilgileri

Etik kurul onayına başvuru sürecinde, bu çalışmada kullanılan veriler için proje yürütücüsünden gerekli izinler alınmıştır. Etik kurul onay belgesi, İstanbul Aydın Üniversitesi'nden 01/ 02/ 2021 tarihinde alınmıştır. Belge sayısı 2021/1'dir.

## KAYNAKÇA

- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In L. Darling-Hammond & G. Sykes (Ed.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3–32). San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Ball, D. L., Thames, M. D., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. Doi:10.1177/0022487108324554
- Baş Ader, S., & Carlson, M. P. (2021). Decentering framework: A characterization of graduate student instructors' actions to understand and act on student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*. Doi:10.1080/10986065.2020.1844608
- Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 11(1), 23–41. Doi:10.1007/BF00369158
- Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature and impact of teacher questions. In D. E. McDougall & J. A. Ross (Ed.), *Proceedings of the Twenty-Sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Volume 2, pp. 774–782). Toronto, Ontario, Canada: Institute of Studies in Education/University of Toronto. Erişim adresi: <https://www.pmena.org/proceedings/>
- Brodie, K. (2011). Working with learners' mathematical thinking: Towards a language of description for changing pedagogy. *Teaching and Teacher Education*, 27(1), 174–186. Doi:10.1016/j.tate.2010.07.014
- Carlson, M. P., Bowling, S., Moore, K., & Ortiz, A. (2007). The role of the facilitator in promoting meaningful discourse among professional learning communities of secondary mathematics and science teachers. In T. S. Lamberg & L. R. Wiest (Ed.), *Proceedings of the 29th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 841–848) içinde. Stateline (Lake Tahoe), NV: University of Nevada, Reno. Erişim adresi: <https://www.pmena.org/proceedings/>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. ve Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352–378. doi:10.2307/4149958
- Carlson, M. P., Oehrtman, M., & Moore, K. (2016). *Precalculus: Pathways to calculus* (6. Ed.). Phoenix, AZ: Rational Reasoning.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Frank, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3–20. Doi:10.1086/461846
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C. P., & Loeff, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in the classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499–531. Doi:10.3102/00028312026004499

- Davis, B. (1997). Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 355–376. Doi:10.2307/749785
- Franke, M., Turrou, A. C., & Webb, N. (2011). Teacher follow-up: Communicating high expectations to wrestle with the mathematics. In L. R. Wiest & T. Lamberg (Ed.), *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1–14). Reno, NV: University of Nevada, Reno. Erişim adresi: <https://www.pmena.org/proceedings/>
- Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education*, 60(4), 380–392. Doi:10.1177/0022487109339906
- Glaserfeld, E. v. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning* (Studies in mathematics education). London, England: Falmer Press.
- Hackenberg, A. (2005). A model of mathematical learning and caring relations. *For the Learning of Mathematics*, 25(1), 45–51. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/40248486>
- Hackenberg, A. J. (2010). Mathematical caring relations in action.<sup>[SEP]</sup> *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(3), 236–273. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/20720138>
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393–425. Doi:10.3102/00028312030002393
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2020). A learning trajectory as a scaffold for pre-service teachers' noticing of students' mathematical understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 529–548. Doi:10.1007/s10763-019-09973-4
- Jacobs, V. R., & Ambrose, R. C. (2008). Making the most of story problems. *Teaching Children Mathematics*, 15(5), 260–266. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/41199267>
- Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: an emerging framework of teaching moves. *ZDM Mathematics Education*, 48(1-2), 185–197. Doi: 10.1007/s11858-015-0717-0
- Jacobs, V. R., Lamb, L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/20720130>
- Johnson, E. M. S., & Larsen, S. P. (2012). Teacher listening: The role of knowledge of content and students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 117–129. Doi: 10.1016/j.jmathb.2011.07.003
- Kazemi, E., & Franke, M. L. (2004). Teacher learning in mathematics: Using student work to promote collective inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(3), 203–235. Doi: 10.1023/B:JMTE.0000033084.26326.19
- LaRochelle, R., Nickerson, S. D., Lamb, L. C., Hawthorne, C., Philipp, R. A., & Ross, D. L. (2019). Secondary practising teachers' professional noticing of students' thinking about pattern generalisation. *Mathematics Teacher Education and Development*, 21(1), 4–27. Erişim adresi: <https://mtd.merga.net.au/index.php/mtd/article/view/563/359>
- Marfai, F. S., Moore, K. C., & Teuscher, D. (2011). The influence of a teacher's decentering moves on students engaging in reflective thinking. In L. R. Wiest & T. Lamberg (Ed.), *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the*



- International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 138–146). Reno, NV: University of Nevada, Reno. Erişim adresi: <https://www.pmena.org/proceedings/>
- Moon, A., Stanford, C., Cole, R., & Towns, M. (2017). Decentering: A characteristic of effective student–student discourse in inquiry-oriented physical chemistry classrooms. *Journal of Chemical Education*, *94*(7), 829–836. Doi:10.1021/acs.jchemed.6b00856
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematics success for all*. Reston, VA: Author.
- Piaget, J. (1926). *The language and thought of the child*. London: Kegan Paul, Trench, Trubner & Co.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1973). *The psychology of the child*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Sherin, M. G. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction*, *20*(2), 119–150. Doi:10.1207/S1532690XCI2002\_1
- Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. New York, NY: Routledge.
- Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, *60*(1), 20–37. Doi:10.1177/0022487108328155
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14. Doi:10.3102/0013189X015002004
- Silverman, J., & Thompson, P. W. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11*, 499–511. Doi:10.1007/s10857-008-9089-5
- Speer, N. M., & Wagner, J. F. (2009). Knowledge needed by a teacher to provide analytic scaffolding during undergraduate mathematics classroom discussions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(5), 530–562. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/40539355>
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Interaction or intersubjectivity? A reply to Lerman. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(2), 191–209. Doi:10.2307/749751
- Steffe, L. P., von Glasersfeld, E., Richards, J., & Cobb, P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory, and application*. New York, NY: Praeger Scientific.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. Doi:10.1080/10986060802229675
- Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Teuscher, D., Moore, K. C., & Carlson, M. P. (2016). Decentering: A construct to analyze and explain teacher actions as they relate to student thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*(5), 433–456. Doi:10.1007/s10857-015-9304-0

- Thompson, P. W. (2000). Radical constructivism: Reflections and directions. In L. P. Steffe & P.W. Thompson (Ed.), *Radical constructivism in action: Building on the pioneering work of Ernst von Glasersfeld* (pp. 412–448). London: Falmer Press.
- Thompson, P. W. (2013). In the absence of meaning. In K. Leatham (Ed.), *Vital directions for research in mathematics education* (pp. 57–93). New York, NY: Springer.
- Thompson, P. W. (2016). Researching mathematical meanings for teaching. In L. English & D. Kirshner (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 435–461). London: Taylor and Francis.
- van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Ed.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 134–151). New York: Routledge.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596. Erişim adresi: <https://www.learntechlib.org/primary/p/9171/>
- van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244–276. Doi:10.1016/j.tate.2006.11.005
- Wallach, T., & Even, R. (2005). Hearing students: The complexity of understanding what they are saying, showing, and doing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(5), 393–417. Doi:10.1007/s10857-005-3849-2
- Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The teachers' role in classroom discourse: A review of recent research into mathematics classrooms. *Review of Educational Research*, 78(3), 516–551. Doi:10.3102/0034654308320292
- Wertsch, J. V., & Toma, C. (1995). Discourse and learning in the classroom: A sociocultural approach. In L. P. Steffe & J. Gale (Ed.), *Constructivism in education* (pp. 159–174). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Williams, S. R., & Baxter, J. A. (1996). Dilemmas of discourse-oriented teaching in one middle school mathematics classroom. *The Elementary School Journal*, 97(1), 21–38. Doi: 10.1086/461847
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or Focussing?. In H. Steinbring, M. G. B. Bartolini Bussi & A. Sierpiska (Ed.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167–178). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

## EXTENDED ABSTRACT

In the last several decades, researchers in mathematics education have attempted to explain teacher knowledge and skills entailed in responsive teaching. Responsive teaching is defined as a teaching approach in which teacher focuses on and leverages students' expressed mathematical thinking and make instructional decisions based on this thinking in the moment of teaching. Some of these researchers focused on observable aspects of the teacher-student interaction in responsive teaching such as the nature of the interaction (Wood, 1998), teacher questioning (Franke et al., 2009) and teacher instructional moves (Brodie, 2011). Findings of these studies pointed out some features of teaching that is responsive to and advances student mathematical thinking. Some others endeavored to explore what kind of knowledge is entailed in responsive teaching. According to the findings of those studies, teachers require specialized content knowledge in order to understand students' expressed mathematical thinking while they require pedagogical content knowledge when deciding on whether students' thinking has the

potential for leading to productive mathematical discussions (Speer & Wagner, 2009). Moreover, teachers' efforts to listen to students' mathematical ideas in ways that they understand these ideas and make instructional decisions based on them depend on the teachers' knowledge of content and students (Johnson & Larsen, 2012). Lastly, teachers' negotiating among subject matter knowledge, knowledge of curriculum materials and knowledge of student learning enables them to enact responsive teaching (Sherin, 2002).

Another group of studies has focused on the construct of teacher noticing to investigate responsive teaching. There are different types of conceptualization of teacher noticing. For instance, according to van Es and Sherin (2002) teacher noticing involves these three subskills: (a) determining what is noteworthy in a teaching situation, (b) connecting particular events to the principles of teaching and learning these events represent, and (c) using knowledge of context to reason about events. Unlike van Es and Sherin's focus on the variety of what teachers notice, Jacobs, Lamb and Philipp (2010) specifically focused on teachers' noticing of student mathematical thinking. They coined the construct of professional noticing of children's mathematical thinking and claimed that this construct involves these three interrelated sub skills: (a) attending to children's strategies, (b) interpreting children's understandings behind their strategies, and (c) deciding how to respond based on children's understandings when teaching.

Consequently, previous studies provided considerable insights into the aspects of responsive teaching. However, researchers from radical constructivist perspective claim that studies of responsive teaching should explain teachers' thoughts and mental actions that inform their moment-to-moment decisions and interactions with students (Teuscher, Moore & Carlson, 2016; Thompson, 2000, 2013), which was not addressed in the past studies. Thus, the purpose of the current study is to build on and extend the previous body of literature by explaining and discussing the construct of *decentering* as a lens for characterizing both teachers' instructional moves and mental actions while enacting responsive teaching.

The construct of decentering was introduced by Piaget to describe a child's cognitive, social and moral development in the transition from the preoperational stage to the concrete operational stage (Piaget, 1926; Piaget & Inhelder, 1973). Afterwards, Steffe and Thompson (2000) and Thompson (2000, 2013) extended this construct to characterize two types of interaction between teacher and student: Reflective interaction and unreflective interaction. If a teacher interacts with her student reflectively, then the teacher attempts to understand what the student has in mind by building a second-order model of the student's mental structures. That is to say, the teacher attempts to decenter. Second-order models are "the hypothetical models observers may construct of the subject's knowledge in order to explain their observations (i.e., their experience) of the subject's states and activities" (Steffe, von Glasersfeld, Richards & Cobb, 1983, p. xvi). In addition to attempting to understand the student's thinking, the teacher makes an effort to be understood by the student. For example, the teacher considers how the student might interpret her utterances when attempting to convey her ways of thinking to the student. By continually updating her second-order model of the student's thinking, the teacher is able to make better decisions about how to convey her intended meaning to the student (Thompson, 2013). In contrast, the teacher who interacts with her student unreflectively does not attempt to understand the student's thinking and, thus, does not attempt to decenter. She is then constrained to use only her first-order model (her personal understanding of an idea) when making decisions about how to act (Teuscher, Moore & Carlson, 2016). First-order models are "the models an individual constructs to organize, comprehend, and control her experience, i.e., her own mathematical knowledge" (Steffe et al, 1983, p. xvi).

Although past studies provided considerable insights into the knowledge and skills entailed by responsive teaching, none of them addressed teachers' mental actions that might inform what they do when teaching. The construct of decentering provides researchers with insights into the mental processes of teachers when they adapt their instructional moves on the

basis of students' thinking during teaching. Moreover, decentering provides a theoretical lens for explaining the nature and development of mathematical knowledge for teaching entailed by being responsive to student thinking in the moment of teaching. The construct of professional noticing of children's mathematical thinking (Jacobs et al., 2010) is closely related to decentering. However, the use of decentering as a theoretical lens allows researchers to make inferences about how a teacher builds a model of a student's thinking in order to interpret the student's understanding and how this model enables the teacher to make instructional decisions based on the student's understanding. Therefore, it is recommended that decentering should be used as a theoretical construct to investigate quality of teacher-student interactions during responsive teaching. The relation between teacher content knowledge and decentering skills or describing a teacher's observable decentering behavior might be issues for further study.