Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 11(3): 2301-2306, 2021
Journal of the Institute of Science and Technology, 11(3): 2301-2306, 2021
ISSN: 2146-0574, eISSN: 2536-4618

Matematik / *Mathematics* **DOI: 10.21597/jist. 916177**

Araştırma Makalesi / *Research Article*

Geliş tarihi / Received: 15-04-2021 **Kabul tarihi / Accepted: 28-04-2021**

Atıf İçin: Kara H, Atasoy D, 2021. İnvaryant Yakınsaklık Yardımıyla Tanımlanan Modülüs Fonksiyonlar Uzayları, Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 11(3): 2301-2306.

To Cite: Kara H, Atasoy D, 2021. The Space of Modulus Functions Defined by Invariant Convergence, Journal of the Institute of Science and Technology, 11(3): 2301-2306.

İnvaryant Yakınsaklık Yardımı ile Tanımlanan Modülüs Fonksiyonlar Uzayı

Hasan KARA[1], Dinçer ATASOY[2*]

ÖZET: Bu çalışmada invaryant yakınsaklık yardımı ile bazı dizi uzayları tanımlanarak bazı kapsamlar kuruldu. ℓ^{σ} ve $\ell^{\sigma\sigma}$ uzaylarının $\ell^{\sigma}(p)$ ve $\ell^{\sigma\sigma}(p)$ uzaylarına genelleştirildiği gibi $[\omega_\sigma]$, $\overline{\omega}_\sigma$ ve $\overline{\overline{\omega}}_\sigma$ uzaylarını da $[\omega_\sigma(p)]$, $\overline{\omega}_\sigma(p)$ ve $\overline{\overline{\omega}}_\sigma(p)$ uzaylarına genişletildi ve modülüs fonksiyonlar uygulandı.

Anahtar Kelimeler: İnvaryant yakınsaklık, dizi uzayları, modülüs fonsiyonu.

The Space of Modulus Functions Defined by Invariant Convergence

ABSTRACT: : In this study, some scopes are established by defining some sequence spaces with the help of invariant convergence. Just as the spaces ℓ^{σ} and $\ell^{\sigma\sigma}$ are generalized to the spaces $\ell^{\sigma}(p)$ and $\ell^{\sigma\sigma}(p)$, so do the spaces $[\omega_\sigma]$, $\overline{\omega}_\sigma$ and $\overline{\overline{\omega}}_\sigma$ it has been extended to the spaces $[\omega_\sigma(p)]$, $\overline{\omega}_\sigma(p)$ ve $\overline{\overline{\omega}}_\sigma(p)$ and modulus functions have been implemented.

Keywords: Invariant convergence, sequence spaces, module function.

[1] Hasan KARA (**Orcid ID:** 0000-0001-9828-9006), Iğdır Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Iğdır, Türkiye
[2*] Dinçer ATASOY (**Orcid ID**: 0000-0003-0389-1059), Iğdır Üniversitesi, Iğdır Meslek Yüksekokulu, Finans - Bankacılık ve Sigortacılık Bölümü, Iğdır, Türkiye

***Sorumlu Yazar/Corresponding Author:** Dinçer ATASOY, e-mail: dincer.atasoy@igdir.edu.tr

GİRİŞ

Das ve Sahoo (1992) mutlak ve kuvvetli hemen hemen yakınsaklık kavramına dayanan aşağıdaki yeni diz uzaylarını tanımladılar ve incelediler.

$$t_{km} = t_{km}(x) = \frac{x_m + x_{m+1} + \cdots + x_{m+k}}{k+1} \text{ ve} \tag{1}$$

$$d_{nm} = d_{nm}(x) = \frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n} t_{km}(x) \tag{2}$$

olmak üzere

$$\omega = \{x:\ \lim_n \frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n} t_{km}(X - S) = 0,\ \ m'ye\ göre\ düzgün\} \tag{3}$$

$$[\omega] = \{x:\ \lim_n \frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n} |t_{km}(X - S)| = 0,\ \ m'ye\ göre\ düzgün\} \tag{4}$$

$$\overline{\omega} = \{x:\ \sum_{k=0}^{\infty} \left|d_{km} - d_{k-1,\ m}\right| = 0,\ \ m'ye\ göre\ düzgün\ yakınsak\} \tag{5}$$

$$\overline{\overline{\omega}} = \{x: \operatorname{Sup}_n \textstyle\sum_{k=0}^{\infty} \left|d_{km} - d_{k-1,\ m}\right| < \infty\} \text{ (Sahoo, 1992)} \tag{6}$$

Daha sonra Kara (1994) yılında $\sigma - yakınsak$ uzayını kullanarak özel olarak Das ve Sahoo'nun dizi uzaylarını elde edecek şekilde yeni dizi uzaylarını tanımladı.

$$t_{mn}(x) = \frac{(x_n + T_{\sigma(n)} + T^2_{\sigma(n)} + \cdots + T^m_{\sigma(n)})}{m+1} \tag{7}$$

$$\omega_\sigma = \{x:\ \lim_k \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} t_{mn}(X - L) = 0,\ \ n'egöre\ düzgün\} \tag{8}$$

$$[\omega_\sigma] = \{x:\ \lim_k \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} t_{mn}(X - L) = 0,\ \ n'egöre\ düzgün\} \tag{9}$$

ayrıca

$$\Psi_{kn} = \Psi_{kn}(x) = \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} t_{mn}(x),\ \ \Psi_{-1,n} = t_{-1,n} = x_{n-1} \tag{10}$$

olmak üzere

$$\overline{\omega}f_{(\sigma)} = \{x:\ \sum_{m=0}^{\infty} f\left(\left|\Psi_{mn}(x) - t_{m-1,n}(x)\right|\right),\ \ n'egöre\ düzgün\ \ yakınsak\} \tag{11}$$

$$\overline{\overline{\omega}}f_{(\sigma)} = \{x: \operatorname{Sup}_n \textstyle\sum_{m=0}^{\infty} f\left(\left|\Psi_{mn}(x) - \Psi_{m-1,n}(x)\right|\right) < \infty\} \text{ (Kara, 1994)} \tag{12}$$

Mursaleen (1983) Banach limitleri yerine invaryant limitleri alarak kuvvetli invaryant dizileri uzayını

$$[V_\sigma] = \left\{x:\ \frac{\lim_m \sum_{k=1}^{m}\left|x_{\sigma^k(n)} - S\right|}{m} = 0,\ \ n'egöre\ düzgün\right\} \text{ (Mursaleen, 1983)} \tag{13}$$

şeklinde tanımlayarak inceledi.

Biz bu çalışmamızda $[\omega_\sigma]$, $\overline{\omega}_\sigma$ ve $\overline{\overline{\omega}}_\sigma$ uzaylarına genelleştirerek modülüs fonksiyon kavaramını uygulayarak bir kısın özelliklerini çalışacağız.

MATERYAL VE METOT

Tanım 1: $[0, \infty]$ aralığı üzerinde tanımlı ve aşağıdaki özellikleri sağlayan reel değerli bir f fonksiyonuna modülüs fonksiyonu denir (Nakano, 1953).

i) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

ii) Her $x, y > 0$ için $f(x + y) \leq f(x) + f(y)$

iii) f, artan

iv) f, 0 da sağdan süreklidir.

Tanım 2: $\sigma: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ her m.n pozitif tamsayıları için $\sigma^m_{(n)} \neq n$ olacak şekilde bire-bir dönüşüm olan $x = (x_n)$ olmak üzere bir $\Phi: \ell_\infty \to \mathcal{R}$ lineer fonksiyoneline aşağıdaki özellikleri sağlaması halinde invaryant limit ya da $\sigma -$ limit denir.

i) Her n için $x_n \geq 0$ ise $\Phi(x) \geq 0$,

ii) $\Phi(e) = 1,\ e = (1, 1,1, \dots),$

iii) Her $x \in \ell_\infty$ için $\Phi\left(\{x_{\sigma(n)}\}\right) = \Phi(x)$

Özel olarak $\sigma(n) = n + 1$ olması halinde Φ bir Banach limitidir.

İnvaryant limitleri eşit olan sınırlı bir diziye invaryant veya $\sigma -$yakınsak dizi denir. $\sigma -$yakınsak dizilerin cümlesi v_σ ile gösterilir.

Eğer $x = (x_n)$ ise $T_x = (Tx_n) = \left(x_{\sigma(n)}\right),\ T_x^2 = (T_x^2) = x^2_{\sigma(n)}, \dots, T_x^m = (T_x^m) = x^m_{\sigma(n)}$ dir. (14)

$$t_{mn}(x) = \frac{(x_n + T_{x_n} + T^m_{x_n})}{m+1} = \frac{(x_n + T_{\sigma(n)} + T^2_{\sigma(n)} + \cdots + T^m_{\sigma(n)})}{m+1} \quad \text{ve} \quad t_{m,n}(x) = 0 \tag{15}$$

olmak üzere $x \in v_\sigma$ olması için gerek ve yeter şart n'e göre düzgün olarak $\lim\limits_m t_{mn}(x) = L$ limitinin mevcut olmasıdır. Ayrıca $\sigma(n) = n + 1$ olması halinde $\sigma -$ limitleri klasik Banach limitlerine ve v_σ cümleside hemen hemen yakınsaklık dizilerin f cümlesine indirgenir (Savaş, 1989 (a)).

Biz bu çalışmamızda $\sigma -$ yakınsak uzaylarına modülüs fonksiyonlarını uygulayarak bazı yeni dizi uzayları tanımlayacağız. Ayrıca Savaş'ın (1989) ℓ^σ uzayını $\ell^\sigma(n)$uzayına genelleştirdiği gibi $\left[\omega f_{(\sigma)}\right], \overline{\omega} f_{(\sigma)}$ ve $\overline{\overline{\omega}} f_{(\sigma)}$ uzayların sırasıyla $\left[\omega f_{(\sigma)}(p)\right], \overline{\omega} f_{(\sigma)}(p)$ ve $\overline{\overline{\omega}} f_{(\sigma)}(p)$ uzaylarına genelleştirerek bir kısım özelliklerini inceleyeceğiz (Savaş, 1989 (b)).

Yeni dizi uzayları

$$t_{mn}(x) = \frac{(x_n + x^1_{\sigma(n)} + x^2_{\sigma(n)} + \cdots + x^m_{\sigma(n)})}{m+1} \quad \text{olmak üzere} \tag{16}$$

$$\omega f_{(\sigma)} = \{x:\ \lim_k \frac{1}{k} \textstyle\sum_{m=0}^k f(t_{mn}(X - L) = 0,\ \ n'\text{egöre düzgün}\} \tag{17}$$

$$[\omega](f)_\sigma = \{x:\ \lim_k \frac{1}{k} \textstyle\sum_{m=0}^k f(|t_{mn}(X - L)|) = 0,\ \ n'\text{egöre düzgün}\} \tag{18}$$

$$[\omega'](f)_\sigma = \{x:\ \lim_k \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k} f(t_{mn}|X - L|) = 0,\ \ n'\text{egöre düzgün}\} \tag{19}$$

Ayrıca

$$\Psi_{kn} = \Psi_{kn}(x) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k} t_{mn}(x), \qquad \Psi_{-1,n} = t_{-1,n} = x_{n-1} \tag{20}$$

olmak üzere

$$\overline{\omega} f_{(\sigma)} = \{x:\ \sum_{m=0}^{\infty} f\left(\left|\Psi_{mn}(x) - t_{m-1,n}(x)\right|\right),\ \ n'\text{egöre düzgün yakınsak}\} \tag{21}$$

$$\overline{\overline{\omega}} f_{(\sigma)} = \{x: \operatorname{Sup}_n \sum_{m=0}^{\infty} f\left(\left|\Psi_{mn}(x) - \Psi_{m-1,n}(x)\right|\right) < \infty\} \tag{22}$$

Uzaylarını tanımlayalım. Bu uzaylarda $\sigma(n) = n + 1$ olması halinde bu uzaylar $\omega(f)$, $[\omega](f), [\omega'](f)$ ve $\overline{\omega}(f)$, $\overline{\overline{\omega}}(f)$ uzaylarına indirgenir. Şimdi bu uzaylar ile ilgili bazı özellikleri inceleyelim.

Teorem 1:

$$[\omega'](f)_\sigma \subset [\omega](f)_\sigma \subset \omega(f)_\sigma \text{ ve limit korunur.} \tag{23}$$

İspat:

$$x \in [\omega'](f)_\sigma \text{ ve } [\sigma](f) - \lim x = [\omega'](f)_\sigma - \lim x = L \text{ olur.} \tag{24}$$

Ayrıca $x \in [\omega'](f)_\sigma$ olduğundan

$$\frac{1}{k+1} f\left|\sum_{m=0}^{k}(t_{mn}(X-L)\right| \le \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f|t_{mn}(X-L)| \le \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(t_{mn}|X-L| \text{ olur.} \tag{25}$$

Bu da

$$[\omega'](f)_\sigma \subset [\omega](f)_\sigma \subset \omega(f)_\sigma \text{ ve} \tag{26}$$

$$[\omega'](f)_\sigma - \lim x = [\omega](f)_\sigma - \lim x = \omega(f)_\sigma - \lim x = L \tag{27}$$

elde edilir.

Lemma:

$[\omega](f)_\sigma - \lim x = L$ olması için gerek ve yeter şart

i) $\omega(f)_\sigma - \lim x = L$

ii) n'e göre düzgün olarak

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|t_{mn}(X-L) - \Psi_{mn}(X-L)| = 0 \text{ olmasıdır.} \tag{28}$$

İspat:

$$[\omega](f)_\sigma - \lim x = L \text{ ise } \omega(f)_\sigma - \lim x = L \text{ olduğu açıktır.} \tag{29}$$

Ayrıca

$$\frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|t_{mn}(X-L) - \Psi_{mn}(X-L)| \tag{30}$$

$$\le \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f\left(\left|t_{mn}(X-L) + \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k}\Psi_{mn}(X-L)\right| = \varepsilon_1 + \varepsilon_2\right. \tag{31}$$

olur. Hipotezden dolayı $k \to \infty$ giderken n'e göre düzgün olarak $\varepsilon_1 = 0(1)$dir. (i) şıkkından $m \to \infty$ giderken n'e göre düzgün olarak $\varepsilon_2 = 0(1)$ elde ederiz (Lorentz, 1948).

Tersine olarak (i) ve (ii) sağlansın

$$\frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|t_{mn}(X-L)| \le \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|t_{mn}(X-L) - \Psi_{mn}(X-L)| \tag{32}$$

$+\frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|\Psi_{mn}(X-L)|$ eşitsizliğinden $[\omega](f)_\sigma - \lim x = L$ olduğu görülür. Bu da ispatı tamamlar.

Teorem 2:

$\overline{\omega}(f)_\sigma \subset [\omega](f)_\sigma$ dir ve limiti korunur.

İspat:

$x \in \overline{\omega}(f)_\sigma$ olduğunu kabul edelim. n'e göre düzgün olarak $\sum_{m=0}^{k} f\left(\left|t_{mn}(x) - \Psi_{n-1,n}(x)\right| < \infty\right.$ olması $m \to \infty$ giderken n'e göre düzgün olarak $\Psi_{mn} \to 0$ olmasını verir. Buradan $x \in \overline{\omega}(f)_\sigma$ olması $\omega(f)_\sigma - \lim x = L$ olacak şekilde L'nin varlığını gerektirir. Böylece $x \in [\omega](f)_\sigma$ olduğunu ispatlamak için Lemmayı kullanarak sadece $k \to \infty$ giderken n'e göre düzgün olarak $\frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|t_{mn}(X-L) - \Psi_{mn}(X-L)| \to 0$ olduğunu göstereceğiz. Ayrıca

$t_{kn} - \Psi_{kn} = t_{kn} - \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} t_{mn} = k(\Psi_{kn} - \Psi_{k-1,n})$ dir (Mısra, 1988). (33)

Böylece

$$\frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|t_{mn} - \Psi_{mn}|) = \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|t_{mn} - t_{m-1,n}|) \tag{34}$$

olur.

$x \in \overline{\omega}(f)_\sigma$ olduğundan her k ve n için

$$f(V_{kn}) = \sum_{m=k}^{\infty} f(|\Psi_{mn} - \Psi_{m-1,n}|) \tag{35}$$

sonludur. n'e göre düzgün olarak $k \to \infty$ için $f(V_{kn}) \to 0$ dir.

$f(V_{mn} - V_{m+1,n}) = f(|\Psi_{mn} - \Psi_{m-1,n}|)$ olduğundan dolayı göstermek istediğimiz (34) den çıkar (35) denklemini kullanarak

$\frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(|t_{mn}(X-L) - \Psi_{mn}(X-L)|) =$ (35)

$= \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} mf(V_{mn} - V_{m+1,n})$ (36)

$= \frac{1}{k+1}\sum_{m=0}^{k} f(V_{m+1,n} - V_{k+1,n}) = 0(1)$ (37)

olduğu görülür. Bu da teoremi ispatlar.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Teorem 3:

$\overline{\omega}(f)_\sigma \subset \overline{\overline{\omega}}(f)_\sigma$ dir ve limiti korunur.

İspat:

$x \in \overline{\omega}(f)_\sigma$ olsun . bu takdirde

$\sup_n \sum_{m=0}^{\infty} f(|\Psi_{mn} - \Psi_{m-1,n}|) < M$ olduğunu göstermeliyiz.

$x \in \overline{\omega}(f)_\sigma$ iken her n için

$$\sum_{m=0}^{\infty} f(|\Psi_{mn} - \Psi_{m-1,n}|) < 1 \tag{1.3}$$

olacak şekilde en az bir p tamsayısı vardır (Sahoo, 1992). Böylece m sabit olmak üzere her n için

$$f(|\Psi_{mn} - \Psi_{m-1,\ n}|) < 1 \tag{1.4}$$

olur.

$f(\Psi_{kn} - \Psi_{k-1,\ n}) = \frac{1}{k.(k+1)}\sum_{m=0}^{k} f(t_{mn} - t_{m-1,\ n})$

$$k.(k+1)f(\Psi_{kn} - \Psi_{k-1,\ n})\sum_{m=0}^{k} f(t_{mn} - t_{m-1,\ n}) \tag{1.5}$$

olduğundan (Maddox, 1979).

$$(k+1)f(\Psi_{kn} - \Psi_{k-1,\ n}) - (k-1)f(\Psi_{k-1,\ n} - \Psi_{k-2,\ n}) = f(t_{kn} - t_{k-1,\ n}) \tag{1.6}$$

olur

$\leq (k+1) + (k-1) = 2k = M(k)$

elde edilir. Böylece (1.4) ve (1.6) den her k>p sabit ve bütün n'ler için

$$f(|t_{kn} - t_{k-1,\ n}| \leq M(k)) \tag{1.7}$$

olduğu görülür. Burada $M(k), k'$ya bağlı bir sabittir. Yine t_{kn} tanımından

$$f(t_{kn} - t_{k-1,\ n}) = \frac{1}{k.(k+1)}\sum_{m=1}^{k} mf(x_{\sigma(n)}^{m} - x_{\sigma(n)}^{m-1}) \tag{1.8}$$

elde edilir. Buradan

$k(k+1)f(t_{kn} - t_{k-1,\ n}) = \sum_{m=1}^{k} mf(x_{\sigma(n)}^{m} - x_{\sigma(n)}^{m-1})$ olur. Dolayısıyla,

$(k+1)f\big(t_{kn}-t_{k-1,\ n}\big)-(k-1)f\big(t_{k-1,\ n}-t_{k-2,\ n}\big)=f\big(x^k_{\sigma(n)}-x^{k-1}_{\sigma(n)}\big)$

$f\big(x^k_{\sigma(n)}-x^{k-1}_{\sigma(n)}\big)=f(a^k_{\sigma(n)})$ alırsak

$$(k+1)f\big(t_{kn}-t_{k-1,\ n}\big)-(k-1)f\big(t_{k-1,\ n}-t_{k-2,\ n}\big)=f(a^k_{\sigma(n)}) \tag{1.9}$$

elde edilir. Böylece (1.7) den her bir $k>p$ sabit olduğundan her n için

$f(\left|a^k_{\sigma(n)}\right| \le (k+1)+(k-1)=M(k)$ den)

$$f(\left|a^k_{\sigma(n)}\right| \le M(k) \tag{1.10}$$

elde edilir. Şimdi $k=p+1$ alalım.

$M=\max\{M(p+1),\ f\big(\left|a^1_{\sigma(n)}\right|\big),\ f\big(\left|a^2_{\sigma(n)}\right|\big),\dots,f(\left|a^{p+1}_{\sigma(n)}\right|)$ olmak üzere (1.10) dan bütün k'lariçin

$$f(\left|a^k_{\sigma(n)}\right| \le M \tag{1.11}$$

olduğu görülür. (1.8) den her k,n için

$$f(t_{kn}-t_{k-1,\ n} \le M \tag{1.12}$$

ve dolayısıyla (1.5), (1.12) den her k,n için

$f(\left|\Psi_{kn}-\Psi_{k-1,\ n}\right|) \le M$ olduğu görülür ki bu da ispatı tamamlar.

SONUÇ

Bu çalışmada $\sigma-yakınsak$ uzaylarına modülüs fonksiyonlarını uygulayarak bazı yeni dizi uzayları tanımlandı. Ayrıca Savaş'ın (1989(a) ve 1989 (b)) ℓ^σ uzayını $\ell^\sigma(n)$uzayına genelleştirdiği gibi $\big[\omega f_{(\sigma)}\big],\overline{\omega}f_{(\sigma)}$ ve $\overline{\overline{\omega}}f_{(\sigma)}$ uzayların sırasıyla $\big[\omega f_{(\sigma)}(p)\big],\overline{\omega}f_{(\sigma)}(p)$ ve $\overline{\overline{\omega}}f_{(\sigma)}(p)$ uzaylarına genelleştirerek bir kısım özelliklerini incelendi. Bu çalışmada invaryant yakınsaklık yardımı ile bazı dizi uzayları tanımlanarak bazı kapsamlar kuruldu. ℓ^σ ve $\ell^{\sigma\sigma}$ uzaylarının $\ell^\sigma(p)$ ve $\ell^{\sigma\sigma}(p)$ uzaylarına genelleştirildiği gibi $[\omega_\sigma]$, $\overline{\omega}_\sigma$ ve $\overline{\overline{\omega}}_\sigma$ uzaylarını da $[\omega_\sigma(p)],\overline{\omega}_\sigma\,(p)$ ve $\overline{\overline{\omega}}_\sigma\,(p)$ uzaylarına genişletildi ve modülüs fonksiyonlar uygulandı.

Çıkar Çatışması

Makale yazarları aralarında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Yazar Katkısı

Yazarlar makaleye eşit oranda katkı sağlamışlardır.

KAYNAKLAR

Kara H, 1994. İnvaryant Yakınsaklık Yardımıyla Tanımlanan Dizi Uzayları, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim, Dalı Doktora Tezi (Basılmış).

Lorentz G, 1948. A Contribution to The Theory of Divergent Secunces. Acta Mathematica, 80: 167-190.

Maddox IJ, 1979. On Strong Alost Convergence. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 85: 345-350.

Mısra GD, 1988. Absolute Almost Convegence With and Index. Di Matematica Serie-VII, 8: 501-510.

Mursaleen M, 1983. On some new invariant matrix methods of summability. Quarterly Journal of Mathematics, 34: 77-80.

Nakano H, 1953. Concave Modulars. Japan Journal of Mathmatics Society, 29-49.

Sahoo GD, 1992. On Some Squence Spaces. Journal of Mathmatics Analysis and Aplications, 164: 381-398.

Savaş E, 1989. Some Sequence Spaces Involving Invariant Means, Indian Journal of Mathmatics, 31(1): 140-145.

Savaş E, 1989. Strongly σ- Convergent Seguences. Bullettin Calcuta Mathematical Society, 81: 295-300.