

Çorum Çat Deresi Aylık Akım Serisinin Farklı Stokastik Modellerle İncelenmesi

Kadri YÜREKLİ¹

Geliş Tarihi: 08.02.2002

Özet: Bu çalışma, aylık akımların modellenmesi amacıyla yapılmıştır. Aylık akımların modellenmesinde ARMA (p,q) modelleri ile Thomas-Fiering modeli kullanılmıştır. ARMA (p,q) modellerinin seçiminde, ARMA (p,q) modellerinden hesaplanan kalıntıların bağımsız olup olmadıkları göz önüne alınmıştır. Aylık akımlar için, ARMA (1,0), ARMA (2,0), ARMA (1,1), ARMA (1,2) ve ARMA (3,0) modelleri uygun olmuştur. Ancak aylık akımlara ARMA (2,0) modeli daha fazla uyum göstermiştir. ARMA (2,0) modeli ve Thomas-Fiering modelinden tahmin edilen aylık akımlar ile gözlenen akımlar, korelasyon katsayılarına göre karşılaştırılmıştır. ARMA (2,0) modeli için bu katsayılar daha yüksek olmuştur. Bu nedenle aylık akımların tahmininde ARMA (2,0) modeli uygun bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: aylık akım, otokorelasyon katsayısı, ARMA (p,q) modeli, Thomas-Fiering modeli

Evaluation of Çorum Çat Stream's Monthly Flow Series via Different Stochastic Models

Abstract: This study was made to model monthly flows. ARMA (p,q) models and Tomas-Fiering model were used in modeling monthly flows. In selecting ARMA (p,q) models, it was taken into account whether the residuals calculated from ARMA (p,q) models were independent. For monthly flows, ARMA (1,0), ARMA (2,0), ARMA (1,1), ARMA (1,2) ve ARMA (3,0) models were appropriate. But, ARMA (2,0) model was fitted better to monthly flows. The monthly flows forecasted from ARMA (2,0) model and Thomas-Fiering model were compared to the observed flows considering their correlation coefficients. The correlation coefficients for ARMA (2,0) model were very high. Therefore, ARMA (2,0) model in forecasting monthly flows was preferred.

Key Words: monthly flow, autocorrelation coefficient, ARMA (p,q) model, Thomas-Fiering model

Giriş

Su kaynaklarının geliştirilmesi ve işletilmesinde hidrolojik olayların gelecekteki miktarlarının bilinmesi zorunlu olmaktadır. Hidrolojik olaylar bir çok olayların birlikte etkisi altında meydana gelmektedir. Bunun bir sonucu olarak bu olayların miktarlarında önemli derece farklılıklar görülebilmektedir (Okman 1994). Bu durum üzerinde kararsız atmosferik hareketler önemli derecede etkili olmaktadır (Tao ve Delleur 1976).

Hidrolojik çalışmalarda, bir hidrolojik zaman serisinin gözlemleri arasındaki bağımlılık çoğu kez göz önüne alınmamaktadır. Ancak hidrolojik zaman serilerinin ardışık gözlemlerinin birbirinden bağımsız olmadıkları da bilinmektedir. Günlük debi gözlemleri bir günden diğer bir güne önemli ölçüde değişim göstermemektedir. Bu gözlemlerde bir kümeleşme eğilimi bulunmaktadır. Bir akarsuyun günlük akışlarının ardışık gözlemleri arasındaki bağımlılık, aylık akışlarınkinden, aylık akışların ardışık gözlemleri arasındaki bağımlılık da yıllık akışlarınkinden daha fazla olmaktadır. Böylece hidrolojik gözlemler arasındaki bağımlılık gözlem süresindeki artışla azalmaktadır (Chow 1964). Aralarında bu şekilde bağımlılık bulunan bir zaman serisi, stokastik yada otoregresif süreçler olarak belirtilmektedir. Otokorelasyon katsayısı, hidrolojik zaman serilerinin gözlemleri arasındaki bağımlılığın bir ölçüsü olarak alınmaktadır (McMichael ve Hunter 1972).

Su kaynaklarıyla ilgili projelerde, proje kriterlerinin saptanmasında stokastik sürece uyan dağılımın saptanması tek başına yeterli olmamaktadır. Çünkü eldeki verinin gözlem süresi genellikle planlanması düşünülen hidrolik yapının ekonomik ömründen daha az olmaktadır. Bu amaçla, projenin ekonomik ömrüne eşit süreli bir verinin elde edilmesi amacıyla stokastik süreç modellenmelidir (Bayazit 1981).

Otoregresif modeller ve hareketli ortalama modellerinin kombinasyonu olan ARMA (p,q) modelleri, aylık hidrolojik serilerin stokastik olarak modellenmesinde önemli bir yer tutmaktadır. Sentetik veri tahmininde bu modeller yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu modellerin en önemli parametresi, gözlemler arasındaki bağımlılığı gösteren otokorelasyon katsayısıdır (Bartlett, 1946). Aylık hidrolojik serilerin modellenmesinde kullanılan diğer bir yöntem de Thomas-Fiering modelidir (McKerchar ve Delleur 1974).

Materyal ve Yöntem

Bu çalışmada, Elektrik İşleri Etüt İdaresi Genel Müdürlüğü tarafından işletilen ve Çorum Çat Deresi üzerinde bulunan 1412 numaralı akım gözlem istasyonunda 1954-1997 yıllarında ölçülmüş olan akım miktarları materyal olarak kullanılmıştır. Ancak 1961 ve

¹ Gaziosmanpaşa Üniv. Ziraat Fak. Tarımsal Yapılar ve Sulama Bölümü-Tokat

1968 yıllarında ölçüm yapılmadığından, araştırmada bu yıllar göz önüne alınmamıştır.

Çorum'un batısındaki Köse dağlarından doğan Çorum Çat Deresi, Dana deresi ile Urla dağından doğan Ahilyas derelerinin birleşmesiyle meydana gelir. Bu akarsu Çorum ovasını geçtikten sonra küçük bir ovada kuzeydoğu doğrultusunda akışına devam eder ve Çekerek çayı ile birleşir. Çorum Çat Deresi yaklaşık olarak 84 km uzunluğundadır. Bu akarsuyun su toplama havzası 4267.6 km²'dir (Anonim 1970). Ancak EIE verilerine göre 1412 numaralı akım gözlem istasyonu, 3668.8 km²'lik havza alanına sahiptir.

Aylık akımların modellenmesi:

ARMA (p,q) modelleri: ARMA (p,q) modelleri hidrolojik süreçlerin simülasyonunda kullanılan doğrusal modellerdir. Bu modeller otoregresif (AR) modeller ile hareketli ortalama (MA) modellerinin kombinasyonundan oluşmaktadır. ARMA (p,q) modelleri serinin durağan olması durumunda kullanılmaktadır. Bir ARMA (p,q) modeli genel şekli ile aşağıdaki eşitlikte verilmiştir (Box ve Jenkins 1976).

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1)$$

ARMA (p,q) modelleri, hidrolojik sürecin normal dağılım göstermesi durumunda kullanılabilir (Hipel ve ark. 1977). Ancak hidrolojik olaylar genellikle kaymış dağılım göstermektedirler (Okman 1994). Bu nedenle yukarıda verilen ARMA (p,q) modellerinin aylık akımların simülasyonunda kullanılabilmesi için, aylık akımların normal dağılıma uydurulması gerekmektedir. Bundan dolayı bu çalışmada, aylık akımların normal dağılıma uyan bir dağılım göstermesi için, aylık akımların logaritmik dönüşümleri ($z = \ln x$) yapılmıştır (Bayazit 1981). Hipel ve ark.(1977)'de aylık akımların logaritmik dönüşümle normal dağılıma yaklaşılabileceğini belirtmişlerdir.

Stokastik süreçlerin özellikleri zaman içinde değişir yada sabit kalabilir. Bir sürecin özellikleri zaman içinde değişmiyor ise bu süreç durağan olarak ifade edilir. Hidrolojide genellikle ikinci dereceden durağanlığın araştırılması yeterli kabul edilmektedir. Bir verinin ortalaması ve kovaryansı durağan ise, seri ikinci dereceden durağan olarak belirtilmektedir (Bayazit 1981).

Stokastik süreçlerin parametrelerinde meydana gelen değişim, doğal yada insan etkisiyle meydana gelmekte ve sonuçta, homojenlik bozulmaktadır (Okman 1994). Bu değişim sürecin parametrelerinin eğiliminde meydana gelebileceği gibi, sürecin parametrelerinde ani değişim şeklinde de (sıçrama) görülebilmektedir. Bununla birlikte yıldıan daha kısa zaman aralıklarında ölçülen hidrolojik süreçler dünyanın güneş etrafında dönüşünün bir sonucu olarak periyodikliğe sahiptir (Haan 1977). Bu nedenle hidrolojik süreçleri durağan hale getirmek için, gidiş, sıçrama ve periyodik bileşenler süreçten arındırılmalıdır. Stokastik süreçlerin modellenmesinde, zaman serisinin durağanlığının sağlanması önemlidir (Çevik 1999).

Topaloğlu ve ark. (1999)'da aylık akım serisinin eğiliminin durağanlığını saptamak için Spearman testinin

kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Bu teste gözlem değerlerinin yerine bunların sıra numaraları kullanılmaktadır. Bu test aşağıda verilen ilişkilere göre yapılmaktadır.

$$R_{sp} = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (2)$$

$$D_i = K_{xi} - K_{yi} \quad (3)$$

$$t_t = R_{sp} \left[\frac{(n-2)}{(1-R_{sp})^2} \right]^{1/2} \quad (4)$$

Bir zaman serisinde eğilimin durağanlığını belirlemek için, yukarıda verilen t_t değerinin, DF = n-2 serbestlik derecesi ve % 5 önem seviyesinde t dağılımı ile testi yapılır. Eğer, $t_{\text{test}}(DF, \% 2.5) < t_t < t_{\text{test}}(DF, \% 97.5)$ ise, gözlem serilerinde eğilimin durağan olduğuna karar verilir. Bu çalışmada işlem kolaylığı açısından aylık akım serisi yerine, yıllık akım serisi kullanılmıştır. Bir akarsuyun yıllık akım serisinin eğilimi durağan ise bu akarsuyun aylık akım serisinin eğilimi de durağan olacaktır.

Çorum Çat Deresi aylık akım serilerinde periyodik dalgalanma ve sıçramanın bulunup bulunmadığını test etmek, yani varyans ve ortalama açısından aylık akım serisinin durağanlığını saptamak için, Yücel ve ark. (1999) da verilen esaslara göre aylık akım serisinin varyans ve ortalama açısından durağanlığı araştırılmıştır.

Aylık akım serisinin varyans açısında durağanlığını belirlemek için aylık akım serisi iki eşit alt gruba ayrılarak, her grup için serbestlik derecesi $v = n-1$ olan varyanslar (s_1^2 ve s_2^2) belirlenir. Daha sonra elde edilen varyanslar birbirine oranlanır ($F_{\text{hesap}} = s_1^2 / s_2^2$). Elde edilen F_{hesap} değeri, % 5 önem seviyesinde F dağılımı tablo değeri ($F_{\text{test}}(v, \% 97.5)$) ile karşılaştırılır. Eğer, $F_{\text{hesap}} > F_{\text{test}}(v, \% 2.5)$ ise, bu durumda alt grup varyansları birbirine eşit kabul edilir. Yani aylık akım serisinin varyans açısından durağan olduğu kabul edilir.

Aylık akım serisinin ortalama açısından durağanlığını test etmek için, iki eşit alt gruba ayrılan aylık akım serisinin her bir grubunun ortalamaları (\bar{X}_1 ve \bar{X}_2) belirlenir. Daha sonra bu ortalamalara göre, t_{hesap} değeri aşağıda verilen ilişkidten saptanır.

$$t_{\text{hesap}} = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) / \sqrt{(s_1^2 + s_2^2) / n} \quad (5)$$

Yukarıda verilen ilişkidten saptanan t_{hesap} değeri, % 5 önem seviyesinde $v=2n-2$ serbestlik derecesinde t dağılımının tablo değeri ($t_{\text{test}}(v, \% 97.5)$) ile karşılaştırılır. Eğer, $t_{\text{hesap}} > t_{\text{test}}(v, \% 2.5)$ ise, alt grup ortalamaları arasında farkın olmadığına ve aylık akım serisinin ortalamasının zamanla değişmediğine karar verilir.

Aylık akımların periyodik bileşeni aşağıda verilen eşitliklerden tahmin edilir (Tao ve Delleur 1976).

$$Y_{i,\tau} = \frac{Q_{i,\tau} - \mu_\tau}{\sigma_\tau} \quad \tau = 1, 2, 3, \dots, 12 \quad (6)$$

$$A_i = \frac{2}{w} \sum_{\tau=1}^w v_\tau \cos \frac{2\pi i}{w} \tau \quad (7)$$

$$B_i = \frac{2}{w} \sum_{\tau=1}^w v_\tau \sin \frac{2\pi i}{w} \tau \quad (8)$$

$$C_i = (A_i^2 + B_i^2)^{1/2} \quad (9)$$

$$\text{Varh}_i = \frac{C_i^2}{2} \quad (10)$$

$$P_i = \frac{\text{Varh}_i}{\text{Varu}} \quad (11)$$

μ_τ ve σ_τ aşağıda verilen eşitliğe göre saptanır (Bayazit 1981).

$$\mu_\tau, \sigma_\tau = \alpha + \sum_{i=1}^s (A_i \cos \frac{2\pi i}{w} \tau + B_i \sin \frac{2\pi i}{w} \tau) \quad (12)$$

Hidrolojik süreçlerde basit periyodik bileşenlere genellikle az rastlanmaktadır. Hidrolojik süreçlerin periyodik bileşenleri çoğunlukla karmaşık yapıdadır. Bu nedenle periyodik bileşenlerin tahmininde Fourier açılımları kullanılır. Fourier açılımlarının kullanılması için etkili harmonik sayısının saptanması gerekmektedir. Bu amaçla her bir harmoniğin açıkladığı varyans hesaplanır. Daha sonra bu değer söz konusu parametrenin (ortalama yada standart sapma) varyansına oranlanarak her bir harmoniğin açıkladığı varyans yüzdesi belirlenir (Tao ve Delleur 1976). Bayazit (1981)'de aylık seriler için en fazla dört harmoniğin alınmasının yeterli olduğunu belirtmiştir.

Durağan hale getirilen aylık akımların modellenmesinde öncelikle aylık akımlara uyan ARMA (p,q) modelinin saptanması gerekmektedir. Bu amaçla aylık akımların otokorelasyon katsayıları elde edilmelidir (Hipel ve ark. 1977). Araştırmada kullanılan ARMA (p,q) modellerinin parametreleri ile aylık akımların otokorelasyon katsayılarının elde edilmesinde MINITAB programı kullanılmıştır.

Otokorelasyon katsayıları (r_{kc}) bir serideki gözlemler arasındaki doğrusal bağımlılığı göstermektedir. Bir serinin gözlemleri arasında bağımlılığın bulunmaması durumunda, serinin otokorelasyon katsayıları (r_{kc}) sıfıra yakın değerler olacaktır. Bu nedenle bir serinin gözlemleri arasında doğrusal bir bağımlılığın bulunduğunu saptamak için elde edilen otokorelasyon katsayılarının değişim grafiğinin (korelogram) elde edilmesi gereklidir. Elde edilen bu grafikte otokorelasyon katsayıları sıfırdan önemli derece farklılık gösteriyorsa serinin gözlemleri arasında doğrusal bir bağımlılığın olduğu sonucuna varılır (Janacek ve Swift 1993). McMichael ve Hunter (1972)'de

otokorelasyon katsayılarının aşağıda verilen eşitlikten elde edilebileceğini belirtmişlerdir. Mcleod ve ark. (1977)'de otokorelasyon katsayılarının $k = n/4$ 'e kadar hesaplanmasının yeterli olacağını belirtmiştir.

$$r_{kc} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i z_{i+k} - n\mu_z^2}{(n-1)s_z^2} \quad (13)$$

Yapılan bu çalışmada aylık akımların simülasyonu için ARMA (p,q) modellerinin kullanım imkanlarını araştırmak amacıyla, ARMA (1,0), ARMA (2,0), ARMA (1,1), ARMA (2,2), ARMA (2,1) ARMA (1,2) ve ARMA (3,0) modelleri kullanılmıştır. Dolayısı ile 1412 numaralı akım gözlem istasyonunda ölçülen aylık akımlar için model seçimi yapılmamış yukarıda verilen modeller araştırmada kullanılmıştır.

Bir stokastik süreç için seçilen ARMA (p,q) modelinin veriye uygunluğunu test etmek için seçilen modelden hesaplanan kalıntıların otokorelasyon katsayılarının sıfırdan önemli derecede farklı olup olmadıklarına bakılır. Kalıntıların otokorelasyon katsayıları Eşitlik 13'den saptanır. Kalıntıların otokorelasyon katsayıları sıfırdan önemli derecede farklılık göstermiyorsa, seçilen model aylık akımların tahmininde kullanılabilir. Kalıntıların sıfırdan önemli derecede farklılık gösterip göstermediği aşağıda verilen istatistik parametreye göre saptanabilir (Ljung ve Box 1978). Box ve Pierce (1970)'de, Eşitlik 14'de verilen istatistik parametrenin χ^2 dağılımına uyduğunu belirtmiştir. Bu nedenle belli bir k. dereceye kadar ki kalıntıların otokorelasyon katsayıları ve Q (r) istatistikleri hesaplanır. k. derece için hesaplanan Q (r) istatistiğinin χ^2 değerinin (p), 0.05 güven düzeyine göre karşılaştırılması yapılır. Elde edilen p değeri 0.05'den daha büyükse, k. dereceye kadar hesaplanan kalıntıların otokorelasyon katsayılarının sıfırdan önemli ölçüde farklı olmadığına karar verilir. Bu sonuca göre kalıntıların elde edildiği ARMA (p,q) modelinin aylık akımların tahmininde kullanılabilirliğine karar verilir.

$$Q(r) = n(n+2) \sum_{k=1}^m (n-k)^{-1} r_{ak}^2 \quad (14)$$

Thomas-Fiering modeli: Aylık hidrolojik süreçlerin simülasyonunda kullanılan birinci dereceden bir Markov modeli olan Thomas-Fiering modelinde, aylık akımlarda bulunan periyodiklik harmonik analiz yapılmadan dikkate alınmaktadır. Bu modelde, aylık akımların arasındaki korelasyon önemlidir. Bu modelin aylık akımların simülasyonunda kullanılabilmesi için aylık akımların normal bir dağılım göstermesi gerekmektedir. Bu amaçla, araştırmada logaritmik dönüşümü yapılmış akımlar kullanılmıştır. Bu model genel şekli ile aşağıda verilmiştir (McKerchar ve Delleur 1974).

$$Q_{i,j} = a_j + b_j (Q_{i,j-1} - a_{j-1}) + \beta_j (1-r_j^2)^{1/2} \Psi_{i,j} \quad (15)$$

Tomas-Frieng modeli için kalıntılar ($\Psi_{i,j}$) aşağıda verilen eşitliklerden tahmin edilebilir (Clark 1988).

$$\Psi_i = \sigma_\Psi R_n + \mu_\Psi \quad (16)$$

$$\sigma_{\Psi}^2 = \left(\frac{n-1}{n} \right) (1-r_1^2) \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_z)^2 \frac{1}{(n-3)} \quad (17)$$

Bulgular ve Tartışma

Çorum Çat Deresi aylık akım serisinin eğiliminin durağanlığını saptamak için yıllık akım serisine Spearman sıra korelasyon testi uygulanmıştır. Buna göre Spearman sıra korelasyon katsayısı olan R_{sp} değeri, Çorum Çat Deresi yıllık akım serisi için 0.0274 bulunmuştur. Bu katsayıya göre Eşitlik 4'ten saptanan t_i değeri ise 0.176 bulunmuştur. Elde edilen bu değer % 5 önem seviyesinde ve $DF = n-2$ serbestlik derecesinde t dağılımı ile test edilmiştir. Buna göre t_i değeri, $-2.021 (DF=40, \% 2.5) < t_i = 0.176 < +2.021 (DF=40, \% 97.5)$ olduğundan Çorum Çat Deresi yıllık akım serisinin eğiliminin durağan olduğu söylenebilir. Bu durum yıllık akım serisinin zamana göre değişim grafiğinde de görülebilmektedir (Şekil 1). Böylece yıllık akım serisinin eğilimi durağan olan Çorum Çat Deresi'nin aylık akım serisinin eğiliminin de durağan olduğu söylenebilir.

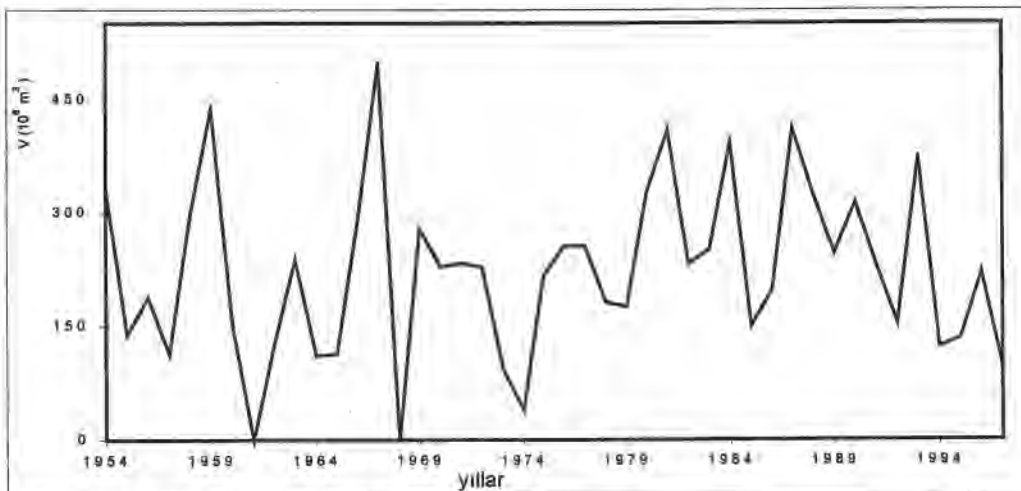
Aylık akım serisinin periyodik dalgalanmalardan ve sıçramalardan arınmış olup olmadığını yani varyansın durağan olup olmadığını test etmek amacıyla seri iki eşit parçaya bölünmüş ve her bir alt seri için s_1^2 ve s_2^2 şeklinde iki adet varyans hesaplanmıştır. Bu varyanslardan hareketle hesaplanan $F_r = s_1^2 / s_2^2 = 0.779$ değeri ile $F_{\text{tabel}} = F_{0.05; n_1; n_2} = 1.00$ karşılaştırılmış ve $H_0: s_1^2 = s_2^2$ (iki alt serinin varyansları eşittir) şeklindeki hipotez kabul edilmiştir. Dolayısıyla ilgili serisinin varyansının durağan olduğu saptanmıştır.

Aylık akım serisinin ortalamasının durağan olup olmadığını test etmek için, varyans durağanlığını test etmek için kullanılan iki alt serinin ortalamaları (\bar{X}_1 ve \bar{X}_2) hesaplanmıştır. Bu ortalamalardan hareketle Eşitlik 5'ten, t_{hesap} değeri 1.13 olarak saptanmıştır. t_{hesap} değeri,

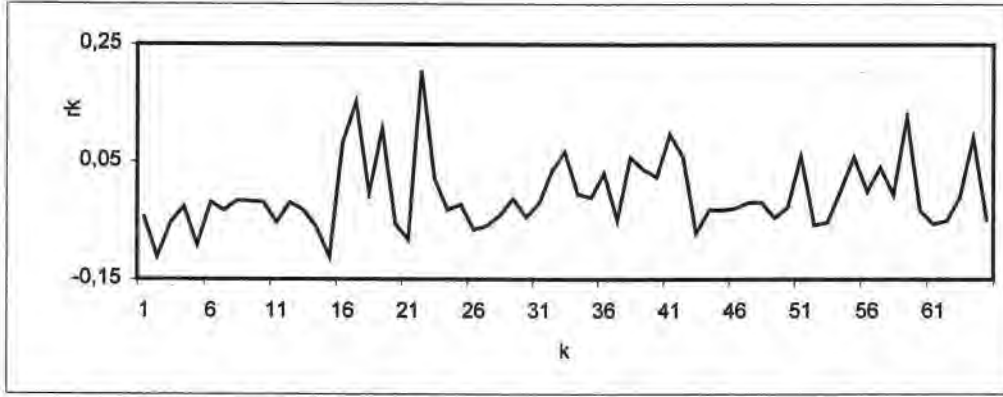
$-1.96 < t_{\text{hesap}} = 1.13 < +1.96$ olduğundan, $H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2$ (iki alt serinin ortalamaları eşittir) şeklindeki hipotez kabul edilmiştir. Dolayısıyla ilgili serinin ortalamasının zamanla değişmediği yani durağan olduğu tesbit edilmiştir.

Çorum Çat Deresi akımlarının periyodik bileşenin saptanması için tahmin edilen Fourier katsayıları ve harmoniklerin açıkladığı varyanslar Çizelge 1'de verilmiştir. Çizelge 1'den görüleceği üzere gerek ortalama gerekse standart sapma açısından ilk iki harmoniğin açıkladığı varyans sırasıyla, 0.885, 0.857 dir. İlk iki harmonikten sonraki harmoniklerin açıkladığı varyanslar çok küçük olmuştur. Buna göre periyodik bileşenin belirlenmesinde de gerekli olan Fourier açılımlarının tahmininde, ortalama ve standart sapma açısından ilk iki harmoniğin alınması yeterli olacaktır.

Çorum Çat Deresi aylık akımları için, ARMA (1,0), ARMA (2,0), ARMA (1,1), ARMA (2,2), ARMA (2,1) ARMA (1,2) ve ARMA (3,0) modelleri kullanılmıştır (Çizelge 2). Bu modellerden aylık akımlara uygun olanının seçiminde, bu modellere göre belirlenen kalıntıların otokorelasyon katsayılarının sıfırdan önemli derece farklı olup olmadıkları araştırılmıştır. Bu amaçla Eşitlik 14'ten $k=65$ için hesaplanan $Q(r)$ istatistiğinin, χ^2 değeri (p), % 5'ten büyük olan modeller aylık akımların modellenmesi için uygun kabul edilmiştir. Çizelge 2'den de görülebildiği gibi Çorum Çat Deresi aylık akımları için göz önüne alınan modellerden sadece ARMA (2,1)'nin p değeri % 5'ten daha küçük olmuştur. Yani ARMA (2,1) modeline göre elde edilen kalıntıların otokorelasyon katsayıları sıfırdan önemli derecede farklı olmuştur. Buna göre aylık akımların modellenmesinde, ARMA (2,1) modelinin dışında kalan ARMA (1,0), ARMA (2,0), ARMA (1,1), ARMA (1,2) ve ARMA (3,0) modelleri kullanılabilir. Ancak ARMA (2,0) modelinin p değeri diğerlerinden daha büyük olmuştur. Bu nedenle Çorum Çat Deresi aylık akımlarının modellenmesinde ARMA (2,0) modeli daha uygun olmuştur. MINITAB paket programı yardımıyla ARMA (2,0) modeli için $\Phi_1 = 0.724$ ve buna ait P değeri $P=0.00000$ olarak bulunmuştur. Yine $\Phi_2 = 0.194$ ve buna ait P değeri $P=0.00193$ olarak bulunmuştur. Dolayısıyla $\alpha=0.05$ için her iki parametredede anlamlıdır. Şekil 2'de ARMA (2,0) modelinden tahmin edilen kalıntıların korelogramı



Şekil1. Çorum Çat Deresi yıllık akımların değişimi



Şekil 2. ARMA (2,0) modeli için kalıntıların korelogramı

Çizelge 1. Fourier katsayıları ve harmoniklerin açıkladığı varyanslar

Harmonik sayısı (i)	Ortalama					Standart sapma				
	A _i	B _i	(C _i) ²	Var(h _i)	P _i	A _i	B _i	(C _i) ²	Var(h _i)	P _i
1	-1.47	0.16	2.187	1.093	0.783	0.28	-0.21	0.123	0.061	0.766
2	-0.16	0.51	0.286	0.143	0.102	0.09	-0.08	0.015	0.007	0.091
3	0.08	0.19	0.043	0.021	0.015	0.00	-0.02	0.000	0.000	0.003
4	0.20	0.03	0.041	0.020	0.015	-0.02	0.02	0.001	0.000	0.005
5	-0.04	-0.04	0.003	0.002	0.001	0.05	0.04	0.004	0.002	0.026

Çizelge 2. Aylık akımlar için seçilen ARMA (p,q) modelleri

Parametreler	ARMA (p,q) modelleri						
	ARMA(1,0)	ARMA(2,0)	ARMA (1,1)	ARMA (2,2)	ARMA (2,1)	ARMA (1,2)	ARMA (3,0)
k=65, Q(r)	78.74	72.34	73.62	***	114.69	76.89	72.39
p>0.05	0.087	0.173	0.148	***	0.00004	0.082	0.151
Φ ₁	0.894	0.724	0.946	***	1.473	0.959	0.708
Φ ₂	---	0.194	---	***	-0.473	---	0.136
Φ ₃	---	---	---	***	---	---	0.082
θ ₁	---	---	0.258	***	0.979	0.266	---
θ ₂	---	---	---	***	---	0.079	---

*** Aylık akımlar modele uyum göstermedi (|θ₁| ve |θ₂| > 1)

Çizelge 3. Thomas-Fiering model için parametre değerleri

Parametreler	Aylar											
	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α ₁	1.519	1.937	2.513	2.796	3.052	3.692	3.489	3.276	2.653	0.776	0.080	0.832
β ₁	0.948	0.763	0.581	0.603	0.665	0.675	0.759	0.867	0.881	1.370	1.262	1.338
γ ₁	0.010	0.790	0.650	0.590	0.770	0.550	0.740	0.700	0.610	0.680	0.760	0.790
b ₁	0.004	0.635	0.496	0.608	0.844	0.558	0.829	0.802	0.619	1.053	0.698	0.833
γ ₁	0.236	0.418	0.244	0.179	0.160	-0.045	0.041	-0.131	0.068	0.023	0.168	0.003
σ _ψ	0.933	0.702	0.571	0.601	0.665	0.683	0.768	0.871	0.890	1.388	1.260	1.356
Γ _{ARMA(2,0)}	0.94	0.91	0.94	0.96	0.95	0.99	0.94	0.97	0.96	0.91	0.88	0.94
Γ _{Thomas-Fiering}	0.27	0.72	0.62	0.49	0.71	0.60	0.68	0.63	0.44	0.38	0.50	0.66

verilmiştir. Bu şekilden de görülebildiği gibi göz önüne alınan 65 kalıntının %95'ten daha fazlası güven aralığı içinde kalmıştır. Yani kalıntıların sıfırdan önemli derecede farklılık göstermediği (kalıntıların bağımsız olduğu) görülmektedir.

Çorum Çat Deresi aylık akımlarının tahmininde göz önüne alınan Thomas-Fiering model için saptanan parametre değerleri Çizelge 3'de verilmiştir. Bu çizelgedeki parametre değerleri logaritmik dönüşümü yapılan aylık akımlardan hesaplanmıştır. Çizelge 3'te,

ARMA (2,0) modeli ve Thomas-Fiering modelinden tahmin edilen aylık akımlar ile gözlenen akımlar arasındaki ilişkiyi gösteren korelasyon katsayıları verilmiştir. Her iki yöntem için elde edilen korelasyon katsayılarından görüleceği üzere, ARMA (2,0) modelinden tahmin edilen akımlar ile gözlenen akımlar arasındaki ilişki, Thomas-Fiering modeline göre daha yüksek bulunmuştur.

Çizelge 4'te artan dizilimleri yapılmış olan akımlardan beş yıllık bir periyot için ARMA (2,0) modelinden tahmin edilen akımlar (V_F) ile gözlenen akımlar (V_g) verilmiştir. Bu

Çizelge 4. ARMA (2,0) modelinden tahmin edilen akım miktarları ($m^3 \times 10^6$)

Sıra No	Ekim				Kasım				Aralık			
	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}
11	1.645	1.562	1.190	2.101	1.492	1.666	0.211	2.772	2.449	2.564	-4.830	9.729
12	1.739	1.636	0.762	2.717	1.504	2.058	-0.461	3.468	2.584	3.466	-4.790	9.957
13	1.821	1.660	0.248	3.394	1.514	2.213	-0.976	4.004	2.524	4.305	-7.273	12.320
14	1.891	1.660	-0.326	4.108	1.524	2.371	-1.407	4.455	2.629	4.378	-7.380	12.638
15	1.950	1.685	-0.940	4.841	1.534	4.673	-1.785	4.854	2.595	4.526	-9.013	14.202
Sıra No	Ocak				Şubat				Mart			
	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}
11	1.766	1.909	-2.759	6.291	2.437	2.643	1.579	3.294	2.318	2.544	1.471	3.165
12	1.791	2.009	-4.606	8.187	2.460	2.713	1.041	3.880	2.422	2.650	0.690	4.155
13	1.816	2.289	-6.054	9.685	2.485	2.835	0.610	4.360	2.521	2.678	-0.154	5.197
14	1.841	2.458	-7.299	10.982	2.510	3.158	0.249	4.771	2.618	3.174	-1.020	6.255
15	1.867	2.616	-8.418	12.152	2.536	3.658	-0.064	5.136	2.712	3.517	-1.886	7.311
Sıra No	Nisan				Mayıs				Haziran			
	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}
11	1.816	1.770	0.783	2.850	2.113	2.479	1.531	2.695	1.734	1.803	-0.489	3.937
12	1.882	1.818	-0.377	4.141	2.131	2.751	1.226	3.037	1.751	1.857	-1.300	4.802
13	1.926	1.930	-1.764	5.617	2.148	2.949	0.992	3.304	1.768	1.867	-1.957	5.493
14	1.950	2.082	-3.317	7.217	2.164	3.760	0.798	3.531	1.785	1.942	-2.520	6.090
15	1.954	2.230	-4.989	8.896	2.181	4.209	0.630	3.732	1.802	2.060	-3.022	6.627
Sıra No	Temmuz				Ağustos				Eylül			
	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}	V_F	V_G	V_{LL}	V_{UL}
11	1.811	1.768	0.605	3.017	2.037	2.049	1.394	2.680	1.943	1.881	1.296	2.589
12	1.834	1.794	-0.163	3.831	2.060	2.130	0.914	3.207	2.011	1.919	0.789	3.232
13	1.852	1.794	-0.785	4.488	2.081	2.171	0.495	3.668	2.060	1.956	0.295	3.825
14	1.867	1.820	-1.309	5.044	2.101	2.485	0.128	4.074	2.099	2.029	-0.167	4.365
15	1.883	1.820	-1.767	5.532	2.121	3.827	-0.196	4.437	2.131	2.029	-0.596	4.859

çizelgede ayrıca % 95 güven aralığının sınır değerleri için tahmin edilen akım miktarları (V_{LL} , V_{UL}) da verilmiştir. Tahmin edilen sınır değerlerinden görüleceği üzere, ARMA (2,0) modelinden tahmin edilen akım miktarları, bu sınır değerleri arasında kalmıştır.

Yukarıda verilen sonuçlara göre, Çorum Çat Deresi aylık akımlarının tahmininde ARMA (2,0) modelinin araştırmada göz önüne alınan diğer modellere göre daha uygun sonuçlar verdiği söylenebilir.

Semboller

- Z_i : dönüşümü yapılmış akım
 ϕ_i : AR için i. parametre
 θ_i : MA için i. parametre
 ε_i : i. Kalıntı
 R_{sp} : Spearman sıra korelasyon katsayısı
 D_i : sıralamalar arası fark
 K_{xi} : x gözleminin sıra numarası
 K_{yi} : artan dizide x gözleminin sıra numarası
 r_{ko} : k. dereceden otokorelasyon katsayısı
 n : gözlem sayısı
 μ_z : dönüşümü yapılmış akımların ortalaması
 S_z : dönüşümü yapılmış akımların standart sapması
 $Q(r)$: kalıntılarının bağımsızlığı için istatistik parametre
 r_{ak} : kalıntılarının k. dereceden otokorelasyon katsayısı
 m : kalıntılarının otokorelasyon katsayılarının maksimum derecesi
AR : otoregresif model
MA : hareketli ortalama modeli
 $Y_{i,t}$: durağan süreç
 $Q_{i,t}$: t. ayın i. gözlemi
 μ_t : t. ay için elde edilen ortalama

- σ_t : t. ay için elde edilen standart sapma
 A_i, B_i : Fourier katsayıları
 w : hidrolojik sürecin periyodu (12)
 C_i : harmoniklerin genlikleri
 v_t : t. ay için göz önüne alınan parametre (ortalama, standart sapma)
 h_i : i. harmoniğin belirttiği varyans
 α : göz önüne alınan parametrenin ortalaması
 $Var \alpha$: α parametresinin varyansı
 P_i : i. harmoniğin belirttiği varyans yüzdesi
 s : etkili harmonik sayısı
 $Q_{i,j}$: j. Ayın i. gözlemi
 a_j : j. Ayın ortalaması
 b_j : j. ve j-1. aylar arasındaki regresyon katsayısı
 r_j : j. ve j-1. aylar arasındaki korelasyon katsayısı
 β_j : j. ayın standart sapması
 $\Psi_{i,j}$: j. ayın i. kalıntısı
 r_1 : 1. dereceden otokorelasyon katsayısı
 μ_{Ψ} : kalıntılarının ortalaması
 σ_{Ψ} : kalıntılarının standart sapması
 R_n : standart normal sapma

Kaynaklar

- Anonim, 1970. Yeşilirmak Havzası Toprakları. Toprak Genel Müdürlüğü Yayınları. Yayın No: 241, Ankara, 141s.
Bartlett, M. S. 1946. On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series. Royal Statistical Society J., Ser. B, 8, 27-41.
Bayazit, M. 1981. Hidrolojide İstatistik Yöntemler. İstanbul Teknik Univ. Yay. 1197, İstanbul, 223 s.

- Box, G. E. P. and G. M. Jenkins, 1976. Time Series Analysis Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco, 575 s.
- Box, G. E. P. and D. A. Pierce, 1970. Distribution of residual autocorrelation in autoregressive-integrated moving average time series models. J. of the American Statistical Association, 65, 1509-1526.
- Chow, V. T. 1964. Handbook of Applied Hydrology. McGraw-Hill Book Company, New York.
- Clark, R. T. 1988. Mathematical Models in Hydrology, FAO, 275.
- Çevik, O. 1999. Zaman Serileri Analizinde Box-Jenkins Yöntemi ve Turizm Verileri Üzerine Bir Uygulama, Doktora Tezi (Basılmamış), 193 s.
- Haan, C. T. 1977. Statistical Methods in Hydrology. Iowa State Press, Iowa, 378
- Hipel, K. W., A. I. McLeod and W. C. Lennox, 1977. Advances in Box-Jenkins Modeling. 1.Model Construction. Water Resources Research, 13 (3) 567-575.
- Janacek, G. and L. Swift, 1993. Time Series Forecasting, Simulation, Application. Ellis Horwood, New York, 333 s.
- Ljung, G.M. and G.E.P.Box, 1978. On a measure of lack of fit in time series models. Biometrika, 65 (2) 297-303.
- McKerchar, A.I. and J.W. Delleur, 1974. Application of seasonal parametric linear stochastic models to monthly flow data, Water Resources Research, 10 (2) 246-255.
- McLeod, A. I., K. W. Hipel and W. C. Lennox, 1977. Advances in Box-Jenkins Modeling. 2.Applications. Water Resources Research, 13 (3) 577-586.
- McMichael, F.C. and J.S.Hunter, 1972. Stochastic modeling of temperature and flow in rivers. Water Resources Research, 8 (1) 87-98.
- Okman, C. 1994. Hidroloji. Ankara Üniv. Ziraat Fak. Yay.1388, Ankara, 359 s.
- Tao, P. C. and J. W. Delleur, 1976. Seasonal and nonseasonal ARMA models in hydrology. J. of the Hydraulics Division, HY10, 1541-1559.
- Topaloğlu, F., A. Yücel, K. Tülücü ve M. Çetin, 1999. Anlık maksimum akım miktarlarının taşkın frekans analizinde kullanılması. TUBİTAK Türk Tarım ve Orm. Dergisi, 23, Ek-1, 187-192.
- Yücel, A., F. Topaloğlu ve K. Tülücü, 1999. Adana ilinin standart sürelerdeki yağış şiddetlerinin istatistiksel olarak kullanılabilirliklerinin incelenmesi. TUBİTAK Türk Tarım ve Orm. Dergisi, 23, Ek-1, 179-185.

İletişim adresi:
Kadri YÜREKLI
Gaziosmanpaşa Üniv. Ziraat Fakültesi,
Tarımsal Yapılar ve Sulama Bölümü-Tokat
Tel: 0 356 252 14 79/2245
Fax: 0 356 252 14 88
E-mail: kadriyurekli@yahoo.com.