



Tabaka İle Örtülü Yarı Düzlemdeki Yüzey Dalgalarına Tabaka Kalınlığı ve Ön Gerilmelerin Etkisinin Tam Temas Koşulları Altında İncelenmesi

Müslüm Özışık^{1*}

^{1*} Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya-Metalürji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye, (ORCID: 0000-0001-6143-5380), ozisik@yildiz.edu.tr

(İlk Geliş Tarihi 17 Nisan 2021 ve Kabul Tarihi 30 Mayıs 2021)

(DOI: 10.31590/ejosat.918824)

ATIF/REFERENCE: Özışık, M., (2021). Tabaka İle Örtülü Yarı Düzlemdeki Yüzey Dalgalarına Tabaka Kalınlığı ve Ön Gerilmelerin Etkisinin Tam Temas Koşulları Altında İncelenmesi. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (25), 87-93.

Öz

Yapı malzemelerinde ve birçok ortamda çok değişik nedenlerden dolayı ön gerilmeler oluşabilmektedir. Oluşan bu ön gerilmelerin bu ortamlardaki dalga yayılma hızına olan etkilerinin incelenmesi bu ortamlardaki ön gerilmelerin belirlenmesi gerek teorik gerekse mühendislik uygulamaları açısından büyük önem taşımaktadır. Bu çalışmada lineer elastik malzemeden yapılmış bir tabaka ile kaplanmış olan yine lineer elastik malzemeden yapılmış olan bir yarı düzlem ele alınmıştır. Bunun için öncelikle tabaka ve yarı düzlem üzerine herhangi bir öngerilmenin etki etmediği (ön gerilmeksiz) durumda yarı düzlemdeki yüzey dalgalarının dispersiyonu üzerinde çalışılmıştır. Daha sonra yine öng erilmeksiz durumda tabaka kalınlığı değiştirilmek suretiyle tabaka kalınlığının yarı düzlemdeki yüzey dalgalarının dispersiyonuna olan etkisi incelenmiştir. Son durumda ise tabaka üzerine çekme ve basınç ön gerilmeleri uygulanmış ve bu ön gerilmelerin yarı düzlemdeki yüzey dalgalarına olan etkisi incelenmiştir. Yapılan çalışmaların tamamı parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde klasik lineer elastisite teorisi uygulanarak tabaka ve yarı düzlem arasında tam temas koşullarının gerçekleştiği varsayılarak yapılmıştır. Sayısal sonuçlar elde edilerek grafikler oluşturulmuş, bilinen sonuç ve fiziksel görüşlerle örtüştüğü gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Yarı uzay, Yüzey dalgası, Ön gerilme, Dalga yayılım, dispersiyon.

Investigation of the Effect of Layer Thickness and Prestress on Surface Waves in the Half-Plane Covered by the Layer Under The Full Contact Conditions

Abstract

Pre-stresses can occur in building materials and in many environments for many different reasons. Investigating the effects of these pre-stresses on the wave propagation velocity in these environments is of great importance in terms of both theoretical and engineering applications. In this paper, a half plane made of linear elastic material covered with a layer made of linear elastic material is considered. For this, first of all, the dispersion of the surface waves in the half plane in the case where no prestress affects the layer and the half plane (without pre-stresses) has been studied. Afterwards, the effect of layer thickness on the dispersion of surface waves in the half-plane was investigated by changing the layer thickness in the unstressed state. In the last case, tensile and compressive stresses were applied on the layer and the effect of these pre-stresses on the half-plane surface wave was investigated. All of the studies have been carried out by applying the classical linear elasticity theory within the framework of the piecewise homogeneous body model, assuming that the full contact conditions between the layer and the half-plane are complete. Graphs were created by obtaining numerical results, and it was shown that they coincide with the known result and physical views.

Keywords: Half space, Surface wave, Prestress, Wave propagation, Dispersion.

* Sorumlu Yazar: Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya-Metalürji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye, ozisik@yildiz.edu.tr

1. Giriş

Yapı elemanları veya ortamlardaki ön gerilmeler çok farklı nedenlerden dolayı oluşabilmektedir. Yer kabuğunun değişik katmanlarında da değişik nedenlerden dolayı bir takım ön gerilmeler ortaya çıkmaktadır. Günümüzde bu tür ön gerilmelerin incelenmesi özellikle deprem mekaniği açısından da büyük önem taşımaktadır. Ön gerilmelerin çok fazla inceleme konusu olduğu alanlardan bir tanesi de kompozit malzemelerdir. Zira kompozit malzemeler mühendislik olarak çok yaygın bir kullanım alanına sahiptir. Bu nedenle ön gerilmeli ortamlardaki dalga yayılımı problemlerine ait araştırmalar çok geniş bir uygulama alanına sahip olup günceldir.

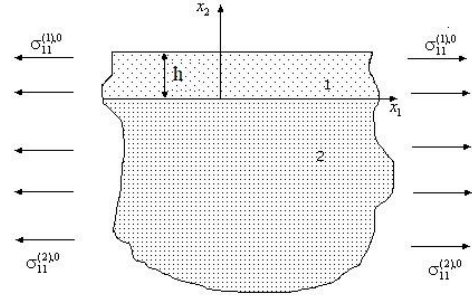
Ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımının incelenmesi, ön gerilmelerin dalga yayılımından dolayı oluşan gerilmelerden çok daha büyük olması kabulü çerçevesinde yapılmaktadır. Bu kabule ait yaklaşımlardan biri, literatürde ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımının üç boyutlu doğrusallaştırılmış teorileri (üç boyutlu dalga teorisi) olarak adlandırılmaktadır. Bu teori ile başka herhangi bir ilave hipoteze ihtiyaç duyulmamakta, ön gerilmelerin değerce dalga yayılımı nedeniyle oluşan gerilmelerden çok daha büyük olması koşulu göz önüne alınarak sürekli ortamlar mekaniğinin kesin doğrusal olmayan üç boyutlu denklemleri doğrusallaştırılarak dalga yayılımı modelleri yapılmaktadır. Bu alandaki ilk çalışmalar (Green, 1961; Guz ve ark., 1970; Hayes ve Rivlin, 1961; Stroh, 1962; Thurston ve Brugger, 1964; Şuhubi, 1965; Demiray ve Şuhubi, 1970) olarak gösterilebilir. Bu teori çerçevesindeki çalışmalarda genel olarak ön gerilmeler homojen olarak kabul edilmekte, yapılan incelemeler üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi çerçevesinde yapılmaktadır. Bu çalışma kapsamında da aynı tür yaklaşım ile inceleme yapılmıştır. Bu çerçevede incelenen başlıca dalga türleri Rayleigh, Stoneley ve Lamb dalgaları olarak sıralanabilir. Bu tür dalgalar aynı zamanda belirli koşullar altında yüzey dalgası oluşturma durumu da olan dalgalardır. Bahsedilen dalgalarda ön gerilmelerin dalga yayılımına olan etkileri (Makhort, 1975; Guz, 1995a; Guz, 1995b; Guz ve Makhort, 2000; Love, 1944; Chattopadhyay ve Kar, 1981) vb. birçok çalışmada incelenmiştir. Bütün bu hususlar dahilinde kompozit malzemelerin mühendislik alanında çok yaygın olarak kullanılması, ön gerilmelerin dalga yayılımına olan etkisinin büyük önem taşıması yapılan çalışmanın güncelliğini koruduğunu ve önemli olduğunu ifade etmektedir. Bu alandaki çalışmalar için (Akbarov, 2007; Negin ve ark., 2014; Abd-Alla ve ark., 2017) vb. diğer çalışmalar gösterilebilir. Ele alınan problem gerek yüzey dalgaları gerekse Rayleigh dalgaları anlamında güncelliğini korumaktadır. Bu bağlamda elastik katı, viskoelastik veya sıkıştırılmaz viskoelastik ortamlarda yüzey ve Rayleigh dalga yayılımı, ön gerilmelerin dalga yayılımına olan etkilerine dair olarak (Ashayeri ve ark., 2016; Akbarov ve Negin, 2017; Sing ve ark., 2017; Sharma, 2020) güncel bazı çalışmalar olarak verilebilir.

2. Problemin Tanımlanması ve Çözümü

2.1. Problemin Tanımlanması

Problemi tanımlayabilmek için (Tolstoy ve Usdin, 1953; Eringen ve Şuhubi, 1975) kaynaklarında belirtilen genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının tanımlanmasına ilişkin olarak yapılmış olan incelemeler çerçevesinde öncelikle ön gerilmelidir duruma ilişkin olarak tabaka ve yarı düzlem arasında tam temas koşullarının sağlandığı kabulü ile ön gerilmelidir duruma ait dispersiyon eğrileri

elde edilerek yapılan çalışmanın bu kaynaklar ile örtüştüğü gösterilmiştir. Bu amaçla (Tolstoy ve Usdin, 1953; Eringen ve Şuhubi, 1975) kaynaklarında gösterildiği gibi kalınlığı h ($kh=H$) olan sonsuz bir tabaka ile örtülü yarı düzlemi, başlangıcı yarı düzlem ve tabaka ara düzleminde yerleştirilmiş ve OX_1 eksenini bu ara düzlem üzerinde Şekil 1.'de gösterildiği gibi yönelen kartezyen koordinat takımı seçilmiştir. Tabaka $\{-\infty < x_1 < +\infty, 0 \leq x_2 \leq h\}$ alanını, yarı düzlem ise $\{-\infty < x_1 < +\infty, -\infty < x_2 \leq 0\}$ alanını kapsamaktadır.



Şekil 1. Ön gerilmelidir duruma ait tabaka ve yarı düzlem

Bundan sonraki süreçte tabakaya ait büyüklükler üst (1), yarı düzleme ait büyüklükler ise üst (2) indisi ile ifade edilecektir.

Parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde tabaka ve yarı düzlemin kapsadığı alanların her birinde ayrı ayrı olarak elastisite teorisinin hareket denklemleri sağlanır.

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(m)}}{\partial x_2} = \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(m)}}{\partial x_2} = \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial t^2}$$

Burada $\sigma_{ij}^{(m)}$ 'ler ($i,j,m=1,2$) gerilme tansörünün bileşenlerini,

$u_i^{(m)}$ 'ler yer değiştirme vektör bileşenlerini, $\rho^{(m)}$ ise tabaka ve yarı düzlem malzemesinin yoğunluğunu göstermektedir. Tabaka ve yarı düzlem malzemeleri lineer elastik, homojen ve izotrop olup, şekil değiştirme tansör bileşenleriyle gerilme tansörü bileşenleri arasındaki bağıntılar;

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{(m)} &= \lambda^{(m)} \theta^{(m)} + 2\mu^{(m)} \varepsilon_{11}^{(m)} \\ \sigma_{22}^{(m)} &= \lambda^{(m)} \theta^{(m)} + 2\mu^{(m)} \varepsilon_{22}^{(m)} \\ \sigma_{12}^{(m)} &= 2\mu^{(m)} \varepsilon_{12}^{(m)} \\ \theta^{(m)} &= \varepsilon_{11}^{(m)} + \varepsilon_{22}^{(m)} \end{aligned} \quad ; \quad m=1,2 \quad (2)$$

ile verilmektedir. $\varepsilon_{ij}^{(m)}$ 'ler şekil değiştirme tansör bileşenlerini, $\lambda^{(m)}$ ve $\mu^{(m)}$ ise tabaka ve yarı düzlem malzemelerinin mekanik sabitlerini (Lame sabitleri) ifade etmektedir. Şekil değiştirme tansör bileşenleri ile yer değiştirme vektör bileşenleri arasındaki ilişki;

$$\varepsilon_{ij}^{(m)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

bağıntısı ile verilmektedir.

Tabaka ile yarı düzlem arasındaki tam temas koşulları ise;

$$\begin{aligned} u_i^{(1)}|_{x_2=0} &= u_i^{(2)}|_{x_2=0} \\ \sigma_{i2}^{(1)}|_{x_2=0} &= \sigma_{i2}^{(2)}|_{x_2=0} \end{aligned} \quad (i=1,2) \quad (4)$$

ile tanımlanmıştır. Ayrıca tabakanın üst yüzeyine herhangi bir dış etki olmaması ise;

$$\sigma_{i2}^{(1)}|_{x_2=h} = 0 \quad (i=1,2) \quad (5)$$

koşulu ile yazılmaktadır.

Genelleştirilmiş Rayleigh dalgaları ve yüzey dalgalarının tanımı gereğince yarı düzlem üzerinde yüzey dalgalarının oluşabilmesi için;

$$\sigma_{ij}^{(2)} \xrightarrow{x_2 \rightarrow -\infty} 0, \quad u_i^{(2)} \xrightarrow{x_2 \rightarrow -\infty} 0. \quad (6)$$

olarak tanımlanan sönüm koşullarının da sağlandığı varsayılacaktır. Dolayısıyla (1)-(6) denklemleri ile ele alınacak olan problemin matematiksel formülasyonu verilmiştir. Daha önce de vurgulandığı üzere bu buruma ait dalgaların incelenmesi (Tolstoy ve Usdin, 1953) tarafından yapılmış bulunmaktadır.

Bu çalışmadaki amacımız Şekil 1. 'de belirtilen tabaka ile örtülü yarı düzlemde OX_1 eksenini yönünde yayılan ve $\exp(i(kx_1 - \omega t))$ çarpımı ile ifade edilen yüzey dalgalarının (1)-(6) denklem ve sınır koşulları çerçevesinde ele alınmasıdır. Bu amaçla;

$$\{\sigma_{ij}^{(m)}, \varepsilon_{ij}^{(m)}, u_i^{(m)}\} = \{\bar{\sigma}_{ij}^{(m)}, \bar{\varepsilon}_{ij}^{(m)}, \bar{u}_i^{(m)}\} \cdot \exp(i(kx_1 - \omega t)) \quad (7)$$

(1)-(6) denklemlerine ait bütün büyüklükler (7) ile gösterilmek suretiyle, (1)-(6) denklemlerinden $c = (\omega/k)$ ve k arasındaki bağıntıyı bulmak amacıyla öz değer problemi elde edilir. Burada $1/k$ dalga boyunu, ω dalganın frekansını, c ise dalganın faz hızını ifade etmektedir.

2.1.1. Dispersiyon denklemlerinin elde edilmesi

(1)-(6) denklemlerinden (7) çerçevesinde dispersiyon denklemlerini elde etmek için (7) ifadesini;

$$\begin{aligned} u_1^{(m)} &= \bar{u}_1^{(m)} \sin(kx_1 - \omega t) \\ u_2^{(m)} &= \bar{u}_2^{(m)} \cos(kx_1 - \omega t) \\ \sigma_{11}^{(m)} &= \bar{\sigma}_{11}^{(m)} \cos(kx_1 - \omega t) \\ \sigma_{22}^{(m)} &= \bar{\sigma}_{22}^{(m)} \cos(kx_1 - \omega t) \\ \sigma_{12}^{(m)} &= \bar{\sigma}_{12}^{(m)} \sin(kx_1 - \omega t) \end{aligned} \quad (8)$$

(8) ifadesi ile değiştirmiş olalım. Bu şekilde bir değişimin problemin çözümü üzerinde herhangi bir etkisi bulunmamaktadır. Düzlem şekil değiştirme durumunda;

$$u_1^{(m)} = \frac{\partial \phi^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi^{(m)}}{\partial x_2}; \quad u_2^{(m)} = \frac{\partial \phi^{(m)}}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi^{(m)}}{\partial x_1} \quad (9)$$

olarak yazalım. (9) ifadesindeki $\phi^{(m)}$ ve $\psi^{(m)}$ fonksiyonları,

$$\Delta \phi^{(m)} = \frac{1}{(c_1^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \phi^{(m)}}{\partial t^2}; \quad \Delta \psi^{(m)} = \frac{1}{(c_2^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \psi^{(m)}}{\partial t^2} \quad (10)$$

denklemlerini sağlamaktadır. (10) ifadesindeki $c_1^{(m)}$ ve $c_2^{(m)}$ sırasıyla m. malzemede boyuna ve enine dalga hızını ifade etmekte olup;

$$c_1^{(m)} = \sqrt{\frac{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}}; \quad c_2^{(m)} = \sqrt{\frac{\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}} \quad (11)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (9) ve (10) denklemlerinden;

$$\phi^{(m)} = \phi_0^{(m)}(x_2) \cos(kx_1 - \omega t) \quad (12)$$

$$\psi^{(m)} = \psi_0^{(m)}(x_2) \sin(kx_1 - \omega t)$$

olarak yazılır. (12) ifadesi (10) denkleminde yazılmak suretiyle $\phi_0^{(m)}$ ve $\psi_0^{(m)}$ fonksiyonları için;

$$\frac{\partial^2 \phi_0^{(m)}}{\partial (kx_2)^2} + \left(\frac{c^2}{(c_1^{(m)})^2} - 1 \right) \phi_0^{(m)} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_0^{(m)}}{\partial (kx_2)^2} + \left(\frac{c^2}{(c_2^{(m)})^2} - 1 \right) \psi_0^{(m)} = 0$$

elde ederiz. Bu denklemin çözümünü;

$$\begin{aligned} \phi_0^{(1)} &= A_1^{(1)} \exp(ikp_1^{(1)} x_2) + A_2^{(1)} \exp(-ikp_1^{(1)} x_2) \\ \psi_0^{(1)} &= A_3^{(1)} \exp(ikp_2^{(1)} x_2) + A_4^{(1)} \exp(-ikp_2^{(1)} x_2) \\ \phi_0^{(2)} &= B_1^{(2)} \exp(kq_1^{(2)} x_2) \\ \psi_0^{(2)} &= B_2^{(2)} \exp(kq_2^{(2)} x_2) \end{aligned} \quad (14)$$

olarak elde ederiz. (14) ifadesinde $A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, A_3^{(1)}, A_4^{(1)}, B_1^{(2)}$ ve $B_2^{(2)}$ bilinmeyen sabitler olup;

$$p_1^{(1)} = \frac{c}{c_1^{(1)}}; \quad p_2^{(1)} = \frac{c}{c_2^{(1)}} \quad (15)$$

$$q_1^{(2)} = \sqrt{1 - \frac{c^2}{(c_1^{(2)})^2}}; \quad q_2^{(2)} = \sqrt{1 - \frac{c^2}{(c_2^{(2)})^2}}$$

olarak tanımlıdır. (14) denklemini ele alınarak (12), (3) ve (2)'den elde edilen sonuçlar (4) ve (5) denklemlerinde yerine yazılırsa (tam temas koşulları sağlatılırsa) (14) ifadesini temsilen $A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, A_3^{(1)}, A_4^{(1)}, B_1^{(2)}$ ve $B_2^{(2)}$ bilinmeyen sabitleri için 6 tane lineer homojen cebirsel denklem takımı elde ederiz. Bu denklem takımı c ile kh ($kh=H$) arasındaki ilişkiyi göstermekte olup bu denklem takımının sıfırdan farklı çözümünün olması için bu takımın ifade ettiği 6×6 boyutundaki katsayılar determinantının sıfıra eşit olması gerekir. Bu ise ele alınan problemin çözümüne dair elde edilmesi gereken dispersiyon denkleminin ifadesinden başka bir şey değildir. Dolayısıyla;

$$\det \|\alpha_{ij}\| = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (16)$$

olarak yazarız.

2.1.2. Dispersiyon denkleminin çözümü

(16) dispersiyon denklemindeki α_{ij} 'ler kh , $c = \omega/k$, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, $\mu^{(1)}$, $\mu^{(2)}$, $\rho^{(1)}$ ve $\rho^{(2)}$ parametrelerine bağlı olup c ve kh dışındaki diğer parametreler tabaka ve yarı düzlemin mekanik özelliklerini göstermektedir ve önceden bilinmektedir.

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(kh, c, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}) \quad (17)$$

olarak yazabiliriz. Bu ifadedeki kh boyutsuz dalga boyunu, c ise bahse konu yüzey dalgalarının faz hızını göstermektedir. Yayılan dalgaların faz hızı dalga boyuna bağlıysa bu tür dalgalara dispersif dalgalar denilmektedir. Lineer elastik ve izotrop düzlemde yayılan yüzey dalgaları ile genelleştirilmiş Rayleigh dalgaları ve bu çalışmada incelenen dalgalar dispersif dalgalardır. (Tolstoy ve Usdin, 1953; Achenbach ve Epstein, 1967; Eringen ve Şuhubi, 1975)

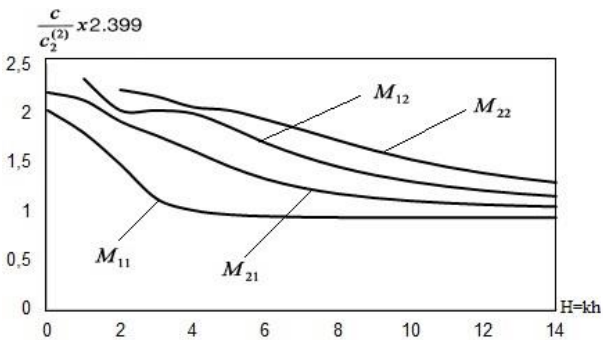
(17) dispersiyon denkleminin çözümü için kh parametresine (H) başlangıçta değer verilerek (17) denklemindeki c 'nin bu denklemi sağlayan değeri aranır. Böylece kh (H) değerlerine bağımlı olarak dalganın c faz hızı bulunmuş olur. Yukarıdaki tanımlara göre eğer farklı kh değerleri için farklı c 'ler bulursak dalga dispersive dalgadır. Bütün kh (H) değerleri için işlem aynı şekilde tekrar edilir. Bu işlem esnasında aynı kh değerine karşılık farklı c değerlerinin elde edilmesi (Tolstoy ve Usdin, 1953; Eringen ve Şuhubi, 1975) ve daha birçok kaynakta detaylı olarak verildiği üzere genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının sırasıyla birinci dal birinci moduna (M_{11}), ikinci dal birinci moduna (M_{21}), birinci dal ikinci moduna (M_{12}) ve ikinci dal ikinci moduna (M_{22}) karşılık gelmektedir.

3. Sayısal sonuçların elde edilmesi

Yukarıda belirtilen c ile kh arasındaki ilişkiyi belirlemek üzere tabaka malzemesi için akrilik, yarı düzlem için çelik seçilmiş olup malzemelerin mekanik özellikleri Tablo 1.'de verilmiştir.

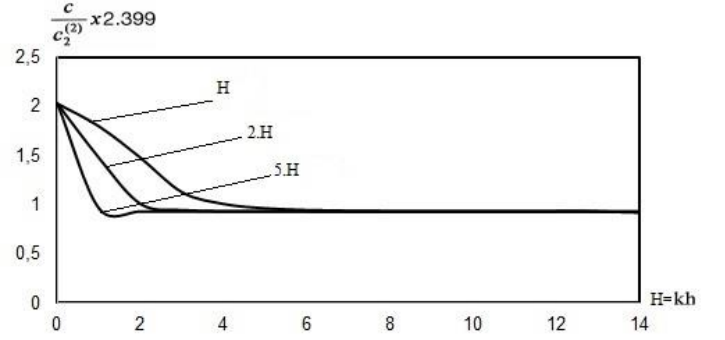
Tablo 1. Tabaka ve yarı düzlem malzemelerinin mekanik özellikleri

Malzeme	ρ (gr/cm ³)	$\lambda \times 10^{-4}$ MPa	$\mu \times 10^{-4}$ MPa
Çelik	7.795	9.26	7.75
Akrilik	1.16	0.404	0.19

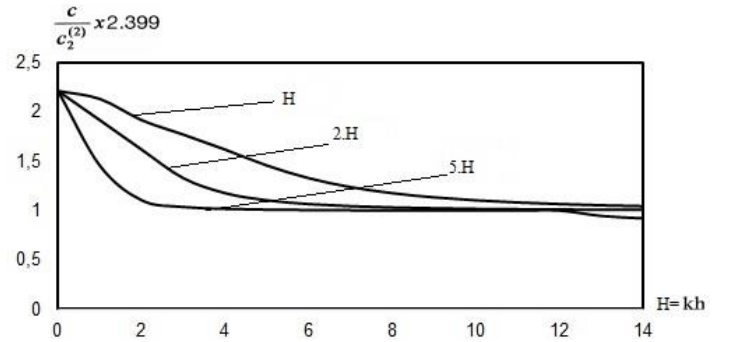


Şekil 2. Akrilik-Çelik için ön gerilmemiş durumda tabaka ve yarı düzleme ait dispersiyon eğrileri.

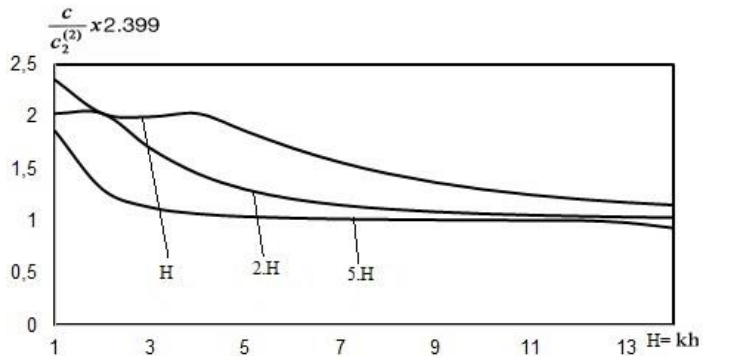
Şekil 2. de $c_2^{(2)} / c_1^{(1)} = 2,399$ olarak alınmış olup elde edilen dispersiyon eğrileri (Tolstoy ve Usdin, 1953; Akbarov ve Özışık, 2003) çalışmaları ile örtüşmektedir.



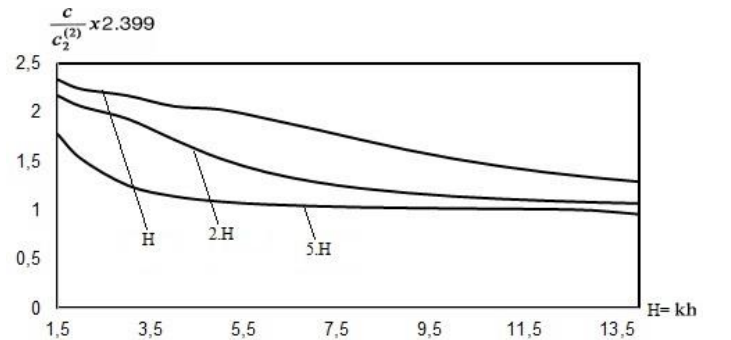
Şekil 3. Akrilik-Çelik ön gerilmemiş durumda tabaka kalınlığının dispersiyona olan etkisi (birinci dal-birinci mod (M_{11}))



Şekil 4. Akrilik-Çelik ön gerilmemiş durumda tabaka kalınlığının dispersiyona olan etkisi (ikinci dal-birinci mod (M_{21}))



Şekil 5. Akrilik-Çelik ön gerilmemiş durumda tabaka kalınlığının dispersiyona olan etkisi (birinci dal-ikinci mod (M_{12}))



Şekil 6. Akrilik-Çelik ön gerilmemiş durumda tabaka kalınlığının dispersiyona olan etkisi (ikinci dal-ikinci mod (M_{22}))

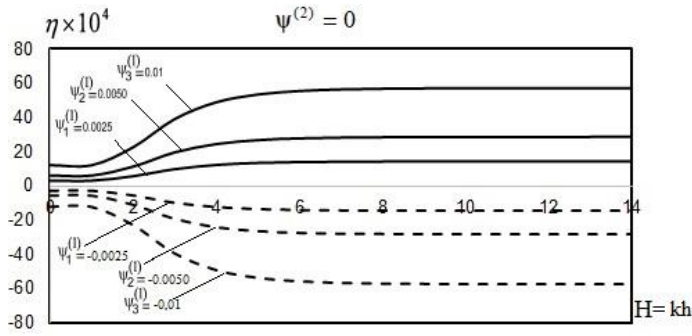
Tabaka malzemesine uygulanan ön gerilmenin çekme

($\psi^{(m)} = \frac{\sigma^{(m)}}{\mu^{(m)}} > 0$) veya bası ($\psi^{(m)} = \frac{\sigma^{(m)}}{\mu^{(m)}} < 0$) olması

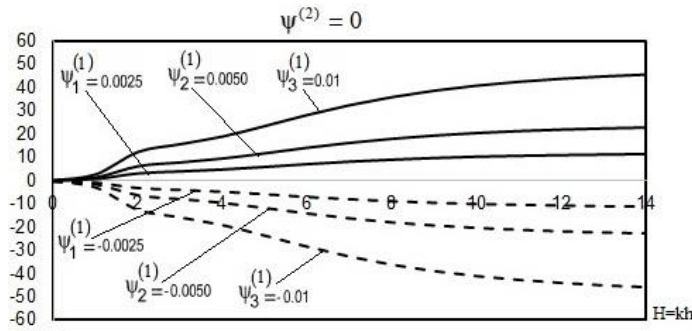
durumunda dalga hızındaki değişime ait grafiklerin daha kolay elde edilebilmesi için Şekil 7.-Şekil 14.'deki grafikler için

$$\eta = \frac{\bar{c} - c_0}{c_0} \quad (18)$$

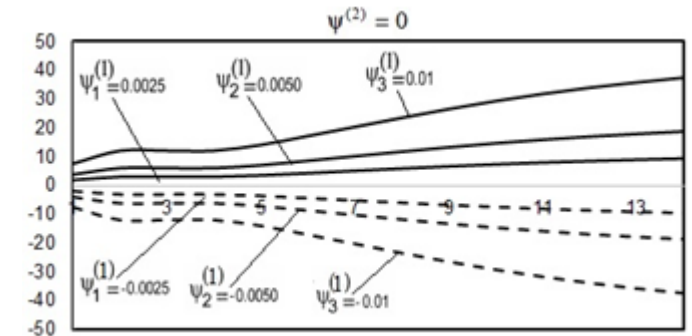
olarak alınmıştır. Burada $\bar{c} = \frac{c}{c_2^{(2)}}$ şeklinde yarı düzlemde ön gerilmeli durumda oluşan dalga hızını, c_0 ise ön gerilmemiş durumdaki dalga hızını göstermektedir.



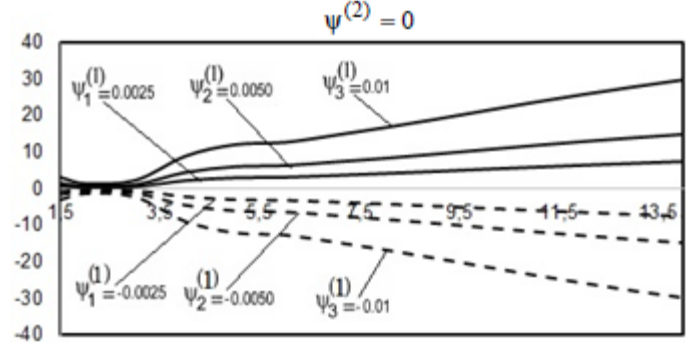
Şekil 7. Akirik-Çelik – Tabaka ön gerilmesinin dalga hızına etkisi (birinci dal-birinci mod (M_{11}))



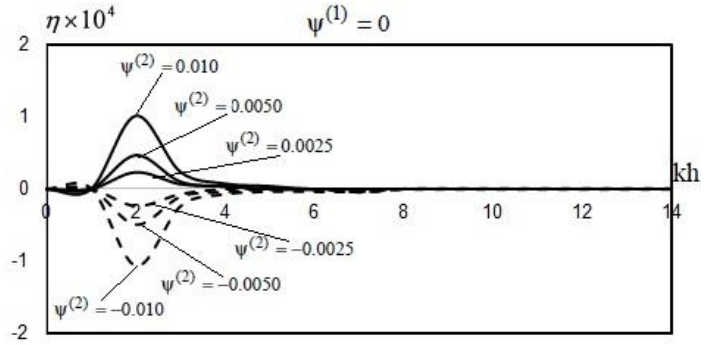
Şekil 8. Akirik-Çelik – Tabaka ön gerilmesinin dalga hızına etkisi (ikinci dal-birinci mod (M_{21}))



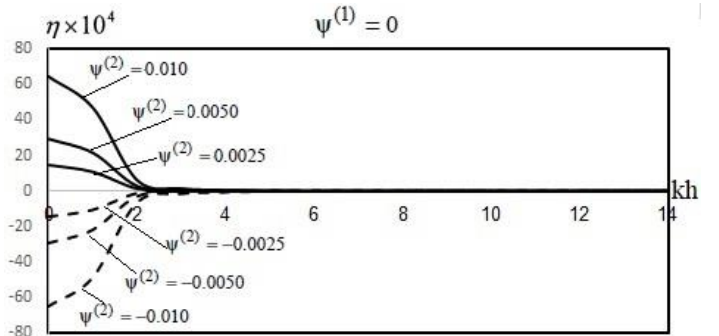
Şekil 9. Akirik-Çelik – Tabaka ön gerilmesinin dalga hızına etkisi (birinci dal-ikinci mod (M_{12}))



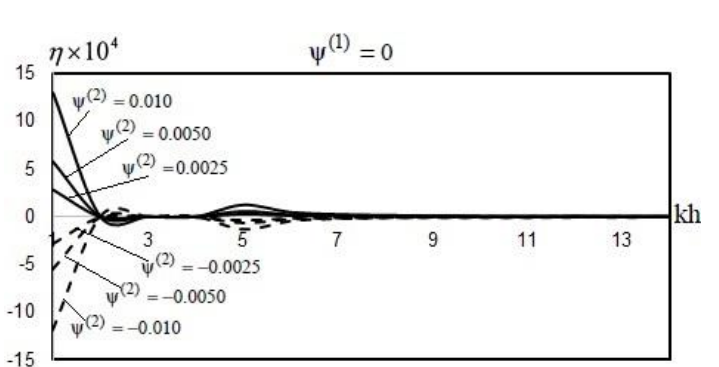
Şekil 10. Akirik-Çelik – Tabaka ön gerilmesinin dalga hızına etkisi (ikinci dal-ikinci mod (M_{22}))



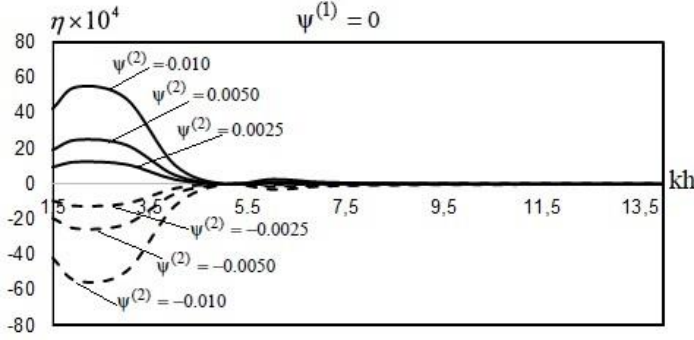
Şekil 11. Akirik-Çelik, yarı düzlemdeki ön gerilmelerin dalga hızına etkisi (birinci dal-birinci mod (M_{11}))



Şekil 12. Akirik-Çelik, yarı düzlemdeki ön gerilmelerin dalga hızına etkisi (ikinci dal-birinci mod (M_{21}))



Şekil 13. Akirik-Çelik, yarı düzlemdeki ön gerilmelerin dalga hızına etkisi (birinci dal-ikinci mod (M_{12}))



Şekil 14. Akrilik-Çelik, yarı düzlemdeki ön gerilmelerin dalga hızına etkisi (ikinci dal-ikinci mod (M_{22}))

4. Sonuç

-Şekil 2.'den görüleceği üzere bazı dal ve modlarda kh için kesim değeri (dalga yayılımının oluşmaya başladığı değer) söz konusu olmaktadır.

-Şekil 3.-Şekil 6. dispersiyon eğrilerinden açıkça görüldüğü üzere ön gerilmemiş durumda yarı düzlemi kaplayan tabaka kalınlığının artması bütün dal ve modlar için açık olarak dalga hızını belirli bir kh* değerine düşürmekte, kh > kh* için asimptotik olarak kalmaktadır. (kh* değeri bütün dal ve modlar için değişmektedir.)

-Şekil 7.-Şekil 10.'dan açıkça görüldüğü üzere yarı düzlem malzemesinin ön gerilmemiş olduğu durumda tabaka malzemesine ön gerilme uygulanması yarı düzlemde oluşan yüzey dalgalarının hızına etki etmektedir. Tabakaya uygulanan ön gerilmenin çekme ($\psi = (\sigma / \mu) > 0$) olması durumunda yarı düzlemdeki yüzey dalgalarının hızı artmakta, belli bir kh < kh* değerinden sonra hız sabit (asimptotik) kalmaktadır. (kh* değeri dal ve moda göre değişmektedir.)

-Yarı düzlem malzemesinin ön gerilmemiş olduğu durumda tabakaya uygulanan ön gerilmenin bası ($\psi = (\sigma / \mu) < 0$) olması durumunda yarı düzlemdeki yüzey dalgalarının hızı azalmakta, belli bir kh* değerinden sonra hız sabit (asimptotik) kalmaktadır. (kh* değeri dal ve moda göre değişmektedir.)

-Tabakanın ön gerilmemiş, yarı düzlemin ise ön gerilmeli olduğu durumda (Şekil 11.-Şekil 14.) yarı düzlemdeki ön gerilmelerin dalga hızına etkisi tabakaya uygulanan ön gerilmelerin etkisi kadar büyük olmamaktadır.

-Tabakanın ön gerilmemiş, yarı düzleme ise çekme ön gerilmesi uygulanması durumunda Şekil 11. ve Şekil 14.'den görüleceği üzere birinci dal birinci mod için bu etki çok küçük kalmaktadır. Ayrıca bu etki birinci dal birinci mod ve ikinci dal ikinci mod için belli bir kh değerine kadar artma, belli bir kh değerinden itibaren ise azalma şeklinde etki göstermektedir. İkinci dal birinci mod ve birinci dal ikinci mod için ise dalga hızı azalmaktadır. (Şekil 12. ve Şekil 13.)

-Tabakanın ön gerilmemiş, yarı düzleme ise bası ön gerilmesi uygulanması durumunda Şekil 11. ve Şekil 13.'den görüleceği üzere birinci dal birinci mod için bu etki çok küçük kalmaktadır. Ayrıca bu etki birinci dal birinci mod ve ikinci dal ikinci mod için belli bir kh değerine kadar mutlak değerce artma, belli bir kh değerinden itibaren ise mutlak değerce azalma şeklindedir. İkinci dal birinci mod ve birinci dal ikinci mod için ise dalga hızı azalmaktadır. (Şekil 12. ve Şekil 13.)

-Tabakanın ön gerilmemiş, yarı düzlemin ise gerek çekme gerekse bası ön gerilmeli olması durumunda yarı düzlemdeki dalga yayılım hızı bütün dal ve modlarda belirli bir kh değerinden sonra kh* < kh < ∞ olacak şekilde asimptotik olarak sıfır olmaktadır.

-Elde edilen sonuçlar bilinen fiziksel görüş ve yorumlarla örtüşmektedir.

Kaynakça

- Abd-Alla, A. M., Aftab K., Abo-Dahab, S. M. (2017). Rotational effect on thermoelastic Stoneley, Love and Rayleigh waves in fibre-reinforced anisotropic general viscoelastic media of higher order. *Computers, Materials & Continua*, vol. 53, no. 1, pp. 52-72.
- Achenbach, J.D., Epstein, H.I. (1967). Dynamic Interaction A Layer and a Half-Space I. *Eng. Mech. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng.*, 93, EM5, 24-42.
- Akbarov, (2007). Recent investigations on the dynamical problems of the elastic body with initial (residual) stresses, (review), *Int. Applied. Mech.*, 43, No. 12, 3-27.
- Akbarov S. D., Negin M.(2017). Generalized Rayleigh Wave Dispersion in a Covered Half-space Made of Viscoelastic Materials, *Computers, Materials & Continua*, vol.53, no.4, pp.307-341.
- Akbarov, S. D., Ozisik, M. (2003). The Influence of the Third Order Elastic Constants to the Generalized Rayleigh Wave Dispersion in a Pre-Stressed Stratified Half-Plane, *Int. Journal of Engineering Science*, vol. 41, pp. 2047-2061.
- Ashayeri I., Biglari M., Rezaie Sefat M.(2016). Elastic wave theory for propagation of Rayleigh waves at surface of unsaturated semi-infinite media. *Japanese Geotechnical Soc. Special Publication*, V.2, P.446-450.
- Chattopadhyay, A., Kar, B. K. (1981). Love Waves Due to a Point Source in an Isotropic Elastic Medium Under Initial Stress, *Int. J. Non-Linear Mech.*, 16, 247-258.
- Demiray, H., Suhubi, E.S. (1970). Small Torsional Oscillations in Initially Twisted Circular Subber Cylinder, *Int. Journal of Engineering Science*, 8 (1).
- Eringen, A.C., E., S. Suhubi (1975). Elastodynamics, Volume II, Linear Theory. *Academic Press New York*, 343-1001.
- Green, A.E. (1961). Torsional Vibrations of an Initially Stressed Circular Cylinder in Problems of Continuum Mechanics (Muskhelishvili anniv. vol), *Society for Industrial and Appl. Math.*, Philadelphia, Pennsylvania, 148-154.
- Guz, A.N. (1995a). Elastic waves in Laminated Periodic Bodies with Initial (Residual) Stresses, *Book of Abstracts of ICIAM 95 Hamburg* 3-7 Temmuz, 173.
- Guz, A.N. (1995b). Surface Waves Along Planar and Curvilinear Surfaces in Bodies with Initial Stresses, *Book of Abstracts of ICIAM 95 Hamburg* 3-7 Temmuz, 296.
- Love, A.E.H.(1944). Mathematical Theory of Elasticity, 4th Ed., *Cambridge University Press*. (reprinted by Dover Publications, New York)
- Makhort, F.G. (1975). To the Surface Wave Propagation in the Elastic Body with Initial Deformation, *Prikl Mech.*, V 7(2), 34-40.

- Guz, A.N., Makhort, F.G. (2000). Physical Principles of Ultrasonic Non-Destructive Method of Determination of Stresses in Rigid Solids, *Int. Appl. Mech.* 36 (9), 3-34.
- Hayes, K., Rivlin, R.S. (1961). Surface Waves in Deformed Materials, *Arch. Rat. Mech. and Anal.* 8 (5), 358 – 380.
- Negin, M., Akbarov, S. D., Erguven, M. E. (2014). Generalized Rayleigh wave dispersion analysis in a pre-stressed elastic stratified half-space with imperfectly bonded interfaces. *Computers, Materials & Continua*, vol. 42, no. 1, pp. 25-61.
- Sharma MD. (2020). Propagation of Rayleigh waves at the boundary of an orthotropic elastic solid, Influence of initial stress and gravity. *Journal of Vibration and Control*.26 (21-22):2070-2080.
- Singh P., Chattopadhyay A., Singh A. K. (2017). Rayleigh-type wave propagation in incompressible visco-elastic media under initial stress., *Applied Mathematics and Mechanics* (Eng. Ed.)
- Stroh, A.N. (1962). Steady State Problems in Anisotropic Elasticity, *J. Math. Phys.*, 41, 77 -103.
- Suhubi, E.S. (1965). Small Longitudinal Vibration of a n Initially Stressed Circular Cylinder, *International Journal of Engineering Science*, 2(5), 509-515.
- Tolstoy, I., Usdin, E. (1953). Dispersive Properties of Stratified Elastic and Liquid Media. A Ray Theory, *Geophysics*, 18, 844-870.