



## A Simulated Annealing Algorithm for the Multi Resource Generalized Assignment Problem with Eligibility Constraint

Kumsal ERTEN<sup>1</sup> Tuğba SARAÇ<sup>1,\*</sup> Feriştah ÖZÇELİK<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Eskişehir Osmangazi University, Faculty of Engineering and Architecture, Department of Industrial Engineering, Eskişehir/Turkey

### Graphical/Tabular Abstract

#### Article Info:

Research article  
Received:  
18/04/2021  
Revision:  
23/06/2021  
Accepted:  
24/06/2021

#### Highlights

- Bi-objective MRGAP with eligibility restrictions is considered
- The objective of minimizing the total number of agents has been discussed for the first time in the MRGAP literature
- A simulated annealing algorithm has been developed for considered problem.

#### Keywords

GAP  
Simulated annealing algorithm  
Load balancing

In this study, bi-objective multi-resource generalized assignment problem (MRGAP) with eligibility restrictions is considered and a simulated annealing algorithm is proposed for solving this problem.

**Purpose:** The MRGAP is an assignment problem in which each agent has more than one capacity-constrained resource. Although each agent cannot perform each job in real life, in the MRGAP literature it is generally assumed that each job can be assigned to each agent. In addition, working with as few agents as possible can create significant advantages, as each new agent creates audit tracking difficulties and additional costs. For this reason, in this study, the MRGAP problem, in which eligibility constraints are taken into account, has been addressed in a bi-objective manner. The objectives are to minimize the total load squares and the total number of agents. The objective of minimizing the total number of agents has been discussed for the first time in the MRGAP literature.

**Theory and Methods:** Considered objectives were scalarized by using the weighted sum method. A simulated annealing algorithm has been developed to solve large-scale problems.

**Results:** Randomly generated test problems were solved with GAMS/Dicopt and the proposed simulated annealing algorithm (TB) and the obtained results were compared.

Table A. Test results

problem	$\bar{z}_{GAMS}$	$\bar{z}_{TB}$	$n_{GAMS}$	$n_{TB}$	$\bar{t}_{GAMS}$	$\bar{t}_{TB}$
50-75-1	30,51	28,98	50	51	238	180
50-75-2	33,81	32,66	27	51	270	140
50-75-3	30,11	29,50	24	51	255	158
50-95-1	32,87	28,78	34	51	290	171
50-95-2	31,63	28,67	33	51	128	180
50-95-3	34,08	28,95	36	51	222	171
100-75-1	31,53	28,69	35	51	310	282
100-75-2	26,45	27,86	22	51	2446	287
100-75-3	-	33,04	0	51	7200	318
100-95-1	31,77	28,84	27	51	292	286
100-95-2	31,32	29,52	30	51	337	334
100-95-3	32,80	29,93	30	51	484	125
150-75-1	26,32	28,21	22	51	4315	300
150-75-2	27,78	28,68	20	51	353	158
150-75-3	-	31,30	0	51	7200	457
150-95-1	-	29,33	0	51	7200	682
150-95-2	31,83	27,94	29	51	2095	395
150-95-3	30,17	28,29	26	51	574	285
mean	30,87	29,40	24,72	51,00	1900,50	272,72

**Conclusion:** In 3 of the 18 problems, no feasible solution could be obtained with GAMS/Dicopt for any weight pair within the time limit. The TB algorithm has reached the same or more successful solutions than GAMS in 95% of the test problems. The TB algorithm was more successful than GAMS/Dicopt in terms of both the solution quality, the number of feasible solutions obtained, and the time.



## A Simulated Annealing Algorithm for the Multi Resource Generalized Assignment Problem with Eligibility Constraint

Kumsal ERTEN<sup>1</sup> Tuğba SARAÇ<sup>1,\*</sup> Feriştah ÖZÇELİK<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir/Türkiye

### Abstract

The multi-resource generalized assignment problem (MRGAP) is an assignment problem in which each agent has more than one capacity-constrained resource. Although each agent cannot perform each job in real life, in the MRGAP literature it is generally assumed that each job can be assigned to each agent. In addition, working with as few agents as possible can create significant advantages, as each new agent creates audit tracking difficulties and additional costs. For this reason, in this study, the MRGAP problem, in which eligibility constraints are taken into account, has been addressed in a bi-objective manner. The objectives are to minimize the total load squares and the total number of agents. The objective of minimizing the total number of agents has been discussed for the first time in the MRGAP literature. These two objectives considered were scalarized by using the weighted sum method. A simulated annealing algorithm has been developed to solve large-scale problems. Randomly generated test problems were solved with the proposed methods and the obtained results were compared.

### Makale Bilgisi

Araştırma makalesi  
Başvuru: 18/04/2021  
Düzeltilme: 23/06/2021  
Kabul: 24/06/2021

### Keywords

GAP  
Simulated annealing  
algorithm  
Load balancing

### Anahtar Kelimeler

GAP  
Tavlama Benzetimi  
Yük Dengeleme

### Uygunluk Kısıtlı Çok Kaynaklı Genelleştirilmiş Atama Problemi İçin Bir Tavlama Benzetimi Algoritması

### Öz

Çok kaynaklı genelleştirilmiş atama problemi (MRGAP), her ajanın birden fazla kapasite kısıtlı kaynağının olduğu bir atama problemidir. Gerçek hayatta ajanların her işi gerçekleştirmediği durumlarla karşılaşılmasına rağmen, MRGAP literatüründe genellikle her işin her ajana atanabildiği varsayılmaktadır. Ayrıca, her yeni ajanın denetleme, izleme güçlüğü ve ek maliyetler yaratması nedeniyle, mümkün olduğunca az ajanla çalışmak ciddi avantajlar yaratabilmektedir. Bu nedenle bu çalışmada, uygunluk kısıtlarının dikkate alındığı MRGAP problemi iki amaçlı olarak ele alınmıştır. Amaçlar, yük kareleri toplamının ve toplam ajan sayısının enküçüklenmesidir. Toplam ajan sayısının enküçüklenmesi amacı MRGAP literatürde ilk kez ele alınmıştır. Dikkate alınan iki amaç, ağırlıklı toplam yöntemi kullanılarak birleştirilmiştir. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için bir tavlama benzetimi (TB) algoritması geliştirilmiştir. Rassal olarak türetilen test problemleri, önerilen yöntemler ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Atama problemi, her ajana yalnızca bir işin atandığı ve amacın genellikle toplam maliyetin enküçüklenmesi olduğu temel problemlerden birisidir. Bir ajana birden fazla işin atanabildiği durumda problem, genelleştirilmiş atama problemi (GAP) ve bir ajanın birden çok kapasiteli kaynağının olduğu durum ise çok kaynaklı genelleştirilmiş atama problemi (MRGAP) olarak isimlendirilmektedir.

GAP literatürü, ele alınan amaç fonksiyonları yönüyle incelendiğinde önemli bir kısmının problemin klasik amaç fonksiyonu olan toplam yükü/maliyeti/kazancı ([1]-[19]) ele aldığı görülmektedir. Az sayıda çalışma çok amaçlı yapıdadır ([20]-[23]). GAP literatürü çözüm yöntemleri açısından incelendiğinde, çözüm yöntemlerinin kesin çözüm yöntemleri ([12], [13], [18]-[20], [24], [25]) ve sezgisel/metasezgisel yöntemler ([1], [3]-[6], [8]-[10], [15]-[17], [19], [21]-[23], [25]-[29]) olarak gruplanabileceği görülmektedir.

Metasezgisel yöntemlerden tavlama benzetimi algoritması, GAP problemlerine başarıyla uygulanmıştır ([30], [31], [32]).

GAP ile ilgili literatürde pek çok çalışma mevcut olmasına rağmen MRGAP ile ilgili az sayıda çalışma vardır. Shtub ve Kogan [33], talebin zamanla değiştiği ve kapasitelerin dinamik olduğu dinamik MRGAP'ı ele almıştır. LeBlanc vd. [30], amaç fonksiyonunda hem hazırlık sürelerini hem de hazırlık maliyetlerini birlikte dikkate alan hazırlık süreli MRGAP'ı ele almıştır. Yagiura vd. [34] ve Mitrović-Minić ve Punnen [35], klasik MRGAP problemini ele almışlardır. Özçelik ve Saraç [36], farklı yeteneklere ve önceliklere sahip ajanların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olduğu MRGAP problemi için 0-1 karma tamsayılı bir hedef programlama modeli önermişlerdir. Janak vd. [37], hem ajan yüklerini dengeleyen hem de tercihleri dikkate alan bir MRGAP modeli geliştirmiştir. Karsu ve Azizoglu [38], en çok yüke sahip ajanın yükünün enküçüklenmesi darboğaz MRGAP problemini ele almıştır. Özçelik ve Saraç [39] uygunluk kısıtları olan darboğaz MRGAP problemi için bir matematiksel model önermişlerdir. Karsu ve Azizoglu [40], toplam yükün enküçüklenmesi ve en çok yüke sahip ajanın yükünün enküçüklenmesi olmak üzere iki amaçlı MRGAP'ı ele almıştır. MRGAP literatürü çözüm yöntemleri açısından incelendiğinde, çözüm yöntemlerinin kesin çözüm yöntemleri ([30], [36]-[39]), sezgisel ([33]-[35], [40]) ve metasezgisel yöntemler ([40]) olarak gruplanabileceği görülmektedir.

Bu çalışmada uygunluk kısıtlı MRGAP iki amaçlı olarak ele alınmıştır. Amaçlardan birisi ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi, diğeri işlerin atandığı toplam ajan sayısının enküçüklenmesidir. Bu çalışmanın motivasyonu, bir beyaz eşya üreticisinin yarı mamullerini tedarik edeceği yan sanayilerin seçimi ve seçilen tedarikçilerin hangi yarı mamulleri üreteceğinin makina kapasiteleri ve yetenekleri (uygunluk) dikkate alınarak belirlenmesi problemidir. Burada iş, parça; ajan, yan sanayi ve dönem, ana sanayinin planlama periyodu olarak düşünüldüğünde ele alınan problem MRGAP'tır.

Literatürde MRGAP üzerine yapılan çalışmalarda genellikle ajan sayısının bilindiği ve sabit olduğu varsayılmaktadır. Oysa en iyi ajan sayısının belirlenmesi de önemli bir karar problemidir. Bu çalışmada ajan sayısının ve ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi amaçları birlikte ilk kez ele alınmıştır. Ayrıca MRGAP literatüründe ajan yeteneklerine bağlı olarak her işin her ajana atanmadığı durumu ele alan başka bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, ele alınan problem tanımlanmış ve önerilen matematiksel model sunulmuştur. Geliştirilen tavlama benzetimi algoritması üçüncü bölümde açıklanmıştır. Dördüncü bölümde deneysel sonuçlar, son bölümde ise sonuç ve öneriler verilmiştir.

## 2. PROBLEM TANIMI VE MATEMATİKSEL MODEL (PROBLEM DEFINITION AND MATHEMATICAL MODEL)

Bu çalışmada  $n$  işin  $m$  ajana atanması durumunu inceleyen MRGAP ele alınmıştır. Problemden  $s$  dönem vardır. Ajanların her bir dönem için kapasiteleri sınırlıdır ve işlem süreleri, işin atandığı ajana göre değişmektedir. Bir işin tek bir ajana atanması gerekmektedir. Ele alınan problem, her işin her ajana atanmaması anlamına gelen uygunluk kısıtlarına sahiptir ve iki amaçlıdır. Amaçlardan birisi toplam yükün tüm ajanlara dengeli bir şekilde dağıtılmasını gerçekleştirebilmek için ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi iken, diğeri amaç işlerin atandığı toplam ajan sayısının enküçüklenmesidir. Önerilen matematiksel model (M-MRGAP) ve matematiksel modelde kullanılan indisler, parametreler, karar değişkenleri aşağıda verilmiştir.

*Indisler:*

$i$ : ajan indisi  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$

$j$ : iş indisi  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$

$t$ : dönem indisi  $t \in \{1, 2, \dots, s\}$

*Parametreler:*

$p_{ijt}$  :  $j$  işinin  $t$  dönemi için  $i$  ajanındaki işlem süresi

$b_{it}$  :  $i$  ajanının  $t$  dönemi için kapasitesi

$h_{ij}$  :  $j$  işi  $i$  ajanına atanabiliyorsa 1, diğer durumda 0

*Karar Değişkenleri:*

$x_{ij}$  :  $j$  işi  $i$  ajanına atanmışsa 1, diğer durumda 0

$y_i$  :  $i$  ajanına herhangi bir iş atanmışsa 1, diğer durumda 0

(M-MRGAP):

*Kısıtlar:*

$$\sum_{j=1}^n p_{ijt} x_{ij} \leq b_{it} y_i, \quad \forall_i \in \{1, \dots, m\}, \forall_t \in \{1, \dots, s\} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad \forall_j \in \{1, \dots, n\} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq h_{ij}, \quad \forall_j \in \{1, \dots, n\} \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall_i \in \{1, \dots, m\}, \forall_j \in \{1, \dots, n\} \quad (4)$$

$$y_i \in \{0,1\}, \quad \forall_i \in \{1, \dots, m\} \quad (5)$$

*Amaç Fonksiyonları:*

$$\text{enk } f_1 = \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^s p_{ijt} x_{ij} \right)^2 \quad (6)$$

$$\text{enk } f_2 = \sum_{i=1}^m y_i \quad (7)$$

Problem iki amaçlıdır. Amaçlardan ilki (6) ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi iken, diğer amaç (7) işlerin atandığı toplam ajan sayısını enküçükmektir. Kısıt (1) ajanların kapasite kısıtıdır, kısıt (2) her işin bir ajana atanmasını garantilemektedir. Kısıt (3) uygunluk kısıtları olup, işlerin atanabilecekleri ajanlara atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (4) ve Kısıt (5) işaret kısıtlarıdır.

Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde, birden fazla amaç fonksiyonunu ele alan çalışmaların genellikle bu amaçları, tümünü temsil edebilecek tek bir amaç fonksiyonuna dönüştürerek çözdüğü görülmektedir. Literatürde ağırlıklı toplam, epsilon kısıt, uzlaşık programlama yöntemleri, konik skalerleştirme gibi birçok amaç birleştirme yöntemi mevcuttur [42].

Bu çalışmada amaçların birleştirilmesinde, ağırlıklı toplam yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde, her bir amaç fonksiyonu değeri ( $f_i(x)$ ) belirlenen bir ağırlık ( $w_i$ ) değeri ile çarpılıp toplanır. Bu çalışmada ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi amacının ( $f_1$ ) ağırlığı,  $w_1$  ile gösterilirken; toplam ajan sayısının enküçüklenmesi amacının ( $f_2$ ) ağırlığı  $w_2$  ile gösterilmiştir. Amaç fonksiyonları nadir değerleri kullanılarak normalleştirilmiştir. Her amaç fonksiyonunun etkin çözümler içerisinde alabileceği en kötü değerlerden oluşan nadir nokta ( $f_1^N, f_2^N$ ) biçiminde gösterilir. Nadir noktaların hesaplanması ve çok amaçlı programlama ile ilgili ayrıntılı bilgilere Ehrgott [42]'den ulaşılabilir. Birleştirilmiş amaç fonksiyonu (8) aşağıda verilmiştir.

*Birleştirilmiş Amaç Fonksiyonu:*

$$\text{enk } z = w_1 \frac{\sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^s p_{ijt} x_{ij} \right)^2}{f_1^N} + w_2 \frac{\sum_{i=1}^m y_i}{f_2^N} \quad (8)$$

### 3. ÖNERİLEN TAVLAMA BENZETİMİ ALGORİTMASI (PROPOSED SIMULATED ANNEALING ALGORITHM)

GAP NP-zor bir yapıya sahiptir [41]. Dolayısıyla GAP'ın geliştirilmiş versiyonu olan MRGAP da NP-zor yapıya sahiptir. Bu nedenle büyük boyutlu problemlerin çözülebilmesi için bir metasezgisel algoritmaya

ihtiyaç duyulmuştur. GAP'daki başarılı uygulamaları ([30], [31], [32]) dikkate alınarak bu çalışmada büyük boyutlu problemlerin çözümü için bir tavlama benzetimi algoritması geliştirilmiştir.

Geliştirilen TB algoritmasında kullanılan başlangıç ve komşu çözüm türetme mekanizmaları, soğutma planı ve durdurma kriteri aşağıda açıklanmıştır:

#### *Başlangıç Çözüm:*

Başlangıç çözüm, M-MRGAP modelinin tüm kısıtlarını sağlayacak şekilde rassal olarak türetilmiştir. Problem iki amaçlı olduğu için her bir amaca hizmet edecek şekilde iki farklı başlangıç çözüm türetme mekanizması geliştirilmiştir. Türetilen iki başlangıç çözümden hangisinin kullanılacağına, birleştirilmiş amaç fonksiyonu değerlerine göre karar verilmektedir. Bu sayede hangi amaca daha büyük ağırlık verildiyse, aramanın çözüm uzayının ilgili amaç fonksiyonuna daha iyi değerler verebilecek bir noktadan başlanması sağlanmaktadır.

Birinci başlangıç çözüm türetme algoritması ( $BC_1$ ), ilk amaca (ajan yüklerinin kareleri toplamı;  $f_1$ ) yöneliktir. Algoritma adımlarına aşağıda yer verilmektedir.

#### *( $BC_1$ ):*

*Adım 1.* Atanmamış işler arasından rassal birini seç. Seçilen iş  $i_0$  olsun.

*Adım 2.* Rassal bir ajan seç. Seçilen ajan  $j_0$  olsun.

*Adım 3.* Seçilen iş ( $i_0$ ) seçilen ajana ( $j_0$ ) atanabiliyorsa (uygunluk ve kapasite kısıtları sağlanıyorsa) *Adım 4*'e git, diğer durumda *Adım 2*'ye git.

*Adım 4.* Atamayı gerçekleştir. Ajanların kalan kapasitelerini güncelle.

*Adım 5.* Tüm işler atanmadıysa *Adım 1*'e dön. Tüm işler atandığında algoritmayı sonlandır, amaç fonksiyonunu ( $z_1$ ) hesapla.

İkinci başlangıç çözüm türetme algoritması ( $BC_2$ ), ikinci amaca (toplam ajan sayısı;  $f_2$ ) yöneliktir. Algoritma adımlarına aşağıda yer verilmektedir.

#### *( $BC_2$ ):*

*Adım 1.* Rassal bir ajan seç. Seçilen ajan  $j_0$  olsun.

*Adım 2.* Atanmamış işler arasından birisini rassal olarak seç. Seçilen iş  $i_0$  olsun.

*Adım 3.* Seçilen iş ( $i_0$ ) seçilen ajana ( $j_0$ ) atanabiliyorsa (uygunluk ve kapasite kısıtları sağlanıyorsa) *Adım 4*'e git, diğer durumda *Adım 2*'ye git. Seçilen ajana ( $j_0$ ) atanabilecek iş yoksa *Adım 1*'e git.

*Adım 4.* Atamayı gerçekleştir. Ajanların kalan kapasitelerini güncelle.  $j_0$  ajanının kapasitesi dolmadıysa *Adım 2*'ye git.

*Adım 5.* Tüm işler atanmadıysa *Adım 1*'e dön. Tüm işler atandığında algoritmayı sonlandır, amaç fonksiyonunu ( $z_2$ ) hesapla.

Her iki başlangıç çözümün birleştirilmiş amaç fonksiyonu değerleri karşılaştırılır ve başarılı olan çözüm başlangıç çözüm olarak kabul edilir.

#### *Komşu Çözüm Türetme Mekanizması:*

Bu çalışmada iki farklı komşu türetme mekanizması kullanılmıştır. İlkinde, rassal seçilen bir iş, rassal olarak belirlenen başka bir ajana atanmaktadır. İkincisinde ise, farklı ajanlara atanmış iki iş karşılıklı yer değiştirmektedir. Her iki mekanizmada da uygunluk korunmaktadır. Türetilen çözümlerden en başarılısı, komşu çözüm olarak alınmaktadır.

#### *Soğutma Planı:*

TB'de soğutma işlemi algoritmanın performansını önemli derecede etkileyen parametrelerden birisidir. Bu parametre belirlenen sıcaklık düşürme prensibine göre algoritmanın sıcaklık değerini günceller. Literatürde değişik soğutma stratejilerinin kullanımlarına rastlamak mümkündür. Bu çalışmada (9) numaralı denklemde verilen geometrik soğutma planı kullanılmıştır.

$$T_k = T_{k-1} \times \alpha \quad (9)$$

Burada,  $T_k$ ,  $k$ 'nci iterasyondaki sıcaklık değerini göstermektedir. Soğutma oranı ( $\alpha$ ) için ise genellikle 0-1 arasında 1'e yakın bir değer kullanılmaktadır [43].

Bu çalışmada, literatürde önerilen parametre aralıkları [43] kullanılarak yapılan ön denemeler sonucunda başlangıç sıcaklığı 100, soğutma oranı 0,95 ve her bir sıcaklıkta türetilen çözüm sayısı ise 50 ve 100 iş problemlerinde 3, 150 iş problemlerinde 5 olarak alınmıştır.

#### Durdurma Koşulu:

Tavlama benzetimi algoritmasında durdurma koşulu olarak, önceden belirlenen en büyük iterasyon sayısına ulaşılması, belirlenen en düşük sıcaklığa ulaşılması ve istenen kriterleri sağlayan çözüme ulaşılması gibi yaklaşımlar kullanılabilir. Bu çalışmada, durdurma koşulu olarak son sıcaklığa ulaşılması kriteri seçilmiştir [43]. Son sıcaklık değeri 5 olarak alınmıştır.

Geliştirilen TB algoritmasının adımları aşağıda verilmiştir:

**Adım 1:** ( $BC_1$ ) ve ( $BC_2$ ) algoritmalarını kullanarak iki aday başlangıç çözüm türet. Her iki başlangıç çözümün birleştirilmiş amaç fonksiyonu değerlerini karşılaştır ve başarılı olan çözümü başlangıç çözüm ( $S_0$ ) olarak ata. En iyi çözüm ( $S_{eni}$ ), mevcut çözüm ( $S_m$ ) ve komşu çözüme ( $S_k$ ) başlangıç çözümü ata ( $S_{eni} = S_0$ ,  $S_m = S_0$ ,  $S_k = S_0$ ). Başlangıç sıcaklığı  $T$ , her bir sıcaklıkta türetilen komşu çözüm sayısı ( $N$ ) ve soğutma oranını ( $\alpha$ ) belirle.

**Adım 2:** Komşu çözüm sayacı oluştur,  $n = 1$

**Adım 3:**  $S_m$ ' den komşu çözüm  $S_k$  üret ve  $n = n+1$  yap.

Komşu çözüm ve mevcut çözümün amaç fonksiyonlarının farkını ( $\Delta$ ) bul:

$\Delta = f(S_k) - f(S_m)$ . Eğer  $\Delta \leq 0$  ise  $S_m = S_k$ , aksi halde (0,1) aralığında  $u$  rassal sayı türet.

Eğer  $u < e^{(-\Delta/T)}$  ise  $S_m = S_k$  yap.  $S_m < S_{eni}$  ise  $S_{eni} = S_m$

**Adım 4:**  $n < N$  ise **Adım 3'** e git.  $n = N$  ise denklem (9)'u kullanarak sıcaklığı güncelle ve **Adım 2'** ye git.

**Adım 5:** Son sıcaklığa ulaşınca kadar **Adım 2-4'** ü tekrarla.

## 4. DENEYSEL SONUÇLAR (COMPUTATIONAL RESULTS)

Önerilen yöntemlerin performansları rassal olarak türetilen problemler kullanılarak test edilmiştir. Matematiksel model GAMS 24.5 ile kodlanmış ve Dicopt çözücüsüyle çözülmüştür. Önerilen TB algoritması C# dilinde kodlanmış ve tüm test problemleri 8 GB RAM'e sahip çift çekirdekli (Intel Core i7 2.27 GHz) bir bilgisayarda çözülmüştür. Test problemlerinin çözüm süresi 7200 saniye ile sınırlandırılmıştır.

Bu bölümün alt başlıklarında sırasıyla, örnek problem, türetilen test problemlerinin özellikleri ve bu problemlerin önerilen yöntemlerle çözümü ile elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

### 4.1. Örnek Problem (Sample Problem)

3 ajan, 5 iş ve 2 dönemin olduğu küçük boyutlu bir örnek problem türetilmiştir. Problemin parametreleri Tablo 1'de verilmiştir. İkinci iş ajan 2 ve 3'e, beşinci iş ise ajan 3'e atanmamaktadır.

**Tablo 1. Örnek problemin parametreleri**

Ajan/İş	$p_{ij1}$						$p_{ij2}$					
	1	2	3	4	5	$b_{i1}$	1	2	3	4	5	$b_{i2}$
1	16,28	7,00	7,90	24,61	15,46	58	14,00	8,02	6,24	20,55	14,84	24
2	9,99	-	10,40	10,58	8,11	76	8,44	-	12,48	9,63	7,02	25
3	6,69	-	7,59	11,05	-	55	5,75	-	8,05	13,54	-	46

Örnek problemin nadir noktası  $f^N=(4828,03; 3)$  olarak elde edilmiştir. Ağırlıklar ( $w_1, w_2$ ) [0-50] arasında tamsayı değer alacak ve  $w_1 + w_2 = 50$  olacak şekilde kademeli değiştirilerek 51 farklı ağırlık çifti elde edilmiştir. Örnek problem, her bir ağırlık çifti için hem GAMS/Dicopt hem de TB algoritması ile çözülmüştür. Problem GAMS/Dicopt ile 66 saniyede çözülmüş ve elde edilen sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 2'den de görülebileceği gibi  $w_1$ 'in 0 ile 11 arasında  $w_2$ 'nin ise 50 ve 39 arasında değer aldığı 12 ağırlık çifti için  $(f_1, f_2)=(4828,03; 2)$ , diğer 39 ağırlık çifti için ise  $(f_1, f_2)=(2253,97; 3)$  olarak sadece iki farklı çözüm elde edilmiştir.

**Tablo 2.** Örnek Problem için GAMS/Dicopt ile elde edilen sonuçlar

$w_1$	$w_2$	$f_1$	$f_2$
0-11	50-39	4828,03	2
12-50	38-0	2253,97	3

Örnek olarak  $w_1=46$   $w_2=4$  için elde edilen çözümde,  $x_{12}, x_{13}, x_{24}, x_{25}, x_{31}$  karar değişkenleri 1 değerini almıştır. Her 3 ajana da iş atandığından  $y_1, y_2$  ve  $y_3 = 1$  olmaktadır. Atama sonrası birinci amaç için,  $((12,44)^2 + (20,21 + 15,13)^2 + (15,02 + 14,14)^2)/4828,03 = 0,467$ , ikinci amaç için,  $3/3=1$  değerleri elde edilmiş olup, birleştirilmiş amaç fonksiyonu ise  $z=46*0,467+4*1=25,48$  olarak hesaplanmıştır.

Örnek problem, TB algoritması ile 20 saniyede çözülmüş ve elde edilen sonuçlar Tablo 3’de verilmiştir. Tablodan da görülebileceği gibi TB algoritması ile de aynı iki çözüme ulaşılmıştır.

**Tablo 3.** Örnek Problem için TB algoritması ile elde edilen sonuçlar

$w_1$	$w_2$	$f_1$	$f_2$
0-19	50-31	4828,03	2
20-50	30-0	2253,97	3

#### 4.2. Test Problemlerinin Türetilmesi (Test Problem Generation)

Test problemleri, Karsu ve Azizoğlu’nun [38] çalışmalarında kullandıkları yönteme benzer şekilde adımları aşağıda verilen algoritma yardımıyla türetilmiştir.

*Adım 0.*  $p_{ij1} \sim U [25, 35]$  değerlerini türet.

*Adım 1.*  $b_{i1} = c \sum_{j \in J} p_{ij1} / m$  değerini hesapla.

*Adım 2.*  $p_{ijt} = 3p_{ij1}/4 + \gamma_{ijt}p_{ij1}/2, \quad \forall t \geq 2,$

*Adım 3.*  $b_{it} = c \sum_{j \in J} p_{ijt} / m$

Bu algoritmanın ilk iki adımında birinci döneme ait, son iki adımında ise ikinci ve sonraki dönemlere ait işlem süreleri ( $p_{ijt}$ ) ve kapasite değerlerinin ( $b_{it}$ ) nasıl türetildiği verilmiştir. Burada  $c$  önceden tanımlanan bir sabit değer,  $m$  ajan sayısı ve  $\gamma_{ijt} [0,1]$  arasında rassal sayıdır. Bu çalışmada  $n$  10,  $m$  50, 100 ve 150,  $s$  3 ve  $c$  katsayısının değeri 1,2 olarak alınmıştır. Uygunluk kısıtları ( $h$ ) açısından işlerin ajanların %95’ine ve %75’ine atanabildiği iki durum ele alınmıştır. Aynı  $m$  ve  $h$  değerlerine sahip her bir problem tipinden 3’er örnek türetilmiştir.

Problemler, iş-uygunluk-kullanılan veri seti örnek numarasından oluşan bir yapı kullanılarak isimlendirilmiştir. Örneğin; 50 iş, uygunluk oranı %75 olan problemin 2. örneği 50-75-2 olarak isimlendirilmiştir. Toplamda 18 adet test problemi türetilmiştir.

#### 5.3. Test Sonuçları (Test results)

Türetilen test problemleri önerilen her iki çözüm yaklaşımı ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar Tablo 4-9’da verilmiştir. Tabloların ilk iki sütununda birinci ve ikinci amaçların ağırlıkları, diğer sütunlarda sırasıyla ilgili problemin örnekleri için GAMS/Dicopt ( $z_{GAMS}$ ) ve TB algoritması ( $z_{TB}$ ) ile elde edilen birleştirilmiş amaç fonksiyonu değerleri verilmiştir. En başarılı değerler, koyu ile işaretlenmiştir.

Çözülen 18 problemin üçünde (100-75-3, 150-75-3, 150-95-1) GAMS ile hiçbir ağırlık çifti için 7200 saniye içinde uygun çözüm bulunamamıştır. Test problemlerinin tümü dikkate alındığında GAMS 50 iş problemlerinin %33’ünde 100 iş problemlerinin %53’ünde ve 150 iş problemlerinin %68’inde süre limiti içinde uygun çözüm elde edememiştir. Tavlama benzetimi ile test problemlerinin %95’inde GAMS ile aynı ya da GAMS’ten daha başarılı çözümler elde edilmiştir.

**Tablo 4.** 50-75 Problemleri İçin Elde Edilen Sonuçlar

$w_1$	$w_2$	50-75-1		50-75-2		50-75-3	
		$z_{GAMS}$	$z_{TB}$	$z_{GAMS}$	$z_{TB}$	$z_{GAMS}$	$z_{TB}$
0	50	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>30,00</b>	<b>30,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>
1	49	<b>25,50</b>	<b>25,50</b>	-	<b>30,65</b>	-	<b>25,76</b>
2	48	<b>26,00</b>	<b>26,00</b>	-	<b>31,29</b>	-	<b>26,52</b>
3	47	<b>26,50</b>	<b>26,50</b>	-	<b>31,94</b>	-	<b>27,29</b>
4	46	<b>27,00</b>	<b>27,00</b>	-	<b>32,58</b>	-	<b>28,05</b>
5	45	<b>27,50</b>	<b>27,50</b>	-	<b>33,23</b>	-	<b>28,81</b>
6	44	<b>28,00</b>	<b>28,00</b>	-	<b>32,40</b>	-	<b>29,57</b>
7	43	<b>28,50</b>	<b>28,50</b>	-	<b>32,80</b>	-	<b>29,61</b>
8	42	<b>29,00</b>	<b>29,00</b>	-	<b>33,20</b>	-	<b>30,27</b>
9	41	<b>29,50</b>	<b>29,50</b>	-	<b>34,34</b>	-	<b>30,93</b>
10	40	<b>30,00</b>	<b>30,00</b>	-	<b>34,00</b>	-	<b>31,59</b>
11	39	<b>30,50</b>	<b>30,50</b>	-	<b>34,40</b>	-	<b>32,25</b>
12	38	<b>31,00</b>	<b>31,00</b>	-	<b>34,80</b>	-	<b>32,91</b>
13	37	<b>31,50</b>	<b>31,50</b>	-	<b>35,61</b>	-	<b>33,56</b>
14	36	<b>32,00</b>	<b>32,00</b>	-	<b>35,60</b>	-	<b>34,22</b>
15	35	<b>32,50</b>	<b>32,50</b>	-	<b>36,00</b>	-	<b>34,88</b>
16	34	<b>33,00</b>	<b>33,00</b>	-	<b>36,40</b>	-	<b>35,54</b>
17	33	<b>33,50</b>	<b>33,50</b>	-	<b>36,74</b>	-	<b>34,86</b>
18	32	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>	-	<b>37,20</b>	-	<b>33,25</b>
19	31	<b>34,50</b>	<b>34,50</b>	-	<b>37,60</b>	-	<b>33,10</b>
20	30	<b>35,00</b>	<b>35,00</b>	-	<b>38,00</b>	-	<b>33,57</b>
21	29	<b>35,50</b>	<b>35,50</b>	-	<b>38,40</b>	-	<b>33,71</b>
22	28	36,00	<b>34,70</b>	-	<b>38,80</b>	-	<b>34,22</b>
23	27	36,50	<b>34,42</b>	-	<b>37,74</b>	-	<b>33,85</b>
24	26	37,00	<b>34,40</b>	-	<b>37,62</b>	-	<b>35,07</b>
25	25	35,90	<b>34,90</b>	40,71	<b>37,28</b>	-	<b>34,82</b>
26	24	-	<b>35,11</b>	41,13	<b>37,13</b>	40,32	<b>34,58</b>
27	23	36,37	<b>33,04</b>	41,56	<b>36,31</b>	-	<b>33,23</b>
28	22	36,60	<b>33,08</b>	41,99	<b>35,61</b>	41,50	<b>33,53</b>
29	21	36,84	<b>33,64</b>	42,42	<b>36,76</b>	-	<b>32,86</b>
30	20	37,03	<b>32,13</b>	42,85	<b>35,04</b>	37,05	<b>32,96</b>
31	19	37,27	<b>31,64</b>	43,28	<b>34,00</b>	37,29	<b>31,49</b>
32	18	37,50	<b>30,68</b>	43,60	<b>34,13</b>	37,53	<b>31,13</b>
33	17	37,88	<b>30,26</b>	44,02	<b>32,72</b>	37,12	<b>30,45</b>
34	16	36,03	<b>29,73</b>	38,29	<b>32,66</b>	37,22	<b>29,87</b>
35	15	36,21	<b>28,66</b>	38,38	<b>31,73</b>	33,80	<b>28,60</b>
36	14	33,46	<b>28,37</b>	33,82	<b>32,00</b>	33,76	<b>28,73</b>
37	13	32,64	<b>27,53</b>	33,65	<b>31,16</b>	33,73	<b>28,02</b>
38	12	30,30	<b>27,62</b>	33,86	<b>29,88</b>	33,69	<b>29,16</b>
39	11	30,04	<b>26,28</b>	31,01	<b>29,87</b>	28,23	<b>26,58</b>
40	10	28,98	<b>26,26</b>	30,65	<b>29,23</b>	30,51	<b>26,76</b>
41	9	28,29	<b>25,80</b>	30,29	<b>28,75</b>	28,86	<b>25,80</b>
42	8	28,41	<b>25,97</b>	29,94	<b>28,43</b>	28,59	<b>26,42</b>
43	7	25,25	<b>24,16</b>	<b>27,03</b>	<b>27,03</b>	28,32	<b>24,04</b>
44	6	24,79	<b>23,97</b>	<b>26,50</b>	26,51	24,78	<b>23,95</b>
45	5	21,67	<b>21,62</b>	<b>25,96</b>	26,03	24,32	<b>21,99</b>
46	4	21,04	<b>21,03</b>	25,43	<b>25,42</b>	<b>21,45</b>	21,63
47	3	20,41	<b>20,40</b>	<b>24,89</b>	25,21	<b>20,82</b>	<b>20,82</b>
48	2	19,78	<b>19,72</b>	<b>24,36</b>	<b>24,36</b>	20,20	<b>20,18</b>
49	1	19,15	<b>19,03</b>	<b>23,82</b>	<b>23,82</b>	19,58	<b>19,55</b>
50	0	18,63	<b>18,46</b>	23,36	<b>23,33</b>	<b>18,93</b>	18,95



**Tablo 5.** 50-95 Problemleri İçin Elde Edilen Sonuçlar

$w_1$	$w_2$	50-95-1		50-95-2		50-95-3	
		$Z_{GAMS}$	$Z_{TB}$	$Z_{GAMS}$	$Z_{TB}$	$Z_{GAMS}$	$Z_{TB}$
0	50	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>
1	49	-	<b>25,50</b>	-	<b>25,60</b>	-	<b>25,57</b>
2	48	-	<b>26,00</b>	-	<b>26,19</b>	-	<b>26,13</b>
3	47	-	<b>26,50</b>	-	<b>26,79</b>	-	<b>26,70</b>
4	46	-	<b>27,00</b>	-	<b>27,39</b>	-	<b>27,26</b>
5	45	-	<b>27,50</b>	-	<b>27,98</b>	-	<b>27,83</b>
6	44	-	<b>28,00</b>	-	<b>28,58</b>	-	<b>28,40</b>
7	43	-	<b>28,50</b>	-	<b>29,18</b>	-	<b>28,96</b>
8	42	-	<b>29,00</b>	-	<b>29,77</b>	-	<b>29,53</b>
9	41	-	<b>29,50</b>	-	<b>30,37</b>	-	<b>29,27</b>
10	40	-	<b>30,00</b>	-	<b>30,00</b>	-	<b>29,74</b>
11	39	-	<b>30,50</b>	-	<b>30,47</b>	-	<b>30,22</b>
12	38	-	<b>31,00</b>	-	<b>31,00</b>	-	<b>30,69</b>
13	37	-	<b>31,50</b>	-	<b>31,50</b>	-	<b>31,17</b>
14	36	-	<b>32,00</b>	-	<b>32,00</b>	-	<b>31,64</b>
15	35	-	<b>32,50</b>	-	<b>32,21</b>	-	<b>32,11</b>
16	34	-	<b>33,00</b>	-	<b>32,94</b>	35,56	<b>32,59</b>
17	33	33,83	<b>33,45</b>	-	<b>33,45</b>	36,22	<b>32,20</b>
18	32	34,35	<b>33,62</b>	-	<b>33,49</b>	36,88	<b>32,25</b>
19	31	34,87	<b>33,62</b>	35,83	<b>33,64</b>	37,54	<b>33,97</b>
20	30	-	<b>33,74</b>	36,40	<b>34,26</b>	36,92	<b>33,18</b>
21	29	35,91	<b>33,97</b>	36,97	<b>34,22</b>	38,86	<b>34,20</b>
22	28	36,43	<b>33,82</b>	37,54	<b>34,79</b>	38,09	<b>34,48</b>
23	27	36,95	<b>34,37</b>	38,11	<b>34,73</b>	38,71	<b>34,23</b>
24	26	37,37	<b>34,94</b>	38,68	<b>34,46</b>	39,31	<b>33,94</b>
25	25	37,52	<b>35,17</b>	37,50	<b>34,41</b>	39,90	<b>36,41</b>
26	24	38,02	<b>34,61</b>	39,82	<b>34,03</b>	40,50	<b>34,33</b>
27	23	38,53	<b>34,36</b>	38,50	<b>33,39</b>	41,10	<b>34,00</b>
28	22	38,72	<b>32,96</b>	39,00	<b>33,01</b>	41,69	<b>33,30</b>
29	21	39,53	<b>32,29</b>	39,50	<b>32,99</b>	42,29	<b>32,72</b>
30	20	40,03	<b>32,85</b>	35,55	<b>31,99</b>	42,88	<b>32,19</b>
31	19	40,50	<b>31,03</b>	35,74	<b>30,77</b>	40,80	<b>32,36</b>
32	18	40,68	<b>30,49</b>	35,92	<b>30,51</b>	37,11	<b>31,12</b>
33	17	41,11	<b>30,00</b>	36,11	<b>30,12</b>	37,33	<b>30,67</b>
34	16	42,00	<b>29,10</b>	36,29	<b>29,53</b>	37,55	<b>29,92</b>
35	15	42,50	<b>28,55</b>	36,48	<b>28,37</b>	38,24	<b>29,64</b>
36	14	35,56	<b>28,46</b>	36,66	<b>27,58</b>	38,48	<b>29,44</b>
37	13	35,71	<b>27,24</b>	31,89	<b>26,93</b>	38,71	<b>28,35</b>
38	12	33,84	<b>27,30</b>	31,80	<b>26,42</b>	38,95	<b>27,04</b>
39	11	32,25	<b>26,06</b>	31,31	<b>25,53</b>	35,85	<b>26,96</b>
40	10	32,18	<b>25,27</b>	31,21	<b>24,88</b>	35,42	<b>25,66</b>
41	9	32,11	<b>24,74</b>	27,57	<b>24,22</b>	32,57	<b>25,29</b>
42	8	29,13	<b>24,32</b>	26,82	<b>23,51</b>	27,64	<b>24,63</b>
43	7	28,87	<b>23,70</b>	24,55	<b>23,10</b>	26,51	<b>24,33</b>
44	6	<b>22,47</b>	22,77	24,07	<b>22,20</b>	23,27	<b>23,00</b>
45	5	<b>21,84</b>	<b>21,84</b>	<b>21,40</b>	21,44	22,67	<b>22,21</b>
46	4	<b>21,22</b>	<b>21,22</b>	<b>20,77</b>	<b>20,77</b>	22,06	<b>21,59</b>
47	3	<b>20,59</b>	20,65	20,13	<b>20,06</b>	21,45	<b>20,99</b>
48	2	<b>19,96</b>	20,02	<b>19,59</b>	<b>19,59</b>	20,84	<b>20,36</b>
49	1	<b>19,34</b>	<b>19,34</b>	<b>18,83</b>	<b>18,83</b>	20,24	<b>19,74</b>
50	0	<b>18,78</b>	<b>18,78</b>	<b>18,20</b>	<b>18,20</b>	19,70	<b>19,12</b>

**Tablo 6.** 100-75 Problemleri İçin Elde Edilen Sonuçlar

$w_1$	$w_2$	100-75-1		100-75-2		100-75-3	
		$Z_{GAMS}$	$Z_{TB}$	$Z_{GAMS}$	$Z_{TB}$	$Z_{GAMS}$	$Z_{TB}$
0	50	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	-	<b>30,00</b>
1	49	-	<b>25,50</b>	-	<b>25,50</b>	-	<b>30,40</b>
2	48	-	<b>26,00</b>	-	<b>26,00</b>	-	<b>30,80</b>
3	47	-	<b>26,50</b>	-	<b>26,50</b>	-	<b>31,17</b>
4	46	-	<b>26,98</b>	-	<b>27,00</b>	-	<b>31,59</b>
5	45	-	<b>27,49</b>	-	<b>27,50</b>	-	<b>31,94</b>
6	44	-	<b>27,99</b>	-	<b>28,00</b>	-	<b>32,34</b>
7	43	-	<b>28,49</b>	-	<b>28,50</b>	-	<b>32,80</b>
8	42	-	<b>29,00</b>	-	<b>29,00</b>	-	<b>33,20</b>
9	41	30,14	<b>29,49</b>	-	<b>29,50</b>	-	<b>33,60</b>
10	40	-	<b>30,00</b>	-	<b>30,00</b>	-	<b>34,00</b>
11	39	-	<b>30,49</b>	-	<b>30,50</b>	-	<b>34,40</b>
12	38	-	<b>30,99</b>	-	<b>31,00</b>	-	<b>34,66</b>
13	37	-	<b>31,50</b>	-	<b>31,50</b>	-	<b>35,20</b>
14	36	-	<b>32,00</b>	-	<b>32,00</b>	-	<b>35,54</b>
15	35	-	<b>32,49</b>	-	<b>31,92</b>	-	<b>35,88</b>
16	34	-	<b>32,98</b>	-	<b>33,00</b>	-	<b>36,18</b>
17	33	-	<b>33,18</b>	-	<b>32,91</b>	-	<b>36,54</b>
18	32	34,00	<b>33,62</b>	-	<b>33,11</b>	-	<b>37,20</b>
19	31	34,50	<b>33,21</b>	-	<b>33,80</b>	-	<b>37,60</b>
20	30	35,00	<b>34,45</b>	-	<b>32,89</b>	-	<b>38,00</b>
21	29	35,50	<b>33,63</b>	-	<b>33,64</b>	-	<b>38,36</b>
22	28	36,00	<b>34,74</b>	-	<b>33,15</b>	-	<b>38,76</b>
23	27	36,50	<b>34,28</b>	-	<b>33,91</b>	-	<b>39,16</b>
24	26	37,00	<b>35,52</b>	-	<b>34,62</b>	-	<b>39,41</b>
25	25	37,50	<b>34,64</b>	-	<b>33,69</b>	-	<b>37,49</b>
26	24	38,00	<b>34,04</b>	-	<b>33,51</b>	-	<b>37,26</b>
27	23	38,50	<b>33,45</b>	-	<b>32,60</b>	-	<b>36,68</b>
28	22	39,00	<b>32,96</b>	-	<b>31,72</b>	-	<b>36,11</b>
29	21	39,50	<b>32,14</b>	-	<b>31,24</b>	-	<b>35,93</b>
30	20	40,00	<b>31,86</b>	34,40	<b>30,44</b>	-	<b>35,26</b>
31	19	40,50	<b>30,97</b>	34,55	<b>29,83</b>	-	<b>34,66</b>
32	18	41,00	<b>30,44</b>	34,61	<b>29,07</b>	-	<b>34,04</b>
33	17	34,89	<b>29,72</b>	34,61	<b>28,58</b>	-	<b>33,57</b>
34	16	35,04	<b>29,17</b>	34,75	<b>27,84</b>	-	<b>33,29</b>
35	15	35,40	<b>28,71</b>	35,01	<b>27,31</b>	-	<b>32,38</b>
36	14	35,56	<b>27,69</b>	35,16	<b>26,59</b>	-	<b>31,81</b>
37	13	35,71	<b>27,02</b>	30,22	<b>25,83</b>	-	<b>31,20</b>
38	12	31,19	<b>26,58</b>	30,06	<b>25,21</b>	-	<b>30,66</b>
39	11	31,09	<b>25,75</b>	26,70	<b>24,70</b>	-	<b>30,76</b>
40	10	27,95	<b>25,42</b>	26,42	<b>24,05</b>	-	<b>30,30</b>
41	9	27,77	<b>24,94</b>	23,83	<b>23,19</b>	-	<b>29,74</b>
42	8	27,47	<b>24,10</b>	23,32	<b>22,41</b>	-	<b>28,93</b>
43	7	22,72	<b>22,71</b>	22,80	<b>21,76</b>	-	<b>28,65</b>
44	6	<b>22,09</b>	22,97	<b>20,62</b>	21,11	-	<b>28,01</b>
45	5	<b>21,45</b>	22,16	19,95	<b>19,92</b>	-	<b>28,49</b>
46	4	<b>20,80</b>	21,67	19,29	<b>19,09</b>	-	<b>26,79</b>
47	3	<b>20,17</b>	<b>20,17</b>	18,62	<b>18,57</b>	-	<b>26,60</b>
48	2	<b>19,53</b>	20,50	17,97	<b>17,74</b>	-	<b>26,20</b>
49	1	<b>18,90</b>	19,62	<b>17,31</b>	17,92	-	<b>25,31</b>
50	0	18,29	<b>18,26</b>	16,60	<b>16,46</b>	-	<b>26,00</b>

**Tablo 7.** 100-95 Problemleri İçin Elde Edilen Sonuçlar

$w_1$	$w_2$	100-95-1		100-95-2		100-95-3	
		$z_{GAMS}$	$z_{TB}$	$z_{GAMS}$	$z_{TB}$	$z_{GAMS}$	$z_{TB}$
0	50	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>
1	49	-	<b>25,50</b>	-	<b>25,54</b>	-	<b>25,73</b>
2	48	-	<b>25,99</b>	-	<b>26,14</b>	-	<b>26,39</b>
3	47	-	<b>26,48</b>	-	<b>26,75</b>	-	<b>27,09</b>
4	46	-	<b>26,98</b>	-	<b>27,23</b>	-	<b>27,73</b>
5	45	-	<b>27,48</b>	-	<b>27,76</b>	-	<b>28,63</b>
6	44	-	<b>27,97</b>	-	<b>28,21</b>	-	<b>29,28</b>
7	43	-	<b>28,46</b>	-	<b>28,79</b>	-	<b>30,09</b>
8	42	-	<b>28,94</b>	-	<b>29,56</b>	-	<b>30,49</b>
9	41	-	<b>29,46</b>	-	<b>30,18</b>	-	<b>31,32</b>
10	40	-	<b>29,95</b>	-	<b>30,51</b>	-	<b>32,25</b>
11	39	-	<b>30,44</b>	-	<b>31,12</b>	-	<b>33,00</b>
12	38	-	<b>30,91</b>	-	<b>32,20</b>	-	<b>33,21</b>
13	37	-	<b>31,44</b>	-	<b>32,41</b>	-	<b>33,73</b>
14	36	-	<b>31,92</b>	-	<b>33,06</b>	-	<b>34,60</b>
15	35	-	<b>32,43</b>	-	<b>33,61</b>	-	<b>33,84</b>
16	34	-	<b>32,92</b>	-	<b>34,09</b>	-	<b>35,05</b>
17	33	-	<b>33,37</b>	-	<b>33,99</b>	-	<b>35,08</b>
18	32	-	<b>33,91</b>	-	<b>35,36</b>	-	<b>34,78</b>
19	31	-	<b>34,41</b>	-	<b>35,28</b>	-	<b>35,03</b>
20	30	-	<b>34,89</b>	-	<b>36,44</b>	-	<b>35,31</b>
21	29	-	<b>35,38</b>	-	<b>36,60</b>	37,89	<b>35,55</b>
22	28	-	<b>35,89</b>	37,74	<b>37,08</b>	38,50	<b>36,98</b>
23	27	37,69	<b>36,39</b>	38,32	<b>37,91</b>	39,12	<b>36,52</b>
24	26	-	<b>36,88</b>	38,90	<b>38,20</b>	39,73	<b>36,26</b>
25	25	38,80	<b>34,64</b>	39,48	<b>34,97</b>	40,35	<b>35,24</b>
26	24	39,35	<b>33,93</b>	40,06	<b>34,33</b>	40,96	<b>34,74</b>
27	23	39,90	<b>33,42</b>	40,64	<b>33,87</b>	41,57	<b>34,20</b>
28	22	40,45	<b>32,89</b>	41,22	<b>33,31</b>	42,19	<b>33,49</b>
29	21	41,00	<b>32,08</b>	41,80	<b>32,80</b>	42,80	<b>33,14</b>
30	20	41,56	<b>31,69</b>	40,02	<b>32,18</b>	40,00	<b>32,38</b>
31	19	-	<b>31,24</b>	40,52	<b>31,26</b>	40,50	<b>31,69</b>
32	18	42,52	<b>30,23</b>	35,26	<b>30,62</b>	-	<b>31,28</b>
33	17	43,08	<b>29,54</b>	35,10	<b>30,15</b>	41,50	<b>30,64</b>
34	16	43,63	<b>29,12</b>	35,49	<b>29,37</b>	42,00	<b>30,06</b>
35	15	36,45	<b>28,38</b>	35,65	<b>29,29</b>	36,17	<b>29,25</b>
36	14	36,64	<b>27,91</b>	31,51	<b>28,92</b>	36,35	<b>28,87</b>
37	13	36,82	<b>27,37</b>	30,99	<b>28,02</b>	33,99	<b>28,11</b>
38	12	32,72	<b>26,43</b>	30,88	<b>27,01</b>	32,47	<b>27,49</b>
39	11	32,25	<b>26,08</b>	27,92	<b>26,51</b>	32,42	<b>27,04</b>
40	10	28,46	<b>25,43</b>	27,61	<b>26,09</b>	28,57	<b>26,61</b>
41	9	28,15	<b>24,69</b>	26,01	<b>25,55</b>	28,29	<b>25,68</b>
42	8	27,87	<b>24,27</b>	25,54	<b>24,71</b>	25,67	<b>25,15</b>
43	7	22,89	<b>22,87</b>	24,66	<b>24,54</b>	25,21	<b>25,17</b>
44	6	<b>22,26</b>	23,08	24,19	<b>23,94</b>	24,75	<b>24,45</b>
45	5	<b>21,62</b>	22,31	23,76	<b>22,72</b>	22,84	<b>22,83</b>
46	4	20,99	<b>20,93</b>	<b>21,51</b>	22,57	<b>22,24</b>	22,28
47	3	20,36	<b>20,35</b>	20,90	<b>20,88</b>	<b>21,63</b>	21,66
48	2	<b>19,74</b>	20,31	<b>20,28</b>	<b>20,28</b>	<b>21,02</b>	21,78
49	1	<b>19,11</b>	19,66	19,66	<b>19,64</b>	20,42	<b>20,39</b>
50	0	18,49	<b>18,41</b>	19,09	<b>19,04</b>	19,84	<b>19,76</b>

Tablo 8. 150-75 Problemleri İçin Elde Edilen Sonuçlar

$w_1$	$w_2$	150-75-1		150-75-2		150-75-3	
		$z_{GAMS}$	$z_{TB}$	$z_{GAMS}$	$z_{TB}$	$z_{GAMS}$	$z_{TB}$
0	50	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	-	<b>25,00</b>
1	49	-	<b>25,51</b>	-	<b>25,51</b>	-	<b>25,50</b>
2	48	-	<b>26,01</b>	-	<b>26,02</b>	-	<b>26,00</b>
3	47	-	<b>26,52</b>	-	<b>26,53</b>	-	<b>26,50</b>
4	46	-	<b>27,02</b>	-	<b>27,04</b>	-	<b>27,00</b>
5	45	-	<b>27,53</b>	-	<b>27,55</b>	-	<b>27,50</b>
6	44	-	<b>28,04</b>	-	<b>28,00</b>	-	<b>28,00</b>
7	43	-	<b>28,54</b>	-	<b>28,50</b>	-	<b>28,50</b>
8	42	<b>29,00</b>	29,05	-	<b>29,00</b>	-	<b>28,97</b>
9	41	-	<b>29,54</b>	-	<b>29,50</b>	-	<b>29,47</b>
10	40	-	<b>30,05</b>	-	<b>30,00</b>	-	<b>29,97</b>
11	39	-	<b>30,57</b>	-	<b>30,50</b>	-	<b>30,49</b>
12	38	-	<b>31,07</b>	-	<b>31,00</b>	-	<b>30,99</b>
13	37	<b>31,50</b>	31,58	-	<b>31,50</b>	-	<b>31,50</b>
14	36	-	<b>32,09</b>	-	<b>32,00</b>	-	<b>31,99</b>
15	35	-	<b>32,59</b>	-	<b>32,50</b>	-	<b>32,49</b>
16	34	-	<b>33,10</b>	-	<b>33,00</b>	-	<b>32,99</b>
17	33	-	<b>33,60</b>	-	<b>33,43</b>	-	<b>33,49</b>
18	32	-	<b>33,59</b>	-	<b>33,63</b>	-	<b>33,79</b>
19	31	-	<b>33,68</b>	-	<b>33,77</b>	-	<b>34,22</b>
20	30	-	<b>33,65</b>	-	<b>33,78</b>	-	<b>34,14</b>
21	29	-	<b>34,02</b>	-	<b>34,08</b>	-	<b>33,90</b>
22	28	-	<b>34,22</b>	-	<b>34,97</b>	-	<b>34,57</b>
23	27	-	<b>34,79</b>	-	<b>35,32</b>	-	<b>35,69</b>
24	26	-	<b>34,88</b>	-	<b>34,69</b>	-	<b>34,83</b>
25	25	-	<b>34,60</b>	-	<b>34,47</b>	-	<b>35,88</b>
26	24	-	<b>33,66</b>	-	<b>34,00</b>	-	<b>35,59</b>
27	23	-	<b>32,92</b>	-	<b>33,43</b>	-	<b>35,35</b>
28	22	-	<b>32,22</b>	-	<b>32,72</b>	-	<b>36,58</b>
29	21	-	<b>31,54</b>	-	<b>32,36</b>	-	<b>36,30</b>
30	20	-	<b>31,01</b>	-	<b>31,49</b>	-	<b>36,39</b>
31	19	-	<b>30,34</b>	-	<b>30,88</b>	-	<b>37,13</b>
32	18	34,73	<b>29,56</b>	35,59	<b>30,33</b>	-	<b>36,55</b>
33	17	34,67	<b>29,05</b>	35,76	<b>29,80</b>	-	<b>37,10</b>
34	16	34,79	<b>28,35</b>	35,83	<b>28,92</b>	-	<b>36,79</b>
35	15	34,88	<b>27,82</b>	36,11	<b>28,58</b>	-	<b>36,47</b>
36	14	31,40	<b>27,47</b>	36,29	<b>27,87</b>	-	<b>38,17</b>
37	13	31,18	<b>26,47</b>	36,46	<b>27,24</b>	-	<b>37,91</b>
38	12	30,58	<b>25,86</b>	31,53	<b>26,49</b>	-	<b>38,58</b>
39	11	27,33	<b>25,02</b>	31,33	<b>26,06</b>	-	<b>38,08</b>
40	10	27,00	<b>24,89</b>	31,23	<b>25,36</b>	-	<b>33,13</b>
41	9	24,53	<b>23,16</b>	27,58	<b>24,97</b>	-	<b>32,08</b>
42	8	24,03	<b>22,57</b>	27,28	<b>24,39</b>	-	<b>32,01</b>
43	7	23,53	<b>21,96</b>	24,82	<b>23,55</b>	-	<b>27,78</b>
44	6	21,23	<b>21,20</b>	22,03	<b>21,87</b>	-	<b>24,90</b>
45	5	<b>20,57</b>	20,65	<b>21,40</b>	21,95	-	<b>24,38</b>
46	4	19,91	<b>19,87</b>	20,75	<b>20,46</b>	-	<b>21,42</b>
47	3	19,26	<b>18,93</b>	<b>20,12</b>	20,38	-	<b>21,01</b>
48	2	<b>18,59</b>	18,60	<b>19,48</b>	19,51	-	<b>20,26</b>
49	1	<b>17,93</b>	17,95	<b>18,84</b>	19,71	-	<b>19,90</b>
50	0	17,30	<b>16,94</b>	<b>18,25</b>	18,90	-	<b>19,00</b>

**Tablo 9.** 150-95 Problemleri İçin Elde Edilen Sonuçlar

<b>w<sub>1</sub></b>	<b>w<sub>2</sub></b>	<b>150-95-1</b>		<b>150-95-2</b>		<b>150-95-3</b>	
		<b>Z<sub>GAMS</sub></b>	<b>Z<sub>TB</sub></b>	<b>Z<sub>GAMS</sub></b>	<b>Z<sub>TB</sub></b>	<b>Z<sub>GAMS</sub></b>	<b>Z<sub>TB</sub></b>
0	50	-	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>	<b>25,00</b>
1	49	-	<b>25,50</b>	-	<b>25,42</b>	-	<b>25,48</b>
2	48	-	<b>26,00</b>	-	<b>25,85</b>	-	<b>25,96</b>
3	47	-	<b>26,50</b>	-	<b>26,27</b>	-	<b>26,43</b>
4	46	-	<b>27,00</b>	-	<b>26,71</b>	-	<b>26,92</b>
5	45	-	<b>27,50</b>	-	<b>27,13</b>	-	<b>27,41</b>
6	44	-	<b>28,00</b>	-	<b>27,55</b>	-	<b>27,89</b>
7	43	-	<b>28,50</b>	-	<b>27,98</b>	-	<b>28,36</b>
8	42	-	<b>29,00</b>	-	<b>28,41</b>	-	<b>28,84</b>
9	41	-	<b>29,50</b>	-	<b>28,84</b>	-	<b>29,30</b>
10	40	-	<b>30,00</b>	-	<b>29,24</b>	-	<b>29,82</b>
11	39	-	<b>30,50</b>	-	<b>29,69</b>	-	<b>30,28</b>
12	38	-	<b>31,00</b>	-	<b>30,12</b>	-	<b>30,76</b>
13	37	-	<b>31,49</b>	-	<b>30,54</b>	-	<b>31,26</b>
14	36	-	<b>31,99</b>	-	<b>30,94</b>	-	<b>31,75</b>
15	35	-	<b>32,49</b>	-	<b>31,37</b>	-	<b>32,23</b>
16	34	-	<b>32,99</b>	-	<b>31,79</b>	-	<b>32,71</b>
17	33	-	<b>33,50</b>	-	<b>32,23</b>	-	<b>33,19</b>
18	32	-	<b>34,00</b>	-	<b>32,67</b>	-	<b>33,63</b>
19	31	-	<b>34,50</b>	-	<b>33,10</b>	-	<b>34,11</b>
20	30	-	<b>35,00</b>	-	<b>33,47</b>	-	<b>34,64</b>
21	29	-	<b>35,50</b>	36,59	<b>33,91</b>	-	<b>35,12</b>
22	28	-	<b>36,00</b>	-	<b>34,34</b>	-	<b>35,55</b>
23	27	-	<b>36,50</b>	37,70	<b>34,76</b>	37,84	<b>36,08</b>
24	26	-	<b>35,86</b>	38,25	<b>35,23</b>	-	<b>36,48</b>
25	25	-	<b>34,68</b>	-	<b>33,95</b>	38,96	<b>34,03</b>
26	24	-	<b>34,86</b>	39,35	<b>33,25</b>	39,51	<b>33,33</b>
27	23	-	<b>34,07</b>	39,84	<b>32,65</b>	-	<b>32,62</b>
28	22	-	<b>33,00</b>	40,39	<b>32,26</b>	40,63	<b>32,00</b>
29	21	-	<b>32,77</b>	40,94	<b>31,29</b>	41,19	<b>31,61</b>
30	20	-	<b>32,57</b>	41,49	<b>30,90</b>	41,75	<b>30,76</b>
31	19	-	<b>31,24</b>	42,04	<b>30,13</b>	41,46	<b>30,33</b>
32	18	-	<b>30,39</b>	42,59	<b>29,97</b>	-	<b>29,56</b>
33	17	-	<b>30,21</b>	43,14	<b>28,99</b>	41,52	<b>28,74</b>
34	16	-	<b>30,36</b>	43,71	<b>28,17</b>	42,02	<b>28,25</b>
35	15	-	<b>28,97</b>	44,26	<b>27,65</b>	35,41	<b>27,46</b>
36	14	-	<b>28,82</b>	34,89	<b>27,09</b>	35,36	<b>27,36</b>
37	13	-	<b>28,36</b>	35,39	<b>26,10</b>	31,51	<b>26,67</b>
38	12	-	<b>28,58</b>	31,88	<b>25,71</b>	30,15	<b>25,77</b>
39	11	-	<b>27,07</b>	30,45	<b>25,04</b>	27,12	<b>25,20</b>
40	10	-	<b>26,34</b>	27,07	<b>24,00</b>	27,37	<b>24,44</b>
41	9	-	<b>25,61</b>	26,76	<b>23,97</b>	24,48	<b>24,07</b>
42	8	-	<b>25,72</b>	23,84	<b>22,98</b>	23,94	<b>23,23</b>
43	7	-	<b>25,17</b>	23,24	<b>22,90</b>	23,48	<b>22,55</b>
44	6	-	<b>23,67</b>	<b>21,14</b>	21,58	23,09	<b>22,54</b>
45	5	-	<b>22,93</b>	<b>20,47</b>	20,87	20,47	<b>20,46</b>
46	4	-	<b>22,32</b>	<b>19,81</b>	19,86	19,79	<b>19,75</b>
47	3	-	<b>21,53</b>	<b>19,20</b>	19,57	19,12	<b>19,08</b>
48	2	-	<b>21,13</b>	<b>18,54</b>	<b>18,54</b>	<b>18,46</b>	19,09
49	1	-	<b>20,48</b>	<b>17,89</b>	<b>17,89</b>	17,80	<b>17,77</b>
50	0	-	<b>21,05</b>	<b>17,24</b>	<b>17,24</b>	17,11	<b>17,09</b>

**Tablo 10. Özet Sonuç Tablosu**

<i>problem</i>	$\bar{Z}_{GAMS}$	$\bar{Z}_{TB}$	$n_{GAMS}$	$n_{TB}$	$\bar{t}_{GAMS}$	$\bar{t}_{TB}$
50-75-1	30,51	28,98	50	51	238	180
50-75-2	33,81	32,66	27	51	270	140
50-75-3	30,11	29,50	24	51	255	158
50-95-1	32,87	28,78	34	51	290	171
50-95-2	31,63	28,67	33	51	128	180
50-95-3	34,08	28,95	36	51	222	171
100-75-1	31,53	28,69	35	51	310	282
100-75-2	26,45	27,86	22	51	2446	287
100-75-3	-	33,04	0	51	7200	318
100-95-1	31,77	28,84	27	51	292	286
100-95-2	31,32	29,52	30	51	337	334
100-95-3	32,80	29,93	30	51	484	125
150-75-1	26,32	28,21	22	51	4315	300
150-75-2	27,78	28,68	20	51	353	158
150-75-3	-	31,30	0	51	7200	457
150-95-1	-	29,33	0	51	7200	682
150-95-2	31,83	27,94	29	51	2095	395
150-95-3	30,17	28,29	26	51	574	285
<i>ortalama</i>	30,87	29,40	24,72	51,00	1900,50	272,72

Tablo 4-9’da verilen ayrıntılı sonuçlar Tablo 10’da özetlenmiştir. Tablo 10 yedi sütundan oluşmaktadır. İlk sütunda problem adı, ikinci sütunda GAMS/Dicopt ile elde edilen amaç fonksiyonu değerlerinin ortalaması ( $\bar{Z}_{GAMS}$ ), üçüncü sütunda TB algoritması ile elde edilen amaç fonksiyonlarının ortalaması ( $\bar{Z}_{TB}$ ), diğer sütunlarda ise sırasıyla 51 farklı ağırlık çiftinden oluşan bir ağırlık seti için elde edilen uygun çözüm sayıları ( $n_{GAMS}$ ,  $n_{TB}$ ) ve ortalama çözüm süreleri ( $\bar{t}_{GAMS}$ ,  $\bar{t}_{TB}$ ) verilmiştir.

Tablo 10’dan da görülebileceği gibi TB algoritması hem çözüm kalitesi, hem elde edilen uygun çözüm sayısı, hem de süre açısından GAMS/Dicopt’tan daha başarılı olmuştur.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER (CONCLUSION AND RECOMMENDATIONS)

Bu çalışmada, ajan yeteneklerine bağlı olarak her işin her ajana atanmadığı durumu ifade eden uygunluk kısıtlarının olduğu MRGAP ele alınmıştır. MRGAP’ta en iyi ajan sayısının belirlenmesi önemli olmasına rağmen, literatürde genellikle ajan sayısının bilindiği ve sabit olduğu varsayılmaktadır. Bu çalışmada ajan sayısının enküçüklenmesi amacı, ajan yüklerinin kareleri toplamının enküçüklenmesi amacı ile birlikte ele alınmıştır.

Geliştirilen matematiksel modelin amaçları, ağırlıklı toplam yöntemi ile birleştirilmiş ve model GAMS paket programının Dicopt çözücü ile çözülmüştür. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için bir TB algoritması geliştirilmiştir. Rassal olarak türetilen test problemleri, önerilen yöntemler ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. 18 problemin 3’ünde GAMS/Dicopt ile hiçbir ağırlık çifti için süre limiti içinde uygun çözüm elde edilememiştir. Büyük boyutlu problemler için kullanılan TB algoritması ise test problemlerinin %95’inde GAMS ile aynı ya da daha başarılı çözümlere ulaşmıştır. TB algoritması hem çözüm kalitesi, hem elde edilen uygun çözüm sayısı, hem de süre açısından GAMS/Dicopt’tan daha başarılı olmuştur.

Gelecek çalışmalarda, amaçların birleştirilmesinde farklı çok amaçlı yöntemler kullanılarak başarıları karşılaştırılabilir.

## KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Ahmed, Z.H., Performance analysis of hybrid genetic algorithms for the generalized assignment problem, IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, 19 (9), 216-222, 2019.

- [2] Bender, M., Thielen, C., Westphal, S., Packing items into several bins facilitates approximating the separable assignment problem, *Information Processing Letters*, 115, 570–575, 2015.
- [3] D’Ambrosio, C., Martello, S., Monaci, M., Lower and upper bounds for the non-linear generalized assignment problem, *Computers and Operations Research*, 120, 104933, 2020.
- [4] De Armas, L., Valdes, D., Morell, C., Bello, R., Solutions to storage spaces allocation problem for import containers by exact and heuristic methods, *Computación y Sistemas*, 23(1), 197–211, 2019.
- [5] Dörterler, M., A New Genetic algorithm with agent-based crossover for the generalized assignment problem, *Journal of Information Technology and Control*, 48(3), 389–400, 2019.
- [6] Dörtler, M., Bay, Ö.F., Akçayol, M.A., A modified genetic algorithm for a special case of the generalized assignment problem, *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 25, 794–805, 2017.
- [7] Fadaei S., Bichler, M., Generalized assignment problem: Truthful mechanism design without money, *Operations Research Letters*, 45, 72–76, 2017.
- [8] Haddadi, S., Variable-fixing then subgradient optimization guided very large scale neighborhood search for the generalized assignment problem, *4OR*, 17, 261–295, 2019.
- [9] Litvinchev, I., Mata, M., Saucedo, J., Rangel, S., Improved lagrangian bounds and heuristics for the generalized assignment problem, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 56(5), 803–809, 2017.
- [10] Liu, Y.Y., Wang, S.A., Scalable parallel genetic algorithm for the generalized assignment problem, *Parallel Computing*, 46, 98–119, 2015.
- [11] Luo, L., Chakraborty, N., Sycara, K., Distributed algorithms for multirobot task assignment with task deadline constraints, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 12 (3), 876–888, 2015.
- [12] Valentin, E., de Freitas, R., Barreto, R., Towards optimal solutions for the low power hard real-time task allocation on multiple heterogeneous processors, *Science of Computer Programming*, 165, 38–53, 2018.
- [13] Munapo, E., Lesaoana, M., Nyamugure, P., Kumar, S., A transportation branch and bound algorithm for solving the generalized assignment problem, *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 6(3), 217–223, 2015.
- [14] Murthy, I., Ransbotham, S., A new extended formulation of the Generalized Assignment Problem and some associated valid inequalities, *Discrete Applied Mathematics*, 271, 119–143, 2019.
- [15] Dauzère-Pérès, S., Hassoun, M., Sendon, A., A Lagrangian heuristic for minimising risk using multiple heterogeneous metrology tools, *International Journal of Production Research*, 58(4), 1222–1238, 2020.
- [16] Rawitz, D., Voloshin, A., Flexible allocation on related machines with assignment restrictions, *Discrete Applied Mathematics*, 250, 309–321, 2018.
- [17] Sethanana, K., Pitakaso, R., Improved differential evolution algorithms for solving generalized assignment problem, *Expert Systems with Applications*, 45, 450–459, 2016.
- [18] Singh, S.K., Rani, D, A branching algorithm to solve binary problem in uncertain environment: an application in machine allocation problem, *OPSEARCH*, 56, 1007–1023, 2019.

- [19] Wang, J., Liu, K., Li, B., Liu, T., Li, R., Han Z., Delay-Sensitive multi-period computation offloading with reliability guarantees in fog networks, *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 19(9), 2062-2075, 2020.
- [20] Ceselli, A., Fiore, M., Premoli, M., Secci, S., Optimized assignment patterns in Mobile Edge Cloud networks *Computers and Operations Research*, 106, 246–259, 2019.
- [21] Masoud, M., Elhenawy, M., Almanna, M.H., Liu, S.Q., Glaser, S., Rakotonirainy, A., Heuristic approaches to solve e-scooter assignment problem, *IEEE Access*, 7, 175093-175105, 2019.
- [22] Wang, G., Lei, L., Integrated operations scheduling with delivery deadlines, *Computers & Industrial Engineering*, 85, 177–185, 2015.
- [23] Yang, L., Yao, H., Wang, J., Jiang, C., Benslimane, A., Liu Y., Multi-UAV-Enabled load-balance mobile-edge computing for IoT networks, *IEEE Internet of Things Journal*, 7(8), 6898-6908, 2020.
- [24] Fu, Y., Sun, J., Lai, K.K, Leung, J.W.K., A robust optimization solution to bottleneck generalized assignment problem under uncertainty, *Annals of Operations Research*, 233,123–133, 2015.
- [25] Wu, W., Iori M., Martello, S., Yagiura, M., Exact and heuristic algorithms for the interval min-max regret generalized assignment problem, *Computers & Industrial Engineering*, 125, 98–110, 2018.
- [26] Amorim, J.C., Alves, V., de Freitas, E. P., Assessing a swarm-GAP based solution for the task allocation problem in dynamic scenarios, *Expert Systems with Applications*, 152, 113437, 2020.
- [27] Tanganelli, G., Mingozzi, E., Energy-Efficient IoT service brokering with quality of service support, *Sensors*, 19, 693, 2019.
- [28] Xu, Y., Wang, X., Sun, T., Heuristic routing algorithm toward scalable distributed generalized assignment problem, *Soft Computing*, 22, 845–859, 2018.
- [29] Kat B., An algorithm and a decision support system for the panelist assignment problem: The case of TUBITAK, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 36(1), 69-87, 2021.
- [30] LeBlanc, L.J., Shtub, A., Anandalingam, G., Formulating and solving production planning problems, *European Journal of Operational Research*, 112, 54-80, 1999.
- [31] Osman, I.H., “Heuristics For The Generalized Assignment Problem: Simulated Annealing And Tabu Search Approaches”, *OR Spectrum*, 17, p. 211-225, 1995
- [32] Zhang, Z., Li, C., Wang, M.,Wu, Q., A Hybrid Multi-Objective Evolutionary Algorithm Operating Room Assignment Problem, *Journal of Medical Imaging and Health Informatics*, 7(1),47-54, 2017.
- [33] Shtub, A., Kogan, K., Capacity planning by the dynamic multi-resources generalized assignment problem (DMRGAP), *European Journal of Operational Research*, 105, 91-99, 1998.
- [34] Yagiura, M., Iwasaki, S., Ibaraki, T., Glover, F., A very large-scale neighborhood search algorithm for the multi-resource generalized assignment problem, *Discrete Optimization*, 1 (1), 87–98, 2004.
- [35] Mitrović-Minić, S., Punnen, A. P., Local search intensified: Very large-scale variable neighborhood search for the multi-resource generalized assignment problem, *Discrete Optimization*, 6 (4), 370–377, 2009.
- [36] Özçelik, F., Saraç, T., Farklı yeteneklere ve önceliklere sahip ajanların ve aynı ajana atanması gereken işlerin olduğu çok kaynaklı genelleştirilmiş atama problemi için bir hedef programlama modeli, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi Part C: Tasarım ve Teknoloji*, 5 (1) , 75-90, 2017.



- [37] Janak, S.L., Taylor M.S., Floudas C.A., Novel and effective integer optimization approach for the NSF panel-assignment problem: A multiresource and preference-constrained generalized assignment problem, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45, 258-265, 2006.
- [38] Karsu, Ö., Azizoglu, M., The multi-resource agent bottleneck generalised assignment problem, *International Journal of Production Research*, 50 (2), 309-324, 2012.
- [39] Özçelik F., Saraç T., The bottleneck multi resource generalised assignment problem with agent and resources eligibility restrictions, *International Symposium for Production Research*, Vienna, Austria, 13-15 September 2017.
- [40] Karsu, Ö., Azizoglu, M., Bicriteria multiresource generalized assignment problem, *Naval Research Logistics*, 61, 621-636, 2014.
- [41] Fisher, M. L., Jaikumar, R., Van Wassenhove, L. N., A multiplier adjustment method for the generalized assignment problem, *Management Science*, 32(9), 1095-1103, 1986.
- [42] Ehrgott, M., *Multicriteria Optimization*, 2nd ed., 323 p, 2005.
- [43] Kendall, G., 2000, "Artificial Intelligence Methods", <http://www.cs.nott.ac.uk/~pszgxk/aim/>, Erişim tarihi: 21.06.2021.