Hacettepe Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi
1976 / Cilt 6 / ss. 193 - 206

Serbest Akım Derişiminin Özelikleri Değişen Sınır Tabakasındaki Termodinamik Kenetlenmeye Etkileri

2. Duvar Düzlemine Dik İki Boyutlu Akış İçin

The Effect of Free Stream Concentration on Thermodynamic Coupling in Variable Property Boundary Layer

2. Plane Stagnation Flow

Aysel Atımtay*

ÖZET: Bu çalışma, duvar düzlemine dik iki boyutlu akış için dış (serbest) akım içerisine duvardan gaz püskürtüldüğünde aynı anda meydana gelen ısı ve kütle aktarımı probleminin analitik olarak incelenmesidir. Daha önce aynı problemin analitik çözümlemesi plâka sistemi için yapılmıştır. Burada ele alınan sistemde oluşan sınır tabakasında, değişen fiziksel özeliklerin ve itimli konveksiyon, difüzyon, termodinamik kenetlenme gibi mekanizmaların aynı anda olan ısı ve kütle aktarımı üzerindeki etkileri göz önüne alınmıştır. Serbest akım, hava veya hava ve püskürtülen gaz (helyum, hidrojen gibi) karışımıdır. Çalışmanın amacı serbest akımda püskürtülen gazın derişimi değiştiğinde termodinamik kenetlenme üzerinde yaratacağı etkinin geniş T_w/T_e aralığında saptanmasıdır.

SUMMARY: This study is an analytical investigation of simultaneous heat and mass transfer for plane stagnation flow where a gas (helium or hydrogen) is injected from the wall into a flowing external stream. Same type of problem was treated before for flow over a flat plate. The effects of variable physical properties and the mechanism of forced convection, diffusion and thermodynamic coupling on heat and mass transfer have been considered for plane stagnation flow. The free stream is taken to be air or a mixture of air and the injected specie. The studies

* Hacettepe Üniversitesi, Kimya Fakültesi Kimya Mühendisliği Bölümü.

are focused on the effect which free stream concentration of the injected specie has upon the role of thermodynamic coupling; over a wide range of T_w/T_e.

GİRİŞ

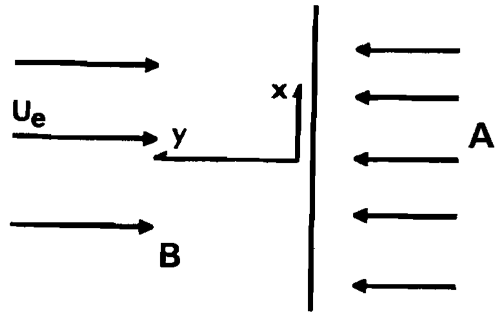
Uzay araçlarının atmosfere girişinde araç duvarlarının; türbin bıçaklarının ve yanma hücreleri çeperlerinin çok yüksek sıcaklıktaki gazlarla teması söz konusu olmaktadır. Bu araçlar, bıçaklar ve hücre çeperleri yüksek sıcaklığa dayanıklı maddelerden yapılmakta, sıcaklığın bu maddelerin dayanım üst sınırını aşması halinde kütle aktarımı yoluyla soğutulmaktadır. Dış akıma göre daha soğuk bir akışkan, gözenekli duvarlardan sınır tabakasına püskürtülmekte, böylece yüksek sıcaklıktaki akışkanla duvar arasında özelikleri değişen bir tampon tabaka oluşmaktatadır. Bu tabaka yüksek sıcaklıktaki gazların yüzeyle temasa gelmesini önlemektedir.

Sınır tabakasına soğutucu olarak hava püskürtüldüğü zaman deneysel ve kuramsal sonuçlar birbirine uymakta, fakat bazı hafif gazlar, örneğin helyum, püskürtüldüğünde bazı koşullar altında deneysel ve kuramsal sonuçlar arasında büyük farklar görülmekte, havadan yüzeye doğru olan ısı aktarımı azalacağı yerde artmaktadır. Görülen farklar, "*Termodinamik Kenetlenme*" etkisi göz önüne alındığı zaman azalmaktadır. Termodinamik kenetlenme, Soret (sıcaklık farkının neden olduğu kütle aktarımı) ve Dufour (derişim farkının neden olduğu ısı aktarımı) etkilerinden oluşmaktadır. Ele alınacak sınır tabakası problemi, böylece ısı ve kütle aktarımının beraberce olduğu, fiziksel özeliklerin hem sıcaklık hem de derişim ile değiştiği, termodinamik kenetlenmenin de göz önüne alındığı bir problem haline gelmektedir.

Daha önceki makalede[4], düz plâka üzerindeki itimli konveksiyon akımı için serbest akımdaki püskürtülen gaz derişimi değişiminin, *özelikleri sıcaklık ve derişimle değişen sınır tabakasındaki* termodinamik kenetlenmeye olan etkileri incelenmiştir. Bu çalışmada da aynı problem değişik bir sistem için ele alınmıştır. Göz önüne alınan sistem, bir duvar düzlemine dik, iki-boyutlu itimli konveksiyon akımı olan bir sistemdir. Bu tür akışlar sadece düz duvar yakınında değil, aynı zamanda durgunluk noktası etrafında küt bir burnu olan silindirik cisimler yakınında da görülür.

MATEMATİKSEL BAĞINTILAR

Şekil 1 de, incelenen sistem görülmektedir. Duvar gözenekli bir maddeden yapılmıştır. Dış akıma doğru püskürtülen gaz A (H_2, He, CO_2



Şekil 1
Duvar düzlemine dik iki-boyutlu akış için koordinat sistemi.

veya hava), dış akım da B (hava veya hava ve püskürtülen gazın değişik oranlardaki karışımı) dır. Sınır tabakasındaki gaz karışımının fiziksel özelikleri sıcaklık ve derişim ile değişmektedir.

Sistemdeki parametreler A'nın püskürtülme hızı F(0), duvar sıcaklığı T_w, serbest akım sıcaklığı T_e ve serbest akımda püskürtülen gaz derişimi X_{A_e} dir.

Düz plâka üzerinde akışın olduğu sistem için yapılan varsayımlar[4] burada da geçerlidir. Ayrıca sınır tabakası problemleri için gerekli standard yaklaştırmalar[1,2] yapılmıştır. Burada üç tip matematiksel çözüm ile ilgilenilmektedir:

1. Soret ve Dufour etkilerinin beraberce düşünülmesiyle bulunan çözüm (TD ve DT beraber);

2. Sadece Dufour etkisi düşünülerek bulunan çözüm (sadece DT),

3. Soret etkisinin ihmal edilmesi, fakat Dufour etkisinin doğrusal değişimli düşünülmesi ile bulunan yaklaşık çözüm.

Momentum, enerji ve kütlenin korunumu yasalarının en genel şekilleriyle sınır tabakası için yazılması ve yapılan yaklaştırmalara göre bazı terimlerin ihmal edilerek "standart sınır tabakası denklemleri"nin çıkarılışı çeşitli kaynaklarda[1,2] verilmiştir. Bundan dolayı burada sadece ele alınan sistemdeki değişken özelikli sınır tabakasına bu denklemlerin uygulanması verilecektir.

$$\text{Süreklilik} \quad : \quad \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\text{Momentum}: \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \rho g_x \tag{2}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y \tag{3}$$

Difüzyon : $$\rho u \frac{\partial \omega_A}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \omega_A}{\partial y} = -\frac{\partial j_A}{\partial y} \tag{4}$$

Enerji : $$\rho u C_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\partial q}{\partial y} - \left(C_{p_A} - C_{p_B} \right) j_A \frac{\partial T}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + u \frac{\partial p}{\partial x} \tag{5}$$

Burada

$$j_A = -\rho D \left(\frac{\partial \omega_A}{\partial y} + \frac{\alpha \omega_A (1-\omega_A)}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \tag{6}$$

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial y} + \alpha R T \frac{M}{M_A M_B} j_A \tag{7}$$

dır. j_A, derişim ve Soret etkisinden ileri gelen kütle akısını; q, Fourier iletimi ve Dufour etkisinden ileri gelen ısı akısını göstermektedir.

Sınır Koşulları;

$$\left.\begin{array}{l} u = 0 \\ \omega_A = \omega_{A_w} \\ T = T_w \\ v = v_w \end{array}\right\} y = 0 \qquad \left.\begin{array}{l} u = U_e \\ \omega_A = \omega_{A_e} \\ T = T_e \end{array}\right\} y \to \infty \tag{8}$$

Duvarın B'ye karşı geçirgen olmadığı varsayıldığından y=0 da B'nin kütle aktarım hızı sıfırdır.

$j_B = -j_A$ alınabilir. O halde

$$v_w = -\left.\frac{j_B}{\rho_B}\right|_w = -\frac{D}{1-\omega_A} \left[\frac{\partial \omega_A}{\partial y} + \frac{\alpha \omega_A (1-\omega_A)}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \Bigg|_w \tag{9}$$

olur. Bu da momentum ve difüzyon denklemleri arasındaki kenetlenmiş sınır koşuludur.

Sınır tabakası için yazılan kısmî diferansiyel denklemlerde u ve v, U_e ile; T ve ω_A da denklem (14) ve (15) e göre boyutsuz hale getirilir. Elde edilen kısmî diferansiyel denklem sistemi, denklem (11), (12), (13) ve (14) de belirtilen, benzer çözüm verebilecek değişken değiştirmeleri yapılarak basit diferansiyel denklem sistemine indirgenir. Böylece sınır tabakası için yazılan eşitlikler sadece bir değişkene (η) bağlı olur.

$$\eta = \sqrt{\frac{U_e}{x\nu_e}} \int_0^y \frac{1}{\Lambda_\mu} dy \tag{10}$$

$$\psi = \sqrt{\frac{U_e x}{\nu_e}} F(\eta) \tag{11}$$

$$\frac{u}{U_e}(\eta, F(0), X_{A_e}, T_w/T_e) = \frac{1}{\Lambda\rho\Lambda_\mu} F'(\eta) \tag{12}$$

$$\frac{v}{U_e}(\eta, F(0), X_{A_e}, T_w/T_e) = -\left(\frac{\nu_e}{U_e x}\right)^{\frac{1}{2}} \Lambda_\rho^{-1} F(\eta) \tag{13}$$

$$\theta(\eta, F(0), X_{A_e}, T_w/T_e) = \frac{T-T_e}{T_w-T_e} \tag{14}$$

$$\varnothing(\eta, F(0), X_{A_e}, T_w/T_e) = \frac{\omega_A-\omega_{A_e}}{\omega_{A_w}-\omega_{A_e}} \tag{15}$$

Değişken değiştirmesi yaptıktan sonra denklem sistemi (1, 2, 3, 4, 5) aşağıdaki şeklini alır:

$$\text{Momentum} : \left(\frac{F'}{\Lambda\rho\Lambda_\mu}\right)'' + F\left(\frac{F'}{\Lambda\rho\Lambda_\mu}\right)' = 0 \tag{16}$$

$$\text{Difüzyon} : \left(\frac{\varnothing'}{Sc}\right)' + F\,\varnothing' + \Delta' = 0 \tag{17}$$

$$\text{Enerji} : \left(\frac{\Lambda_k}{\Lambda_\mu}\theta'\right)' + \Omega\frac{\Lambda_k}{\Lambda_\mu}\theta' + \frac{1}{\frac{T_w}{T_e}-1}\Gamma'$$

$$+ Pr_e E\left[\left(\frac{F'}{\Lambda\rho\Lambda_\mu}\right)'\right]^2 = 0 \tag{18}$$

Burada

$$\Delta = \frac{\alpha\varnothing(1-\omega_{A_w}\varnothing)}{Sc\left[1+\left(\frac{T_w}{T_e}-1\right)\theta\right]}\left(\frac{T_w}{T_e}-1\right)\theta' \tag{19}$$

$$\Omega = Pr_e\left[\Lambda_c F + \omega_{A_w} \Lambda_{c_{AB}} \left(\frac{\varnothing'}{Sc} + \Delta\right)\right] \frac{\Lambda_\mu}{\Lambda_k} \tag{20}$$

$$\Gamma = \alpha\ \omega_{A_w} \left[1 + \left(\frac{T_w}{T_e} - 1\right)\theta\right] \frac{M}{M_A M_B} \frac{R\mu_e}{k_e}\left(\frac{\varnothing'}{Sc} + \Delta\right) \tag{21}$$

$$\Lambda_\mu = \frac{\mu}{\mu_e},\ \Lambda_\rho = \frac{\rho}{\rho_e},\ \Lambda_k = \frac{k}{k_e}$$

$$\Lambda_D = \frac{D}{D_e},\ \Lambda_c = \frac{C_p}{C_{p_e}},\ \Lambda_{c_{AB}} = \frac{C_{PA} - C_{PB}}{C_{p_e}} \tag{22}$$

Pr = Prandtl sayısı

Sc = Schmidt sayısı

E = Eckert sayısı

Boyutsuz sınır koşulları:

$$\left.\begin{array}{l} F = F(0) \\ F'(0) = 0 \\ \varnothing(0) = 1 \\ \theta(0) = 1 \end{array}\right\} \eta = 0 \qquad \left.\begin{array}{l} F'(\infty) \to 1 \\ \varnothing(\infty) \to 0 \\ \theta(\infty) \to 0 \end{array}\right\} \eta \to \infty \tag{23}$$

$$F(0) = \frac{\omega_{A_w}}{1 - \omega_{A_w}} \left(\frac{(\varnothing'(0)}{Sc_w} + \Delta_w\right) \tag{24}$$

olur. Denklem (16, 17, 18) in entegre edilmiş şekilleri ve çözüm yöntemleri düz plâka sistemi için kullanılan yöntemin aynıdır.[4]

SONUÇLAR VE TARTIŞMALARI

1. Isı Aktarımı Sonuçları

1. Soret ve Dufour etkilerinin göz önüne alınmadığı, duvardan da helyum püskürtmesinin yapılmadığı durumda serbest akımdaki helyum derişiminin (X_{A_e}) artmasıyla duvardan geçen ısı akısı (q_{w_o}) da artmaktadır. Bunun nedeni helyum-hava karışımı ısısal iletkenliğinin havaya göre daha büyük olmasıdır.

Serbest akım içerisine gaz püskürtüldüğü zaman ($X_{A_e} = 0$ için) duvardaki ısı akısının, püskürtme olmadığı zamanki ısı akısına oranı, q_w/q_{w_o}, T_w/T_e değeri 1 veya 1 civarında olursa artan püskürtme hızıyla bir artış göstermektedir. Yüzey sürtünme katsayısı da püskürtme hızıyla aynı şekilde değişmektedir. $X_{A_e} = 0{,}5$ olduğunda, yüzey sürtünme katsayısı ve ısı aktarım hızının $X_{A_e} = 0$ için olandan daha büyük olması beklenir. Çünkü sınır tabakasının yoğunluğu daha küçüktür. Fakat Şekil 2 de görüldüğü gibi ısı aktarım hızı ve sürtünme katsayısı azalmaktadır. Bu ele alınan sistemin özeliğinden gelmektedir. Düz plâka üzerindeki akıştan farklı olarak bu sistemde, giderek artan bir dış basınç gradiantı vardır.[2] Bu da yüzey sürtünme katsayısının artmasına neden olur ($T_w/T_e > 1$ ve $T_w/T_e \sim 1$ için.). $X_{A_e} = 0$ iken duvardan helyum püskürtülmeye başlandığında, sınır tabakasının duvara yakın kısımlarının yoğunluğu azaldığından duvara paralel yöndeki hızın artmasıyla sürtünme katsayısında da bir artış görülür. Buna karşın $X_{A_e} = 0{,}5$ için, T_w/T_e nin tüm değerleri için artan He püskürtme hızıyla yüzey sürtünme katsayısı azalmaktadır. Aynı durum hidrojen-hava sistemi için de görülmektedir. Nedeni; serbest akımda helyum derişiminin artmasıyla sınır tabakasının yoğunluğu azalmakta, fakat artan gaz püskürtme hızıyla başka bir olay, sınır tabakasının üflenmesi olayı, işin içine girmektedir. Sınır tabakasının üflenmesiyle yavaş hareket eden partiküller serbest akıma doğru gönderilmekte, bu da hız gradiantının azalmasına, dolayısıyla yüzey sürtünme katsayısının küçülmesine neden olmaktadır.

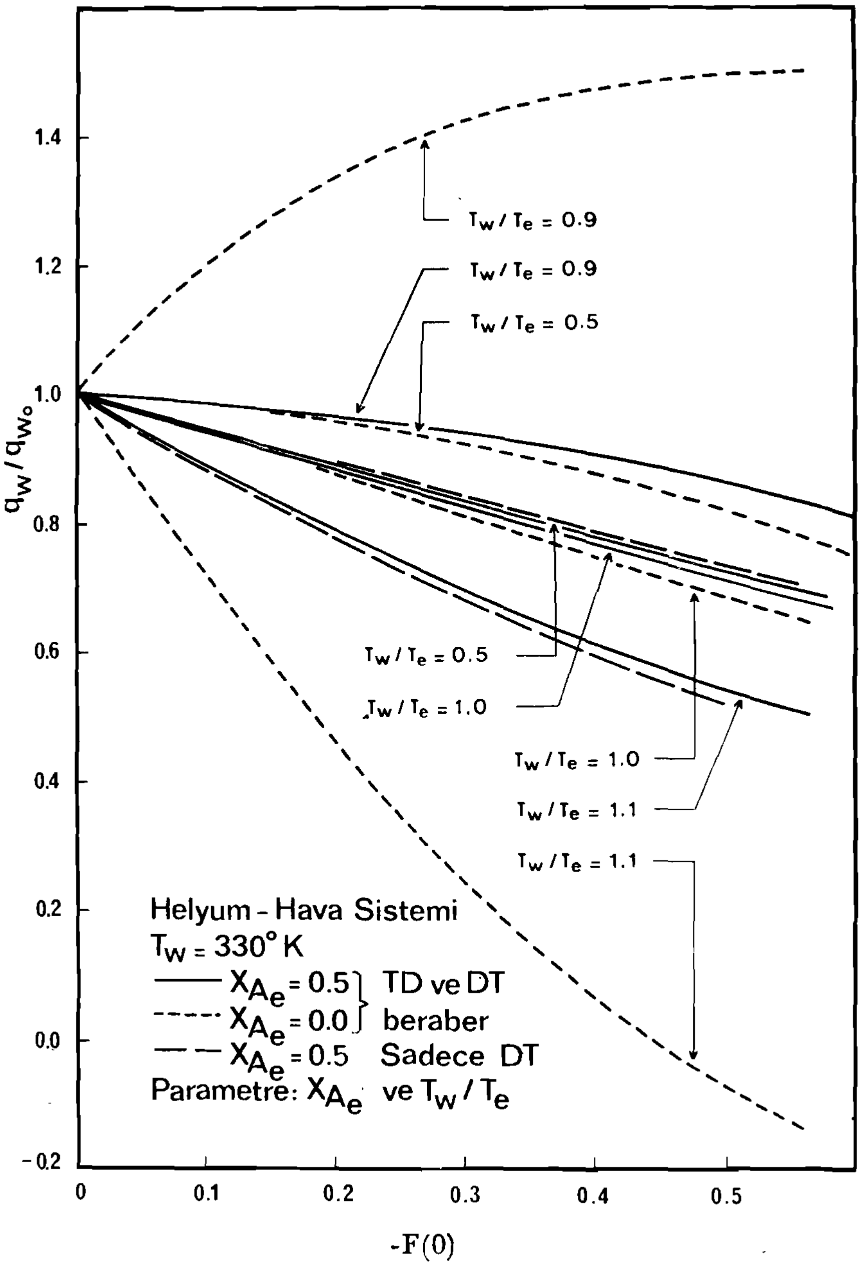
2. Isı aktarımı problemlerinde, düz plâka üzerindeki akışta olduğu gibi duvar düzlemine dik akış için de X_{A_e}'nin tüm değerlerinde Dufour etkisi, Soret etkisinden çok daha önemlidir. Soret etkisinin ihmal edilip sadece Dufour etkisinin göz önüne alınmasıyla elde edilen sonuçlar (Şekil 2), denklemlerin tam çözümüyle elde edilen sonuçlara çok yakındır.

3. Daha önceki makalede[4] belirtildiği gibi σ fonksiyonu aşağıdaki gibi tarif edilmiştir:

$$\sigma = \frac{(\Lambda_{k_w}/\Lambda_{\mu_w})\, \theta'_{DT}(0) + \Gamma_2\,(0)}{(\Lambda_{k_w}/\Lambda_{\mu_w})\, \theta'_2\,(0)} \tag{25}$$

Burada

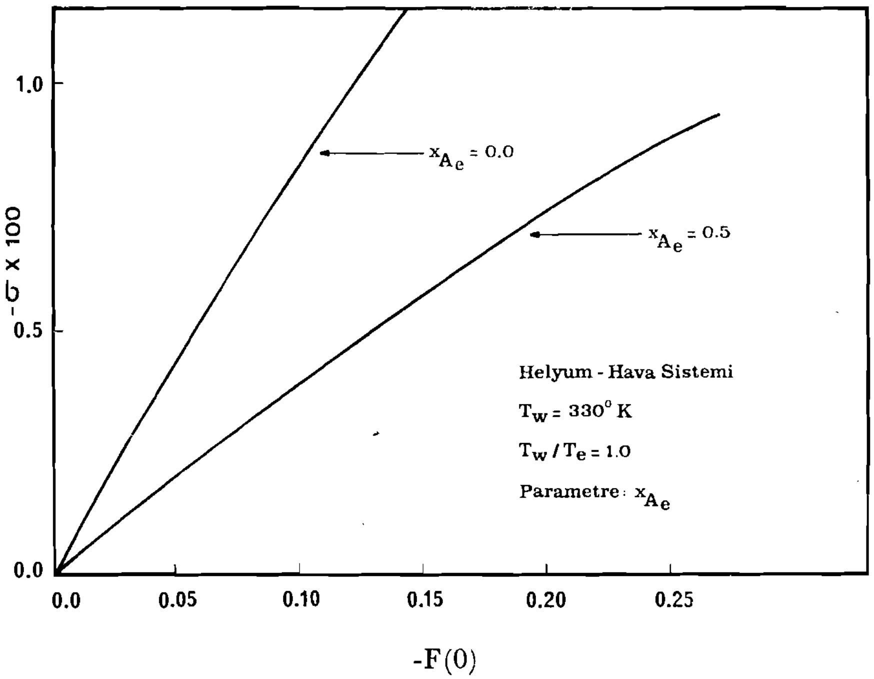
$$\Gamma_2 = \frac{\Gamma}{\frac{1}{2}\,(T_w/T_e + 1)\; R\mu_e/k_e} \tag{26}$$



Şekil 2

Serbest akım içerisine gaz püskürtüldüğü zaman duvardaki ısı akısının püstürtme olmadığı zaman duvardaki ısı akısına oranının, değişik X_{A_e} ve T_w/T_e değerleri için püskürtme hızıyla değişimi.

olarak verilmiştir. σ fonksiyonunun değeri, Dufour etkisinin önemini belirtmekte ve serbest akıma püskürtülen gaz hızının artmasıyla σ da artmaktadır. σ'nın gaz püskürtme hızı ile değişimi T_w/T_e oranına karşı fazla duyarlı değildir.[3, 5] Aynı yargıya bu sistem için de varılmıştır. Şekil 3 de görüldüğü gibi X_{A_e} değeri arttıkça Dufour etkisi için X_{A_w}-X_{A_e} sürücü kuvvetinin azalmasından dolayı, bu etki daha az önemli olmaktadır.



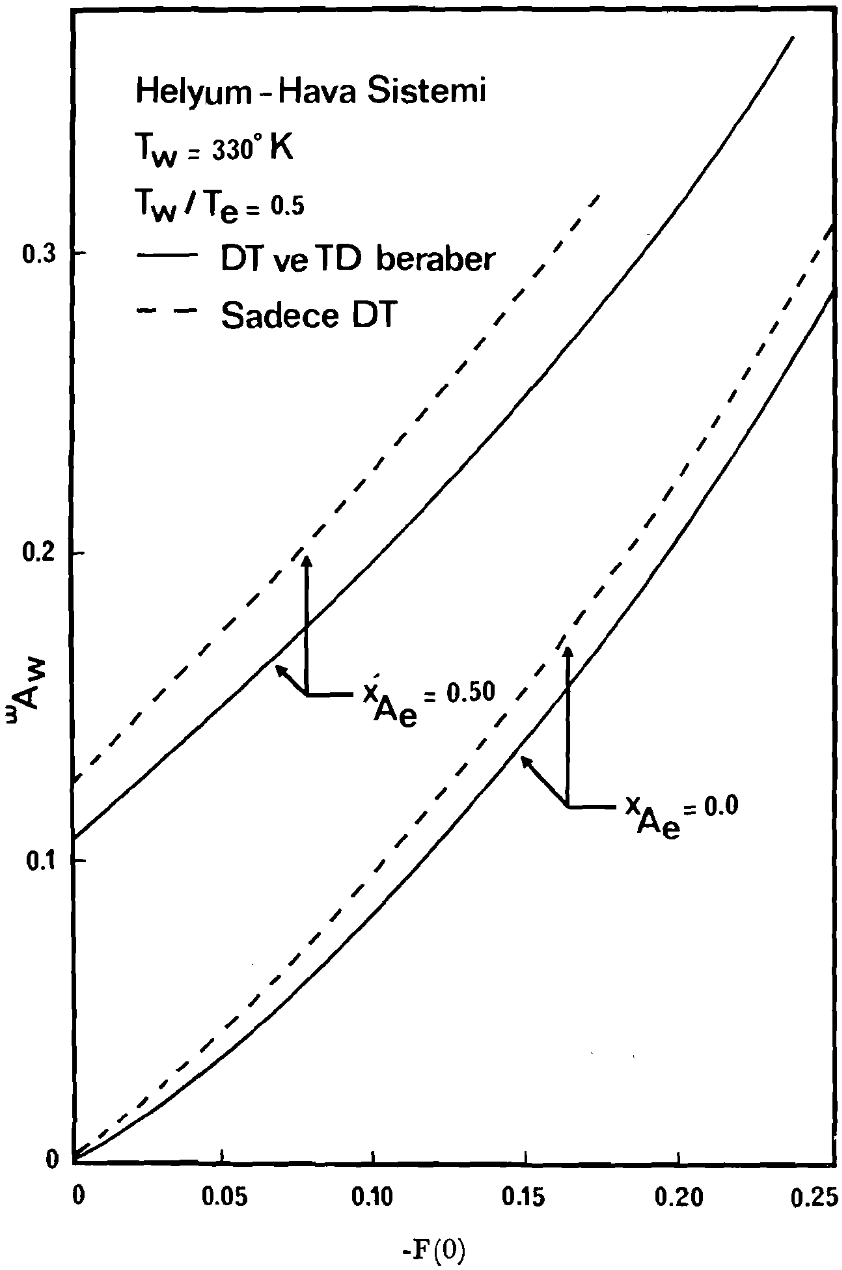
Şekil 3

Helyum-hava sisteminde çeşitli X_{A_e} değerleri için σ nın püskürtülen gaz hızına göre değişimi.

2. Kütle Aktarımı Sonuçları

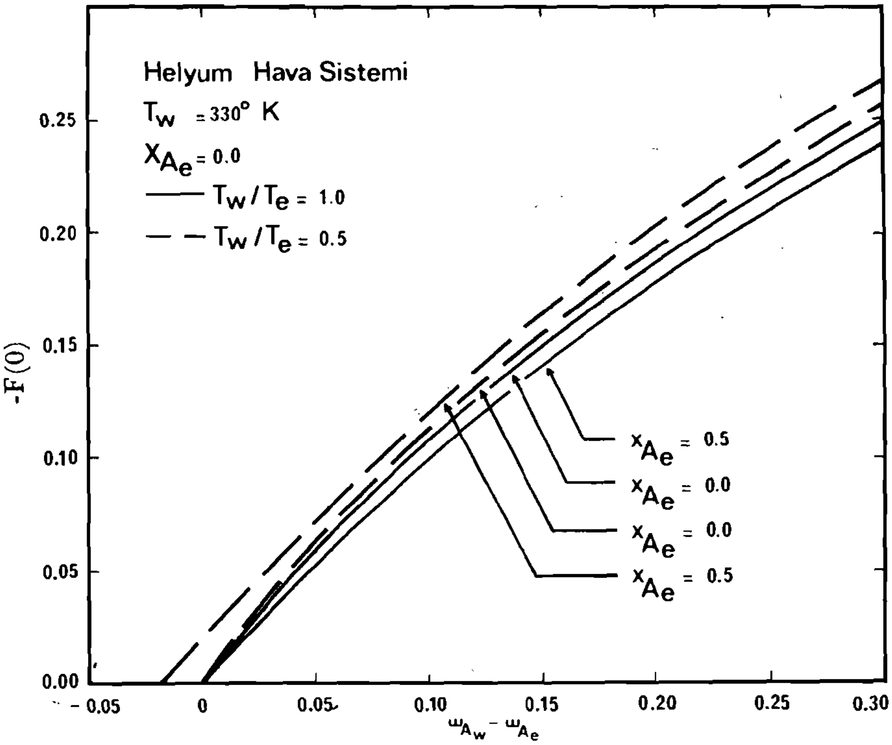
1. Şekil 4 de, değişik T_w/T_e ve X_{A_e} değerleri için duvardaki helyum derişiminin püskürtme hızıyla değişimi görülmektedir. Düz plâka üzerindeki ve duvar düzlemine dik akış için elde edilen sonuçlar birbirine benzerdir. Her iki sistem için $T_w/T_e \sim 1$ iken Soret etkisi (ısısal difüzyon) küçüktür. Oysa T_w/T_e değeri 1 den uzaklaştıkça ve X_{A_e} arttıkça, Soret etkisinin önemi de artmaktadır.

2. Duvar düzlemine dik akışın olduğu helyum-hava sisteminde, sürücü kuvvetin (derişim farkı) helyum püskürtme hızıyla değişimi



Şekil 4

Duvardaki helyum derişiminin çeşitli X_{A_e} değerleri için püskürtülen gaz hızıyla değişimi.

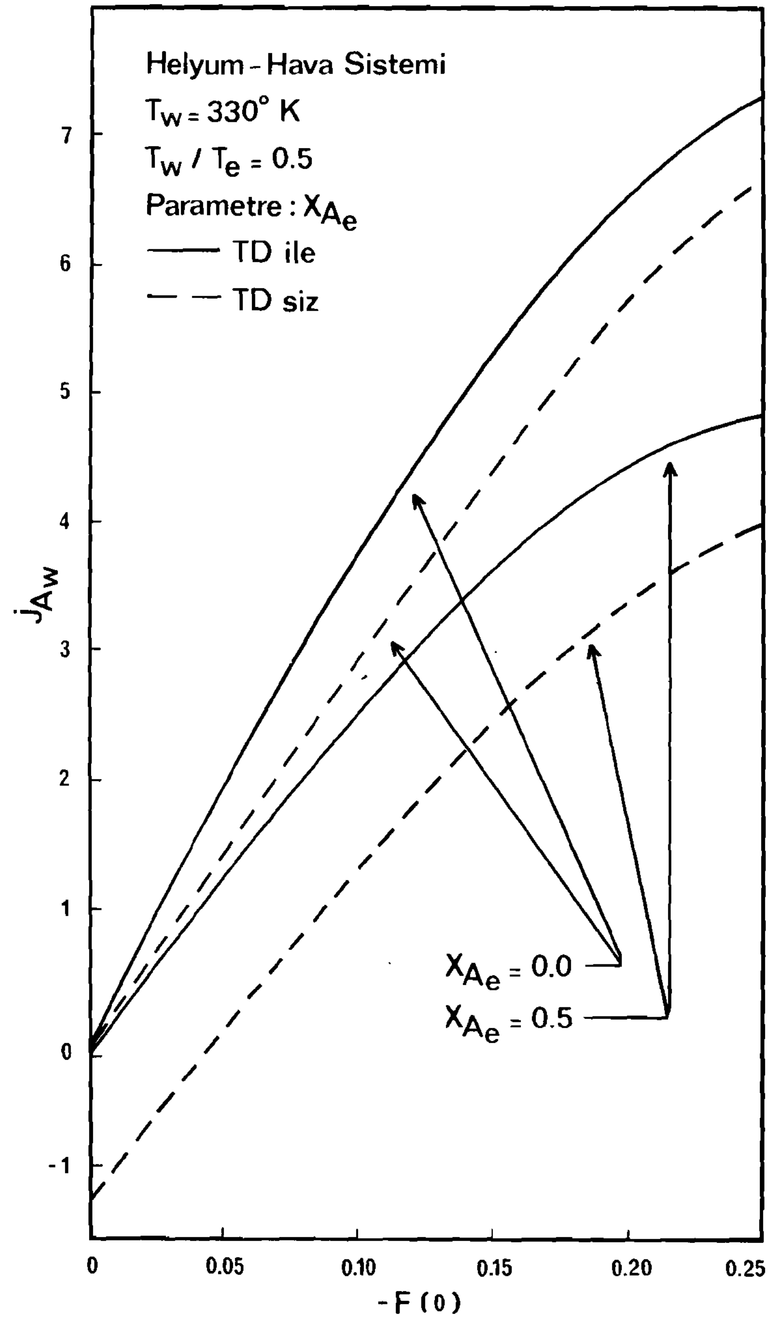


Şekil 5

Helyum-hava sistemi ve çeşitli X_{A_e} değerleri için gaz püskürtme hızının derişim sürücü kuvveti (ω_{A_w}-ω_{A_e}) ile değişimi.

Şekil 5 de gösterilmiştir. $T_w/T_e = 1$ iken Soret etkisi sıfırdır. X_{A_e} ' nin değişik değerlerinde $T_w/T_e < 1$ için olan eğriler daha küçük derişim farklarına denk gelmektedir.

3. Difüzyondan dolayı duvardaki kütle akısının, j_{A_w} , gaz püskürtme hızıyla değişimi değişik X_A ve T_w/T_e değerleri için incelenirse, düz plâka sistemindekine benzer sonuçlar bulunur (Şekil 6). Isısal difüzyon teriminin değeri T_w/T_e'ye sıkıca bağlıdır. $T_w/T_e \sim 1$ iken Soret etkisi küçüktür. Örneğin $T_w/T_e = 0{,}5$ olduğu zaman Soret etkisinin denklemlere katılması ile elde edilen çözüm ile katılmadığı zamanki çözüm arasında büyük farklar vardır. Kenetlenmenin kütle aktarımı üzerindeki etkisi de düz plâkada olduğu gibidir. Yalnız duvar düzlemine dik akış olduğu zaman bulunan j_{A_w} değeri, aynı koşullarda düz plâka için bulunan değerden daha büyüktür.



Şekil 6

Difüzyondan dolayı olan kütle akısının duvardaki değerinin (j_{A_w}) çeşitli X_{A_e} değerleri için gaz püskürtme hızıyla değişimi.

Kullanılan Semboller

C_p = ısı sığası
D = difüzyon katsayısı
D_T = Soret etkisi (Thermal Diffusion) katsayısı
DT = Dufour etkisini (Diffusion Thermo) belirten kısaltma
$-F(0)$ = ara yüzeydeki kütle akısı (Eşitlik 24)
g_x, g_y = sırasıyla x ve y yönündeki yerçekimi ivmesi
j = difüzyondan dolayı kütle akısı, Eşitlik (6)
k = ısısal iletkenlik
M = molekül ağırlığı
n_A, n_B = A ve B bileşenlerinin kütle akısı
p = basınç
q = ısı akısı (Eşitlik 7)
R = gaz sabiti
r = Soret etkisinin moleküler difüzyona göre önemi
T = sıcaklık
TD = Soret etkisini (Thermal Diffusion) belirten kısaltma
u = akışkanın x-yönündeki hızı
U_e = akışkanın serbest akımdaki hızı
v = akışkanın y-yönündeki hızı
x = yüzeye paralel olan uzaklıkların ölçüldüğü eksen
X_A, X_B = A ve B bileşenlerinin mol kesri
y = yüzeye dik olan uzaklıkların ölçüldüğü eksen
Z = Dufour etkisinin Fourier iletimine göre önemi.
α = Soret etkisini belirten faktör
Λ = bir özeliğin değerinin, aynı özeliğin serbest akımdaki değerine oranı
μ = viskozite
ν = kinematik viskozite
ρ = yoğunluk
ω = ağırlık kesri
θ = boyutsuz sıcaklık (Eşitlik 14)
$\varnothing$ = boyutsuz derişim (Eşitlik 15)
Δ = eşitlik (19) da tarif edilen değişken
Ω = eşitlik (20) de tarif edilen değişken
Γ = eşitlik (21) de tarif edilen değişken

η = boyutsuz y-koordinatı
ψ = boyutsuz akış fonksiyonu (stream function)
σ = eşitlik (25) te tarif edilen değişken

Alt İndisler

aw = adiabatik duvar koşullarını belirtir.
A = püskürtülen gazı belirtir.
B = serbest akımdaki gazı belirtir.
w = yüzey koşullarını belirtir
e = serbest akım koşullarını belirtir.

Makalenin geliş tarihi : 2-11-1975

KAYNAKLAR

1. BIRD, R.B., STEWART, W.E. and LIGHTFOOT, E.N. (1960): Transport Phenomena, *John Wiley and Sons, Inc., New York.*
2. SCHLICHTING, H. (1960): Boundary Layer Theory, 4 th. ed., *Mc Graw Hill, New York.*
3. TOKAN (Atımtay), A. and GILL, W.N. (1968): M.S. Thesis, *Clarkson College of Technology, New York.*
4. TOKAN (Atımtay), A. (1972): Serbest Akım Derişiminin Özelikleri Değişen Sınır Tabakasındaki Termodinamik Kenetlenmeye Etkileri 1. Düz Plâka Üzerinde Akış İçin, *Hacettepe Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 2, 24.
5. ZEH, D.W. and GILL, W.N. (1967): Heat Transfer and Binary Diffusion with Thermodynamic Coupling in Variable-Property Forced Convection on a Flat Plate, *A. I. Ch. E. Journal*, **13**, 142.