

DÜŞEY ELEKTRİK SONDAJI VERİLERİNİN DÖNÜŞÜK ÖZDİRENÇ FONKSİYONU İLE DOĞRUDAN SAYISAL YORUMU

NUMERICAL DIRECT INTERPRETATION OF VERTICAL ELECTRICAL SOUNDING DATA BY THE RESISTIVITY TRANSFORM FUNCTION

Aysan GÜRER

İ.Ü. Mühendislik Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, İstanbul

ÖZ: Bu çalışmada bir grup Düşey Elektrik Sondajı (DES) verisi, Koefoed (1970) tarafından verilen ve Başokur (1984) tarafından sayısal hale getirilen, bir doğrudan yorum yöntemi kullanılarak değerlendirilmiştir.

Yorumlamada, görünür öz direnç (G.Ö.) değerlerinden hesaplanan dönüşük öz direnç (D.Ö.) değerleri kullanılır. Yöntem, ilk katmanın öz direncini D.Ö. eğrisinin her bir ardışık üç değerini kullanarak ve bu üçlerden elde edilen öz direnç değerinin ortalamasını alarak saptar. İlk katmanın kalınlığı ise saptanan öz direnç değerleri kullanılarak ve D.Ö. eğrisinin her bir ardışık ikizinden elde edilen değerlerin ortalaması alınarak bulunur. İkinci katmanın parametrelerini saptamak için işlem yinelenmeden önce, Pekeris indirgeme bağıntısı kullanılarak, ilk katmanın D.Ö. eğrisi üzerindeki etkisi kaldırılır. İşlem sürdürülerek tüm katmanlara ait parametreler çözülür. Son katmanın öz direnci indirgeme bağıntısından saptanır.

ABSTRACT: In this study a group of vertical electric sounding data has been evaluated by a numerical direct interpretation method that is given in graphical form by Koefoed (1970) and put into numerical form by Başokur (1984).

Before the direct interpretation, the apparent resistivity data have been transformed into the resistivity transform (R.T.) data. Then the resistivity of the first layer is determined from the arithmetic mean of the successive computations which are carried on each of three successive discrete values of resistivity transform curve. Using this mean value of the resistivity, the thickness of the first layer is computed from the two successive sample values of R.T. curve, after the determination of the layer parameters, the first layer is removed by the Pekeris reduction equation. After that the parameters of the second layer can be determined by the same way. Reduction to lower boundary plane and determination of the layer parameters are applied successively for all the intermediate layers. The resistivity of the substratum is equal the arithmetic mean of the sample values of R.T. curve obtained from the reduction equation.

The method is applied on the field data supplied from the M.T.A. institute.

GİRİŞ

Düşey Elektrik Sondaj (DES) yöntemi, yer yüzeyine çakılan iki elektrotla yer içine akım vererek, diğer bir çift elektrotla gerilim farkının ölçülmesine dayanır. Akım elektrotlarının aralığı adım adım artırılarak, akımın git-gide daha derine erişmesi sağlanır ve kullanılan elektrot diziminin geometrik faktörü ile ölçülen gerilim farkından hesaplanan, görünür öz direnç (G.Ö.) değerlerinin derinlikle değişimi grafiklenir.

Yer altındaki yapının belirlenmesi, G.Ö. derinlik grafiğinin taşıdığı bilgilerin çözümlenmesi, bir başka deyişle G.Ö. eğrisinin yorumuyla mümkündür. Düşey elektrik sondaj görünür öz direnç eğrilerinin yorumlanması, yer altının yatay katmanlardan oluştuğu varsayımına dayana-

rak, yer altındaki her bir katmanın kalınlığının ve öz direncinin belirlenmesi anlamına gelir.

DES verilerinin yorumu için önerilen yöntemler üç ana grup altında toplanmaktadır. Bunlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Yaklaşık yorum yöntemleri,
- Ardışık yaklaştırma yorum yöntemleri,
- Doğrudan yorum yöntemleri.

Yaklaşık yorum yöntemleri G.Ö. arazi eğrisini, önceden hazırlanmış model eğri gruplarını kullanarak yorumlamaya dayanır ve işlemler elle yürütülür.

Ardışık yaklaştırma yöntemleri araziden alınan verilerle, katman parametreleri önceden verilen bir modelden hesaplanan verilerin karşılaştırılmasıyla yürütülür. Eğer bu iki veri grubu arasındaki uygunluk yetersizse, modelin katman parametreleri değiştirilir, yeterli uygunluk sağlanana dek işlem sürdürülür. Ardışık yaklaştırma yöntemleri bilgisayarlarla yürütülür.

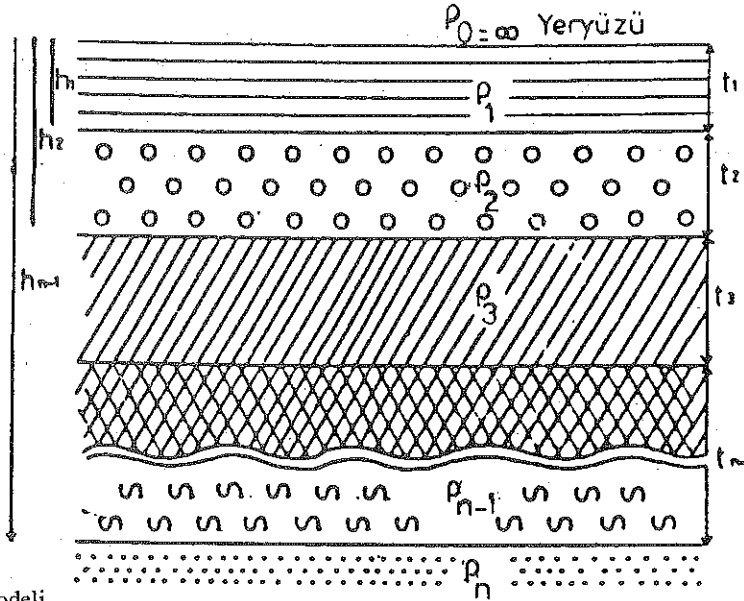
Doğrudan yorum yöntemlerinde ise, ardışık yöntemlerde olduğu gibi, bir model kurmaya gerek yoktur. Doğrudan yorum yöntemleri, doğrudan doğruya arazi verisinden bilgi çıkartma esasına dayanır. Buna karşın, katman parametreleri, G.Ö. eğrisi üzerinden doğrudan doğruya hesaplanamaz. Bu nedenle ilk adım, G.Ö. verisini çekirdek fonksiyonlarından birine dönüştürmektir. Çekirdek fonksiyonları nokta akım kaynağı tarafından yer yü-

min temel avantajlarını birleştirerek Koefoed yöntemini sayısal hale getirmiştir. Böylelikle yöntemin bilgisayarlarla yürütülebilmesini sağlamıştır.

Bu çalışmada Başokur'un önerdiği yol izlenerek, MTA enstitüsünden alınan bir grup veri değerlendirilmiş ve bulunan sonuçlar yaklaşık yorum yöntemlerindeki grafiklerle yapılan değerlendirme sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

DÖNÜŞÜK ÖZDİRENÇ FONKSİYONUNUN KATMAN PARAMETRELERİYLE İLİŞKİSİ:

DES yönteminin kuramı; yer altının sonlu sayıda, homojen izotrop, yatay katmanlardan oluştuğu varsayımına dayanır. Böyle bir ortam (Şekil 1) üzerindeki bir nokta



Şekil 1: n katmanlı yeraltı modeli.

zeyinde oluşturulan potansiyel bağıntısına bağlı olarak beliren fonksiyondur. Dönüşüm işleminden sonra bulunan arazi çekirdek verisi üzerinde doğrudan doğruya işlem yapılarak katman parametreleri saptanabilir. Arazi G.Ö. verisini çekirdek fonksiyonlarına dönüştürmek için, Lineer süzgeç ve en küçük kareler gibi çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemler bu yazının konusu dışındadır. Bu çalışmada bir tür çekirdek fonksiyonu olan dönüşük öz direnç (D.Ö.) fonksiyonu kullanılmıştır.

Koefoed (1970) ve Szaraniec (1980) gibi araştırmacılar, farklı doğrudan yorum yöntemleri önermişlerdir. Koefoed (1970) yöntemi, D.Ö. fonksiyonunu kullanan grafik bir yöntemdir ve işlemler elle yapılır. Szaraniec (1980) yöntemi ise, katman parametrelerini Slichter Çekirdek fonksiyonundan hesaplayan, sayısal bir yöntemdir ve bilgisayarlarla yürütülür. Başokur (1984) bu iki yönte-

lektrotla, yer içine bir doğru akım verildiğinde katman ara yüzeylerinde oluşan potansiyel bağıntısı bilinmektedir.

Yer altındaki her sınır düzleminde potansiyelin ve akım yoğunluğunun düşey bileşeninin sürekli olduğu ve yer yüzeyinde akım yoğunluğunun düşey bileşeninin sıfır olduğu düşünülür, sonsuz derinlikte potansiyelin sıfıra yaklaştığı varsayılır ve potansiyel bağıntısı bu koşullara göre düzenlenirse; yer yüzeyindeki potansiyel bağıntısı, yer altındaki katmanlanmanın parametrelerine (kalınlık ve öz direnç) bağlı olarak aşağıdaki gibi verilir:

$$V = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{J_0(\lambda r)}{[1 + 2\theta_1(\lambda)]} d\lambda \quad (1)$$

Potansiyel bağıntısı içinde yer alan $\theta_1(\lambda)$ fonksiyonu katman parametrelerini taşıyan fonksiyondur. Bu

fonksiyon daha önce söz edilen çekirdek fonksiyonlarından biridir ve Stafnescu çekirdek fonksiyonu olarak bilinir. Bağlantıda yer alan diğer ifadeler; V potansiyel, I akım şiddeti, Jo birinci tür sıfırıncı mertebeden Bessel fonksiyonudur. Stafnescu çekirdek fonksiyonundan başka çekirdek fonksiyonları da tanımlanmıştır. Bunlar birbirlerine basit cebrik ifadelerle bağlıdır. Bunlar da Slichter çekirdek fonksiyonu ve dönüştük öz direnç (D.Ö.) fonksiyonu:

$$K(\lambda) = 1 + 2\theta_1(\lambda) \quad (2)$$

$$T_i(\lambda) = \rho_i \cdot K_i(\lambda) \quad (3)$$

olarak verilmiştir. K(λ) ve T(λ) fonksiyonları da katman parametrelerini içlerinde taşırlar.

Potansiyelin bağıntısı D.Ö. fonksiyonuna bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V = (1/2\pi) \int_0^\infty T(\lambda) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda \quad (4)$$

(1) ve (4) denklemlerine bakılırsa, ölçülen potansiyel değerlerinin katman parametrelerine karışık bir integral denklemlerle bağlı oldukları görülür. Doğal olarak bu potansiye değerinden hesaplanan görünür öz direnç değerleri de katman parametreleriyle aynı biçimde ilişkilidir. Oysa (İlerde verilecek bağıntılardan da görüleceği gibi) D.Ö. fonksiyonu, katman parametrelerine basit cebrik bir ifade ile bağlıdır. Dolayısıyla D.Ö. değerleri bilinirse katman parametreleri doğrudan doğruya bu değerlerden saptanabilir.

Yorumlamada katman parametreleri, önceden bilinmeyen bir ortamdan sağlanan D.Ö. verilerinden çözülmektedir. Böyle bir ortama ait D.Ö. değerleri ise, bu ortam üzerinde alınan G.Ö. değerlerinden saptanmaktadır. Bununla birlikte, D.Ö. fonksiyonunun katman parametreleriyle ilişkisini göstermek amacıyla, parametreleri bilinen bir modelden D.Ö. fonksiyonunun hesaplanmasına kısaca değinmek yararlıdır.

Parametreleri bilinen bir model için, potansiyel bağıntısının her bir katmanın ara yüzeyinde sınır koşullarına göre düzenlenmesiyle bir denklem takımı oluşur, D.Ö. fonksiyonu bu denklem takımının çözümü ile hesaplanabilir. Özellikle katman sayısının çok olması durumunda büyük matrislerle uğraşmak gerekeceğinden bu yol pratik değildir. D.Ö. Fonksiyonu Flathe (1955) ve Pekeris (1940) tarafından önerilen yineleme bağıntıları kullanılarak çok daha kolaylıkla hesaplanabilir. Bu çalışmada Pekeris yineleme bağıntısı kullanılmıştır. Sınır koşullarına göre katmanlanmanın n. katmanı üzerinde D.Ö. fonksiyonu bu katmanın öz direncine eşittir. Bu aşağıdaki bağıntıyla ifade edilebilir.

$$T_n = \rho_n \quad (5)$$

Pekeris yineleme bağıntısı (5) bağıntısından bili-

nen, en alt katmana ait D.Ö. fonksiyonundan yola çıkarak bir üstteki katmanın etkisini de içeren yeni D.Ö. fonksiyonunu hesaplama esasına dayanır. İşlem adım adım yineleterek en üst katmanın yüzeyine dek ulaşılır ve tüm katmanlanmayı temsil eden D.Ö. fonksiyonu hesaplanır.

Pekeris yineleme bağıntısı, olarak verilir. Burada $i=1,2,\dots,n-1$, n olmak üzere

$$T_i = (T_{i+1} + \rho_i \cdot \tanh(\lambda t_i)) / (1 + T_{i+1} \cdot \tanh(\lambda t_i) / \rho_i) \quad (6)$$

katman numarasını gösterir. λ , uzaklığın tersi boyutunda bir sabit, ρ ve t katmanın öz direnci ve kalınlığıdır. Bağlantıda yer alan T_{i+1} , n'ninci katmana ait D.Ö. fonksiyonuyusa; T_i , (n-1)'ninci ve n'ninci katmanların ortak etkisini taşıyan yeni D.Ö. fonksiyonu olur. Bulunan bu yeni fonksiyon bağıntıda (T_{i+1} olarak) yerine konarak, bir üstteki katmanın etkisi de D.Ö. fonksiyonuna katılır. Her adımda bir üstteki katmanın etkisi katmanlanmaya eklenerek işlem ardışık olarak yinelenirse, yer yüzeyine ulaşılır ve katmanlanmanın tümünü temsil eden D.Ö. fonksiyonu hesaplanmış olur.

(6) bağıntısına bakılırsa T_i D.Ö. fonksiyonunun, ρ_i ve t_i parametreleriyle doğrudan ve basit bir ilişkiyle bağlantılı olduğu görülür. G.Ö. ölçümleri yer yüzeyinde uzaklığa bağlı olarak yapıldığından (6) bağıntısında yerine $1/\lambda = u$ yazılarak bağıntı uzaklık boyutunda aşağıdaki gibi verilebilir.

$$T_i(u) = (T_{i+1}(u) + \rho_i \cdot \tanh(t_i/u)) / (1 + T_{i+1}(u) \cdot \tanh(t_i/u) / \rho_i) \quad (7)$$

PEKERİS YİNELEME BAĞINTILARININ YORUMLAMADA KULLANILMASI:

Yukarıda (6) ve (7) bağıntıları ile verilen Pekeris yineleme işlemi tersine de işletmek mümkündür. Bunun anlamını kısaca açıklamaya çalışalım. Yer yüzeyine yerleştirilen ölçüm elektrodlarıyla, n adet katmana sahip bir ortam üzerinde ölçülen G.Ö. eğrisi tüm katmanların etkisini taşır. Bundan hesaplanacak D.Ö. eğrisi de katmanlanmadaki tüm katmanların ortak etkisini içeren bir eğridir. D.Ö. eğrisinden her bir katmana ait parametrenin ayrı ayrı belirlenmesi istenir. Bunun için, eğriden, parametreleri aranan katman dışındaki katmanların etkisini yok etmek gerekir. Bu işlem Pekeris yineleme bağıntısı ile yapılabilir. Yukarıda verilen (6) ve (7) bağıntıları yeni bir düzenleme ile,

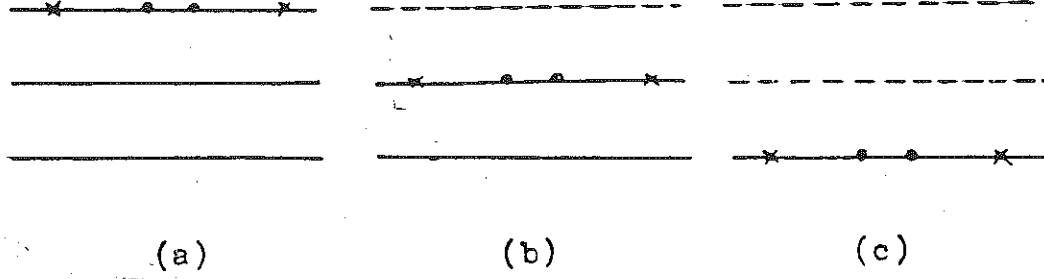
$$T_{i+1} = (T_i - \rho_i \cdot \tanh(\lambda t_i)) / [1 - T_i \cdot \tanh(\lambda t_i) / \rho_i] \quad (8)$$

$$T_{i+1}(u) = (T_i(u) - \rho_i \cdot \tanh(t_i/u)) / [1 - T_i(u) \cdot \tanh(t_i/u) / \rho_i] \quad (9)$$

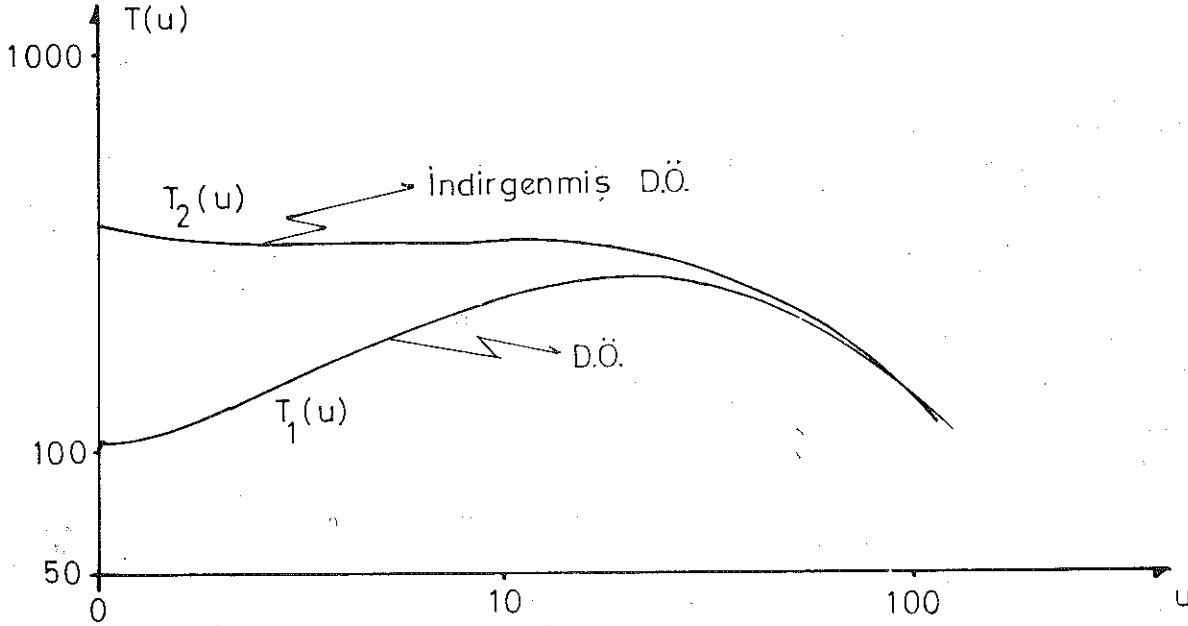
olarak yazılabilir. (9) bağıntısında yer alan $T_i(u)$ yer yü-

zeyindeki D.Ö. fonksiyonu ise, $T_{i+1}(u)$ bir alttaki katmanın ve bunun altındaki katmanların etkisini içerdiği halde i katmanın etkisini taşımayan yeni bir D.Ö. fonksiyondur. Bu işlem, arazide ölçüm elektrotlarını bir alttaki katmanın yüzeyine indirmek ve üstteki katmanı katmanlanmadan kaldırarak ölçüm yapmaya eşdeğerdir. Bu nedenle işlem "alt sınır düzlemine" indirgeme adıyla anılır. (9) bağıntısının işleyişi Şekil-2 de görülmektedir.

katmanların etkisi bulunmadığı varsayılarak, arazi eğrisinin ilk kısmı bu eğri gruplarıyla (abaklarla) değerlendirilir. ρ_1 ve t_1 saptanır. Daha sonra arazi D.Ö. verisine alt sınır düzlemine indirgeme işlemi uygulanarak, ilk katmanın etkisi ortadan kaldırılabilir ve yeni indirgenmiş D.Ö. değerleri ($T_2(u)$) ile yeni bir D.Ö. eğrisi çizilir. Bu yeni eğride, ρ_2 , t_2 parametrelerine sahip ikinci katman; ilk katman ve üçüncü katmansa; ikinci katman gibi düşünülebi-



Şekil 2: (a) gerçek katmanlanma, (b) ρ_1 ve t_1 saptandıktan sonra alt sınır düzlemine indirgeme, (c) ρ_2 ve t_2 saptandıktan sonra alt sınır düzlemine indirgeme



Şekil 3: $T_1(u)$ arazi D. Ö. eğrisi ve $T_2(u)$ indirgenmiş D. Ö. eğrisi

(9) bağıntısı ardışık olarak uygulanırsa Şekil-2.c de görüldüğü gibi üstteki katmanların etkisi D.Ö. fonksiyonundan atılarak en alt katmanın yüzeyine kadar inilebilir ve yalnızca son katmanın etkisini içeren D.Ö. fonksiyonuna ulaşılır.

Koefoed (1970) alt sınır düzlemine indirgeme işleminden yararlanarak bir doğrudan yorum yöntemi önermiştir. Koefoed (1979) $\rho_2 > \rho_1$ ve $\rho_1 > \rho_2$ du rumları için iki katman D.Ö. model eğri grupları vermiştir. Arazi eğrisinin ($T_1(u)$) ilk kısmı üzerinde üçüncü ve daha alttaki

Şekil 4'deki arazi G.Ö. eğrisinden hesaplanan D.Ö. eğrisi $T_1(u)$ ve indirgenmiş D.Ö. eğrisi $T_2(u)$, Şekil-3 de verilmiştir. ρ_2 ve t_2 parametreleri $T_2(u)$ eğrisinden, yukarıda anlatıldığı gibi eğri çakıştırma yoluyla saptanır, n katman durumu için de işlem sürdürülerek tüm katman parametreleri benzer yolla saptanır.

Bu çalışmada kullanılan yöntem Koefoed yönteminin sayısal halidir. Bu yöntemde de Pekeris alt sınır düzlemine indirgeme yöntemi kullanılır.

DÖNÜŞÜK ÖZDİRENÇ FONKSİYONUNDAN KATMAN PARAMETRELERİNİN SAYISAL HESABI:

Başokur (1984), Szaraniec (1980) doğrudan yorum yönteminden esinlenerek, Koefoed (1970) grafik yöntemi ni sayısal hale dönüştürmüştür. Başokur'un önerdiği yöntem iki yöntemin iyi yanlarını bir araya getirir. Koefoed yöntemindeki eğri çakıştırma işleminin zorluğunu ortadan kaldırırken, Szaraniec yönteminde kullanılan Flathe yineleme bağıntısından daha kolay olan Pekeris yineleme bağıntısını kullanır.

Verilen yöntemde bir katmanın öz direnci, D.Ö., eğrisinin ardışık değeri kullanılarak bulunur. İşlem her ardışık üçüz için yinelenir ve bulunan sonuçların ortalaması alınarak, o katmana ait öz direnç değeri saptanır. Aynı katmanın kalınlığı ise daha önce bulunan öz direnç değeri kullanılarak, D.Ö. eğrisinin iki ardışık değerinden hesaplanır. İşlem ilk katmandan başlayarak tüm katmanların parametreleri elde edilinceye dek yinelenir.

Yöntemin kullandığı temel bağıntı Vanyan ve Morozova (1962) tarafından verilmiştir.

$$T(u) = \rho_1 \tanh \left\{ t_1 / u + \operatorname{arctanh} \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} \tanh (t_2 / u + \dots + \operatorname{arctanh} (\rho_n / \rho_{n-1})) \right] \right\} \quad (10)$$

İki Katman Durumu:

İki katman durumu için (10) bağıntısı aşağıdaki gibi yazılır.

$$T(u) = \rho_1 \tanh (t_1 / u + \operatorname{arctanh} (\rho_2 / \rho_1)) \quad (11)$$

D.Ö. eğrisinin ardışık üç değerinden ρ_1 'i hesaplayabilmek için; u_1, u_2, u_3 yatay eksen noktalarındaki, $T(u_1), T(u_2), T(u_3)$ ayrıık değerleri kullanılarak, (11) bağıntısından aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$t_1 / u_j = \operatorname{arctanh} (T(u_j) / \rho_1) - \operatorname{arctanh} (\rho_2 / \rho_1), \quad (12)$$

$$t_1 / u_{j+1} = \operatorname{arctanh} (T(u_{j+1}) / \rho_1) - \operatorname{arctanh} (\rho_2 / \rho_1), \quad (13)$$

$$t_1 / u_{j+2} = \operatorname{arctanh} (T(u_{j+2}) / \rho_1) - \operatorname{arctanh} (\rho_2 / \rho_1). \quad (14)$$

(13) bağıntısını (12)'den ve (14) bağıntısını da (13)'den çıkartarak ρ_2 yok edilir.

$$t_1 (1/u_j - 1/u_{j+1}) = \operatorname{arctanh} (T(u_j) / \rho_1) - \operatorname{arctanh} (T(u_{j+1}) / \rho_1) \quad (15)$$

$$t_1 (1/u_{j+1} - 1/u_{j+2}) = \operatorname{arctanh} (T(u_{j+1}) / \rho_1) - \operatorname{arctanh} (T(u_{j+2}) / \rho_1) \quad (16)$$

(15) bağıntısı (16)'ya bölünerek t_1 yok edilirse,

$$\operatorname{arctanh} (T(u_j) / \rho_1) - (v_j + 1) \operatorname{arctanh} (T(u_{j+1}) / \rho_1) + v_j \operatorname{arctanh} (T(u_{j+2}) / \rho_1) = 0 \quad (17)$$

bağıntısına ulaşılır. Burada,

$$v_j = (1/u_j - 1/u_{j+1}) / (1/u_{j+1} - 1/u_{j+2}).$$

olarak verilir. Artan tip eğriler için $T(u) / \rho_1 \geq 1$ olduğundan $\operatorname{arctanh} (T(u) / \rho_1)$ tanımsızdır ve (17) bağıntısı artan tip eğriler için uygun değildir. Karşıt öz dirençli yer elektrik kesit kavramı kullanılarak (17) denklemin artan tip eğrilere uygun biçimde yazılabilir. Tabaka evrikleri birbirleri ile yer değiştirirse buna denk olan D.Ö. fonksiyonu, orijinal D.Ö. fonksiyonunun karşıt öz dirençlisidir.

$$\rho'_1 = 1/\rho_1, \rho'_2 = 1/\rho_2 \quad t'_1 = t_1$$

Böylece $T'(u) = 1/T(u)$ (17) bağıntısına uygularsak artan tip eğriler için,

$$\operatorname{arctanh} (\rho_1 / T(u_j)) - (v_j + 1) \operatorname{arctanh} (\rho_1 / T(u_{j+1})) + v_j \operatorname{arctanh} (\rho_1 / T(u_{j+2})) = 0 \quad (18)$$

elde edilir. Her iki durumda da çalışan daha genel bir eşitlik izleyen bağıntılardan bulunabilir.

$$\operatorname{arctanh} (x) = (1/2) \ln [(1+x)/(1-x)]$$

$$c \ln (x) = \ln (x^c)$$

$$\ln (x) - \ln (y) = \ln (x/y)$$

Bu bağıntılar (17) ye uygulanırsa,

$$\left[\frac{\rho_1 + T(u_j)}{|\rho_1 - T(u_j)|} \right] \left[\frac{|\rho_1 - T(u_{j+1})|}{\rho_1 + T(u_{j+1})} \right]^{v_j + 1} \left[\frac{\rho_1 + T(u_{j+2})}{|\rho_1 - T(u_{j+2})|} \right]^{v_j} - 1 = 0 \quad (19)$$

bulunabilir. Daha az pratik olmakla beraber $\operatorname{arctanh}$ fonksiyonu olmayan hesap makinaları için (19) bağıntısı kullanışlıdır. ρ_1 yukarıdaki eşitliklerden doğrudan doğruya tanımlanmamıştır. Bununla birlikte deneme yanılma yoluyla (18) ya da (17) eşitliklerinin sol yanını verilen bir değerden daha az yapacak ρ_1 'in diğerlerinin bulunması mümkündür. Bu eşitliklerin v_j 'nin değerlerine bağlı olarak birden fazla köke sahip olabileceklerine dikkat edilmelidir.

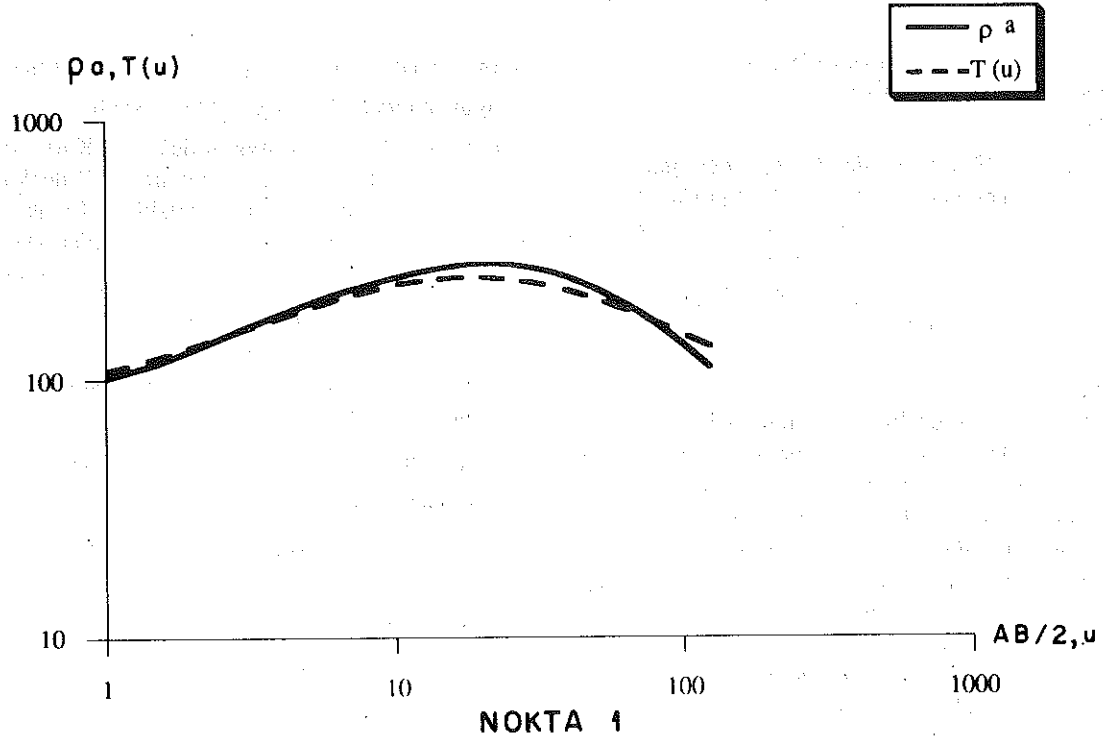
Artan tip iki tabaka D.Ö. eğrisi için ilk ayrıık değer ρ_1 'e eşit ya da daha büyük olasılıkla ρ_1 'den büyük olacaktır.

$$\rho_1 \leq T(u_j) < T(u_{j+1}) < T(u_{j+2}).$$

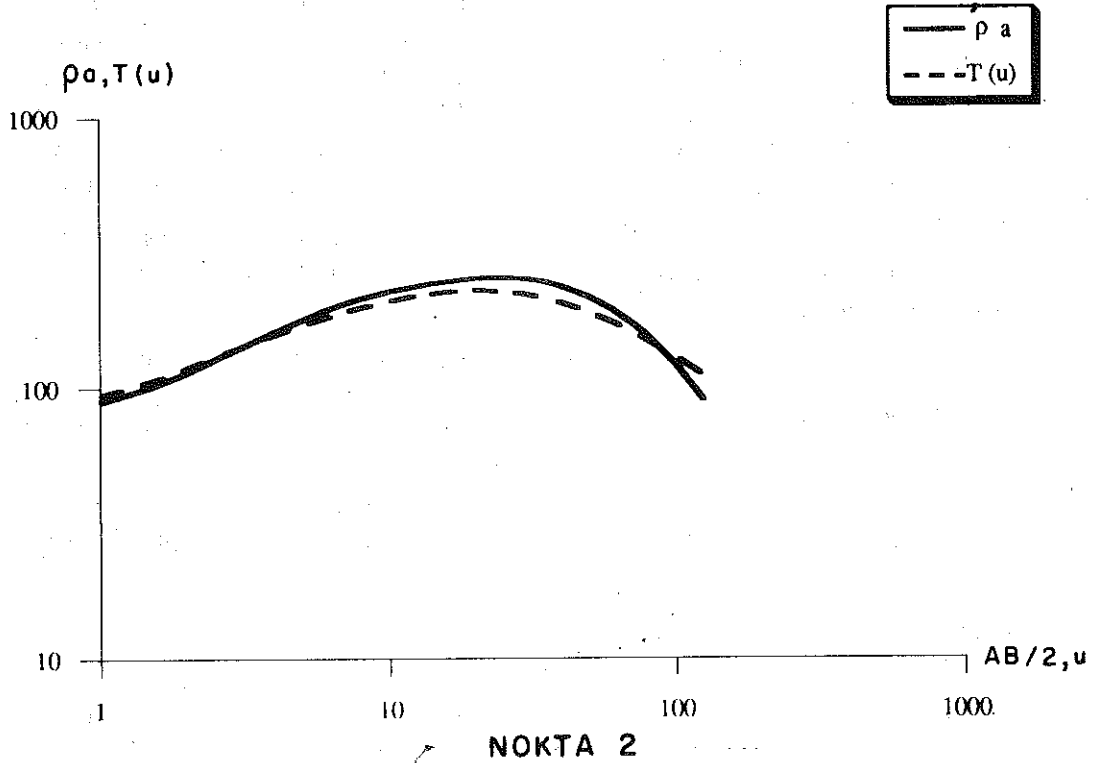
yani, ρ_1 'in üst sınırı $T(u_j)$ 'ye eşittir. Bu sınırdan çok az küçük olan keyfi bir değer ρ_1 'e atanabilir ve (18) eşitliğinin sol tarafı hesaplanabilir. Bu hesaplama sonucu ϵ (ρ_1) olarak gösterilir. Eğer tahmin edilen ρ_1 değeri, gerçek ρ_1 değerinden daha büyükse ϵ (ρ_1) pozitifdir, eğer gerçek değerden daha küçükse ϵ (ρ_1) negatiftir.

Azalan tip bir iki tabaka D.Ö. eğrisi için ilk ayrıık değer ρ_1 'e eşit ya da ondan daha küçüktür.

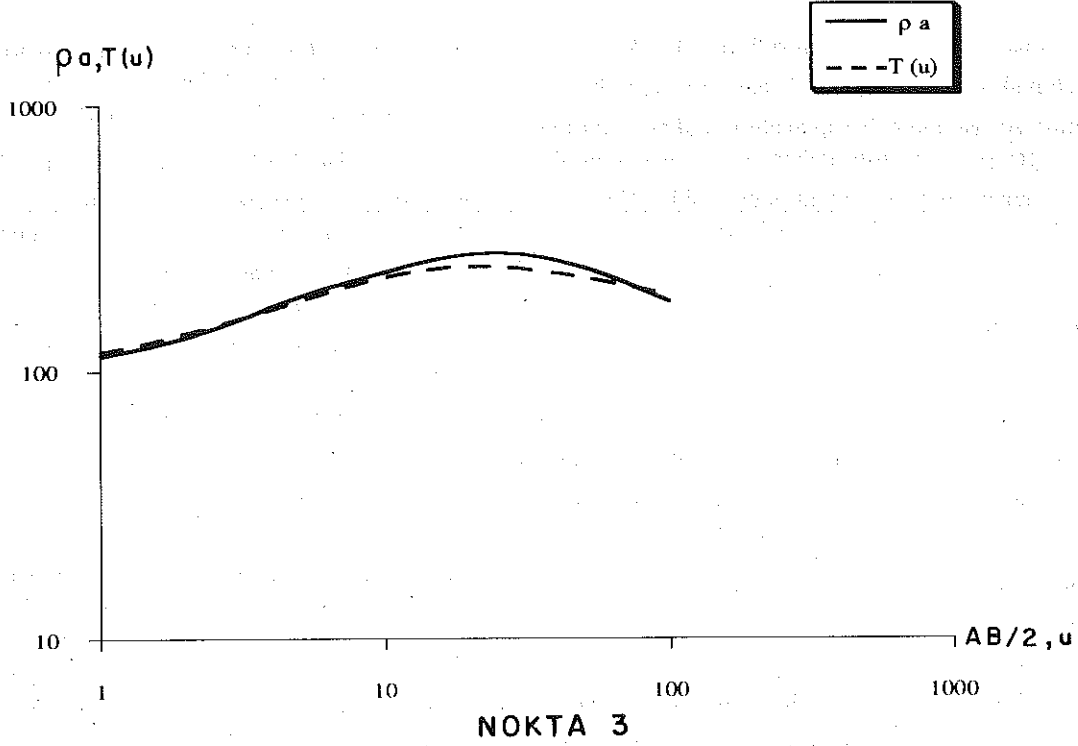
$$\rho_1 \geq T(u_j) > T(u_{j+1}) > T(u_{j+2}).$$



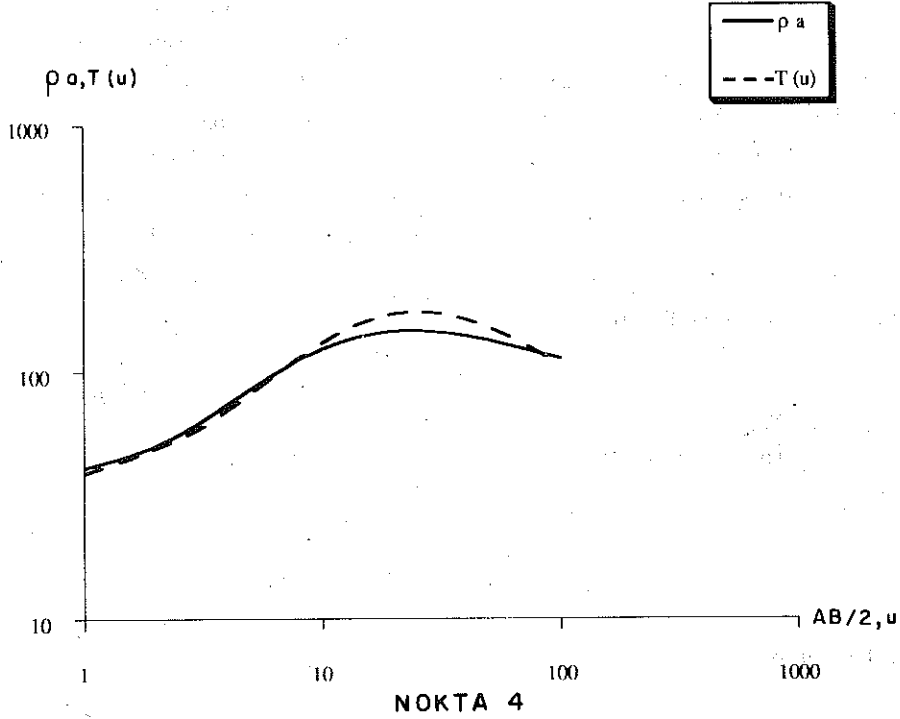
Şekil 4 : Birinci ölçüm noktasına ait ρa görünür ve $T(u)$ dönüştürük öz direnç eğrileri



Şekil 5 : İkinci ölçüm noktasına ait ρa görünür ve $T(u)$ dönüştürük öz direnç eğrileri



Şekil 6 : Üçüncü noktaya ait ρ_a görünür ve $T(u)$ dönüştük öz direnç eğrileri



Şekil 7: Dördüncü noktaya ait ρ_a görünür ve $T(u)$ dönüştük öz direnç eğrileri

Buna göre ρ_1 'in alt sınırı $T(u_j)$ 'dir. Alt sınırdan çok az büyük keyfi bir değer ρ_1 'e atanabilir ve $\varepsilon(\rho_1)$, (17) eşitliğinin sol yanından hesaplanabilir. Fakat bu durumda $\varepsilon(\rho_1)$; eğer ρ_1 'in tahmini değeri gerçek değerden daha büyükse negatiftir ya da bunun tam tersidir. Her iki durumda da aynı kriteri kullanmak için artan tip eğrilerde,

$$F(\rho_1) = \varepsilon(\rho_1)$$

ve azalan tip eğrilerde,

$$F(\rho_1) = -\varepsilon(\rho_1)$$

ifadeleri tanımlanabilir. Daha sonra ρ_1 'in tahmini değeri $F(\rho_1)$ netatifse artırılmalı, pozitifse düşürülmelidir. Dene-me yanılma işlemi $|\rho_{1,m} - \rho_{1,m-1}| < C$. $\rho_{1,m}$ olduğu zaman durdurulmalıdır. Burada $\rho_{1,m}$; ρ_1 için son deneme değeri, C ise verinin niteliğine bağlı küçük bir sabittir. Örneğin, 10^{-4} gibi.

(5) bağıntısından katmanlanmanın en altında yer alan ρ_n öz dirençli katmanın öz direncinin son katmana ait D.Ö. fonksiyonuna eşit olduğu verilmişti. İki katman durumunda ρ_2 öz dirençli katman son katman olduğundan,

$$T_2(u) = \rho_2$$

olacaktır. Buna göre arazi D.Ö. ($T(u)$) değerlerine alt sınır düzlemine indirgeme işlemi uygulanırsa $T_2(u)$ bulunabilir. Bu da son katmanın öz direncine eşittir.

$$T_2(u) = \rho_2 = \frac{T(u) - \rho_1 \tanh(t_1/u)}{1 - T(u) \tanh(t_1/u) / \rho_1} \quad (20)$$

ρ_1 bilindiğinden, ilk katmanın kalınlığı t_1 azalan tip eğriler için (15) bağıntısından saptanabilir. Bununla beraber hem artan hem azalan tip eğriler için daha genel bir bağıntı

$$t_1 = (w_j/2) \ln \left\{ \frac{(\rho_1 + T(u_j)) (\rho_1 - T(u_{j+1}))}{(\rho_1 - T(u_j)) (\rho_1 + T(u_{j+1}))} \right\} \quad (21)$$

olarak verilebilir. Burada,

$$w_j = 1 / (1/u_j - 1/u_{j+1})$$

dir.

Böylece iki katman durumu için ρ_1 , ρ_2 ve t_1 bulunur.

Üç ve üçten fazla katman olması durumu:

Üç katmanlı durum için (10) eşitliği

$$T(u) = \rho_1 \tanh \left\{ t_1/u + \operatorname{arctanh} \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} \tanh(t_2/u + \operatorname{arctanh}(\rho_3/\rho_2)) \right] \right\} \quad (22)$$

olarak yazılabilir

Tüm katman parametrelerini yukardaki eşitlikten çözmek zordur. Bununla beraber D.Ö. eğrisinin ilk kısmına iki tabaka eğrisiyle yaklaşım yapılabilir.

u 'nun küçük değerleri için $\tanh(t_2/u + \operatorname{arctanh}(\rho_3/\rho_2)) \approx 1$ olduğunu var sayarsak, (22) iki katmanlı bir D.Ö. fonksiyonu olur. Böylece ρ_1 iki tabaka durumunda olduğu gibi hesaplanabilir. Bu yaklaşım yeterli doğrulukta olduğu sürece bütün üçüzlerden hesaplanan ρ_1 yaklaşık aynı değerlere sahiptir. Üçüncü tabaka hakkında bilgi taşıyan ilk ayrık değer için ρ_1 değerinde önemli bir fark ortaya çıkar. Eğer bu apsis değerine u_k dersek bu olayı aşağıdaki bağıntıyla ifade edebiliriz.

$$|\rho_1(U_{k-3}, U_{k-2}, U_{k-1}) - \rho_1(U_{k-2}, U_{k-1}, U_k)| \gg 0$$

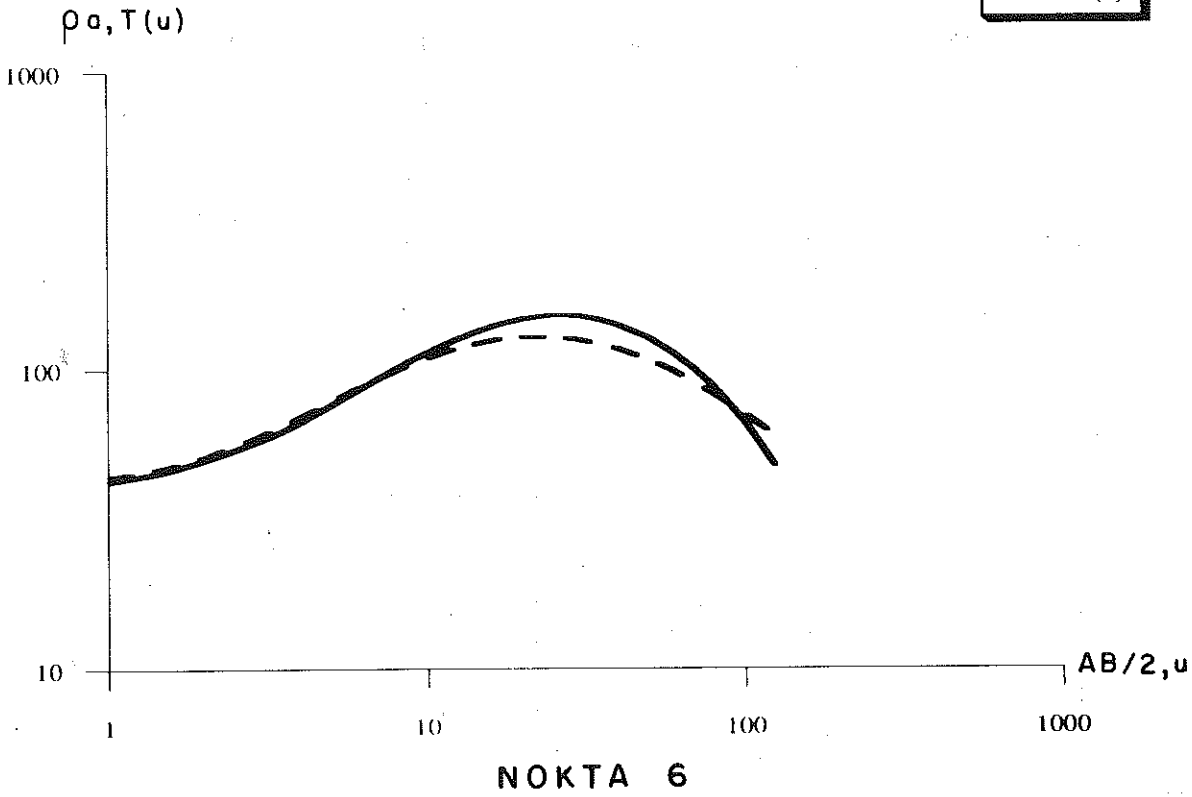
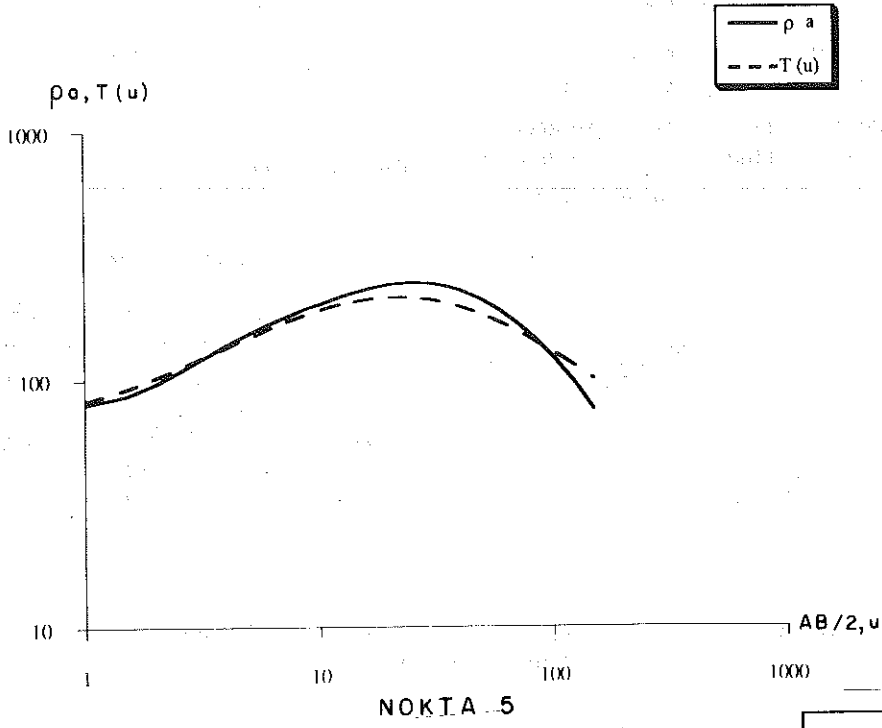
Bu durumda k 'inci noktanın üçüncü tabakayla ilgili bilgi içerdiği sonucuna varılır. Bu noktanın solunda kalan herhangi bir örnekleme noktası ρ_1 'in hesaplanmasında güvenle kullanılabilir. Bu işlem Szaraniec metodundan uyarlanmıştır. Kalınlık ise ρ_1 'in saptanmasında kullanılan örnekleme noktalarından, iki katman durumu için anlatılana benzer yolla elde edilir. (5) bağıntısına göre (20) bağıntısı sadece iki katmanlı yer modeli için geçerlidir. Üç katman durumu için ρ_2 'nin hesaplanmasında kullanılamaz. Bu durumda $T_2(u)$ ilk katmanın etkisini gideren indirgeme bağıntısıdır ve (20) bağıntısı artık indirgenmiş D.Ö. fonksiyonunun ($T_2(u)$ 'nun) ayrık değerlerinin hesaplanmasında kullanılır. Bulunan $T_2(u)$ ilk katmanın etkisini taşımaz. İndirgeme sonucu elde edilen $T_2(u)$ iki katman D.Ö. eğrisine ve ρ_2 , t_2 ilk katmanın öz direncine ve kalınlığına dönüşür. Bu durumda ρ_3 son katmanın öz direncidir. Böylece (19) bağıntısında $T(u)$ ve ρ_1 'in yerine, $T_2(u)$ ve ρ_2 koyarak, ρ_2 saptanır. (21) bağıntısında, t_1 , $T(u)$, ρ_1 yerine t_2 , $T_2(u)$, ρ_2 koyarak t_2 hesaplanır. ρ_3 öz dirençli katmanın son katman olduğu ve

$$T_3(u) = \rho_3$$

olduğu dikkate alınarak,

$$\rho_3 = T_3(u) = \frac{T_2(u) - \rho_2 \tanh(t_2/u)}{1 - T_2(u) \tanh(t_2/u) / \rho_2} \quad (23)$$

son katmanın öz direnci hesaplanabilir. (23) bağıntısı yalnızca üç katman durumu için geçerlidir. Bununla beraber Koefoed (1979) dikkat çektiği gibi bu noktalarda hata büyütmesi nedeniyle $u < t_2$ apsis noktaları için alt sınır düzlemine indirgeme işlemi yanlış sonuç verir. Bu nedenle ρ_3 'ün hesaplaması indirgenmiş D.Ö. eğrisinin sağ tarafında yürütülmelidir.



Şekil 9: Altıncı noktaya ait ρ_a görünür ve $T(u)$ dönüştürük özdirenç eğrileri

Katman sayısının üçten fazla olması durumu:

Yer altı n adet katman içeriyorsa, söz konusu metodun i'inci aşamasında $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{i-1}$ ve t_1, t_2, \dots, t_{i-1}

katman parametrelerinin saptandığı ve bu parametrelere sahip üst katmanların giderildiği yani $T_i(u)$ 'nin hesaplandığı varsayılır. Şimdi ρ_i ve t_i ; $T_i(u)$ 'nin ayrıık değerlerinden saptanabilir (19) ve (20) bağıntılarını genelleştirerek n katman durum için,

$$\left[\frac{\rho_2 + T_i(u_j)}{\rho_1 - T_i(u_j)} \right] \left[\frac{\rho_1 - T_i(u_{j+1})}{\rho_1 + T_i(u_{j+1})} \right]^{j+1} \left[\frac{\rho_1 + T(u_{j+2})}{\rho_1 - T(u_{j+2})} \right] - 1 = 0 \quad (24)$$

$$t_i = (w_{j/2}) \ln \left[\frac{\rho_1 + T_i(u_j)}{\rho_1 - T_i(u_j)} \frac{\rho_1 - T_i(u_{j+1})}{\rho_1 + T_i(u_{j+1})} \right] \quad (25)$$

ve son katmanın öz direnci,

$$\rho_n = T_n(u) = \frac{T_{n-1}(u) - \rho_{n-1} \tanh(t_{n-1}/u)}{1 - T_{n-1}(u) \tanh(t_{n-1}/u) \rho_{n-1}} \quad (26)$$

olarak hesaplanır.

UYGULAMA VE SONUÇLAR:

Yöntemin uygulaması MTA Enstitüsünce yapılan bir etütte, bir hat boyunca yer alan altı ölçüm noktasından alınan DES verileriyle gerçekleştirilmiştir. Ölçülen G.Ö. değerleri ve bunlara en küçük kareler yönteminin uygulanmasıyla saptanan D.Ö. değerleri aynı grafik üzerine çizilmiştir. Altı ölçüm noktasının her birine ait G.Ö. ve D.Ö. değerleri Şekil (4-9) da görülmektedir.

Tablo 1: Altı noktada ölçülen G. Ö. değerlerinin (Şekil 4-9) yaklaşık yorum yöntemleri (yardımcı nokta kartları) ve sayısal doğrudan yorum yöntemleri (D. Ö. fonksiyonundan) ile yorumlanması sonucu elde edilen katman parametreleri.

NOKTA	YAKLAŞIK YORUM YÖNTEMLERİYLE DEĞERLENDİRME			D. Ö. FONKSİYONUNDAN SAYISAL YOLLA DEĞERLENDİRME		
	Özdirenç (Ω m)	Kalınlık (m)	Derinlik (m)	Özdirenç (Ω m)	Kalınlık (m)	Derinlik (m)
1	$\rho_1 = 96$ $\rho_2 = 288$ $\rho_3 = 85$	$t_1 = 1$ $t_2 = 28$	$h_1 = 1$ $h_2 = 29$	$\rho_1 = 96$ $\rho_1 = 297$ $\rho_3 = 80$	$t_1 = 1.1$ $t_2 = 29$	$h_1 = 1.1$ $h_2 = 30.1$
2	$\rho_1 = 80$ $\rho_2 = 280$ $\rho_3 = 38.25$	$t_1 = 1$ $t_2 = 39$	$h_1 = 1$ $h_2 = 40$	$\rho_1 = 76$ $\rho_1 = 268$ $\rho_3 = 35$	$t_1 = 0.94$ $t_2 = 37$	$h_1 = 0.97$ $h_2 = 37.94$
3	$\rho_1 = 120$ $\rho_2 = 300$ $\rho_3 = 145$	$t_1 = 1.5$ $t_2 = 27.5$	$h_1 = 1.5$ $h_2 = 29$	$\rho_1 = 125$ $\rho_1 = 314$ $\rho_3 = 150$	$t_1 = 2$ $t_2 = 23$	$h_1 = 2$ $h_2 = 25$
4	$\rho_1 = 40$ $\rho_2 = 280$ $\rho_3 = 85$	$t_1 = 2$ $t_2 = 18$	$h_1 = 2$ $h_2 = 20$	$\rho_1 = 39$ $\rho_1 = 261$ $\rho_3 = 84$	$t_1 = 1.8$ $t_2 = 16$	$h_1 = 1.8$ $h_2 = 17.8$
5	$\rho_1 = 78$ $\rho_2 = 273$ $\rho_3 = 52$	$t_1 = 1.4$ $t_2 = 32.6$	$h_1 = 1.4$ $h_2 = 34$	$\rho_1 = 75$ $\rho_1 = 261$ $\rho_3 = 56$	$t_1 = 1.2$ $t_2 = 35.7$	$h_1 = 1.2$ $h_2 = 36.9$
6	$\rho_1 = 42$ $\rho_2 = 210$ $\rho_3 = 34$	$t_1 = 2$ $t_2 = 25$	$h_1 = 2$ $h_2 = 27$	$\rho_1 = 42$ $\rho_1 = 197$ $\rho_3 = 30$	$t_1 = 2$ $t_2 = 25$	$h_1 = 2$ $h_2 = 27$

Elde edilen D.Ö. verisine anlatılan sayısal yöntemin uygulanmasıyla katman paratreleri hesaplanmıştır. G.Ö. eğrileri bir de yaklaşık yorum yöntemlerindeki iki katman eğrileri ve yardımcı nokta kartları kullanılarak değerlendirilmiş bulunan sonuçlar, karşılaştırmalı olarak Tablo 1 de verilmiştir.

G.Ö. ve D.Ö eğrilerine bakıldığında eğrilerin üç katmanlı bir ortamı temsil ettikleri görülmektedir. Yapılan değerlendirmelere göre ikinci katman, öz direnci en yüksek olan ve üçüncü katman ise öz direnci en düşük olan katmandır. Her noktada yapılan ölçümler kıyaslanırsa öz direncin yanal yönde de bir ölçüde değiştiği gözlenir.

Koefoed yönteminde eğri çakıştırma işleminin yanısıra alt sınır düzlemine indirgeme işleminin her uygulamasından sonra oluşan yeni D.Ö. eğrisini çizmek gerekir. Bu hem zaman alan hem de pratik olmayan bir yoldur. Sayısal yöntem eğri çakıştırma yöntemlerindeki bu zorlukları ortadan kaldırması nedeniyle daha pratiktir. Bu nedenle sayısal yöntemlerin kullanımının yaygınlaştırılması gereklidir.

KATKI BELİRTME

Karşılıklı görüşmelerle yön veren, destekleyen ve bilgisayar yazılımlarını kullanmama izin veren Sayın Doç. Dr. A. Tuğrul Başokur'a ve bu çalışmanın gerçekleşmesine önyak olan sayın Prof. Dr. Kurultay Öztürk'e.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

Başokur A. T., 1984. A numerical direct interpretation-method of resistivity soundings using the Pekeris model. *Geophysical Prospecting* 32, 1131-1146

Başokur A. T., 1984. Düşey Elektrik sondajı T. P. A. Ş, yayımları.

Başokur A. T., 1985. En küçük kareler yöntemi ile doğru akım sondajı verilerinde dönüşüm işlemleri. *Jeofizik* 25. yıl özel sayısı. 126-131.

Flathe H., 1955. A practical method of calculating geoelectrical model graphs for horizontally stratified media. *Geophys Prospect.* 3, 268-294.

Ghosh D. P., 1971. The application of linear filter theory to direct interpretation of geoelectrical resistivity soundings. *Geophys. Prospect.* 19, 192-217.

Gürer A., 1988. Düşey elektrik sondajı verilerinin doğrudan yorumunda dönüşük öz direnç fonksiyonundan katman parametrelerinin sayısal hesabı. Yüksek Lisans Tezi İ. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü.

Koefoed O., 1970 A fast method for determining the yalgr distribution from raised kernel function in geoelectrical soundings. *Geophysical Prospecting* 18, 564-570.

Koefoed O., 1979 *Geosounding Principles I. Resistivity Sounding Measurements Vol 14 A Methods in Geochemistry and Geophysics.* Elsevier, Amsterdam.

Pekeris C., 1940. Direct method to interpretation in resistivity prospecting *Geophysics* 5, 31-46.

Szaraniec E., 1980. Direct interpretation by accumulation of layers. *Geophysical Prospecting* 28, 257-268.

Vanyan L. L., Morozova G. M., ve Lozhenits'na L., 1962. On the calculation of theoretical electrical sounding curves (in Russian) *prikladnaya Geofizika* 34, 135-146.