İstanbul Üniv. Müh. Fak. Yerbilimleri Dergisi, C. 4, S. 1 - 2, Y. 1983/1984 (105 - 127)

# İki Boyutlu Wiener Yöntemi İle Aşağı ve Yukarı Analatik Uzanımların Düzenleme ve Uygulamaları(*)

## DESIGN AND APPLICATION OF THE DOWNWARD AND UPWARD CONTINUATIONS BY THE TWO - DIMENSIONAL WIENER FILTER TECHNIQUE

*İbrahim KARA*

İ.Ü. Mühendislik Fakültesi Jeofizik Bölümü

*ÖZET :* Bu çalışmada, korrelasyon fonksiyonlarının özelliklerinden yararlanılarak yapılan Wiener Filtre tekniği ile, gravite ve manyetik alanlarda kullanılan iki boyutlu analitik uzanım katsayılarının hazırlanıp uygulanılabileceği gösterilmiştir. Homojen bir ortam içerisinde, yeryüzünden belirli derinliklerde bulunan iki ayrı noktasal kütle alınarak, bu kütlelerin yeryüzünde meydana getirdikleri gravite kuvvet etkileri ayrı ayrı hesaplanmıştır. Hesaplanılan bu gravite etkisinden yararlanılarak, sismik yöntemlerde tek boyutlu olarak kullanılan sayısal Wiener Filtresine benzer şekilde, gravite ve manyetik yöntemlerde kullanılan iki boyutlu aşağı ve yukarı doğru analitik uzanım katsayıları elde edilmiştir. Bu katsayılar, yeryüzünden itibaren belirli derinliklerde alınan küre, silindir ve fay gibi geometrik yapılara, ve ayrıca geometrik olmayan heterojen cisimlere uygulanılarak, belirli uzanım seviyelerinde, bu kütlelerin meydana getirdikleri etkiler hesaplanmıştır. Bundan başka, analitik uzanımla bulunması gereken değerler, teorik olarakda hesaplanılarak, elde edilen analitik uzanım katsayılarının doğruluğu kontrol edilmiştir.

Ayrıca, kıyaslama yapmak maksadı ile, yukarıda sözü edilen kütlelere aynı seviyelerde Peters, Fuller ve Henderson'un uzanım katsayıları da uygulanmıştır. Bu uygulamaların neticelerinin karşılaştırılmasında, çalışmamızda elde edilen katsayıların, Fuller ve Peters'in katsayılarından daha iyi sonuç verdiği Henderson'unkinden ise daha kullanışlı ve ekonomik olduğu tesbit edilmiştir.

*ABSTRACT :* In this work, it have been shown that, it is possible to prepare and apply a new two - dimentional coefficient indexes for gravity and magnetic field measurements with the aid of some features of correlation functions adopted from Wiener filter technique. Taking two different mass - points within a volum of uniform density in certain depths below the earth's surface, their effects to the surface are computed for each point. The two - dimentional downward and upward coefficient indexes for analytical continuation in the gravity and magnetic field values have been established by the effects of gravity action of these mass - points, in a very similar way as for the digital Wiener filtering (mono - dimentional) method of seismic work. The resultant corresponding effects in the certain continuation levels are calculated by applying these coefficient indexes both to the geometrical structures (such as spheres, cylinders and faults) and to the heterogeneous bodies without certain geometrical shapes which all are taken from the certain depths. Additionaly, as a confirmatory process, the derived analytical continuation coefficients are checked by the computed theoretical values of analytical continuation.

Also, to obtain some comparative ground, Peters', Fuller's and Henderson's coefficient indexes are applied to the given structures. The resulting estimations for the analytical continuation in the same level, thus leding to the conclution that the outcomes of the repetitive application of the new two - dimentional coefficient indexes introduced in the present work, are better in products than those of Fuller's and Peters' and also more economic and feasible of Henderson's.

---

* Bu yayın, İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesinde (1982) yapılan doktora tezinin özetidir.

## GİRİŞ

Uygulamalı jeofizik sahasında yeralan gravite ve manyetik alan ölçülerinden elde edilen veriler, bir potansiyel alanına ait büyüklüklerdir. İki boyutlu olarak elde edilen bu veriler, bir düzlem üzerinde fiziksel bir büyüklüğün dağılımı ile ilgili olarak bilgiler verirler. Bu fiziksel büyüklüğün, bir düzlem üzerindeki eşdeğerlere sahip olan noktalarından eğriler geçirilerek, o büyüklüğün eş potansiyel eğrilerinin haritası elde edilmiş olunur. Böyle haritalara, gravite prospeksiyonunda Bouguer gravite anomali haritaları, manyetik prospeksiyonunda ise manyetik anomali haritaları adı verilir. Bu anomali haritaları, yeraltında bulunan tek bir kütlenin etkisinden ileri gelmeyip, çeşitli büyüklük ve derinliklerde bulunan dağınık birçok kütlenin hasıl ettiği gravite veya manyetik kuvvet alanının etkilerinden ileri gelmektedirler.

Sözü edilen bu haritalar, rezidüel ve rejiyonal olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadırlar. Rezidüel anomaliler, yeryüzüne yakın olan kütlelerin tesirlerinden ileri gelip, gravite ve manyetik prospeksiyonunda önemlidirler. Ekonomik değere sahip olan bu anomalilerin kaynağı, jeolojik rezervler (maden, petrol yatakları ve akiferlerin bulunduğu jeolojik yapılar) olup, küçük sahalara yayılırlar. Rejiyonal anomaliler ise, yer kabuğunun derinliklerindeki yoğunluk ve süseptibilite farklarından ileri geldikleri için geniş alanlara yayılırlar.

Aynı Bouguer ve manyetik anomalilerini veren jeolojik yapı veya kütle dağılımı, sonsuz şekillerle yapılabilir. İşte bu zorluğu gidermek üzere, yeryüzüne yakın ve uzak olan jeolojik yapıların birbiri üzerine binmiş olan bu anomalilerinin, birbirlerinden ayrılması gerekmektedir. Zaten çalışmamızın ana gâyesi de, bu ayrımı yapmayı sağlamaktır.

Bu maksatla çalışmamızda kullanılan fonksiyonun çift fonksiyon olması, hem uzanım katsayılarının bulunmasında, hem de uygulama alanında önemli kolaylıklar sağlamaktadır.

Geliştirilmiş olunan bu çalışmadaki yöntemle, yeryüzünden yukarı ve aşağı doğru kademe kademe ilerliyerek, istediğimiz jeolojik yapıya inilebilir. Her inilen kademede, inilen seviyenin üzerinde bozucu kütlenin olmaması gerekir. Yeni çizilen uzanım haritaları üzerinde, inilen seviyelerin altında kalan kütlelerin gravite etkisi kalır. Bu işleme, her aşağı uzanım halinde aynı şekilde devam edilerek, istenilen derinliğe kadar inilebilir. Böylece, her yeni uzanım için elde edilen yeni haritalardan, uzanım seviyesinin altında kalan yeraltının tektonik yapısı hakkında, önemli bilgiler elde edilir.

Gravitede rezidüel olarak bilinen türev ve uzanım işlemleri, sayısal filtrelerin meydana getirdiklerine denktir. Bunlarla ilgili ilk bilgiler, Norbert Wiener (1949), Bullard ve Cooper (1948 Fourier serileri metodunu, aşağı analitik uzanım için kullanmışlardır), Peters (1949), Henderson ve Ziets (1949) ile başlar. Daha sonraları bu konuda çok çeşitli yayınlar yapılmıştır. Nettleton (1954) gravite ve manyetik işlemlerde filtre etkisinden bahsetmiştir. Swartz (1954) Fourier integrali ve Fourier serisi metodunu, Tomada ve Aki (1955) Fourier serisinden yararlanarak, aşağı analitik uzanım için filtre teorisi metodunu geliştirmişlerdir. Dean (1958), gravite ve manyetizma çalışmaları için, lineer filtre teorisini geliştirmiş, ve bu teorinin uygulaması olarak aşağı uzanımı incelemiştir. Robinson ve Treitel (1964) sayısal filtrelerin prensiplerini vermişler, Mesko (1965) ikinci türev ve rezidüeller için frekans cevaplarını ortaya koymuştur. Odegard ve Berg (1965) bazı geometrik yapıların, Fourier analizi ile derinlik ve atım gibi parametrelerini bulmuşlardır. Darby ve Davies (1967), Zulfluef (1967) iki boyutlu filtrelerle ilgili geniş bilgiler vermişlerdir. Gunn (1972), Wiener filtresinin gravite ve manyetik verilere uygulanabileceğini belirtmiştir. Sanver (1975), Hankel integral çiftinden yararlanarak düzenlediği filtreleri, Ege bölgesinin havadan manyetik haritasına uygulamıştır. Özdemir (1977), Alçak geçişli filtrelerle, Gönen - Manyas bölgesinin Bouguer gravite haritasını filtrelemiştir. Özdemir (1978), Fourier dönüşümlerini kullanarak elde ettiği filtreleri, Tuz gölü bölgesinin gravite haritasına uygulamıştır.

Bu çalışmada da, Wiener Filtre tekniğinden yararlanılarak elde edilen aşağı ve yukarı analitik uzanım katsayıları, çeşitli geometrik yapıların vermiş olduğu haritalara uygulanılarak, teorik değerlere çok yakın neticeler elde edilmiştir.

## TEMEL İLKELER

Filtre işlemlerinde tek ve çift boyutlu sürekli veriler, belirli aralıklarla sayısal hale dönüştürülürler. Bu dönüşüm yapılırken, verilerin özelliklerini kaybetmemeleri için veri aralığının, kayıt edilmiş verilerin özelliklerini taşıyacak şekilde seçilmesi gerekir. Veri aralıkları yatay $\Delta x$ ve düşey $\Delta y$ ile gösterildiğine göre $\Delta x = \Delta y \leqslant \frac{1}{2f_n}$ Nyquist şartına uymalıdır. Burada fn, gravite veya manyetik fonksiyonun belirlendiği aralıkta frekans spektrumunun sahip olduğu maksimum frekans veya dalga sayısıdır. Veri aralıklarının küçük olmasının işlemi arttırmaktan başka hiçbir sakıncası olmamasına rağmen, büyük olmasının birçok sakıncaları görülür. Bu sakıncaların en önemlisi «Aliassing» olayının meydana gelmesidir (Bak. W.C. Clement, 1973).

Analitik uzanımlar, türevler ve filtrelerin elde edilmeleri ve arazi uygulamalarında konvolüsyon integralinin özelliklerinden yararlanılır. Matematiksel olarak verilen iki sinyal $g_1(t)$ ve $g_2(t)$ ile gösterilirse, bunların konvolüsyonu,

$$h(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) \cdot g_2(\tau - t)\, dt \qquad (1)$$

integrali ile tanımlanır. Bu integral sembolik olarak

$$h(\tau) = g_1(t) * g_2(t)$$

şeklinde yazılır. (1) denkleminde $(\tau - t)$ yerine $(t')$ konulursa

$$h(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(\tau - t') g_2(t')\, dt' = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(\tau - t) . g_2(t) dt$$

elde edilir. Bu, konvolüsyon işleminin komutatif olduğunu gösterir. Buna benzer şekilde, konvolüsyonun assosyatif ve distribütif özelliklerine de sahip olduğu gösterilebilir. Bu konuda, polinomlara ait olan cebrik özellikler, konvolüsyon işlemleri içinde geçerli olur.

Konvolüsyon integralinin frekans domenindeki özelliği Fourier integral dönüşümü ile incelenir.

$g_1(t)$ ve $g_2(t)$ sinyallerinin dönüşümleri $G_1(f)$ ve $G_2(f)$ ise,

$$H(f) = F[g_1(t) * g_2(t)] = G_1(f) . G_2(f)$$

şeklinde olur.

Yani, zaman domenindeki konvolüsyon işlemi, frekans domenindeki çarpım işlemine eşdeğerdir. Bunun terside söylenebilir.

Zaman domenindeki ayrık sayısal filtreleme işlemini yapabilmek için, yani konvole edebilmek için, filtre operatörünü (filtre ağırlık katsayıları) ters çevirip (ayna simetriği), eşit aralıklarla ayrık (discrete) hale getirilmiş olan verilerle konvolüsyona tâbi tutmak gerekir.

Çapraz - Korrelasyon bağıntısı ise, konvolüsyon integraline benzemektedir. Matematiksel olarak $g_1(t)$ ve $g_2(t)$ farklı iki sinyal olmak üzere, çapraz - korrelasyon integrali

$$\varphi_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) g_2(t + \tau) d\tau$$

şeklindedir.

Nümerik çapraz - korrelasyon işleminin konvolüsyon işleminden tek farkı, $g_2(t)$ fonksiyonunun ters çevrilmeden işlem yapılmasıdır.

Bu integral işlemide, konvolüsyondaki gibi çeşitli özelliklere sahiptir.

$$a) - \varphi_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) g_2(t + \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t - \tau) g_2(t) dt$$

şeklinde yazılabilir.

$$\varphi_{12}(\tau) = \varphi_{21}(-\tau)$$

dur. Ve

$$\varphi_{12}(\tau) \neq \varphi_{21}(\tau)$$

olduğundan $\varphi_{12}(\tau)$ indislerine göre simetrik değildir.

b)— Eğer, $g_1(t)$ ve $g_2(t)$ sonlu enerjiye sahip iki sinyal iseler, $s(t)$ esas sinyali, $n(t)$ ve $m(t)$ de gürültüyü (noise) göstermek üzere,

$$g_1(t) = s(t) + n(t) \text{ ve } g_2(t) = s(t) + m(t)$$

şeklinde yazılır. Korrelasyon fonksiyonunun özelliklerinden

$$\varphi_{12}(\tau) = \varphi_{ss}(\tau) + \varphi_{ns}(\tau) + \varphi_{sm}(\tau) + \varphi_{nm}(\tau)$$
$$\varphi_{11}(\tau) = \varphi_{ss}(\tau) + \varphi_{sn}(\tau) + \varphi_{ns}(\tau) + \varphi_{nn}(\tau)$$

yazılabilir. Sinyal ile gürültü arasında korrelasyon yoksa

$$\varphi_{sn}(\tau) = \varphi_{ns}(\tau) = \varphi_{sm}(\tau) = \varphi_{ms}(\tau) = \varphi_{nm}(\tau) = \varphi_{mn}(\tau) = 0$$

olduğundan,

$$\varphi_{12}(\tau) = \varphi_{ss}(\tau)$$
$$\varphi_{11}(\tau) = \varphi_{ss}(\tau) + \varphi_{nn}(\tau)$$

sonucu çıkar.

Çapraz korrelasyonda adı geçen $g_1(t)$ ve $g_2(t)$ fonksiyonları birbirlerine eşit iseler, oto - korrelasyondan söz edilir. Yani,

$$\varphi_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)\, g_1(t+\tau)\, dt$$

integraline, oto - korrelasyon integrali adı verilir. Oto - korrelasyon halinde faz farkı sıfır olduğundan $|G_1(f)||G_2(f)| \rightarrow |G(f)|^2$ ye yaklaşır, ve fonksiyon çift olup $\tau = 0$ a göre simetriktir. Böylece $\varphi_{11}(f) = |G_1(f)|^2$ şeklinde yazılabilir. Bu ifade ise $g_1(t)$ sinyalinin enerji yoğunluğu spektrumunu göstermektedir. O halde

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)\, g_1(t+\tau)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} |G_1(f)|^2\, e^{i2\pi f\tau} . df$$

olur.

Bu ifade $\tau \rightarrow 0$ yaklaşırken, eşitliğin sol tarafı integrasyondan sonra sinyalin toplam enerjisini verdiğinden, sağ taraftaki $|G_1(f)|^2$ ifadesi enerji yoğunluğu olması gerekir.

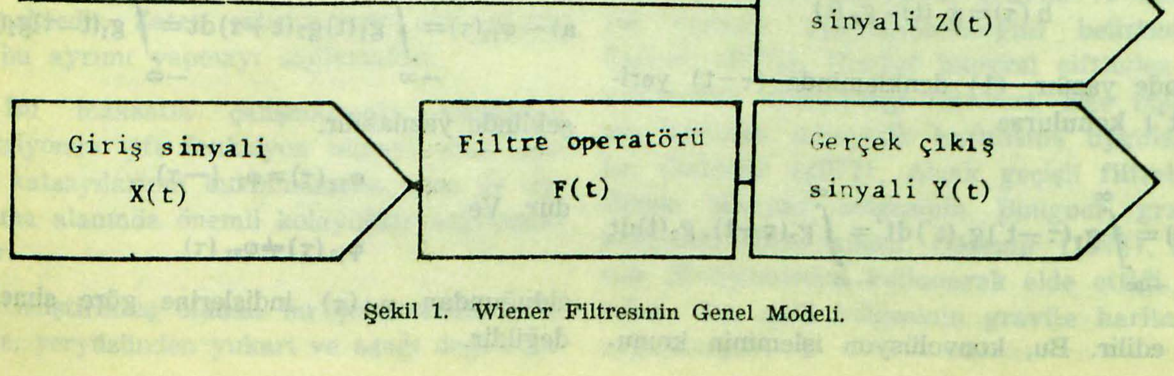
## TEK BOYUTLU WIENER FİLTRESİNİN DÜZENLENMESİ

Wiener filtresinin düzenlenmesinin kolay anlaşılabilmesi için, bu düzenlemede kullanılacak olan sinyalleri şekil üzerinde göstermekte fayda vardır. Sinyallerin adlarını ve simgelerini

a)— Giriş sinyalini ................ $X(t)$
b)— İstenilen çıkış sinyalini ...... $Z(t)$
c)— Gerçek çıkış sinyalini ......... $Y(t)$
d)— Filtre fonksiyonunu ......... $F(t)$

şeklinde kabul edelim.

Gayemiz, bilinen bir giriş sinyalini, kendi tâyin edeceğimiz istenilen çıkış sinyaline çevirecek filtre katsayılarını elde etmemize yarayacak bir teknik bulmaktır. Bu teknik ile elde edilecek olan filtre katsayıları ile giriş sinyalinin konvolüsyonundan ise, gerçek çıkış sinyali elde edilmektedir. Gerçek çıkış sinyalinin, istenilen çıkış sinyali ile aynı olması gerekirken, azda olsa farklılık göstermektedir.




Şekil 1. Wiener Filtresinin Genel Modeli.

Bu fark ise, hata enerjisi olup, çalışmamızda (I) simgesi ile gösterilecektir. Adı geçen iki sinyalin birbirine benzerliği, ancak aralarındaki farkın minimuma indirilmesi ile sağlanabilir. Minimum hata enerjisi şöyle ifade edilir.

$$I = E\{[Z_{(t)} - Y_{(t)}]^2\} \qquad (2)$$

Hata enerjisini minimum yapabilecek nümerik filtre katsayıları

$$F_{(t)} = F_{(0)}, F_{(1)}, F_{(2)}, \ldots, F_{(n)}$$

şeklinde gösterilsin. Gerçek çıkış sinyali, filtre katsayıları ile giriş sinyalinin nümerik konvolüsyonu olduğuna göre

$$Y_{(t)} = X_{(t)} * F_{(t)} = \sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} X_{(t-\tau)}$$

dur.

Bunu (2) denkleminde yerine koyarsak, hata enerjisi

$$I = E\left\{\left[Z_{(t)} - \sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} X_{(t-\tau)}\right]^2\right\} \qquad (3)$$

şeklini alır. Elde edilen bu hatanın her $F(\tau)$ $(\tau = 0, 1, 2, \ldots, n)$ filtre katsayısına göre kısmî türevi alınarak sıfıra eşitlenecek olunursa, hem hata enerjisi minimuma indirgenmiş, hemde filtre katsayılarının bulunmasını sağlıyacak denklem takımı elde edilmiş olur.

Söylenene örnek olarak, (I) nın sadece $F_{(1)}$'e göre kısmî türevi alınırsa

$$\frac{\partial I}{\partial F_{(1)}} = 2\left[-E\{Z_{(t)} X_{(t-1)}\} + \sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} E\{X_{(t-\tau)} X_{(t-1)}\}\right] \qquad (4)$$

bulunur. Burada

$$E\{Z_{(t)} X_{(t-1)}\}\ ;\ \tau = 1 \text{ için } Z_{(t)} \text{ ile } X_{(t)}$$

nin çapraz - korrelasyonunu

$$E\{X_{(t-\tau)} X_{(t-1)}\} \text{ ise, } \tau = 0, 1, 2, \ldots, n$$

için $X(t)$ nin oto - korrelasyonunu göstermektedir.

(4) denklemini bunlara göre düzenlersek

$$\frac{\partial I}{\partial F_{(1)}} = 2\left[-\phi_{zx}(1) + \sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} \phi_{xx}(1-\tau)\right] \qquad (5)$$

şeklini alır. Bu kısmî türev sıfıra eşitlenerek, çapraz - korrelasyon kısmı, eşitliğin diğer tarafına geçirilirse,

$$\sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} \phi_{xx}(1-\tau) = \phi_{zx}(1) \qquad (6)$$

elde edilir.

Yapılan bu kısmî türev işlemi, sadece $F_{(1)}$'e göre bulunan şeklidir. Eğer filtrenin boyu (j) kadar olacaksa, I nın $F_{(j)}$ ye göre j adet kısmî türevi alınarak bir denklem takımı elde edilir.

Bu denklem takımı genelleştirilerek

$$\sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} \phi_{xx}(j-\tau) = \phi_{zx}(j) \qquad j = 0, 1, 2, \ldots, n \qquad (7)$$

şeklinde yazılır. Bu denklemlerde giriş sinyalinin oto - korrelasyonu ile, giriş ve istenilen çıkış sinyallerinin çapraz - korrelasyonu bilindiğinden, denklem takımının çözümü ile filtre katsayıları bulunmuş olur.

Bulunan filtre katsayıları ile giriş sinyali konvole edildiğinde, gerçek çıkışın elde edileceğinden daha önce bahsedilmişti. Ancak, bu işlemlere gerçek çıkış ile istenilen çıkış arasındaki olabilecek farktan, yani (3) denklemi ile başlanmıştı. Fakat (3) denkleminden elde edilecek hata, gözle çabuk kontrol edilemiyeceğinden, kontrolün çabuklaştırılmasına uygun hale sokulmalıdır. Bu (3) denklemi daha açık olarak şöyle yazılır.

$$I = E\{Z_{(t)}^2\} - 2\sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} E\{Z_{(t)} . X_{(t-\tau)}\} +$$

$$\sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} \sum_{\mu=0}^{n} F_{(\mu)} E\{X_{(t-\tau)} X_{(t-\mu)}\} \qquad (8)$$

Burada $\mu$, yardımcı bir indistir.

(8) denkleminde

$$E\{Z_{(t)}^2\} = \phi_{zz}(0) \tag{9 a}$$

$$E\{Z_{(t)}\, X_{(t-\tau)}\} = \phi_{zx}(\tau) \tag{9 b}$$

$$E\{X_{(t-\tau)}\, X_{(t-\mu)}\} = \phi_{xx}(\mu-\tau) \tag{9 c}$$

oldukları biliniyor. Bunlar (8) denkleminde yerlerine konulursa

$$I = \phi_{zz}(0) - 2\sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)}\,\phi_{zx}(\tau) + \sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)} \sum_{\mu=0}^{n} F_{(\mu)}\,\phi_{xx}(\mu-\tau) \tag{10}$$

elde edilir. Dikkat edilirse bu denklemdeki

$$\left[\sum_{\mu=0}^{n} F_{(\mu)}\,\phi_{xx}(\mu-\tau)\right]$$

kısmı, (7) denkleminin sol tarafı ile aynıdır. Bu da yerine konulduğunda, hata enerjisi (I) minimum olacaktır.

$$I_{min} = \phi_{zz}(0) - \sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)}\,\phi_{zx}(\tau) \tag{11}$$

Bu denklemin neticesini (0) ile (1) arasında yer alacak şekle sokmak için, denklemin her iki tarafı $\Phi_{zz}(0)$'a bölünür.

$$\frac{I_{min}}{\phi_{zz}(0)} = 1 - \sum F_{(\tau)}\,\frac{\phi_{zx}(\tau)}{\phi_{zz}(0)}$$

burada,

$$\frac{I_{min}}{\phi_{zz}(0)} = \varepsilon \quad \text{ve} \quad \frac{\phi_{zx}(\tau)}{\phi_{zz}(0)} = \phi_{zx}'(\tau)$$

denilirse

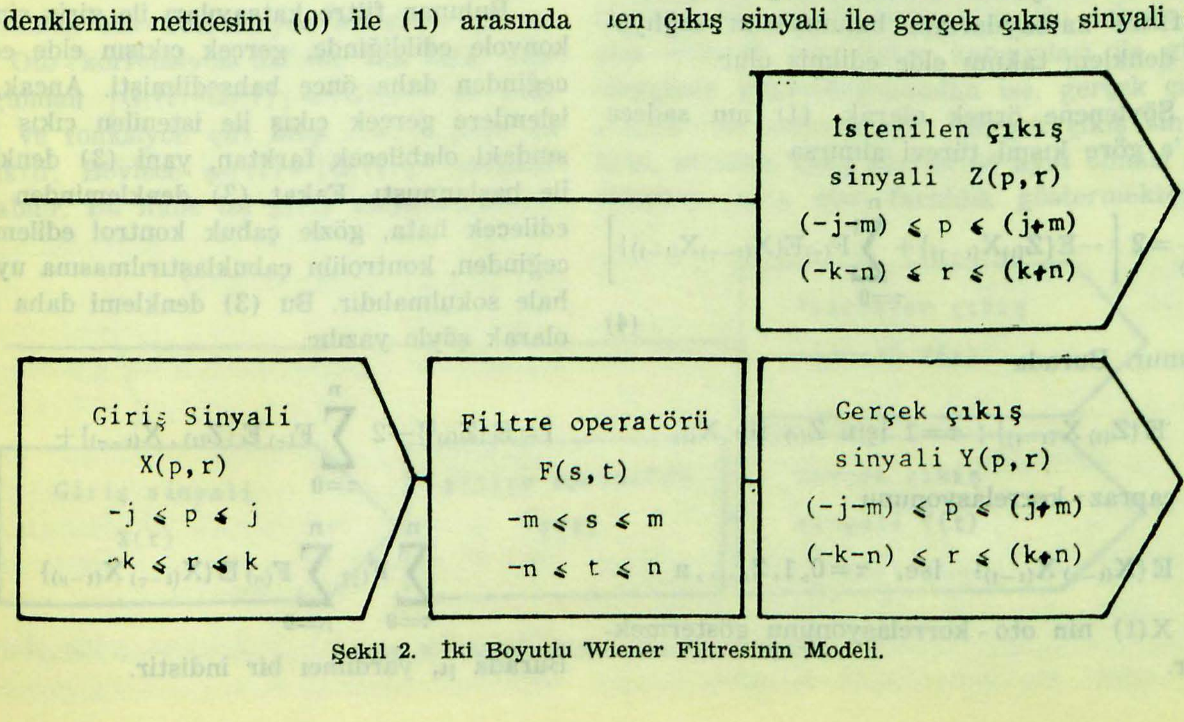
$$\varepsilon = 1 - \sum_{\tau=0}^{n} F_{(\tau)}\,\phi_{zx}'(\tau) \tag{12}$$

bulunur. Böylece $0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1$ elde edilmiş olunur. $\varepsilon = 1$ olması için, tüm filtre katsayılarının sıfır olması gerekir. Ayrıca bu durumda en kötü filtre elde edilmiştir. $\varepsilon = 0$ olması halinde ise, istenilen çıkış ile gerçek çıkış birbiri üzerine oturmuş olup, en ideal filtre katsayıları elde edilmiştir.

## İKİ BOYUTLU WIENER FİLTRESİNİN DÜZENLENMESİ

İki boyutlu Wiener filtresi, tek boyutludan daha karışık olduğundan, iki boyutlu için de ayrı bir filtre modeli çizmekte fayda vardır.

Tek boyutlu Wiener filtresinden, istenilen çıkış sinyali ile gerçek çıkış sinyali ara-




Şekil 2. İki Boyutlu Wiener Filtresinin Modeli.

sındaki olabilecek farkların karelerinin toplamı, hata enerjisi (I) olarak bilinmektedir. İki boyutlu halde ise, yine hatayı minimum yapacak olan denklem, benzer şekilde yazılır.

$$I = \sum_{p=-m-j}^{m+j} \sum_{r=-n-k}^{n+k} [Z_{(p,r)} - Y_{(p,r)}]^2 \quad (13)$$

Gerçek çıkış sinyali, filtre katsayıları ile giriş sinyalinin konvolüsyonu olduğundan

$$Y_{(p,r)} = \sum_{s=-m}^{m} \sum_{t=-n}^{n} F_{(s,t)}\, X_{(p-s,\, r-t)} \quad (14)$$

şeklinde yazılır. (14) denklemi (13) denkleminde yerine konulacak olunursa

$$I = \sum_{p=-m-j}^{m+j} \sum_{r=-n-k}^{n+k} [Z_{(p,r)} - \sum_{s=-m}^{m} \sum_{t=-n}^{n} F_{(s,t)}\, X_{(p-s,\, r-t)}]^2 \quad (15)$$

elde edilir. (I)'nın her $F_{(s,t)}$ ye göre kısmî türevi alınıp sıfıra eşitlenecek olunursa, hata minimuma indirgenmiş olacağı gibi, filtre katsayılarının bulunmasını sağlayacak denklem takımı da elde edilmiş olur. Buna örnek olarak, (I) nın sadece $F_{(0,0)}$'a göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse

$$\frac{\partial I}{\partial F_{(0,0)}} = \sum_{p=-m-j}^{m+j} \sum_{r=-n-k}^{n+k} 2\, [Z_{(p,r)} - \sum_{s=-m}^{m} F_{(s,t)}\, X_{(p-s,\, r-t)}.$$

$$\frac{\partial}{\partial F_{(0,0)}} [Z_{(p,r)} - \sum_{s=-m}^{m} \sum_{t=-n}^{n} F_{(s,t)}\, X_{(p-s,\, r-t)}] \quad (16)$$

olur. (16) denkleminde eşitliğin sağ tarafındaki $\frac{\partial}{\partial F_{(0,0)}}$ den itibaren olan kısmın türev işlemini devam ettirmek kafidir. Bu da

$$\frac{\partial}{\partial F_{(0,0)}} [Z_{(p,r)} - \sum_{s=-m}^{m} \sum_{t=-n}^{n} F_{(s,t)} X_{(p-s,\, r-t)}] = -X_{(p,r)}$$

olarak bulunur. Bu netice (16) denkleminde yerine konularak, diğer işlemler devam ettirilirse,

$$\frac{\partial I}{\partial F_{(0,0)}} = 2 \sum_{p=-m-j}^{m+j} \sum_{r=-n-k}^{n+k} [-Z_{(p,r)}\, X_{(p,r)}] + \sum_{s=-m}^{m} \sum_{t=-n}^{n} F_{(s,t)}\, X_{(p-s,\, r-t)}\, X_{(p,r)}] \quad (17)$$

bulunur. Burada

$$[-\sum_{p=-m-j}^{m+j} \sum_{r=-n-k}^{n+k} Z_{(p,r)}\, X_{(p,r)}]$$

s=0 ve t=0 için $Z_{(p,r)}$ ile $X_{(p,r)}$ nin çapraz-korrelasyonunu,

$$\left[\sum_{p=-m-j}^{m+j} \sum_{r=-n-k}^{n+k} X_{(p-s,\, r-t)}\, X_{(p,r)}\right]$$

ise, $-m \leqslant s \leqslant m$ ve $-n \leqslant t \leqslant n$ için giriş sinyalinin oto-korrelasyonunu gösterir. Bu ifadeler göz önüne alınarak, yukarıdaki (17) denklemi daha genel hali ile şöyle yazılabilir.

$$\frac{\partial I}{\partial F_{(0,0)}} = 2[-\phi_{zx}(0,0) + \sum_{s=-m}^{m} \sum_{t=-n}^{n} F_{(s,t)}\, \phi_{xx}(i-s,\, j-t)] \quad (18)$$

Bu denklem sıfıra eşitlenerek, çapraz-korrelasyon kısmı eşitliğin sağ tarafına atılacak olunursa

$$\sum_{s=-m}^{m} \sum_{t=-n}^{n} F_{(s,t)}\, \phi_{xx}(i-s,\, j-t) = \phi_{zx}(0,0) \quad (19)$$

bulunmuş olur.

Giriş ve istenilen çıkış sinyalleri bilindiğinden, (19) denklemindeki ($\Phi_{xx}$) ile ($\Phi_{zx}$) de bilinmiş olur.

Biraz önce yapılan türev işlemi gibi, I'nın bütün $F_{(s,t)}$'lere göre ($s=-m$'den, $+m$'e kadar; $t=-n$'den, $+n$'e kadar) kısmî türevleri alınıp sıfıra eşitlenecek olunursa, $[(2m+1)(2n+1)]$ adet lineer denklem takımı elde edilmiş olunur. Bu denklem takımıda en genel hali ile şöyle yazılabilir.

$$\sum_{s=-m}^{m} \sum_{t=-n}^{n} F_{(s,t)} \phi_{xx}(i-s, j-t) = \phi_{zx}(i-j) \quad (20)$$

Burada

$i=-m, \ldots\ldots, 0, \ldots\ldots, +m$

$j=-n, \ldots\ldots, 0, \ldots\ldots, +n$ dir.

Bu denklem takımının çözümü ile, $F_{(s,t)}$ filtre katsayılarının tamamı bulunmuş olunur. Bulunan bu filtre katsayıları ile, giriş sinyali konvole edilecek olunursa, gerçek çıkış sinyali elde edilir.

Gerçek çıkış sinyali ile, istenilen çıkış sinyali arasında bir fark bulunabileceği daha önceden belirtilmişti. Ve bu teoriye, iki sinyal arasındaki olabilecek farktan başlanmış olup (13) denklemi ile verilmişti. Bu farkın ilerletilmiş hali ise, tek boyutlu Wiener filtresi kısmında detayları ile anlatılmıştır.

## ANALİTİK UZANIM

Analitik uzanım, kısaca şöyle tarif edilebilir. Yeryüzünde ölçülen, gravite veya manyetik değerlerine, hazırlanmış olunan, analitik uzanım katsayıları uygulanarak (Konvole edilerek), yeryüzünden farklı bir yükseklikteki yüzeyde (yeryüzünden aşağıda veya yukarıda) olabilecek muhtemel sahanın değerlerini bulmaktır. Böylece, yeraltındaki kuvveti yaratan kütleden, uzaklaşmış veya ona yaklaşmış oluruz.

Katsayıların hazırlanması için, giriş sinyali olarak belli derinlikteki bir noktasal kütlenin harita değerleri, istenilen çıkış sinyali olarakta, giriş sinyalinde kullanılan noktasal kütlenin derinliğinden daha az veya daha çok derinlikteki diğer bir noktasal kütlenin harita değerleri seçilmiştir. Seçilen bu giriş ve çıkış sinyallerinin uzunluğu, anomalilerinin sıfıra yaklaştığı yere kadar olmalıdır. Aksi takdirde hata enerjisinde büyüme olduğu hemen göze çarpar.

Giriş ve istenilen çıkış için noktasal kütlenin harita değerlerinin kullanılmasının sebebi ise, yeraltındaki bütün kütlelerin, noktasal kütlelerin biraraya gelmesi ile meydana gelmiş bir kütle olmaları, ve bu haritaların bir dönel simetriye sahip olmaları gibi, hesapları basitleştirici özelliklere sahip olmalarıdır.

$P_{1(0,0,-h)}$ noktasında, kütlesi M olan bir noktanın yer yüzünün $P_{2(x,y,0)}$ noktasında meydana getirdiği gravite alanı :

$$G = k_0 M \frac{h}{(x^2+y^2+h^2)^{3/2}}$$

dir. Burada $k_0$ gravitasyon sabitidir.

## AŞAĞI ANALİTİK UZANIM KATSAYILARININ DÜZENLEME VE UYGULAMALARI

Aşağı analitik uzanım için, yukarıda anlatılanlara bağımlı kalarak, giriş sinyali için, derinliği 3 dijit (grid) birim, boyutları ise (11×11) dijitlik noktasal kütlenın harita değerleri, istenilen çıkış sinyali içinde derinliği 2 dijit birim, boyutları (21×21) dijitlik diğer bir noktasal kütlenin harita değerleri seçilmiştir. Bu iki sinyalden faydalanarak, (11×11) boyutlu $F_{(s,t)}$ aşağı analitik uzanım katsayıları bulundu. Bulunan katsayılar ile, giriş sinyali konvole edilerek gerçek çıkış sinyali elde edildi. Bu sinyal ile istenilen çıkış sinyali kıyaslanarak, hata enerjisi $\varepsilon=0{,}0165$ bulundu. Bu neticenin de sıfıra yakın, yani iyi bir netice olduğu görülmektedir.

Elde edilen aşağı analitik uzanım katsayıları, nokta simetriye sahip olduğundan, 1/4 lük bir kısmı Tablo I'de verilmiştir.

TABLO : I

h=1 dijit (grid) lik aşağı uzanım katsayıları
(1/4'lük kısmı)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| −0.46567 | 0.14626 | 0.07472 | 0.00830 | −0.00280 | 0.01206 |
| 0.50211 | −0.00816 | −0.07898 | −0.14518 | −0.10107 | −0.00280 |
| 0.18350 | 0.13517 | −0.03138 | −0.18989 | −0.14518 | 0.00830 |
| −2.10337 | 0.68499 | 0.32523 | −0.03138 | −0.07898 | 0.07472 |
| −4.35484 | 1.19676 | 0.68499 | 0.13517 | −0.00816 | 0.14626 |
| 14.71799 | −4.35484 | −2.10337 | 0.18350 | 0.50211 | −0.46567 |

Tablo I'de verilen aşağı uzanım katsayıları, çeşitli derinlik ve büyüklükteki küre, silindir ve fay'lara uygulanarak, çok iyi neticeler elde edilmiştir. Ancak aşağı analitik uzanımla, kütleye çok yaklaşılırsa birtakım singularitelerin meydana geldiği incelenmektedir. Eğer kütlenin merkezine kadar, veya daha aşağılara inilirse, o zaman kütlenin tam üzerinde çok büyük bir maksimum, onun sağ ve solunda ise minimum anomaliler, daha sonrada tekrar pozitif anomalileri tâkiben sıfıra doğru giden dalgalanmalar gözlenmektedir. Bu iniş ve çıkışlar, kütle derinliğinin bulunması için çok iyi bir kriterdir.

Yeraltındaki kütle tek bir tâne olmayıp, derinlikleride birbirinden farklı ise, tâkip edilecek yol şöyledir. Hem sığ hem de derinde olan kütleler hakkında bilgi edinilmek istenildiğinde, aşağı analitik uzanımla, sığdaki kütleye yaklaştıktan sonra, onun yorumu yapılır. Sonra da herhangibir alçak geçişli filtre ile, sığdaki kütle atılır. Ancak bundan sonra daha aşağılara doğru analitik uzanımla inilebilir. Eğer üstteki kütleler atılmadan altlara doğru inilirse, üstteki kütlelerin meydana getireceği singulariteler, alttaki kütlelerin vereceği anomalide birtakım yanlış değerlendirmeleri meydana getirmektedir. Fakat yorumu yapılacak olan kütle, sadece altlardaki rejiyonal kısım ise, o zaman hiç aşağı analitik uzanım uygulamadan, herhangibir alçak geçişli filtre ile rezidüel kısım atılır. Daha sonra da aşağı analitik uzanımla, altlara doğru inilerek rejiyonal kısmın yorumu rahatlıkla yapılabilir.

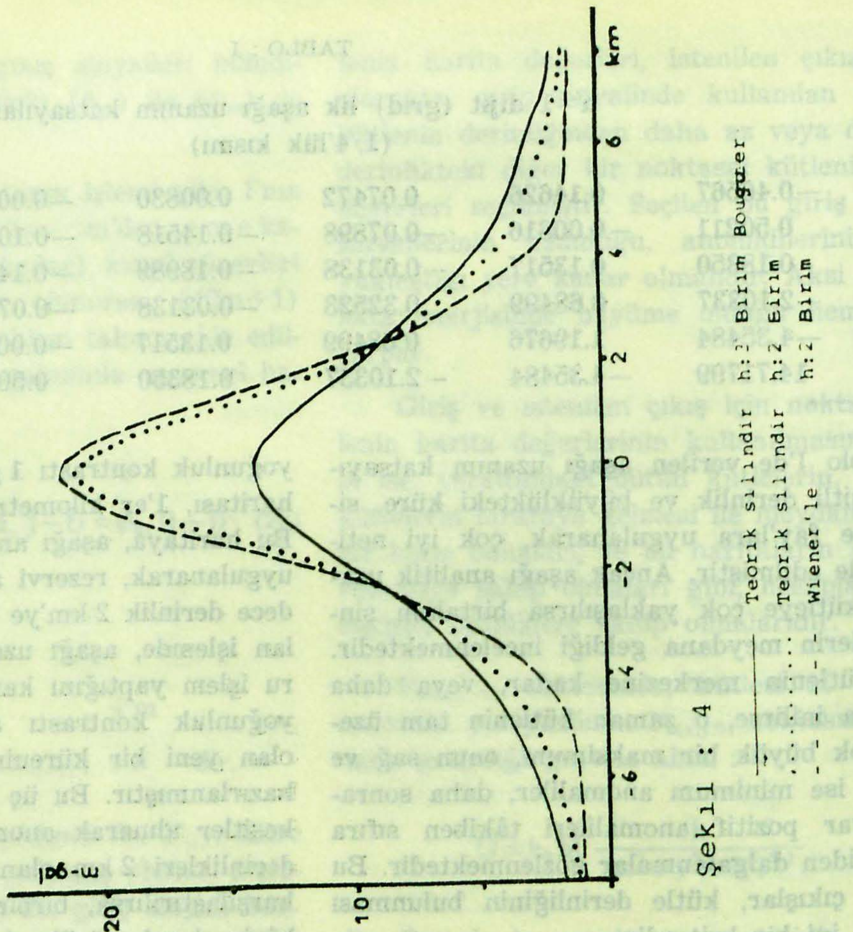
Yapılan model çalışmalardan birkaçının, şekil ve izahları aşağıda verilmektedir.

Şekil 3 : Derinliği 3 km, yarıçapı 1 km ve yoğunluk kontrastı 1 gr/cm$^3$ olan bir kürenin, haritası, 1'er kilometrelik dijitlere ayrılmıştır. Bu haritaya, aşağı analitik uzanım katsayıları uygulanarak, rezervi aynı kalmak şartıyla sadece derinlik 2 km'ye düşürülmüştür. Bu yapılan işlemde, aşağı uzanım katsayılarının doğru işlem yaptığını kanıtlamak için, rezervi ve yoğunluk kontrastı aynı, derinliği ise 2 km olan yeni bir kürenin haritası teorik olarak hazırlanmıştır. Bu üç kürenin haritasından da kesitler alınarak anomalileri çizilmiştir. Eğer, derinlikleri 2 km olan iki kürenin anomalileri karşılaştırılırsa, birbirlerine olan uygunlukları bâriz olarak görülmektedir. Bu uygunluk, aşağı analitik uzanım katsayılarımızın doğrulunun en iyi kanıtıdır.

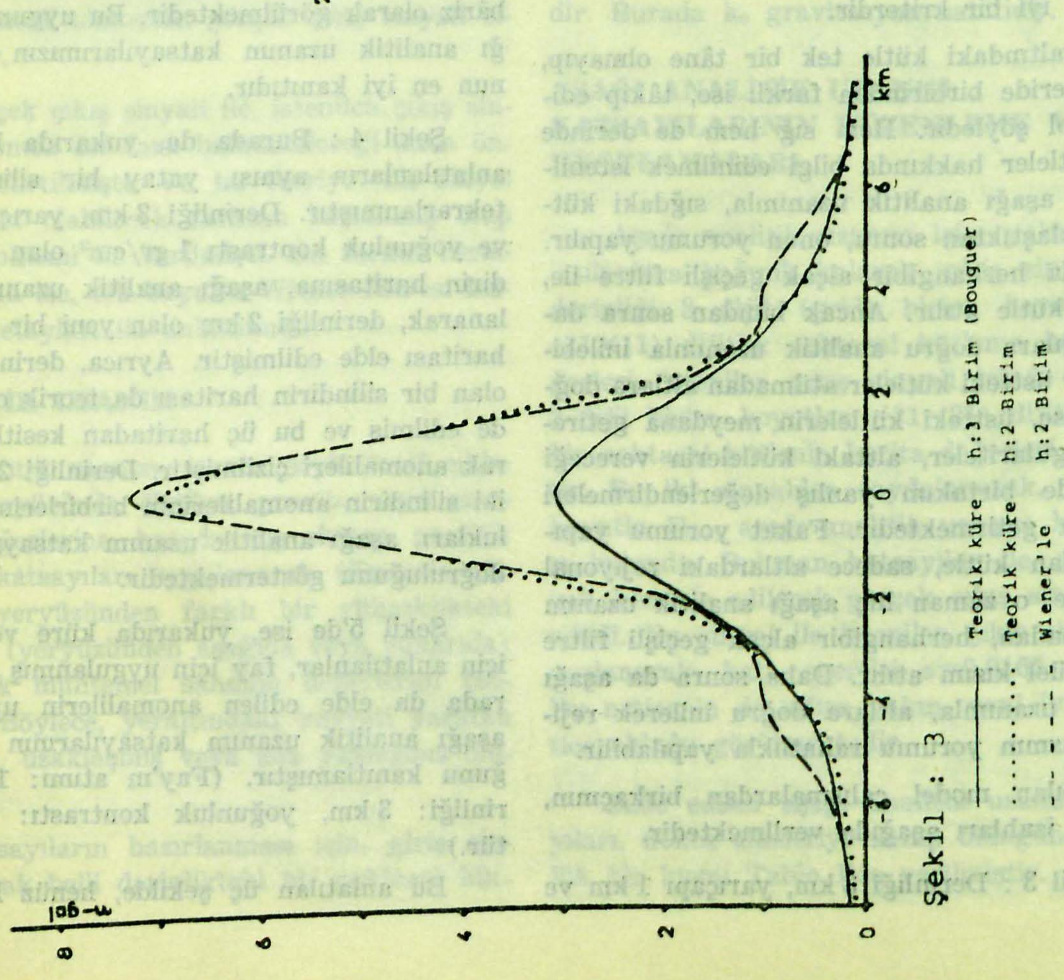
Şekil 4 : Burada da, yukarıda küre için anlatılanların aynısı, yatay bir silindir için tekrarlanmıştır. Derinliği 3 km, yarıçapı 1 km ve yoğunluk kontrastı 1 gr/cm$^3$ olan bir silindirin haritasına, aşağı analitik uzanım uygulanarak, derinliği 2 km olan yeni bir silindirin haritası elde edilmiştir. Ayrıca, derinliği 2 km olan bir silindirin haritası da teorik olarak elde edilmiş ve bu üç haritadan kesitler alınarak anomalileri çizilmiştir. Derinliği 2 km olan iki silindirin anomalilerinin birbirlerine uygunlukları, aşağı analitik uzanım katsayılarımızın doğruluğunu göstermektedir.

Şekil 5'de ise, yukarıda küre ve silindir için anlatılanlar, fay için uygulanmış olup, burada da elde edilen anomalilerin uygunluğu aşağı analitik uzanım katsayılarının doğruluğunu kanıtlamıştır. (Fay'ın atımı: 1 km, derinliği: 3 km, yoğunluk kontrastı: 1 gr/cm$^3$ tür.)

Bu anlatılan üç şekilde, henüz kütle de-

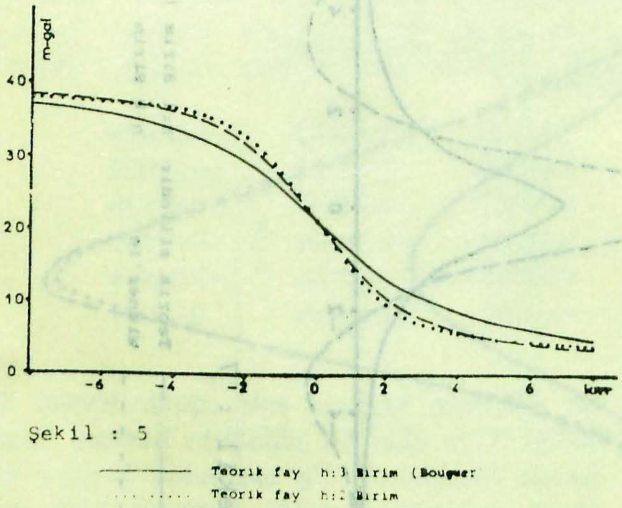



Şekil : 4




Şekil : 3

rinliğine inilmemiş durumu göstermektedir. Bu çalışmalardan başka, kütlelerden daha uzak derinliklerde de çalışmalar yapılıp, çok iyi sonuçlar alınmıştır. Ancak, buraya sadece bu üç kütlenin konulması ile yetinilmiştir.




Şekil : 5

Daha önce bahsedildiği gibi, kütle derinliğindeki seviyeye inildiği zaman bazı singulariteler oluyordu. Bu singularitelerde şu üç şekilde gösterilmiştir.

Şekil 6 (Şekil 3)'de anlatılan kürenin yarıçap ve yoğunluk kontrastında hiç değişiklik yapmadan, sadece derinliğinde (h=1 km) değişiklik yapılarak teorik haritası çıkarıldı. Bu haritaya aşağı analitik uzanım katsayıları uygulanarak kütlenin merkezinden geçen seviyeye inilmiştir. Bu durumdaki harita da elde edildikten sonra, her iki haritadan birer kesit alınarak anomalileri çizilmiştir. Aşağı analitik uzanımla elde edilen anomalideki singulariteler açık olarak görülmektedir. Bu singularitelerin, kütlenin merkezine inilmiş olduğunu gösteren bir kriter olduğu daha önceden bahsedilmişti.

Şekil 7 : Yukarıda küre için anlatılanların aynısı silindir için tekrarlanarak, buradaki singulariteler de gözlenmiştir.

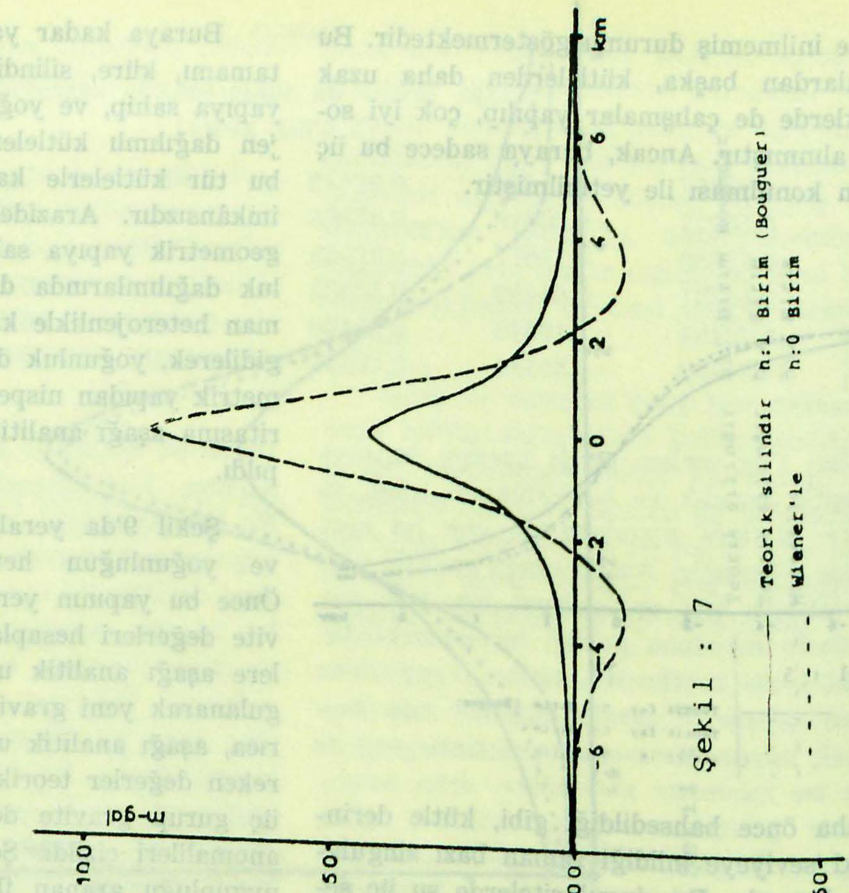
Şekil 8 : Yukarıda küre ve silindir için yapılan işlemlerin aynısı fay anomalisine de uygulanmıştır. Buradaki singulariteler ise, normal fay anomalisindeki basamağın alt ucunda bir minimum, üst ucunda ise, bir maksimum çıkıntı şeklinde görülmektedir.

Buraya kadar yapılan model çalışmaların tamamı, küre, silindir ve fay gibi geometrik yapıya sahip, ve yoğunluk kontrastları homojen dağılımlı kütleler içindi. Halbuki arazide bu tür kütlelerle karşılaşmak hemen hemen imkânsızdır. Arazideki hiçbir kütle tam bir geometrik yapıya sahip olmadığı gibi, yoğunluk dağılımlarında da hemen hemen her zaman heterojenlikle karşılaşılır. Bu düşünceden gidilerek, yoğunluk dağılımı heterojen ve geometrik yapıdan nispeten uzak bir kütlenin haritasına aşağı analitik uzanım uygulaması yapıldı.

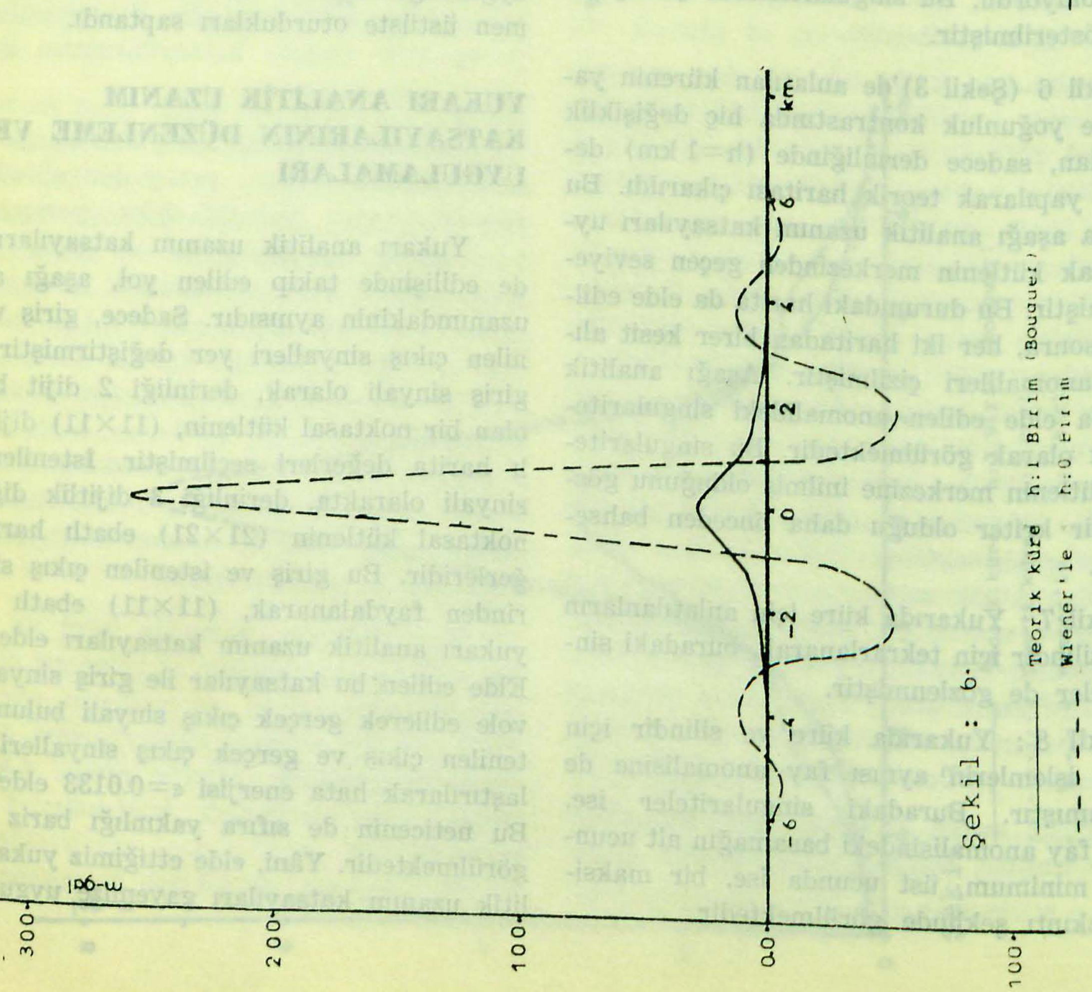
Şekil 9'da yeraltındaki kütlenin dağılımı ve yoğunluğun heterojenliği gösterilmiştir. Önce bu yapının yeryüzünde hasıl ettiği gravite değerleri hesaplandı. Sonra da bu değerlere aşağı analitik uzanım katsayılarımız uygulanarak yeni gravite değerleri bulundu. Ayrıca, aşağı analitik uzanımla elde edilmesi gereken değerler teorik olarak hesaplanarak, bu üç gurup gravite değerlerinden kesitler alıp anomalileri çizildi. Şekilde de görüldüğü gibi, uygunluğu aranan iki anomalinin hemen hemen üstüste oturdukları saptandı.

## YUKARI ANALİTİK UZANIM KATSAYILARININ DÜZENLEME VE UYGULAMALARI

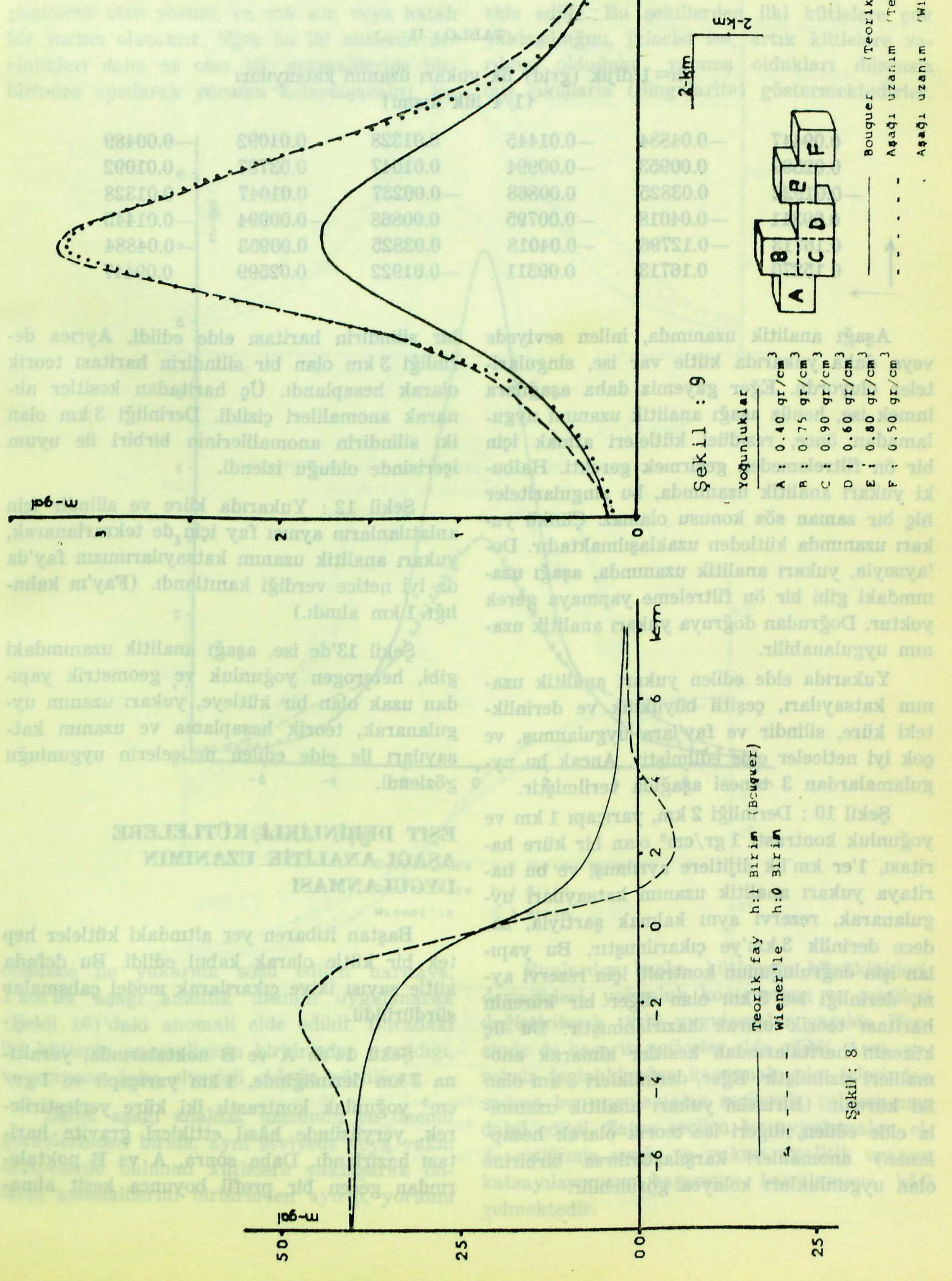
Yukarı analitik uzanım katsayılarının elde edilişinde takip edilen yol, aşağı analitik uzanımdakinin aynısıdır. Sadece, giriş ve istenilen çıkış sinyalleri yer değiştirmiştir. Yâni, giriş sinyali olarak, derinliği 2 dijit birimlik olan bir noktasal kütlenin, (11×11) dijit ebatlı harita değerleri seçilmiştir. İstenilen çıkış sinyali olarakta, derinliği 3 dijitlik diğer bir noktasal kütlenin (21×21) ebatlı harita değerleridir. Bu giriş ve istenilen çıkış sinyallerinden faydalanarak, (11×11) ebatlı $[F_{(s,t)}]$ yukarı analitik uzanım katsayıları elde edildi. Elde edilen bu katsayılar ile giriş sinyali konvole edilerek gerçek çıkış sinyali bulundu. İstenilen çıkış ve gerçek çıkış sinyalleri karşılaştırılarak hata enerjisi $\varepsilon=0.0133$ elde edildi. Bu neticenin de sıfıra yakınlığı bariz olarak görülmektedir. Yâni, elde ettiğimiz yukarı analitik uzanım katsayıları gayemize uygundur.




Şekil : 7




Şekil : 6



Şekil : 8
Teorik fay h=0 Birim Bouguer)
Wiener'le h=0 Birim
m-gal
km
Şekil : 9
Yoğunluklar
A 0.40 gr/cm3
B 0.75 gr/cm3
C 0.90 gr/cm3
D 0.60 gr/cm3
E 0.80 gr/cm3
F 0.50 gr/cm3
Bouguer (Teorik)
Aşağı uzanım (Teorik)
Aşağı uzanım (Wiener'le)
m-gal
2-km

Bu katsayılar da, aşağı analitik uzanımda olduğu gibi noktasal simetriye sahip olduklarından, Tablo II'de sadece 1/4 lük kısmı verilmiştir.

TABLO : II

h=1 dijik (grid) lik yukarı uzanım katsayıları
(1/4 lük kısmı)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.09447 | −0.04884 | −0.01445 | 0.01328 | 0.01092 | −0.00489 |
| 0.02599 | 0.00953 | −0.00994 | 0.01047 | 0.03787 | 0.01092 |
| −0.01922 | 0.03825 | 0.00868 | −0.00237 | 0.01047 | 0.01328 |
| 0.09311 | −0.04018 | −0.00795 | 0.00868 | −0.00994 | −0.01445 |
| 0.16713 | −0.12796 | −0.04018 | 0.03825 | 0.00953 | −0.04884 |
| 0.15270 | 0.16713 | 0.09311 | −0.01922 | 0.02599 | 0.09447 |

Aşağı analitik uzanımda, inilen seviyede veya daha yukarıda kütle var ise, singulariteler oluyordu. Eğer gâyemiz daha aşağılara inmek ise, henüz aşağı analitik uzanımı uygulamadan önce, rezidüel kütleleri atmak için bir ön filtrelemeden geçirmek gerekti. Halbuki yukarı analitik uzanımda, bu singulariteler hiç bir zaman söz konusu olamaz. Çünkü yukarı uzanımda kütleden uzaklaşılmaktadır. Dolayısıyla, yukarı analitik uzanımda, aşağı uzanımdaki gibi bir ön filtreleme yapmaya gerek yoktur. Doğrudan doğruya yukarı analitik uzanım uygulanabilir.

Yukarıda elde edilen yukarı analitik uzanım katsayıları, çeşitli büyüklük ve derinlikteki küre, silindir ve fay'lara uygulanmış, ve çok iyi neticeler elde edilmiştir. Ancak bu uygulamalardan 3 tanesi aşağıda verilmiştir.

Şekil 10 : Derinliği 2 km, yarıçapı 1 km ve yoğunluk kontrastı 1 gr/cm$^3$ olan bir küre haritası, 1'er km'lik dijitlere ayrılmış, ve bu haritaya yukarı analitik uzanım katsayıları uygulanarak, rezervi aynı kalmak şartıyla, sadece derinlik 3 km'ye çıkarılmıştır. Bu yapılan işin doğruluğunun kontrolü için rezervi aynı, derinliği ise 3 km olan diğer bir kürenin haritası teorik olarak hazırlanmıştır. Bu üç kürenin haritalarından kesitler alınarak anomalileri çizilmiştir. Eğer, derinlikleri 3 km olan iki kürenin (Birincisi yukarı analitik uzanımla elde edilen, diğeri ise teorik olarak hesaplanan) anomalileri karşılaştırılırsa birbirine olan uygunlukları kolayca görülebilir.

Şekil 11 : Derinliği 2 km, yarıçapı 1 km ve yoğunluk kontrastı 1 gr/cm$^3$ olan bir silindirin haritasına, yukarı analitik uzanım katsayıları uygulanarak derinliği 3 km olan yeni bir silindirin haritası elde edildi. Ayrıca derinliği 3 km olan bir silindirin haritası teorik olarak hesaplandı. Üç haritadan kesitler alınarak anomalileri çizildi. Derinliği 3 km olan iki silindirin anomalilerinin birbiri ile uyum içerisinde olduğu izlendi.

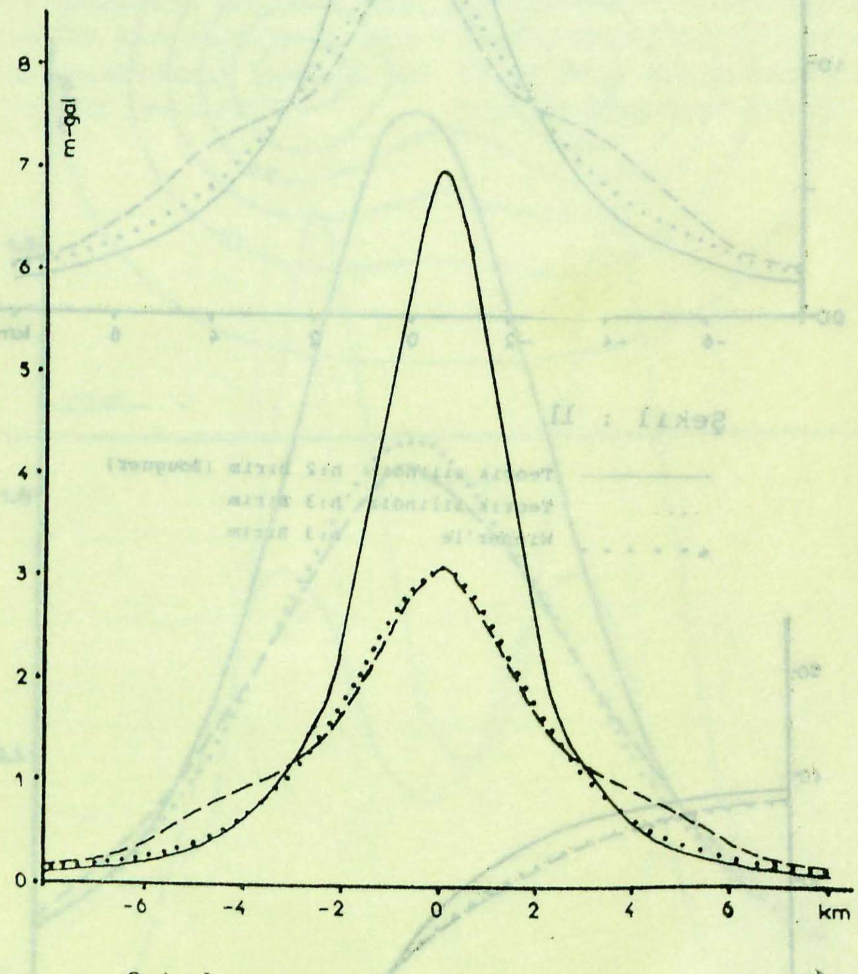
Şekil 12 : Yukarıda küre ve silindir için anlatılanların aynısı fay için de tekrarlanarak, yukarı analitik uzanım katsayılarımızın fay'da da iyi netice verdiği kanıtlandı. (Fay'ın kalınlığı 1 km alındı.)

Şekil 13'de ise, aşağı analitik uzanımdaki gibi, heterogen yoğunluk ve geometrik yapıdan uzak olan bir kütleye, yukarı uzanım uygulanarak, teorik hesaplama ve uzanım katsayıları ile elde edilen neticelerin uygunluğu gözlendi.

## EŞİT DERİNLİKLİ KÜTLELERE AŞAĞI ANALİTİK UZANIMIN UYGULANMASI

Baştan itibaren yer altındaki kütleler hep tek bir kütle olarak kabul edildi. Bu defada kütle sayısı ikiye çıkarılarak model çalışmalar sürdürüldü.

Şekil 14'de A ve B noktalarında, yeraltına 3 km derinliğinde, 1 km yarıçaplı ve 1 gr/cm$^3$ yoğunluk kontrastlı iki küre yerleştirilerek, yeryüzünde hâsıl ettikleri gravite haritası hazırlandı. Daha sonra, A ve B noktalarından geçen bir profil boyunca kesit alınarak anomalisi çizildi (Şekil 15). Burada görüldüğü gibi, iki kürenin anomalileri birbirine girmiş vaziyettedir. Bu durumda, bu anomaliden faydalanarak aşağıdaki kütleler hakkında yapılacak olan yorum, ya çok zor, veya hatalı bir yorum olacaktır. Eğer bu iki kütlenin derinlikleri daha az olsa idi, anomalileride birbirinden ayrılarak yorumu kolaylaşacaktı. Bu kolaylaştırmaktır. Eğer kütleye yaklaşılmış olan bu değerlere tekrar tekrar aşağı analitik uzanım uygulanacak olunursa, önce (Şekil 17) deki anomali, sonrada (Şekil 18)'deki anomali elde edilir. Bu şekillerden ilki kütlelere çok yaklaşıldığını, ikincisi ise, artık kütlelere varılmış olduğunu, yapmış oldukları düzensiz iniş çıkışlarla (Singularite) göstermektedirler.



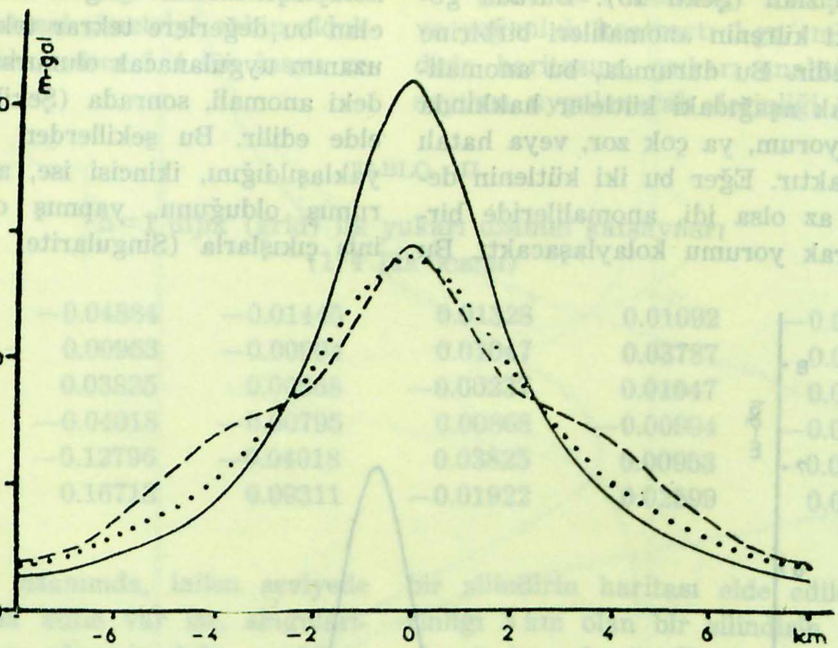

Şekil : 10

| | | |
|---|---|---|
| ———— | Teorik küre | h:2 Birim (Bouguer) |
| ......... | Teorik küre | h:3 Birim |
| - - - - - | Wiener'le | h:3 Birim |

düşünce ile yukarıda sözü edilen haritaya, 1 km'lik aşağı analitik uzanım uygulanarak (Şekil 16)'daki anomali elde edildi. Buradaki iki kütlenin anomalisinin birbirinden ayrıldığı, ve yoruma daha elverişli olduğu görülüyor.

Zaten aşağı analitik uzanımın en önemli görevlerinden biride, aynı seviyede veya yakın seviyelerde bulunan kütlelere yaklaşarak onların anomalilerini birbirinden ayırıp, yorumu

Bunlardan başka, kütlelerin büyüklükleri, derinlikleri, yoğunluk kontrastları ve şekilleri değiştirilerek türlü uygulamalar yapıldı. Hepsinde de başarılı neticeler elde edildi. Ama, gereksiz fazlalıklardan kaçınmak için, içlerinden sadece bu uygulamalar seçilerek, çalışmamıza dahil edildi. Zaten seçilen bu uygulamalar, elde ettiğimiz aşağı ve yukarı analitik uzanım katsayılarımızın başarısını kanıtlamaya kâfi gelmektedir.

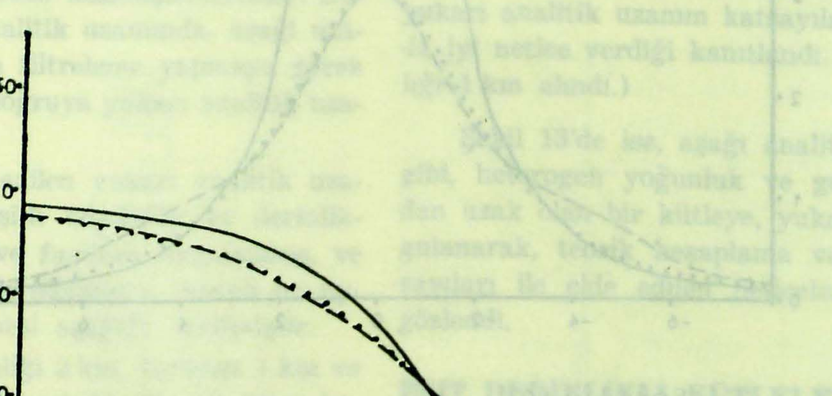



Şekil : 11

——— Teorik silindir h:2 Birim (Bouguer)

. . . . Teorik silindir h:3 Birim

– – – – Wiener'le h:3 Birim




——— Teorik fay h:2 Birim (Bouguer)

. . . . Teorik fay h:3 Birim

– – – – Wiener'le h:3 Birim

Şekil : 12

## KARŞILAŞTIRMALAR

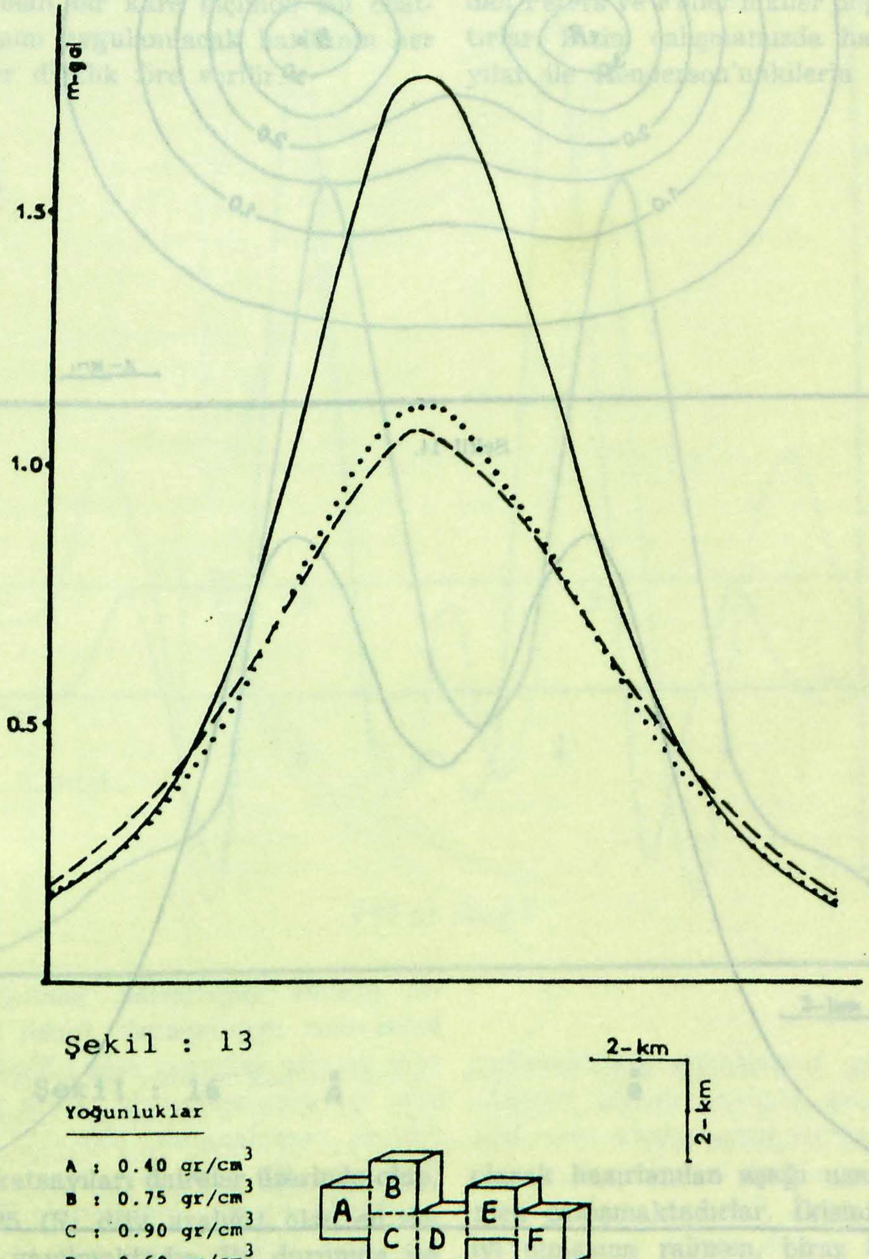
Bu çalışmada hazırlanılan aşağı ve yukarı analitik uzanım katsayıları, daha önce yapılmış olan bazı aşağı ve yukarı analitik uzanım katsayıları ile karşılaştırılarak, birbirlerine göre olan başarı ve başarısızlıkları, avantaj ve dezavantajları şu şekilde gösterildi.

Karşılaştırılan analitik uzanımlar şunlardır.

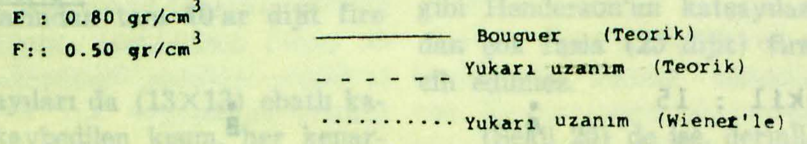
a — Peters'in aşağı ve yukarı analitik uzanım katsayıları.

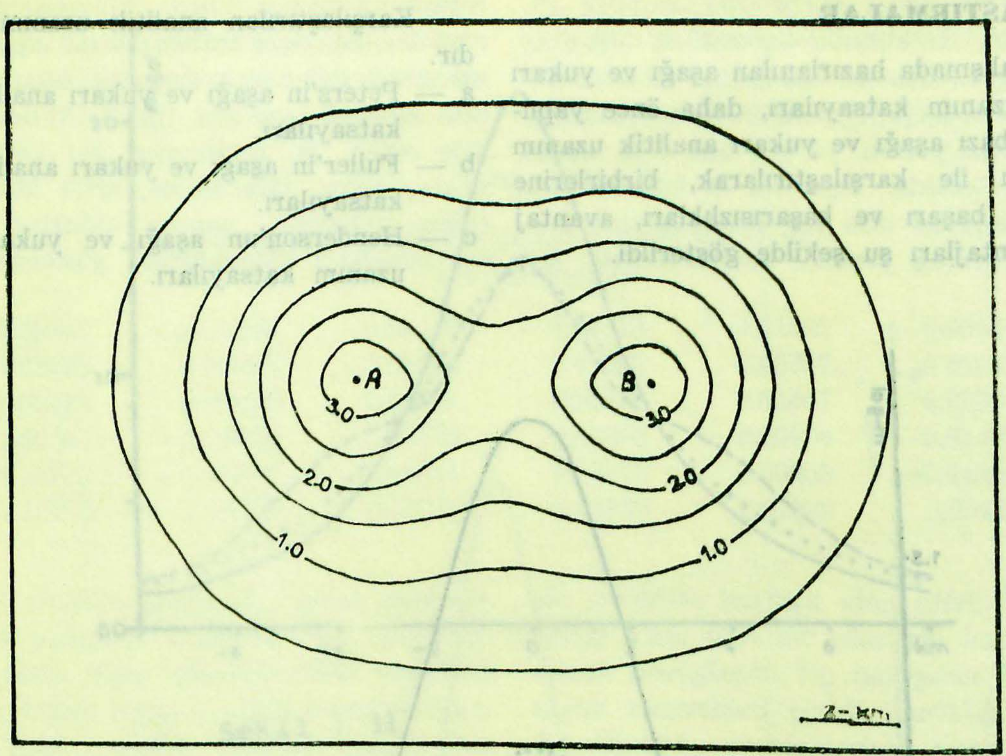
b — Fuller'in aşağı ve yukarı analitik uzanım katsayıları.

c — Henderson'un aşağı ve yukarı analitik uzanım katsayıları.

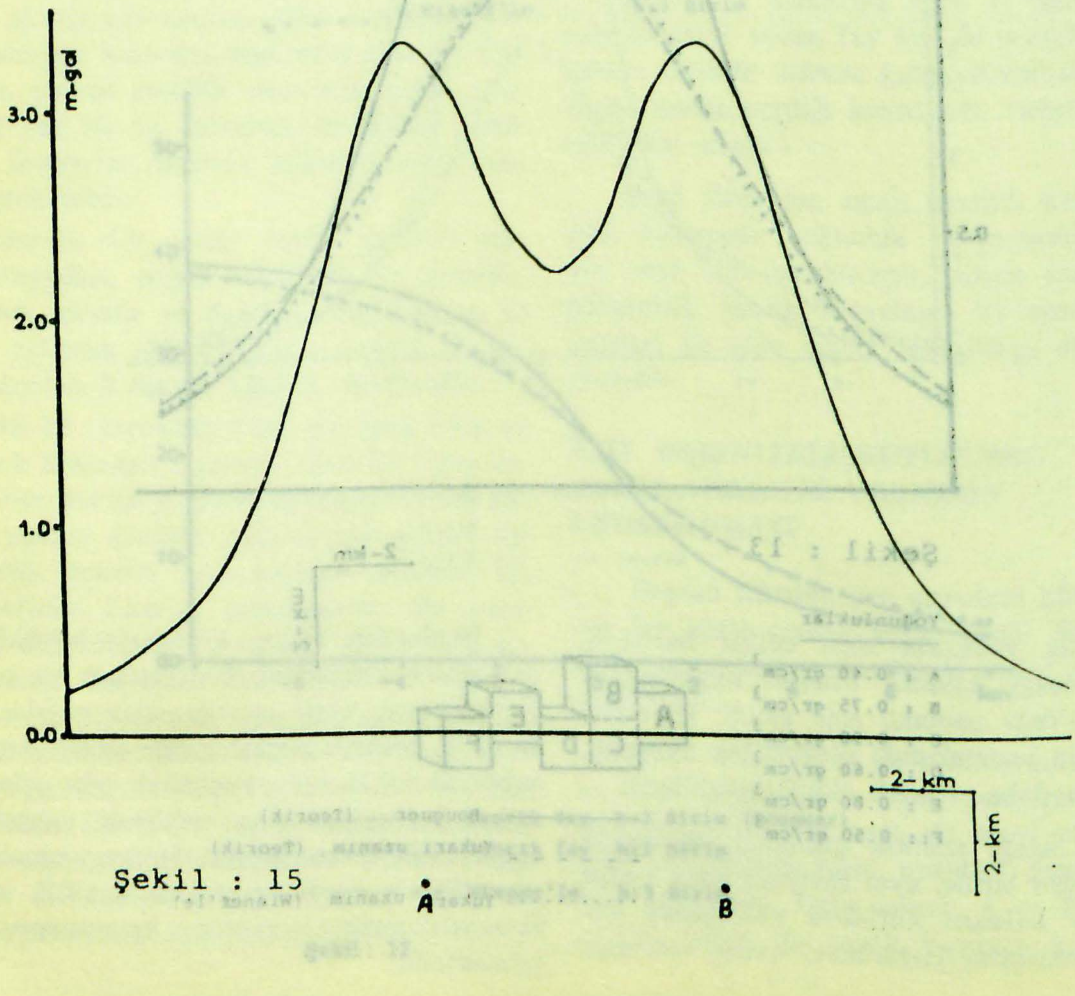



Şekil : 13






Şekil 14.



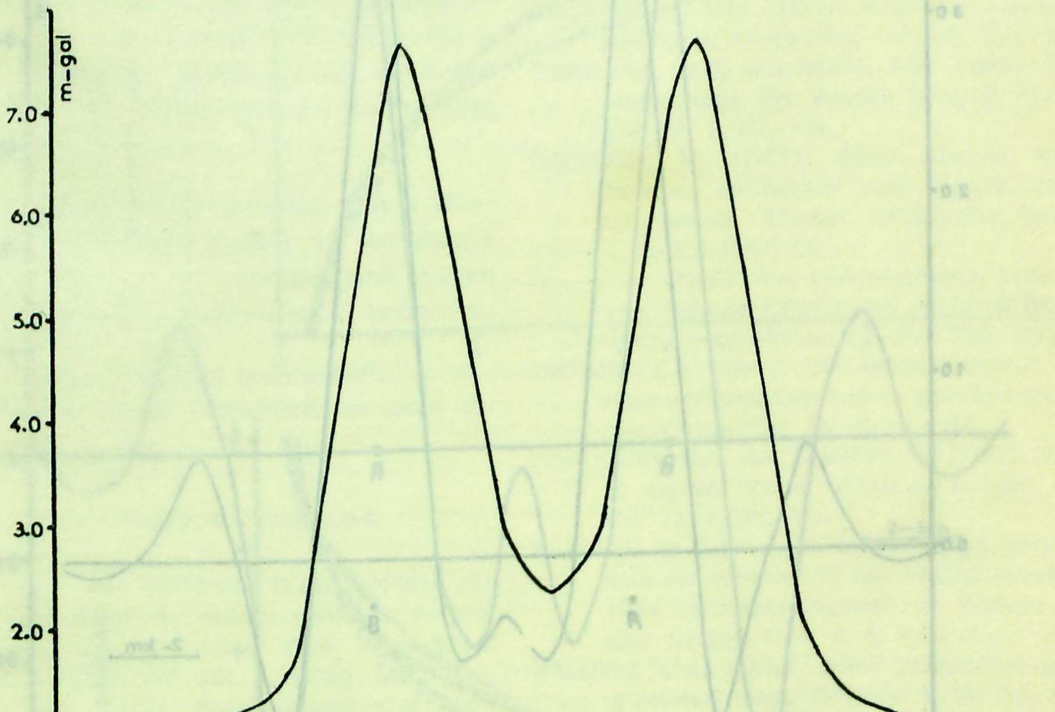

Şekil : 15

Analitik uzanım, türev ve filtreleme gibi konvolüsyonla yapılan işlemlerde, katsayıların boyutlarına bağlı olarak, haritanın kenarlarından bir miktar fire verildiği bilinmektedir. Hazırlanılan katsayıların iyi netice vermesi istenirken, diğer taraftanda harita kenarlarından verilen firenin en az olması istenir. Bu çalışmadaki karşılaştırmalar bu yönlerden yapıldı.

Çalışmamızda hazırlanılan katsayılar, ebatları (11×11) olan bir kare biçimdi. Bu ebatlara göre, uzanım uygulanılacak haritanın her kenarından 5'er dijitlik fire verilir.

Henderson'unkinde ise, katsayılar Peters'inki gibi daireler üzerine dizilmiş olup, en dış dairenin yarıçapı $S\sqrt{625}$'tir. En fazla kayıp bunda olup, her kenarda tam 25'er dijittir.

Yukarıda bahsedilen katsayıların uygulaması (Şekil 19) ve (Şekil 20)'de gösterildi. (Şekil 19)'da, derinliği 4 dijit olan bir küre haritasına, yukarıda sözü edilen 4 gurup aşağı analitik uzanım katsayıları uygulandı. Bunlardan Peters ve Fuller'inkiler doğrudan çok uzaktırlar. Bizim çalışmamızda hazırlanılan katsayılar ile Henderson'unkilerin neticeleri, teorik




Şekil : 16

Peters'in katsayıları daireler üzerinde olup, yarıçapı $S\sqrt{125}$ (S: dijit aralığı) olan en dış daireye kadar yayılmaktadır. Bu durumda ise haritanın her kenarından tam 10'ar dijit fire verilmektedir.

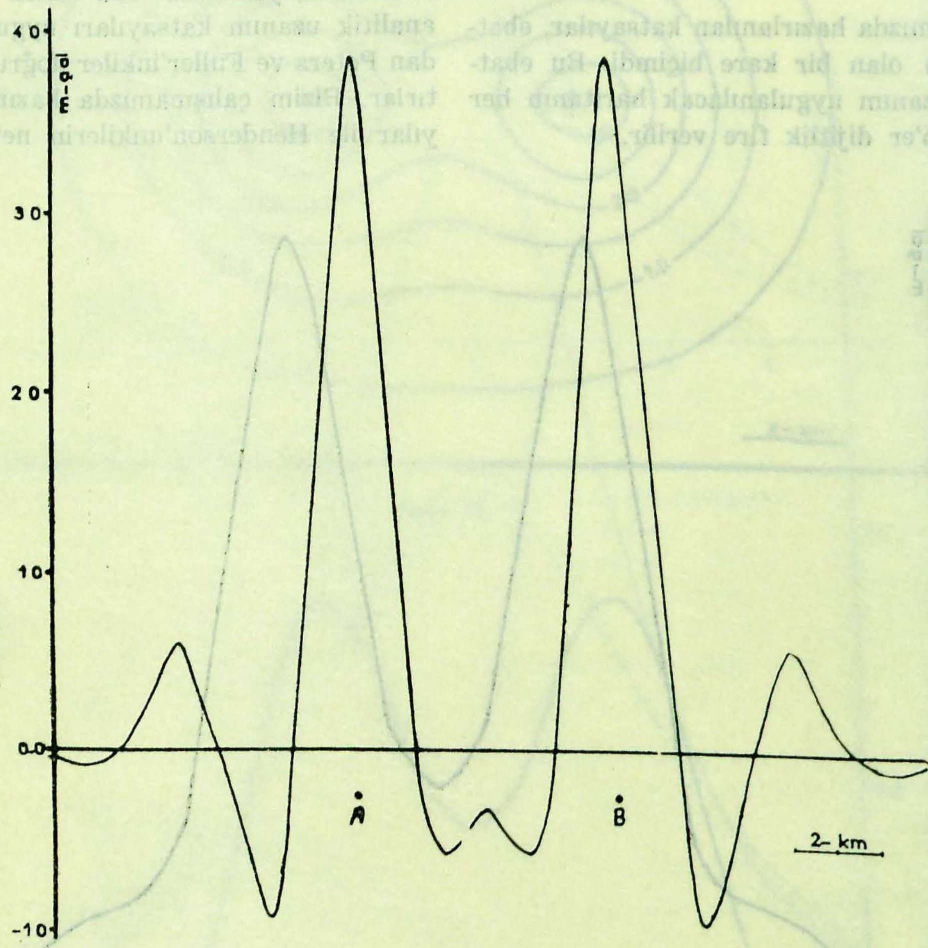
Fuller'in katsayıları da (13×13) ebatlı kare biçimde olup, kaybedilen kısım, her kenarda 6'şar dijittir.

olarak hazırlanılan aşağı uzanımla hemen hemen çakışmaktadırlar. İkisinin neticeside çok iyi olmasına rağmen, biraz önce bahsedildiği gibi Henderson'un katsayıları harita kenarından çok fazla (25 dijit) fire verdiği için tercih edilmez.

(Şekil 20) de ise, derinliği 3 dijit olan bir küre haritasına, gene 4 gurup yukarı analitik uzanım katsayıları uygulandı. Bunlardan Fuller'inki, gene doğrudan çok uzak olduğu için tercih edilmez. Diğer 3 gurup ise, teorik olarak hazırlanılan yukarı uzanıma çok yakındırlar. Ama, boyut olarak en küçük olanı bizim çalışmamızda hazırlanılan katsayılar olduğu için tercih edilmelidirler.

rumunda yapılacak olan şey, ya istenilen çıkış değerlerini değiştirmek, veya giriş değerlerini değiştirmek, veyahutta her ikisini birden değiştirerek, hata miktarını sıfıra yaklaştırıncaya kadar yapılan işlemleri tekrarlamaktır.

Kullanılan metodun sıhhatinin kontrolü için belirli bir seviyede alınan bir cismin teo-




Şekil 17.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada korrelasyon fonksiyonları kullanılarak, Wiener yöntemi ile iki boyutlu yukarı ve aşağı analitik uzanım katsayıları birbirlerinden bağımsız olarak hesaplanmış ve uygulamaya konulmuştur. Bulunan analitik uzanım katsayılarının geçerli sayılıp sayılmayacağı hususu, yapılan hatanın büyüklüğüne bağlıdır. Hata miktarının 1'e yakın veya 1'e eşit olması halinde, bulunan uzanım katsayıları % 100 hatalıdır. Bu hatanın büyük olması du-

rik gravite değerlerine, bulduğumuz uzanım katsayıları uygulanarak, farklı bir seviyedeki yeni gravite değerleri elde edilmiştir. Aynı cismin, bu yeni seviyedeki teorik gravite değerleri de hesaplanarak, birbirleri ile mukayese edilmiştir. Bu mukayese sonucunda, elde edilen heriki gravite değerlerinin, ya birbirlerine eşit veya birbirlerinden çok az farklı olduğu görülmüştür. Bu hesaplama ve kıyaslama usulü, çeşitli derinlikteki cisimler için birçok defa tekrar edilerek, kullanılan metodun sıhhati kontrol edilmiştir.

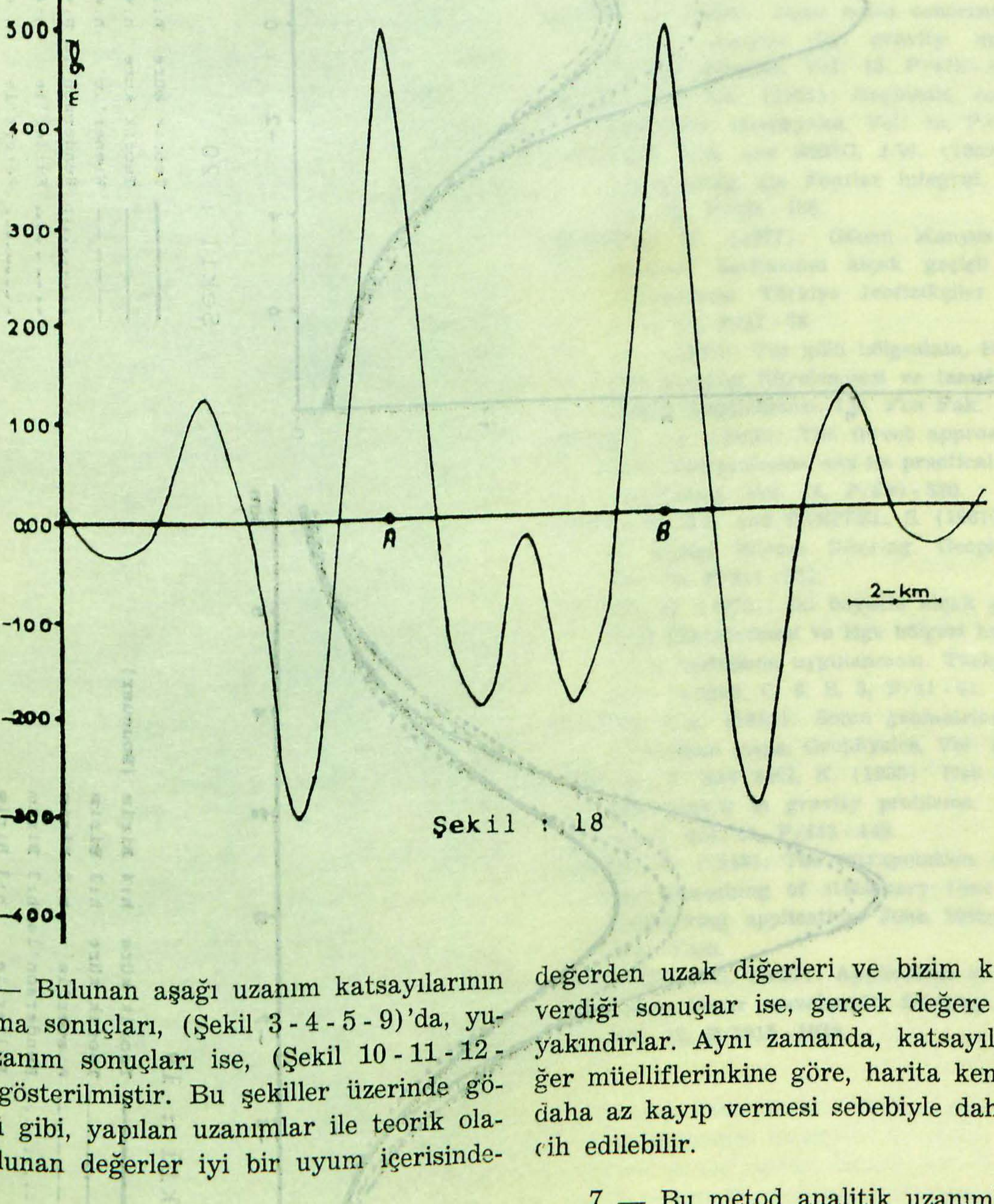
Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, aşağıda maddeler halinde gösterilmiştir.

1 — Sismikte tek boyutlu olarak kullanılan Wiener filtre tekniği, iki boyutlu olarak gravite ve manyetik sahalarında uygulamaya konulmuştur.

2 — Sayısal Wiener filtre tekniği ile, birer birimlik (1 km) yukarı ve aşağı uzanım katsayıları elde edilmiştir.

5 — Aşağı uzanım uygulamalarının tümü göz önüne alındığında, yeraltındaki aranılan kütlenin derinliğinin bulunabileceği anlaşılmaktadır.

6 — Bizim bulduğumuz analitik uzanım katsayıları ile, Peters, Fuller ve Henderson'un katsayılarının sonuçlarını mukayese için, (Şekil 19 - 20) de grafikler çizilmiştir. Bu şekillerden görüleceği gibi, Fuller'in sonucu gerçek



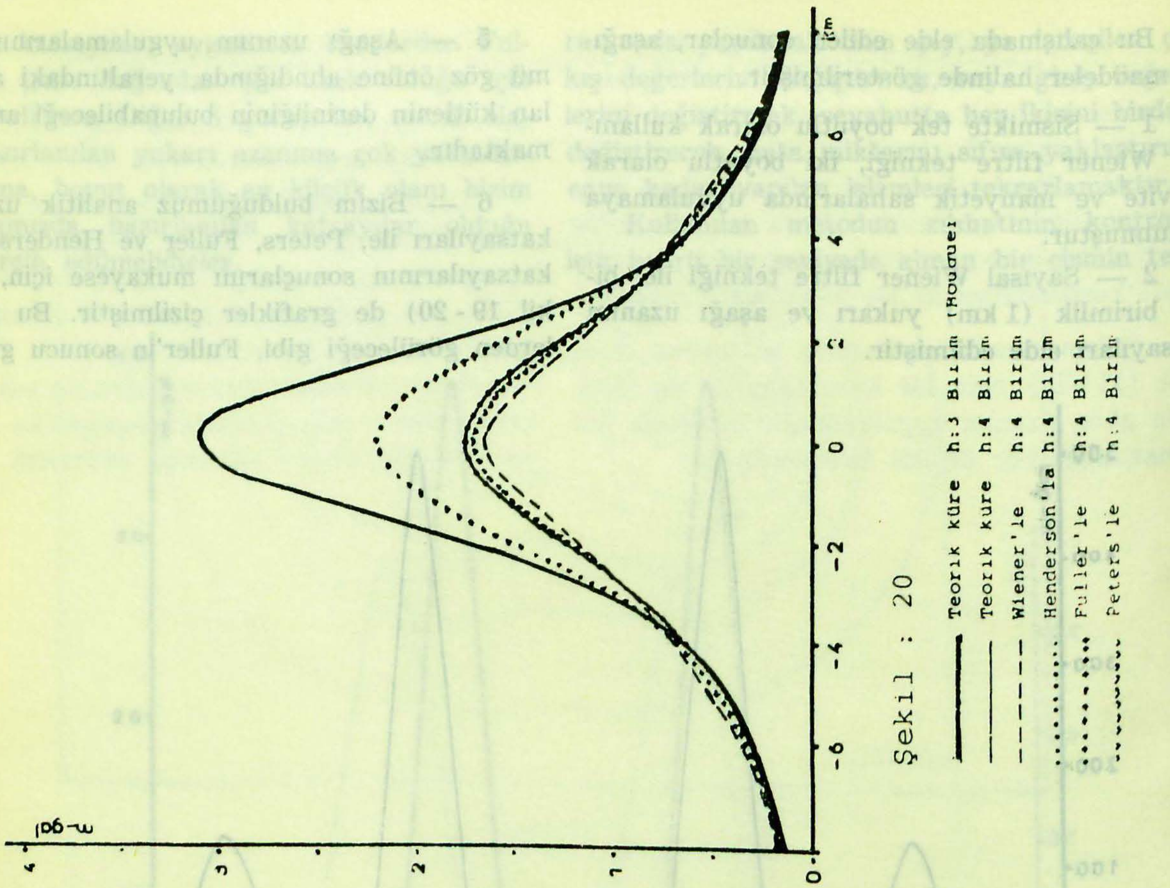

Şekil : 18

3 — Bulunan aşağı uzanım katsayılarının uygulama sonuçları, (Şekil 3 - 4 - 5 - 9)'da, yukarı uzanım sonuçları ise, (Şekil 10 - 11 - 12 - 13)'te gösterilmiştir. Bu şekiller üzerinde görüldüğü gibi, yapılan uzanımlar ile teorik olarak bulunan değerler iyi bir uyum içerisindedirler.

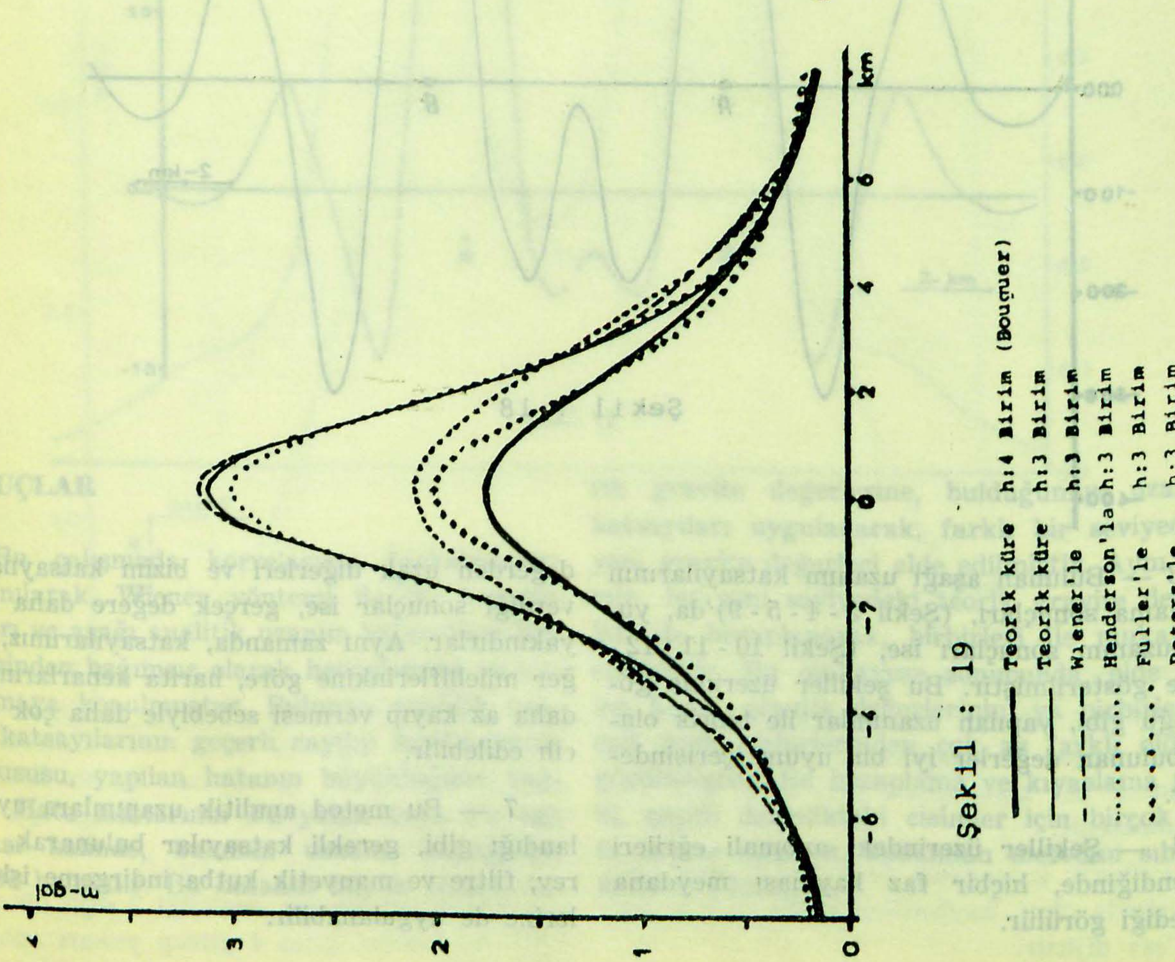
4 — Şekiller üzerindeki anomali eğrileri incelendiğinde, hiçbir faz kayması meydana gelmediği görülür.

değerden uzak diğerleri ve bizim katsayıların verdiği sonuçlar ise, gerçek değere daha çok yakındırlar. Aynı zamanda, katsayılarımız, diğer müelliflerinkine göre, harita kenarlarından daha az kayıp vermesi sebebiyle daha çok tercih edilebilir.

7 — Bu metod analitik uzanımlara uygulandığı gibi, gerekli katsayılar bulunarak, türev, filtre ve manyetik kutba indirgeme işlemlerine de uygulanabilir.




Şekil : 20




Şekil : 19

**TEŞEKKÜR**

Bu çalışmanın, gerek konusunun seçiminde, gerek bir kısmının denetiminde ölçüsüz katkılarını gördüğüm, fakat maalesef tamamlanmasına ömrü yetmeyen, çok değerli Hocam Merhum Prof. Dr. Mehmet Y. DİZİOĞLU'nun anısını burada saygıyla yadederim.

Çalışmanın tamamlanması ve sonuçlanması safhalarında içten yardımlarını gördüğüm Sayın Hocam Prof. Dr. Nezihe TAŞKÖPRÜLÜ'ye, tezin bilimsel eleştirilerini yaparak olumlu hale gelmesinde önemli katkılarını gördüğüm Sayın Prof. Dr. A. Yüksel ÖZEMRE, Sayın Prof. Dr. Sabahattin ÇAĞLAYAN ve Sayın Doç. Dr. Mustafa ÖZDEMİR'e en derin saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca değerli yardımlarından dolayı Haydar Furgaç Elektronik Hesap ve Araştırma Merkezi görevlilerine ve daktilolarımı yazan Nilây Alpasü'ye içten teşekkürlerimi belirtirim.

Daima çalışmalarımda beni sabırla ve mânen destekleyen eşime teşekkürü bir borç bilirim.

**YARARLANILAN KAYNAKLAR**

BULLARD, E.C., and COOPER, R.I.B. (1948): The determination of the masses necessary to produce a given gravitational field. Proc. Royal Soc. of London, Vol. 194 A, P/332 - 347.

CLEMENT, W.G. (1973): Basic principles of two-dimensional digital fltering. Geophys. Prospect., Vol. 21, P/125 - 145.

DARBY, E.K. and DAVIES, E.B. (1967): The analysis and design of two - dimensional filters for two - dimensional data. Geophys. Prospect. Vol. 15, P/383 - 406.

DEAN, W.C. (1958): Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation. Geophysics, Vol. 23, P/97 - 127.

FULLER, B.D. (1967): Two - dimensional frequency analysis and design of grid operators. Mining Geophys. Vol. 2, P/658 - 708, Society of Exploration Geophysicists. Tulsa, Oklahoma.

GUN, P.J. (1972): Aplication of Wiener filters to transformations of gravity and magnetic field. Geophys. Prospec. Vol: 20, P/860 - 871/.

HENDERSON, R.G. and ZIETS, I. (1949-a): The computation of second vertical derivatives of geomagnetic fields. Geophysics. Vol: 14, P/508 - 516/.

———— (1949-b): The upward continuation of anomalies in total magnetic intensity fields. Geophysics, Vol: 14, P/517 - 534/.

MESKO, A. (1965): Some notes concerning the frequency analysis for gravity interpretation. Geophy. Prospec. Vol: 13, P/475 - 488/.

NETTLETON, L.L. (1954): Regionals, residuals, and structures, Geophysics, Vol: 19, P/1 - 22/.

ODEGARD, M.E. and BERG, J.W. (1965): Interpretation using the Fourier integral. Geophysics. Vol. 30, P/424 - 438.

ÖZDEMİR, M. (1977): Gönen - Manyas bölgesinin Bouguer haritasının alçak geçişli süzgeçlerle filtrelenmesi. Türkiye Jeofizikçiler Dergisi, C. 6, S. 2, 3 P/57 - 78.

———— (1978): Tuz gölü bölgesinin, Bouguer gravite alanının filtrelenmesi ve temel yapı derinliğinin araştırılması. İ.Ü. Fen Fak. (Doç. Tezi).

PETERS, L.J. (1949): The direct approach to magnetic interpretation and its practical application. Geophysics. Vol. 14, P/290 - 320.

ROBINSON, E.A. and TREITEL, S. (1967): Principles of digital Wiener filtering. Geophy. Prospec. Vol. 15, P/311 - 333.

SANVER, M. (1975): İki boyutlu alçak geçişli filtrelerin düzenlenmesi ve Ege bölgesi havadan manyetik haritasına uygulanması. Türkiye Jeofizikçiler Dergisi, C. 6, S. 3, P/41 - 61.

SWARTZ, C.A. (1954): Some geometrical properties of residual maps. Geophysics, Vol. 19, P/46 - 70.

TOMODA, Y. and AKİ, K. (1955): Use of the function Sinx/x in gravity problems. Proc. Japan Acad. Vol. 31, P/443 - 448.

WIENER, N. (1949): The extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series with engineering application. John Wiley and Sons, New York.

ZURFLUEH, E.G. (1967): Application of two - dimensional linear wavelength filtering. Geophysics, Vol. 32, P/1015 - 1035.