İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ

ORMAN FAKÜLTESİ
DERGİSİ

SERİ B. CİLT VI. SAYI II. 1956

PRESİZYONLA MESAFE ÖLÇEN MODERN DÜRBÜNLERİN PRENSİBİ

Yazan : Doç. Dr. Kemal Erkin

Ormancılık sahasında bu güne kadar yapılan ölçmelerde mesafe ölçmek için kullanılmış ve halen kullanılmakta bulunan dürbünler ya sadece stadimetrik veyahut aynı prensibe dayanan anallatik dürbünlerdir. Amenajman haritaları, takeometrk ölçmeler ve benzer karakterdeki işlerde mahzursuz olarak kullanılabilmekte olan anallatik dürbünler, sıhhatli ölçmelerin (meselâ kadastro ölçmelerinin) gerektirdiği presizyonu sağlamaktan uzaktır. Bu gibi ölçmelerde mesafeleri daha sıhhatli ölçebilen aletlere ihtiyaç vardır. Biraz ilerde görüleceği üzere böyle aletler mevcuttur. Ancak bu aletlerin konumuzu teşkil eden prensibinden bahsetmeden önce, anallatik dürbünün sıhhatli ölçmeler için kifayetsizliğini belirtmek faydalı olur kanaatindeyiz.

Anallatik dürbünün sıhhatli ölçmeler için kifayetsizliği

Anallatik dürbünün sıhhatli ölçmelerdeki kifayetsizliğini belirtmek için bu dürbünle yapılan mesafe ölçmelerinde husule gelebilecek hatayı, fazla teferruata kaçmadan, kısaca inceliyelim.

Bilindiği üzere anallatik dürbünle ölçülen unsurlara göre yatay mesafeyi veren formül :

1) $$D = k \cdot L \cdot \cos^2 \alpha$$

dır. Bu formül içinde :

k = mesafe emsali denilen oran (anallatik dürbünde $k = 100$)
L = mesafe çizgileri arasında kalan mira uzunluğu,
α = eklimetre üzerinde okunan eğim açısıdır.

D, k, L, üzerinde yapılan hatalar sırasıyla ΔD, Δk, ΔL, $\Delta\alpha$ ile gösterilirse Taylor formülünün bir neticesi olarak :

2) $$\Delta D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial k}\Delta k\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial L}\Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial \alpha}\Delta \alpha\right)^2}$$

dir. Kısmî diferansiyelleri hesaplayalım. (1) sayılı formülden sırasıyle :

3) $$\frac{\partial D}{\partial k} = L \cos^2 \alpha = \frac{D}{k}$$

4) $$\frac{\partial D}{\partial L} = k \cos^2 \alpha = \frac{D}{L}$$

5) $$\frac{\partial D}{\partial \alpha} = -\ 2kL \cos \alpha \cdot \sin \alpha = -2D \operatorname{tg} \alpha$$

elde edilir. O zaman 2 eşitliği şu şekle girer :

6) $$\Delta D = \sqrt{\left(\frac{D}{k}\Delta k\right)^2 + \left(\frac{D}{L}\Delta L\right)^2 + (2D \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta\alpha)^2}$$

Bu eşitlik içinde Δk ve $\Delta\alpha$ çok küçük mıkdarlar olduğundan karekök içindeki birinci ve üçüncü terimlerin değerleri ihmal edilebilir. Bu takdirde anallatik dürbünle ölçülen mesafe üzerindeki hatayı veren formül şu şekle girer :

7) $$\Delta D = D \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

ΔL hatası mira üzerinde yapılan okumalar esnasında husule gelen muhtelif hataların muhassalasıdır. Bu hatalar şunlardır : Okuma hatası, çakıştırma hatası, paralaks hatası, miranın uzunluğunun değişmesinden doğan hata, miranın düşeylik hatası, hava şartlarından doğan hata.

Konumuzdan uzaklaşmamak için biz burada bütün bu hataların tesirini ayrı ayrı inceliyecek değiliz. Yalnız bunların toplu tesirini gösteren formülü yazmakla iktifa edeceyiz. Bu formül :

8) $$\Delta D = \sqrt{\frac{5}{4}\left(\frac{D}{60\,G}\right)^2 + \frac{17}{16}\left(\frac{D}{2000}\right)^2 + (Di \operatorname{tg} \alpha + Hi)^2}$$

Bu formül içinde :

D yatay mesafe,
G dürbünün büyültme kudreti,
i miranın düşeyle yaptığı açı (radyan cinsinden),
α eklimetre üzerinde okunan düşey açı,
H Yatay retikül çizgisinin mira üzerinde gösterdiği yüksekliktir.

Ortalama bir değer olarak H = 2 metre alınmak suretiyle G, i ve α nın muhtelif değerlerine göre 100 metrelik bir mesafede husule gelen hata 8 formülüne göre hsaplanarak 1 sayılı tabloda göstrilmiştir.

Anallatik dürbünde
100 m. ye tekabül eden mesafe hatları

8

Tablo No. 1

		G = 10						
α		0	5	10	20	30	40	50
i								
radyan	grad	sm	sm	sm	sm	sm	sm	sm
1/1000	0,06	20	20	20	20	20	21	22
1/400	0.16	20	20	20	21	24	27	32
1/200	0,32	20	20	22	26	33	42	54
1/100	0,64	20	22	27	40	57	78	104
1/50	1,27	20	28	41	72	108	147	205
1/25	2,58	21	45	74	140	213	299	408
radyan	grad	G = 16						
1/1000	0,06	12	12	12	13	13	14	16
1/400	0,16	12	12	13	15	18	22	28
1/200	0,32	12	13	15	21	29	39	53
1/100	0,64	12	16	22	37	54	75	103
1/50	1,27	13	24	38	70	107	149	204
1/25	2,58	15	42	72	138	212	299	408
radyan	grad	G = 30						
1/1000	0,06	8	9	9	9	10	11	13
1/400	0,16	8	9	9	12	16	20	26
1/200	0,32	9	10	12	19	27	38	52
1/100	0,64	9	13	20	36	54	75	102
1/50	1.27	9	22	37	70	106	150	204
1/25	2,58	12	41	72	138	212	299	408
radyan	grad	G = 40						
1/1000	0,06	7	7	7	7	8	10	12
1/400	0,16	7	7	8	11	15	19	26
1/200	0,32	7	8	11	18	27	38	51
1/100	0,64	7	12	19	36	54	75	102
1/50	1,27	8	21	37	69	106	150	204
1/25	2,58	11	41	71	138	212	299	408

Tablonun incelenmesinden de anlaşılacağı üzere hata bilhassa i ve α nın değerlerine göre büyük değişiklikler göstermektedir. Tablonun içinde yer almış bulunan i değerleri arasında 1/1000, 1/400, hatta 1/200 değrleri, mira ne kadar ihtimamla tutulursa tutulsun, tatbikatta hemen hemen hiç bir zaman gerçeklenmeyen değerleridir. i nin tatbikatta alabileceği değerler : mira bir küresel düzeçle mücehhez olduğu takdirde 1/100 radyan, düzeçsiz, fakat ihtimamla tutulan bir mira için 1/50 radyan, ve nihayet ihtimamsız tutulan düzeçsiz bir mira için 1/25 radyan cıvarındadır.

i nin değerleri hakkında fikirleri böylece tesbit ettikten sonra mesafe hatalarının değerlerini inceliyelim. Tabloya göre meselâ dürbünün büyültme kudreti 30 ise :

rasatlar 20 gradlık bir düşey açı altında yapıldığı takdirde mesafelerde bahis konusu olabilecek orta hata : mirada düzeç varsa 36 santimetre, mira düzeçsiz fakat ihtimamla tutuluyorsa ($i = 1/50$) 70 santimetre, mira düzeçsiz ise ve tutuluşunda gerekli ihtimam gösterilmiyorsa ($i = 1/25$) 138 santimetredir.

40 gradlık bir düşey açı altında yapılan rasatlara tekabül eden aynı hatalar sırasıyle 75, 150, 300 santimetredir. Hemen ilâve edelim ki miranın tutuluş tarzı bakımından ormancılıkta bu güne kadar yapılmış olan ölçmelerde, i değerini daha ziyade 1/25 radyana yakın kabul etmek lâzım gelmektedir.

Anallatik dürbünle ölçülen mesafelerde bahis konusu olabilecek orta hatalar üzerine yapılan bu sür'atli göz atış, bu hataların ne kadar büyük olduğunu yeter derecede göstermektedir. Onun için prezisyon isteyen ölçmelerde anallatik dürbünün kullanılması caiz değildir. Bu gibi ölçmelerde mesafeleri büyük prezisyonla ölçen aletlere ihtiyaç vardır. Böyle aletler mevcuttur. Bu aletler düplikatör adını taşımaktadır. Bunların hepsi diastimometreli dürbünlerdir ve mesafe ölçme prensipleri diastimometrelerin özelliğine istinad etmektedir. Onun için evvelâ diastimometre nedir? özellikleri nelerdir? sorularına cevap vermek yerinde olacaktır.

Diastimometre

Diastimometre denilen alet parçası tepe açısı gayet küçük olan ince bir prizmadan ibarettir (şekil 1). Tepe açısı α olan böyle bir prizmanın yüzüne i_1 açısıyle gelen bir S_1I_1 ışını nomale yaklaşarak kırılır ve prizma içinde nomalle r_1 açısı yaparak I_1I_2 istikametinde intişar eder. I_2 noktasında ikinci yüze nomalle r_2 açısı yaparak gelen bu ışın, dışarıya çıkarken nomalden uzaklaşarak kırılır ve I_2 noktasındaki nomalle $_2$ gibi bir açı yaparak havada I_2S_2 istikametinde yoluna devam eder. Prizmaya gelen S_1I_1 ışını ile, iki defa kırıldıktan sonra prizmadan çıkan I_2S_2 ışını arasındaki açı ω olsun. Bu açıyı hesaplayalım. I_1PI_2 üçgeninden :

9) $$\omega = (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2)$$ veya :

10) $$\omega = (i_1 + i_2) - (r_1 + r_2)$$

elde edilir. Diğer taraftan I_1MI_2 üçgeninde :

11) $$\alpha = r_1 + r_2$$

dir. $(r_1 + r_2)$ nin değeri (10) içinde yerine konunca :

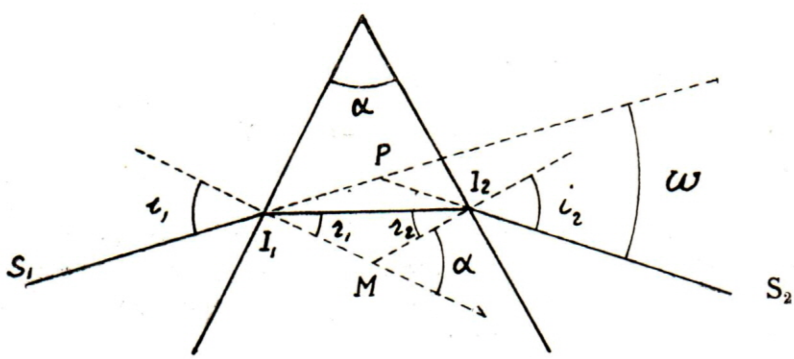
12) $$\omega = i_1 + i_2 - \alpha$$

çıkar. i_1, i_2, r_1, r_2 açıları arasında kırılma kanununa göre şu bağıntılar mevcuttur :

13) $$\sin i_1 = n \sin r_1$$

14) $$\sin i_2 = n \sin r_2$$

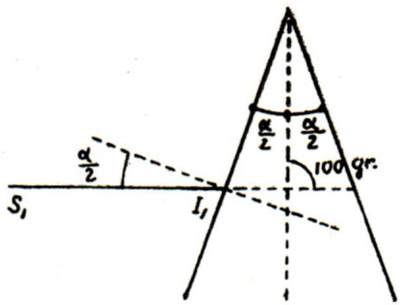
Bu eşitlikler içinde n (hava - cam) kırılma katsayısıdır.



Şekil : 1

Prizmanın tepe açısı α ya ve S_1I_1 ışınının prizma yüzüne geliş açısı i_1 re dayanarak ω açısını 11, 12, 13, 14 eşitlikleri sayesinde hesaplamak mümkündür. Bu hesapta takibedilecek sıra şudur : evvelâ 13 eşitliğine istinaden r_1 hesaplanır. Sonra 11 eşitliğinden $r_2 = \alpha - r_1$ bulunur. O zaman 14 eşitliği i_2 yi verir. i_2 bulunduktan sonra 12 eşitliğine dayanılarak ω hesaplanır.

Muayyen bir prizma için α sabit olduğuna göre ω açısı i_1 açısı ile değişmektedir. Fakat diastimometre denilen prizmalarda olduğu gibi, α açısı çok küçük ve prizma yüzüne gelen S_1I_1 ışınının istikameti prizmanın düzlem ortayına takribi olarak dik ise, i_1 açısı $\frac{\alpha}{2}$ büyüklüğünde bir açı olacağından, o da çok küçüktür (Şekil 2). Bunun neticesi olarak da r_1, r_2 ve i_2 açılarının değerleri de çok küçük olur. Bu takdirde sinüslerle yaylar birbi-



Şekil : 2

rine eşit kabul edilerek, 13, 14 eşitliklerini şu şekilde yazmak mümkün olur :

15) $$i_1 = n\,r_1$$

16) $$i_2 = n\,r_2$$ buradan:

17) $$i_1 + i_2 = n\,(r_1 + r_2) = n\,\alpha$$

bulunur. O zaman 12 eşitliğinden :

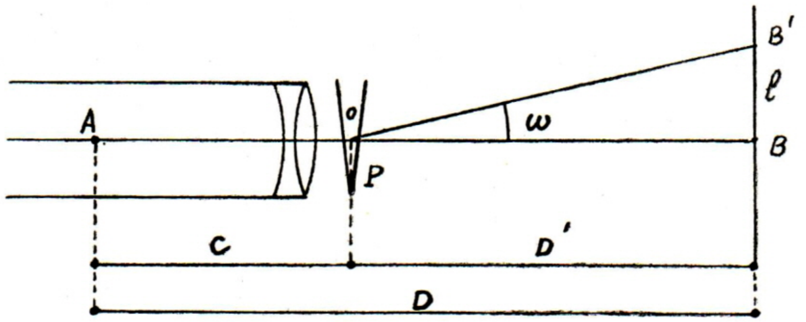
18) $$\omega = n\alpha - \alpha = (n-1)\,\alpha$$

19) $$\omega = (n-1)\,\alpha$$

elde edilir. Muayyen bir prizma için α ve n sabit olduğuna göre bu eşitlik diastimometrelere has olan şu özelliği ifade etmektedir : «Bir diastimometrenin bir yüzüne çok küçük bir açı ile gelen ışınların prizmadan çıktıktan sonraki toplam sapması ω sabittir.»
İşte diastimometreli dürbünlerle mesafe ölçme prensibi diastimometrelerin bu özelliğine istinad etmektedir.

Diastimometreli dürbünlerle mesafe ölçme prensibi

A ve B gibi iki nokta arasındaki mesafeyi ölçmek için A noktasına, objektifinin önüne bir diastimometre takılabilen bir dürbünle konalım. Ve dürbünü B noktasına yöneltelim (şekil 3). B noktasında, yatay ve optik eksene dik olarak, taksimatlı bir mira tutalım. Miraya evvelâ diastimometresiz rasat yapalım. Rasat doğrumuz B noktasından geçecektir. Diastimometreyi objektifin önüne takalım. Dürbün içinden optik eksen istikametinde gelen ışın prizmayı geçtikten sonra ω gibi sabit bir açı kadar sapacak ve retikül çizgilerinin kesim noktasında B noktası yerine miranın B′ noktası görüne-



Şekil : 3

cektir. Prizma takılmadan ve takıldıktan sonra mira üzerinde okumalar yapmak suretiyle $BB' = l$ uzunluğunu tesbit etmek mümkündür. O zaman :

20) $$D' = \frac{1}{\operatorname{tg} \omega} \cdot l$$

veyahut ω açısının çok küçük olduğu gözönünde tutulursa :

21) $$D' = \frac{1}{\omega} \cdot l$$

elde edilir. Miranın beher taksimatının uzunluğu λ metre, l uzunluğu içindeki taksimat adedi n ise :

22) $$l = n \lambda$$

dır. l nin değeri 21 içinde yerine konunca :

23) $$D' = \frac{\lambda}{\omega} \cdot n$$

veyahut 19 eşitliği gözönünde tutulursa :

24) $$D' = \frac{\lambda}{(n-1)\alpha} \cdot n$$

elde edilir.

25) $$k = \frac{\lambda}{\omega} = \frac{\lambda}{(n-1)\alpha}$$

denirse 24 şu şekle girer :

26) $$D' = k \cdot n$$

Bu formül içindeki k, 25 eşitliğine göre, miranın beher taksimatının büyüklüğü λ, camın havaya nazaran kırılma emsali n, ve diastimometrenin tepe açısı α nın bir fonksiyonudur. λ, n ve α unsurlarını :

27) $$k = \frac{\lambda}{\omega} = \frac{\lambda}{(n-1)\,\alpha} = 1 \ (^1)$$

olacak şekilde ayarlamak daima kabildir. Bu böyle olduğu takdirde :

28) $$D' = n \ \text{metre}$$ olur.

Şekil 3 ün incelenmesinden de anlaşılacağı üzere bu mesafe B noktası ile O noktası arasındaki mesafedir. A noktasile B noktası arasındaki mesafeyi bulmak için OB mesafesine AO gibi sabit bir uzunluk eklemek icabetmektedir. Bu sabit uzunluk C ile gösterilirse AB mesafesi :

29) $$D = D' + C = n + C$$ olur.

Hemen ilâve edelim ki, bu mesafe dürbünün optik ekseni istikametinde uzanan eğik mesafedir. Yatay mesafeyi bulmak için ayrıca eklimetre üzerinde düşey açıyı okumak icabeder. Bu açı β ise, yatay mesafe :

30) $$d = D \cos \beta = (n + C) \cos \beta$$ olur.

Diastimometreli dürbünlerle ölçülen mesafelerde hata mıkdarı

Biraz yukarıda görüldüğü üzere (formül 21) diastimometreli dürbünlerle ölçülen mesafeleri veren temel formül :

31) $$D = \frac{l}{\omega}$$

dır. Bu formül içinde l yatay mira üzerinde direkt ve diastimometreli rasatlarla tesbit edilen görüntülerin kayma mikdarı, ω ise prizmanın toplam

(1) Şayet mira santimetre üzerine taksimatlandırılmış ise $\lambda = 0{,}01$ metredir. O zaman :

27) bis $$\omega = \lambda = 0{,}01 \ \text{radyan}$$

olması lâzım gelir.

sapma açısını göstermektedir. Burada ω mıkdarı sabittir, l ise mesafe ile değişmektedir. l, ω ve D değerlerinin tesbitinde yapılan hatalar Δl, $\Delta\omega$, ΔD ile göstrilirse, Taylor formülüne göre :

$$\Delta D = \frac{\partial D}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial D}{\partial \omega} \Delta \omega + \cdots \tag{32}$$

veyahut Δl ve $\Delta\omega$ hatalarının karakterleri gözönünde tutulursa :

$$\Delta D = \mp \frac{\partial D}{\partial l} \Delta l \pm \frac{\partial D}{\partial \omega} \Delta \omega \tag{33}$$

ve hata teorisine göre ΔD nin en muhtemel değeri :

$$\Delta D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial l} \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \Delta \omega\right)^2} \tag{34}$$

olur. Bu formül içindeki kısmî diferansiyelleri hesaplayalım. 31 eşitliğinden:

$$\frac{\partial D}{\partial l} = \frac{1}{\omega} \tag{35}$$

$$\frac{\partial D}{\partial \omega} = -\frac{l}{\omega^2} = -\frac{D}{\omega} \tag{36}$$

bulunur. Bu değerler 34 içinde yerlerine konursa :

$$\Delta D = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{D}{\omega} \Delta \omega\right)^2} \tag{37}$$

bulunur.

Karakök içindeki birinci terimi ele alalım. Bu terim içindeki Δl hatası birçok faktörlerin tesirile husule gelir. Bu faktörler içinde en fazla müessir olanı, mira üzerinde l uzunluğunun okunmasındaki presizyon ile, miranın optik eksene dik tutuluşundaki presizyondur. Mesafeleri sıhhatle ölçen diastimometreli dürbünlerde, bu faktörlerden ileri gelen Δl hatasının ihmal edilecek kadar küçük olması için, hususî itina gösterilmiş ve tertibat alınmıştır. Gerçekten miranın optik eksene dikliğini temin etmek için miraya bir diopter tertibatı tesbit edilmiştir. Bu diopterin rasat düzlemi mirayı temsil eden doğruya büyük bir itina ile dik kılınmıştır. Bu diopter sayesinde mira optik eksene (pratikte hatasız denilebilecek şekilde) büyük bir sıhhatle dik kılınabilmektedir. Keza l uzunluğunun tesbiti için yapılan okumalar da, çift görüntülerden ve mira üzerindeki hususî taksimatlardan istifade edilerek, büyük bir presizyon ile yapılabilmektedir. Bunların neticesi olarak l üzerinde yapılan hata ihmal edilecek kadar küçüktür. O halde bu aletlerde $\Delta l = 0$ farzetmek mümkündür. Bu böyle olunca 37 şu şekle girer :

$$\text{38)} \qquad \Delta D = \frac{\Delta\omega}{\omega} D$$

27 bis eşitliğine göre $\omega = 0{,}01$ radyandır. Prizmaların sapma açısı üzerinde 1″ derece saniyesi kadar bir hata yapıldığı kabul edilirse :

$$\text{39)} \qquad \Delta\omega = \frac{1}{\varrho''} = 0{,}00\ 000\ 4848$$

olur. O zaman :

$$\text{40)} \qquad \Delta D = \frac{100}{\varrho''} D = 0{,}000\ 4848\ D$$

olur. Görülüyor ki, diastimometreli dürbünlerde hata mesafe ile doğru oranlıdır. D nin muhtelif değerlerine göre ΔD nin almış olduğu değerler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir :

D	50	100	200	300	400	500 metre
ΔD	0,02	0,05	0,10	0,15	0,19	0,24 metre

Bu tabloda hatalar için 500 metrelik mesafelere kadar rakamlar verilmesi daha ziyade diastimometrelerin teorik bakımdan bu mesafeler için sağladığı presizyonu göstermek içindir. Haddizatında bu prensibe istinad eden aletlerin mesafe ölçme miraları 150 - 200 metreden daha büyük mesafelerin ölçülmesine müsait değildir.

Bu rakamlarla anallatik dürbüne ait 1 No.lu tablodaki rakamlar karşılaştırılırsa, diastimometreli dürbünlerin anallatik dürbüne nazaran ne kadar büyük bir presizyon sağladığı açıkça görülür.

Diastimometrelerde akromatizm meselesi

Yukarıda prensibi izah edilen mesafe ölçme şeklinde, bir teodolitin önüne tepe açısı çok küçük olan ve diastimometre adı verilen bir prizma konduğu söylenmişti. Ancak, kromatizm hadisesinden dolayı, mesele bu kadar basit değildir. Gerçekten renklerin dağılması hâdisesi sebebiyle, diastimometreler hiç bir zaman tek bir prizmadan müteşekkil değildir. Bu diastimometreler daima akromatik sistem teşkil eden iki prizmadan bileşiktir.

Akromatizm: Lugat manası itibarile kromatizm renklenme, renk verme; akromatizm ise renkleri yok etme demektir.

Bilindiği üzere güneş ışığı (beyaz ışık) saf bir ışık değildir. Bu ışık bir takım renkli ışıkların bir araya gelmesinden meydana gelmektedir. Bu renkli ışıkların ışınlarının kırılma katsayıları birbirinin aynı değildir. Onun için bir beyaz ışın prizmayı geçerken onu terkip eden muhtelif renkteki ışınlar başka başka mikdarlarda kırılırlar ve neticede güneş tayfı (spectre) meydana gelir.

Bilindiği üzere bu tayf içindeki renk nüansları içinde başlıcaları şunlardır : kırmızı, portakal rengi, sarı, yeşil, mavi, eflâtun. Muhtelif renkteki ışınların bu farklı kırılmaları neticesinde, herhangi bir noktanın dürbün içersindeki görüntüsü tek olmayacak, bil'akis her renge bir görüntü tekabül edecektir. Ancan bu görüntüler birbirine çok yakındır. Diğer taraftan tayfın göz üzerine en fazla tesir eden rengi sarıdır. Onun için dürbün içindeki görüntü (bu sarı renge tekabül eden) tek bir görüntü gibi görünür. Fakat bu görüntünün kenarları renkli olarak teşekkül eder. İşte bu hadiseye kromatizm hadisesi denir.

Görüntünün etrafının renkli olarak teşekül etmesi ölçmelerin presizyonu bakımından mahzurludur. Renkli görüntü teşekkülünü bertaraf etmek veyahut zararsız bir hale getirmek mümkündür. Bunun için kırılma indisleri farklı iki prizma kullanılmaktadır. Böyle bir prizma sistemine (akromatik prizma) denmektedir.

Biraz ilerde böyle bir prizma sisteminin akromatik olabilmesi için gerçeklemesi gereken şartlar incelenecektir.

Yukarıda söylnenlerden de anlaşılacağı üzere camın havaya nazaran kırılma indisi ışın rengine göre değişmektedir. Fakat bu indis yalnız ışın rengine göre değil, ayni zamanda camın cinsine göre de değişir. Bu böyle olduğuna göre, herhangi bir cins camın havaya nazaran kırılma indisinin bir rakamla ifade edilmesi mümkün değildir. Zira her renk için bir indis mevcuttur. Fakat optikte herhangi bir camın optik özelliği, tayfı teşkil eden renklerden optik bakımdan en fazla rol oynayan üç tanesinin (kırmızı, sarı, mavi) kırılma indisleriyle karakterize edilmektedir. Bu renklere tekabül eden ışınlara (Frauenhofer) ışınları denmektedir. Kırmızı ışın C, sarı ışın D, mavi ışın F harfiyle gösterilmektedir. O halde indis için n harfi kullanıldığına göre, herhangi cins bir camın karakteristik indisleri n_C, n_D, n_F, olmuş olur.

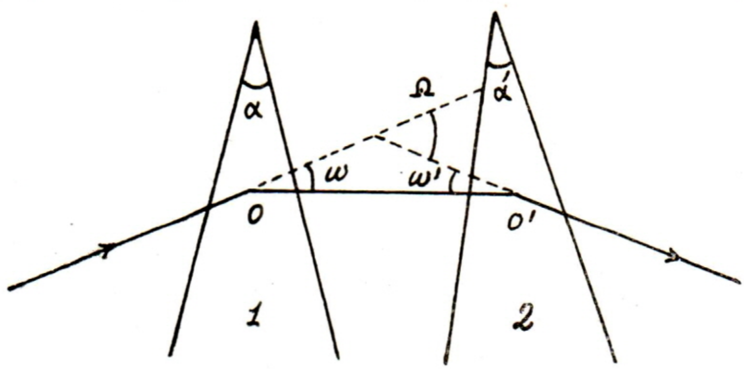
Akromatik prizma sisteminde kullanılan cam cinsleri Crownglass (adi cam), Flint - glass (kristal) adını taşıyan camlardır. (2) sayılı tablo bir cins Crown - glass ve Flint - glass a ait karakteristik kırılma indislerini göstermektedir.

Tablo No. (2)

İndis	Crown - glass	Flint - glass
n_C	1,5154	1,6153
n_D	1,5179	1,6202
n_F	1,5240	1,6340
$n_F - n_C$	0,0086	0,0187

$\Delta n = n_F - n_C$ farkına, prizmanın (orta dispersion) u denmektedir.

Akromatizm şartı: Evvelce de söylendiği gibi akromatik prizma sistemi cinsleri değişik olan (1) ve (2) gibi iki prizmadan müteşekkildir (şekil 4). (1) prizmasına gelen herhangi bir ışın (1) ve (2) prizmalarını geçtikten



Şekil : 4

sonra ilk istikametine nazaran Ω gibi bir (toplam sapma) gösterir. Bu toplam sapma hiç şüphesiz ki muhtelif renk ışınlar için başka başkadır. Bu toplam sapma kırmızı ışın için (C ışını) Ω_C, mavi ışın için (F ışını) Ω_F olsun. Eğer her iki ışının toplam sapma miktarı birbirine eşit olursa, akromatizm şartı gerçeklenmiş addedilmektedir. O halde akromatizm şartı :

41) $$\Omega_C = \Omega_F$$ dir.

Akromatik prizma sisteminin gerçeklemesi gereken şart :

ω_F F ışınının birinci prizmada husule gelen toplam sapması,

ω'_F F ışınının ikinci prizmada husule gelen toplam sapması,

n_F birinci prizmanın F ışınına göre kırılma indisi,

n'_F ikinci prizmanın F ışınına göre kırılma indisi,

ω_C C ışınının birinci prizmada husule gelen toplam sapması,

ω'_C C ışınının ikinci prizmada husule gelen toplam sapması,

n_C Birinci prizmanın C ışınına göre kırılma indisi,

n'_C ikinci prizmanın C ışınına göre kırılma indisi,

α Birinci prizmanın tepe açısı,

α' İkinci prizmanın tepe açısı,

olsun. Bu taktirde (19) a göre :

42) $$\omega_F = (n_F - 1)\,\alpha$$

43) $$\omega'_F = (n'_F - 1)\,\alpha'$$

44) $$\omega_C = (n_C - 1)\,\alpha$$

45) $$\omega'_C = (n'_C - 1)\,\alpha'$$

dır. O zaman :

46) $$\Omega_F = \omega_F + \omega'_F = (n_F - 1)\,\alpha + (n'_F - 1)\,\alpha'$$

47) $$\Omega_C = \omega_C + \omega'_C = (n_C - 1)\,\alpha + (n'_C - 1)\,\alpha'$$

olur. Ve akrotizm şartı (41 eşitliği) :

48) $$(n_F - 1)\,\alpha + (n'_F - 1)\,\alpha' = (n_C - 1)\,\alpha + (n'_C - 1)\,\alpha'$$

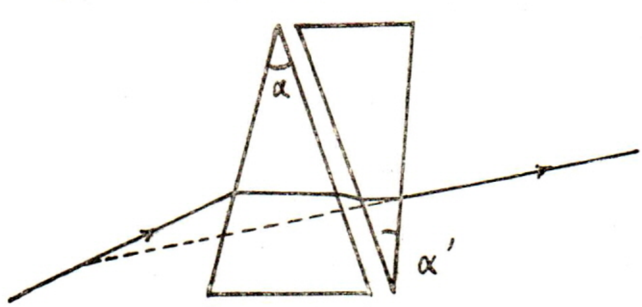
veyahut :

49) $$(n_F - n_C)\,\alpha = -(n'_F - n'_C)\,\alpha'$$

şekline girer.

İki prizmadan müteşekkil bir sistemde akromatizm şartını ifade eden (49) eşitliği şu hakikatleri meydana koymaktadır :

1 — Tecrübe göstermiştir ki $(n_F - n_C)$ ve $(n'_F - n'_C)$ farkları pozitiftir. Bu böyle olunca eşitliğin gerçekleşmesi için α ve α' nin aksi işarette olması icabeder. Başka bir söyleyişle prizmaları geçen herhangi bir ışının meydana getirdiği kırık doğruya nazaran prizmalardan birinin tepesinin bir



Şekil : 5

tarafta, diğerinin öteki tarafta olması gerekir. O halde akromatik sistemde bu prizmaların birbirine nazaran vaziyetleri ve ışınların seyri Şekil 4 deki gibi değil, Şekil 5 de görüldüğü gibidir.

2 — Akromatizm dört unsura bağlıdır. Bunlardan ikisi, birinci ve ikinci prizmanın kırılma indisleri, başka bir söyleyişle bu prizmaların camlarının cinsleri; diğer ikisi de bu prizmaların tepe açıları α ve α' dır. Fakat prizmaların cam cinsleri taayyün ettiği takdirde, akromatizm sadece prizmaların tepe açıları α ve α' ne bağlıdır.

3 — Akromatizm probleminin sonsuz çözümleri vardır. Cam cinsleri taayyün ettiği takdirde bu çözümlerden her birisi, meselâ α ya muayyen bir değer verdikten sonra α' yü (49) a göre :

$$50) \qquad \alpha' = \frac{n_F - n_C}{n'_F - n'_C}\,\alpha$$

eşitliğiyle tayin etmek suretile elde edilir.

Diastimometrelerde akromatizm :

Diastimometrelerde akromatizm probleminin çözümü tektir. Gerçekten diastimometrelerde akromatik prizma sisteminin yalnız (49) eşitliğinin ifade ettiği akromatizm şartını değil, ayni zamanla diastimometrelere has olan ve (27) eşitliği ile ifade edilen şartı da gerçekleşmesi icabetmektedir. İki prizmadan müteşekkil bir sistemde toplam sapma Ω ile gösterildiğine göre (27) eşitliğinde ω yerine Ω koymak icabedecektir. O zaman diastimometre şartı :

$$51) \qquad k = \frac{\lambda}{\Omega} = 1$$

şekline girer. Bu formül içinde λ miranın beher taksimatının değeridir. Şayet mira santimetre üzerine taksimatlandırılmış ise : $\lambda = 0{,}01$ metredir. O zaman (51) eşitliğine göre :

$$52) \qquad \Omega = \lambda = 0{,}01 \text{ radyan} = \varrho^{cc} \times 0{,}01 = 6366^{cc}{,}20 \qquad \text{olur.}$$

Görülüyor ki bir diastimometre için Ω malum ve sabittir. Buradaki Ω nın, tayf ışınları arasında göz üzerine en fazla müessir olan D ışınına ait (sarı ışın) toplam sapmayı veyahut kısaca Ω_D yi göstermesi icabeder. Birinci ve ikinci prizmanın D ışınına göre kırılma indisleri sırasile n_D, n'_D ile gösterilirse (46) ve (47) eşitliklerinde paralel olarak :

$$53) \qquad \Omega_D = (n_D - 1)\,\alpha + (n'_D - 1)\,\alpha'$$

olur. Şayet prizmaların camlarının cinsi taayyün etmiş ise n_D ve n'_D malumdur. O zaman (Ω da malum olduğuna göre) (53) eşitliğinde bilinmeyen unsur olarak yalnız α ve α' açıları kalır. Bu açıların hem (49) eşitliğinde ifadesini bulan akromatizm şartını hem de (53) eşitliği ile ifade edilen diastimometre şartını gerçeklenmesi icabetmektedir. Bu taktirde α ve α' bu eşitliklerden müteşekkil aşağıdaki denklem sisteminin kökleri olmuş olur:

$$54)\qquad \begin{aligned} &(n_D - 1)\,\alpha + (n'_D - 1)\,\alpha' = \Omega \\ &(n_F - n_C)\,\alpha = -\,(n'_F - n'_C)\,\alpha' \end{aligned}$$

Bu sistemin bir tek kök sistemi vardır. Bu denklemler çözüldüğü zaman :

$$55)\qquad \alpha = \frac{\Omega}{n_F - n_C}\cdot\frac{1}{\dfrac{n_D - 1}{n_F - n_C} - \dfrac{n'_D - 1}{n'_F - n'_C}}$$

$$56)\qquad \alpha' = -\frac{\Omega}{n'_F - n'_C}\cdot\frac{1}{\dfrac{n_D - 1}{n_F - n_C} - \dfrac{n'_D - 1}{n'_F - n'_C}}$$

bulunur. Veyahut orta dispersiyon mefhumunun ifadesinden istifade edilirse ($\Delta n = n_F - n_C$, $\Delta n' = n'_F - n'_C$ olduğuna göre) bu eşitlikler şu şekilde de yazılabilir :

$$57)\qquad \alpha = \frac{\Omega}{\Delta n}\cdot\frac{1}{\dfrac{n_D - 1}{\Delta n} - \dfrac{n'_D - 1}{\Delta n'}}$$

$$58)\qquad \alpha' = \frac{\Omega}{\Delta n'}\cdot\frac{1}{\dfrac{n_D - 1}{\Delta n} - \dfrac{n'_D - 1}{\Delta n'}}$$

Diastimometrelerde akromatizm üzerine tatbikî misal : Yukarıda bulunan teorik neticeleri bir misal üzerinde tatbik edelim. Farzedelim ki bahis konusu mira santimetre üzrine taksimatlandırılmıştır. Evvelce de hesaplandığı üzere bu taktirde $\Omega = 6366^{cc},2$ dir (formül 52). Diğer taraftan akromatik diastimometreyi teşkil edecek prizmaların yapılacağı Crown - glass ve Flint - glass camlarının optik özelliklerinin (2) sayılı tabloda gösterildiği gibi olduğunu kabul edelim. O zaman :

Crown - glass için : $\Delta n = n_F - n_C = 1{,}5240 - 1{,}5154 = 0{,}0086$

$$n_D - 1 = 0{,}5179$$

Flint - glass için : $\Delta n' = n'_F - n'_C = 1{,}6340 - 1{,}6153 = 0{,}0187$

$$n'_D - 1 = 0{,}6202$$

$$\frac{n_D - 1}{\Delta n} = \frac{0,5179}{0,0086} = 60,2209$$

$$\frac{n'_D - 1}{\Delta n'} = \frac{0.6202}{0,0187} = \underline{33,1658}$$

$$\frac{n_D - 1}{\Delta n} - \frac{n'_D - 1}{\Delta n'} = 27,0551$$

olur. Buradan da (57) ve (58) eşitliklerine göre :

$$\alpha = \frac{6366,2}{0,0086} \cdot \frac{1}{27,0551} = 27361^{cc},4$$

$$\alpha' = \frac{6366,2}{0,0187} \cdot \frac{1}{27,0551} = 12583^{cc},2$$

bulunur. Demek oluyor ki : Crown - glass'dan yapılacak prizmanın açısı $\alpha = 2,7361\,4$ grad, Flint - glass'dan yapılacak prizmanın tepe açısı $\alpha' = 1,2583\,2$ grad olmalıdır.

İşte sıhhatli mesafe ölçen modern dürbünlerdeki akromatik diyastimometreleri teşkil eden prizmaların açıları yukarıda gösterildiği şekilde hesaplanmaktadır.