

## SEBEN MINTAKASI SARIÇAMLARI HACIM EĞRİSİNE AİT TAMAMLAYICI ETÜDLER

Yazan: Doç. Dr. Kemal E r k i n

1945 yılı yazında, Bolunun Seben mntakasını örten sarı çamların çap, boy, şekil emsali ve hacımları sırasındaki karşılıklı bağıntılar üzerinde tarafımızdan bir seri araştırma yapılmıştı. Bu araştırmaların teferruatı ve neticeleri daha şümüllü bir eser içinde toplanmış ise de, bu eser henüz neşredilmiş değildir. Sözü geçen sarıçamların çap ve hacımları arasındaki bağıntılar üzerine bazı tamamlayıcı etüdlr bu yazıda açıklanmış bulunmaktadır. Bu etüdlerin teferruatına girilmeden önce, tecrübelerin yapılmış bulunduğu Seben mntakası ormanlarının mevki, topoğrafik durumu, iklimi ve meşçere terkibi hakkında kısaca bilgi verilmesi faydalı görülmüştür.

### Mevki ve topoğrafik vaziyet

**M e v k i :** İçerisinde araştırmaların yapıldığı Seben Sarıçam ormanları, Bolu vilâyetinin güneyinde ve hemen hemen hepsi vilâyet merkez kazası hudutları dahilinde bulunmaktadır. Yalnız Aladağ bölgesinin, Kartalkaya'dan başlayıp Karakirse üzerinden geçen ana sırtın güneyinde bulunan kısmı, Çarşamba nahiyesi hudutları içine girmektedir.

Mıntakanın jeografik koordinatları, evvelce bu ormanların amenajmanını yapmış bulunan Amenajman grupları tarafından, Harita Umum Müdürlüğünün 1/800 000 mikyasındaki haritası üzerinde ölçülmüş ve amenajman plânlarına kaydedilmiş bulunmaktadır. Bu plânlardaki malûmata göre sözü geçen ormanlar takriben 44, 96 - 45, 25 grad kuzey enlemler ve 2,68 - 3,20 grad boylamlar arasında bulunmaktadır.

**T o p o ğ r a f i k v a z i y e t :** Bu ormanlar Ilgaz dağlarının uzantısından olan ve sahile paralel olarak gelen dağlardan ayrılan silsilelerin üzerinde bulunmaktadır. Bu dağların hepsi ormana çok yakın bulunan ve 2378 metre yükseklikte olan «Köroğlu» tepesinin bulunduğu silsileye müntehi olmaktadır. Topografik durum hakkında daha iyi fikir edinilebilmesi için bu ormanların «Aladağ suyu» adıyla anılan kısmının 1/20 000 mikya-

sındaki amenajman haritası küçültülmüş olarak sunulmuştur. Harita küçültülürken yalnız topografik vaziyeti gösteren çizgiler muhafaza edilmiş, bölme taksimatını gösteren taksimat nazarı itibare alınmamıştır. Bu harita yalnız yatay ölçmeyi gösteriyorsa da (yani harita üzerinde yatay eğriler mevcut değilse de) gerek nirengi noktaları ve bunların kotları, gerek ana ve tâli sırtların vaziyeti, gerekse belli başlı dereler, ormanın topoğrafik durumu hakkında yeter derecede fikir vermektedir. Ormanın «Garbî Seben ve Alput Yaylası» namıyla anılan kısmının haritasının burada gösterilmesine lüzum görülmemiştir. Gerçekten «Aladağ suyu» kısmının batısında ve güneybatısında uzanan bu kısım Aladağ bölgesinin batıya doğru bir uzantısından ibarettir ve topoğrafik durum itibariyle bu sonuncusuna çok benzemektedir.

### İklim

Evvelce de belirtildiği gibi, bahis konusu ormanlar Bolu'nun güneyine düşmektedir. İklim bakımından bu mntakayı bir taraftan «Batı Karadeniz» iklim mntakasına, diğer taraftan «Kenar Dağları» ikliminin «Kuzeybatı Anadolu mntakası» na ithal etmek icabeder. Bununla beraber Türkiye'nin genel iklim taksimatı içinde yer alan «Karadeniz iklimi», «Kenar dağları iklimi» gibi genel terimler, Seben Sarıçam mntakasının iklimi hakkında tam bir fikir verememektedir. Bu mntakanın özel iklimi hakkında tam bir fikir edinebilmek için o mntakanın iklim faktörleri hakkında bilgi sahibi olmak icabeder. Bilindiği üzere bu iklim faktörleri şunlardır:

1 — *Sıcaklık* : (Senelik orta sıcaklık, aylık orta sıcaklık, mutlak sıcaklıklar, en yüksek ve en düşük sıcaklık dereceleri).

2 — *Yağışlar* : (Senelik yağış miktarı, sene içinde yağışlı günlerin adedi, yaz aylarının yağış miktarı, sene içinde yağışlı günlerin adedi, yaz aylarının yağış miktarları ve yaz aylarında yağışlı günlerin adedi).

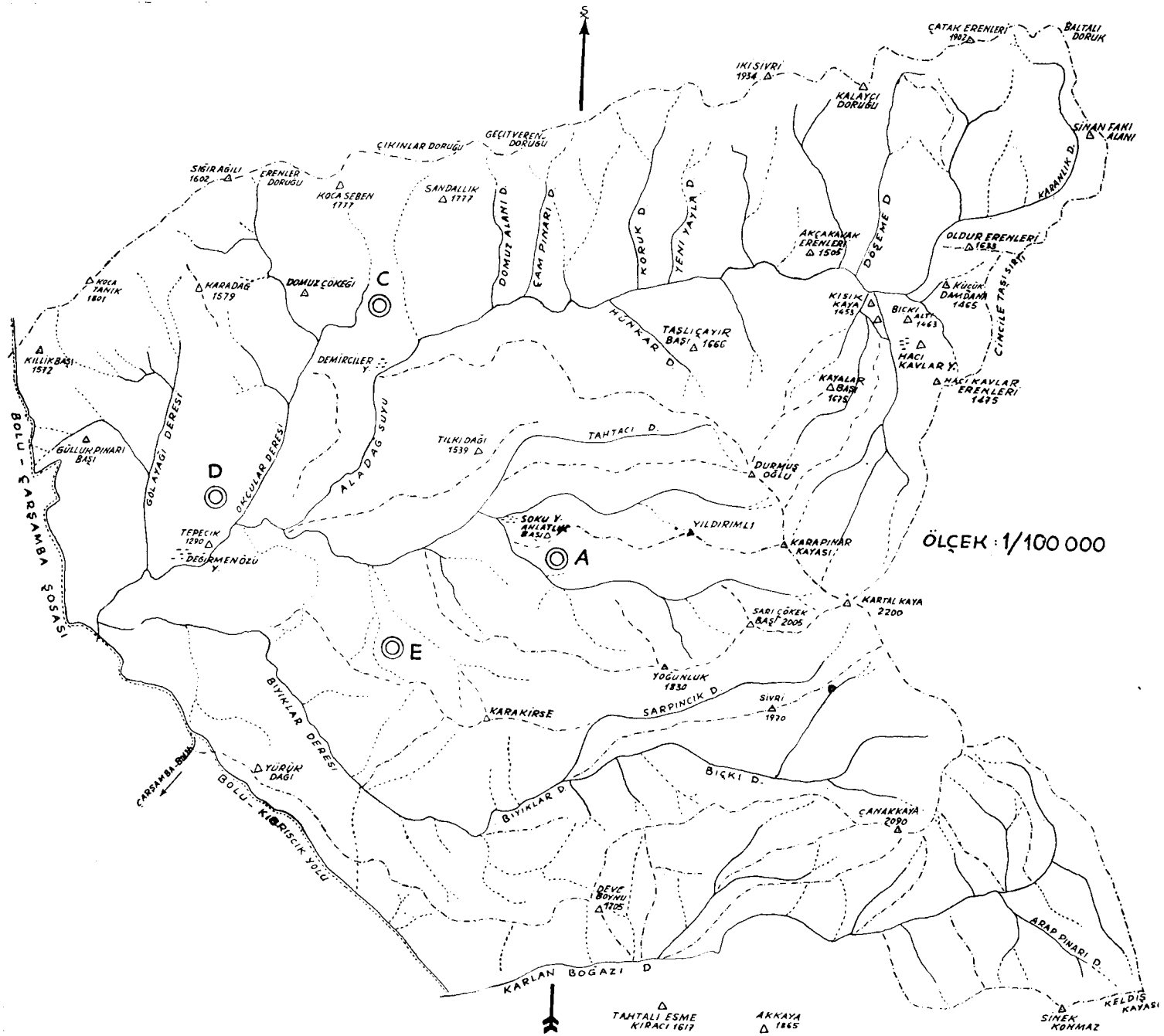
3 — *Bağıl nem* : (Senelik ortalama bağıl nem, en düşük bağıl nem).

4 — *Galip rüzgârlar ve istikametleri* .

5 — *Bulutlu günlerin adedi* .

Ancak, bahis konusu mntakada hiç bir meteoroloji istasyonu bulunmadığı için, bu faktörlere ait rakamlar da tesbit edilememiştir. Bu böyle olunca, Seben mntakasına ait iklim faktörleri hakkında bir fikir edinebilmek için, o mntakaya en yakın meteoroloji istasyonunun rasatlarına dayanmaktan başka çare kalmamaktadır. Bu istasyon, bizzat Bolu şehrinin içinde bulunan ve Meteoroloji Umum Müdürlüğüne ait olan istasyondur. Bu istasyonun, sözü geçen faktörlere ait olmak üzere, verdiği rakamların (930 yılından 943 yılına kadar olmak üzere) 14 senelik ortalamaları (1) ve (2) sayılı tablolarda gösterilmiştir. (1)

(1) Dr. Umran Emin Çölağan: Türkiye İklim Rehberi.



1 — *Sıcaklık* : Tablonun incelenmesinden de anlaşılacağı üzere, senelik ortalama sıcaklık 10,2 derecedir. Yaz aylarına ait sıcaklık ortalaması ise 18,8 derecedir. Ayların sıcaklık ortalamaları incelenirse en küçük ortalamanın —0,3 derece ile Ocak ayında, en yüksek ortalamanın ise 19,7 derece ile Temmuz ve Ağustos aylarında husule geldiği anlaşılır.

Mutlak sıcaklıklara gelince : En yüksek sıcaklığın 37,8 derece ile Ağustos ayında, en düşük sıcaklığın ise —31,5 derece ile Ocak ayında husule geldiği görülmektedir.

Mutlak sıcaklığın yanında donlu günlerin sayısı ve bunların senenin muhtelif ayları içinde dağılışı şekli ormancılık bakımından bilhassa önemli bir faktördür. Bu tablolardaki istatistiklere göre, donlu günlerin bir sene içindeki sayısı 97 dir. (1) numaralı tablonun incelenmesinden de anlaşılacağı üzere, donlu günler Ekim ayında başlamakta ve Mayıs ayı içinde sona ermektedir. Donların erken başlaması ve Mayıs ayına kadar devam etmesi dikkate şayandır. (ağaçların Nisan ayında uyanıp çiçek açması ve geç donlar neticesinde kırılıp kavrulması, Boluda nadir görülen hadiselerden değildir).

2 — *Yağışlar* : (2) sayılı tabloda görüldüğü gibi senelik yağış miktarı ortalama olarak 523 mm dir. En fazla yağışlı olan aylar Mayıs, Ocak, Kasım, Aralık aylarıdır. Yğmurun en az düştüğü aylar ise, başta Ağustos olmak üzere, Eylül ve Temmuz aylarıdır. Yaz aylarına yalnız 103 mm yağış tekabül etmektedir. Yağış miktarına paralel olarak, yağış günleri sayısı en fazla Ocak, Mayıs, Aralık, Şubat aylarında; en az yaz aylarındadır (bilhassa Ağustosta). Bir sene içindeki yağış günleri adedi ortalama olarak 131 dir. Bunun ancak 22 si yaz aylarına aittir.

3 — *Bağıl nem* : Bağıl nem'e ait rakamlar açık konuşmaktadır. Bunlara bir şey ilâve edecek değiliz. Yalnız bulutlu geçen günlerin sayısına nazaran dikkati çekip, senenin yarısının bulutlu geçmekte olduğunu söylemekle iktifa edeceğiz.

Bu rakamların deniz seviyesinden 700 metre yükseklikte bulunan Bolu Vilâyeti merkezine ait olduğunu daima göz önünde tutmak lâzımdır. Seben Sariçam ormanları mıntakasının Bolu meteoroloji istasyonuna nazaran ortalama 800 - 1000 metre daha yüksek olduğu düşünülürse, bu mıntakanın iklim faktörlerine ait rakamların istatistikte bulunan rakamlardan az çok farklı olacağı anlaşılır. Meselâ bahis konusu orman mıntakasinda, senelik ortalama sıcaklık ovaya nazaran daha küçük: mutlak âzami sıcaklık ile mutlak asgari sıcaklık Vilâyet merkezininkine nazaran daha küçük olacaktır.

Yağışlarda da az çok fark olması lâzım gelir. Ezcümle, çok zamanlar, Bolu'da yağmur yağdığı halde bu yağışların yükseklerle kar şeklinde düştüğünü şahsi müşahedelerimize dayanarak söyleyebiliriz. Karın yerde kalma

Sıcaklık istatistikleri

Tablo (1)

Aylar	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Yaz ayları Ortalaması	Yenelik Ortalama	Yekün
Ortalama sıcaklık	-0,3	1,6	4,5	9,5	13,9	16,9	19,7	19,7	15,8	12,6	6,4	2,4	10,2	18,8	197
Azami sıcaklık ortalaması	4,4	6,7	9,8	16,7	20,8	24,2	27,2	27,2	23,2	20,3	12,0	7,3	16,6	—	—
Asgari sıcaklık ortalaması	-4,4	-3,4	-1,7	2,7	6,4	8,9	11,3	12,0	8,4	6,1	1,7	2,1	3,8	—	—
Mutlak azami sıcaklık	17,0	19,5	26,0	28,0	31,6	35,0	37,4	37,8	35,5	32,3	24,9	18,0	—	—	—
Mutlak asgari sıcaklık	-31,5	-24,2	-18,9	-10,0	-1,2	0,0	2,8	4,4	-2,5	-5,0	-14,2	-29,1	—	—	—
Donlu günler ortalaması	23	20	18	7	1	—	—	—	—	1	8	19	—	—	—

Yağış istatistikleri

Tablo (2)

Aylar	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Yaz aylarına ait	Bir sene için ort. yağış	Yekün
Ortalama yağış	53,6	44,4	39,1	53,5	60,3	52,9	32,1	17,7	29,9	33,7	53,3	52,7	523,2	102,7	—
Yağışlı günler ortalaması	15	14	12	13	14	11	6	5	6	9	12	14	131	22	—
Nisbi rutubet ortalaması	79	76	69	69	71	72	67	67	70	71	73	79	79	73	—
En düşük nisbi rutubet	6	20	8	6	1	13	11	2	2	9	19	25	—	—	—
Bulutlu günler	12	11	14	14	18	14	16	16	16	22	14	12	179	46	—

SEBEN MINTAKASI SARIÇAMLARI HACİM EĞRİSİ 247

müddeti de şehre nazaran farklıdır. İstatistiklere göre merkezde karla örtülü günlerin adedi, muhtelif aylarda, ortalama olarak şunlardır :

Ay	XI	XII	I	II	III
Gün adedi	1	5	12	7	3

Bu rakamlardan da anlaşıldığı üzere, Vilâyet merkezinde kar, yerde Kasım ayı ile Mart ayı arasında bulunmaktadır. Seben mntakası için elimizde özel rakamlar mevcut değildir. Ancak 1939 - 1944 yılları arasındaki şahsi müşahedelerimize göre bu mntakada kar Ekim ayı içinde düşmeye başlamakta ve ekseriya Mayıs sonuna kadar yerde kalmaktadır.

Bütün bunlara ilâveten, bu mntakada hâkim olarak batıdan ve güney batıdan esen ve bilhassa ilkbaharda ormanlarda hayli tahribat yapan rüzgârlar da gözönünde tutulursa, bu mntakanın oldukça sert bir iklime malik olduğunu söylemek mümkündür. Memleketimizin iklimlerini tasnif etmekte gayesiyle çizilmiş bulunan jeografik iklim sınırları, şüphesiz ki, kesin sınırlar değildir. Bu iklimler arasında bir çok iklim nüanslarının, bir çok gelen iklimlerinin mevcut olması tabiidir. İşte Seben mntakasında hüküm süren iklime, batı karadeniz iklimi ile iç platolar iklimi arasında bir geçit ikliminin tesbiti ise bu mntakada müteaddit meteoroloji istasyonlarının kurulmasına bağlıdır.

### Meşcere terkibi

Sözü geçen ormanlarda hakim olan ağaç türü sarıçam (pinus sylvestris) dir. Umumiyet itibariyle, bu sarıçam meşcereleri saftır ve tek yaşlı meşcere manzarasını göstermektedir. Bununla beraber (Aladağ suyu) bölgesinin kuzeyinde, Baltalı Doruk - Çatak Erenleri - İki sivri - Koca Seben - Koca Yanık sırtının hemen hemen güney taraflarında, bir miktar göknar (Abies bormulleriana) bulunmaktadır. Bu göknarlar sarıçamlarla karışıktır. Ve bu karışık meşcerelerde sarıçam bariz bir şekilde hakimdir.

Göknardan başka ormanda rastlanan ağaç türü karaçam (pinus nigra) ve yine sarıçamlarla karışık bir haldedir. (Karakirse sırtının güneyinde) nel olarak, bariz bir şekilde hakimdir. Bu meşcerelerde de Sarıçam, ge- ayırdedilebilmektedir :

- 1 — Ormanın kuzey kenarları : Sarıçamın bariz bir şekilde hakim olduğu sarıçam - göknar karışık meşcereleri.
- 2 — Ormanın güney kenarları : Sarıçamın bariz bir şekilde hakim olduğu sarıçam - karaçam karışık meşcereleri.

3 — Orta kısım : Bu iki kısmın ortasında uzanan ve ormanın asıl büyük kısmını teşkil eden saf sarıçam meşcereleri.

(Garbi Seben ve Alput yaylası) kısmında da ağaç türlerinin yayılış şekli (Aladağ suyu) bölgesine benzemektedir. Şu farkla ki burada, Aladağ suyu deresinin kuzeyinde bulunan B serisinin kuzeyindeki Sarıçam - göknar karışık meşcerelerinin bazı bölmelerinde, göknar hakim bulunmakta, hatta iki bölgesinde göknar saf meşcereler halinde görülmektedir.

### Araştırmanın dayandığı materyel

Araştırmalar 129 adet ağaç üzerine istinadetmektedir. Bu ağaçlar ormanda tarafımızdan kesilmiş ve seksiyon metodu ile hacimlendirilmiştir. Bunlar içinde 81 tanesinin, muhtelif maksatlarla, analizi yapılmıştır. (3) sayılı tablo bu ağaçların numaralarını, 1,30 daki çaplarını ve seksiyon metodu ile tesbit edilmiş bulunan hacimlerini ihtiva etmektedir.

### Çapla ağaç hacmi arasındaki bağıntı üzerine genel bilgiler

Bilindiği üzere, bir ağacın çapı ile hacmi arasında sıkı bir bağıntı mevcuttur. Çap büyüdükçe hacim de büyür. Başka bir söyleyişle ağacın hacmi çapın bir fonksiyonudur. Ancak, muhtelif çaplarda birçok ağaç göz önüne alınırsa, eşit çaptaki ağaçların hacimlerinin çok zaman birbirinden farklı olduğu ve bazan da bu ağaçlar arasında, çapları daha küçük olanların hacimlerinin daha büyük olduğu görülür. Bu hâdise hacim unsurunun basit bir fonksiyon olmadığını göstermektedir. Gerçekten hacim yalnız çapın değil, aynı zamanda boyun ve ağaç şeklinin, (şekil emsalinin) bir fonksiyonudur. Bu sonuçlar ise, çaptan maada, yetiştirme muhiti, meşcere sıklığı, ferdi özellikler, ilâh. gibi bir takım faktörlerin tesiri altındadır. O halde hacim tek değişkenli bir fonksiyon olmayıp :

$$1) \quad M = f(d, x, y, \dots, z)$$

şeklinde çok değişkenli bir fonksiyondur. Bu fonksiyon içinde  $d$ , 1,30 daki çapı;  $x, y, z, \dots$  de yukarıda sözü geçen yetiştirme muhiti, meşcere sıklığı, ferdi özellikler... ilâh. gibi faktörleri temsil etmektedir. Ancak bu sonuçların tesirlerini matematik bir şekilde ifade etmeğe, binnetice (1) fonksiyonunu tesbit etmeğe imkân yoktur.

Yukarıda da sebeplerle beraber belirtildiği gibi,  $x, y, z, \dots$  ilâh. faktörleri nazarı itibara alınmadan yalnız çapla hacim unsuru ele alındığı takdirde bunlar arasındaki bağıntı bir kanuniyet göstermemektedir.

### Araştırma materyeli envanteri

Tablo (3)

No	1.30 Çapı	Hacim m <sup>3</sup>	No	1.30 Çapı	Hacim m <sup>3</sup>	No	1.30 Çapı	Hacim m <sup>3</sup>
A <sub>0</sub>	14.8	0.146	E <sub>0</sub>	15.5	0.172	31	25.2	0.551
1	20.4	0.265	1	23.1	0.550	32	19.2	0.265
2	23.2	0.352	2	24.6	0.576	33	20.1	0.230
3	25.5	0.500	3	27.2	0.646	34	20.8	0.248
4	27.5	0.446	4	29.3	0.801	35	36.4	1.135
5	30.0	0.569	5	31.5	0.864	36	25.8	0.614
6	30.6	0.616	6	35.8	1.184	37	36.0	1.100
7	32.6	0.985	7	39.8	1.379	38	44.8	1.556
8	34.5	1.148	8	44.5	1.876	39	25.8	0.459
9	37.0	1.192	9	53.0	2.316	40	33.4	1.193
10	43.0	1.570	10	18.0	0.228			
			11	13.5	0.089	41	19.8	0.203
			12	16.0	0.189	42	18.7	0.229
B <sub>1</sub>	15.5	0.149				43	25.4	0.388
1	20.4	0.297	1	39.5	1.255	44	15.2	0.112
2	22.0	0.334	2	32.4	0.862	45	25.2	0.612
3	24.1	0.448	3	34.7	1.081	46	36.6	1.135
4	26.0	0.636	4	34.6	1.170	47	39.2	1.333
5	27.2	0.613	5	28.9	0.693	48	29.0	0.802
6	29.2	0.743	6	35.4	1.113	49	20.8	0.362
7	30.3	0.853	7	35.0	0.991	50	52.1	2.692
8	32.6	0.751	8	23.5	0.419	51	27.1	0.470
9	34.3	0.891	9	29.8	0.747	52	18.1	0.240
10	40.2	1.175	10	25.0	0.494			
11	24.8	0.498				53	18.2	0.160
			11	23.3	0.445	54	17.2	0.157
			12	25.2	0.547	55	24.6	0.576
C <sub>1</sub>	15.0	0.125	13	34.4	1.041	56	26.0	0.426
1	22.2	0.406	14	22.4	0.389	57	46.1	1.689
2	27.5	0.670	15	26.5	0.644	58	15.4	0.162
3	31.5	0.824	16	31.8	0.925	59	26.8	0.443
4	33.3	1.138	17	25.4	0.513	60	32.2	0.648
5	35.5	1.202	18	30.6	0.765	61	51.8	2.657
6	36.3	1.033	19	20.5	0.329	62	54.2	2.857
7	39.8	1.347	20	38.5	1.473			
8	42.5	1.614				63	40.6	1.454
9	42.5	1.614				64	17.4	0.208
10	47.8	2.046				65	27.1	0.479
			21	34.2	0.948	66	16.0	0.131
			22	30.5	0.745	67	41.6	1.365
D <sub>1</sub>	17.4	0.164	23	21.1	0.316	68	43.2	1.145
1	24.7	0.492	24	17.6	0.188	69	30.8	0.612
2	28.6	0.673	25	24.0	0.514	70	16.2	0.138
3	31.4	1.018	26	21.2	0.391	71	31.9	0.660
4	32.7	1.036	27	18.2	0.233	72	17.9	0.234
5	34.8	1.222	28	18.6	0.273			
6	36.8	1.166	29	37.0	1.095			
7	38.3	1.260	30	38.8	1.265			
8	40.5	1.163						
9	44.2	1.674						
10	49.2	2.188						

Münferit ağaçlar için bu böyle olmakla beraber bir çok ağacın ortalama hacımları nazarı itibare alınır, bu ortalama hacımlarla çaplar arasında kanuniyet gösteren bir bağıntının mevcut olduğu görülür. İzah edelim : Bir meşcere içinde bir miktar ağacın çapları ve hacımları ölçülmüş olsun. Bu ağaçların :

$$\begin{aligned} \text{Çapları} & : d_1 \quad d_2 \dots d_p \\ \text{Adetleri} & : n_1 \quad n_2 \dots n_p \\ \text{Hacımları toplamı} & : M_1 \quad M_2 \dots M_p \quad \text{olsun.} \end{aligned}$$

Her çapa tekabül eden ortalama hacımlar :

$$2) \quad m_1 = \frac{M_1}{n_1}, \quad m_2 = \frac{M_2}{n_2}, \dots, \quad m_p = \frac{M_p}{n_p}$$

dir. İşte bu suretle hesaplanan  $m$  lerle,  $d$  ler arasında kanuniyet gösteren bir bağıntının mevcut olduğu ve  $m$  yi yalnız  $d$  nin bir fonksiyonu olarak kabul etmenin ve :

$$3) \quad m = f(d)$$

vazetmenin mümkün olduğu görülür.

### Seben mntakası Sarıçamları için çapla hacim arasındaki bağıntının tesbiti

Çapla hacim arasındaki bağıntının tesbiti demek (3) sayılı fonksiyonun tesbiti demektir. Bu fonksiyonu tesbit etmek için iki yol vardır :

- A — Grafik yol.
- B — Cebirsel yol.

#### A — Grafik yol

Grafik yol doğrudan doğruya (3) sayılı fonksiyonu temsil eden eğriyi çizmekten ibarettir. Bu eğrinin nasıl çizileceği yukarıda verilen izahattan anlaşılmaktadır. Bunun için birbirine dik iki eksen alınır,  $d$  ler bu eksenlerden birisi üzerine absis olarak, (2) sayılı eşitliklerle elde edilen ortalama hacımlar diğer eksen üzerine ordinat olarak taşınır. Bu koordinatlara tekabül eden noktalara en iyi bir şekilde intibak edecek sürekli bir eğri çizilir.

Ancak tatbikatta sözü geçen eğrinin çiziliş şekli biraz başka türdür. Haddizatında (2) sayılı eşitliklerle ifade edilen ortalama hacımlar hesaplanmaz.  $d$  ler absis,  $M$  ler de ordinat eksenine üzerine taşınmak suretile, her ağaç için bir nokta tesbit edilir ve bu noktaları ortalayacak şekilde muntazam ve sürekli bir eğri çizilir.

İşte Seben mntakası sarıçamları için de (3) sayılı tabloda gösterilmiş bulunan materyele dayanılarak aynı şekilde hareket edilmiş ve (1) sayılı grafik elde edilmiştir.

### Seben mntakası sarıçamlarına ait mevzii hacim tablosu

(1) sayılı eğrinin üzerinde muhtelif çap kademelerine tekabül eden hacımlar okunmuş ve (4) sayılı tablodaki (hacim tablosu) meydana getirilmiştir.

Seben silsilesi sarıçamlarına ait hacim tablosu

Tablo : (4)

Çap sm	Hacim m <sup>3</sup>	Çap sm	Hacim m <sup>3</sup>	Çap sm	Hacim m <sup>3</sup>	Çap sm	Hacim m <sup>3</sup>	Çap sm	Hacim m <sup>3</sup>	Çap sm	Hacim m <sup>3</sup>	Çap sm	Hacim m <sup>3</sup>
1	—	11	0.050	21	0.320	31	0.795	41	1.450	51	2.325	61	3.385
2	—	12	0.070	22	0.360	32	0.855	42	1.530	52	2.420	62	3.500
3	—	13	0.090	23	0.400	33	0.920	43	1.600	53	2.530	63	3.620
4	—	14	0.110	24	0.440	34	0.980	44	1.680	54	2.630	64	3.740
5	—	15	0.132	25	0.485	35	1.040	45	1.770	55	2.725	65	3.860
6	—	16	0.160	26	0.530	36	1.105	46	1.860	56	2.830	66	3.990
7	—	17	0.190	27	0.580	37	1.170	47	1.950	57	2.940	67	4.115
8	—	18	0.220	28	0.630	38	1.235	48	2.045	58	3.045	68	4.245
9	—	19	0.250	29	0.675	39	1.305	49	2.140	59	3.160	69	4.380
10	0.040	20	0.290	30	0.740	40	1.375	50	2.230	60	3.270	70	4.510

#### B — Cebirsel yol

Cebirsel yol çapla hacim arasındaki bağıntıyı cebirsel olarak tayin etme, başka bir söyleyişle, (3) sayılı fonksiyonu tesbit etme yoludur. Bu fonksiyonu tesbit etmek için iki metot düşünülebilir :

- 1 — Saf cebirsel metot
- 2 — Konbine metot

Ancak bu iki hareket şeklinden hangisi tatbik edilirse edilsin, hacim grafiğinin ne cins bir eğri olduğunu daha evvelden bilmek zarureti vardır. Tecrübeler göstermiştir ki bu eğri bir parabolüdür.

#### 1 — Saf Cebirsel Metot

Bahis konusu eğri bir parabol olduğuna göre, (3) sayılı fonksiyon :

$$4) \quad y = ax^2 + bx + c$$

şeklinde bir fonksiyondur. Veyahut (1) sayılı eğride olduğu gibi, absisler  $d$ ,

ordinatlar  $m$  ile ve bilinmeyen  $a, b, c$ , katsayıları sırasile  $x, y, z$  ile gösterilirse, bu fonksiyon şu şekilde girer :

$$5) \quad m = xd^2 + yd + z$$

Bu fonksiyonun tayini demek, bilinmeyen  $x, y, z$  katsayılarının tesbiti demektir.

**$x, y, z$  katsayılarının tesbiti:**  $x, y, z$  yi tesbit edebilmek için,  $d$  nin muhtelif 3 değerine tekabül eden hacımları bilmek, başka bir söyleyişle muhtelif çapta üç ağacın hacımlarını bilmek, kifayet eder. Ölçülen  $d_1, d_2, d_3$  ve  $m_1, m_2, m_3$  değerleri (5) içinde yerlerine konunca, üç bilinmeyenli üç denklem elde edilir :

$$6) \quad \begin{aligned} d_1^2x + d_1y + z &= m_1 \\ d_2^2x + d_2y + z &= m_2 \\ d_3^2x + d_3y + z &= m_3 \end{aligned} \cdot$$

Bu denklem sistemi çözüldünce,  $x, y, z$  bulunmuş olur.

Fakat tatbikatta bu katsayıların tesbiti için (lüzumlu olan asgarî miktar değil) mümkün olduğu kadar fazla ağaç üzerinde ölçmeler yapılır (yani bu ağaçların çapları ve hacımları ölçülür). O zaman üzerinde ölçmeler yapılan ağaç sayısı kadar da denklem elde edilmiş olur. Bu denklemlerin hepsini birden en uygun şekilde gerçekleyecek  $x, y, z$  katsayıları o zaman, «Legendre»ın (en küçük kareler kanunu) na göre tesbit edilir. Üzerinde ölçmeler yapılan ağaçların sayısı  $n$  ise bu denklemler :

$$7) \quad \begin{aligned} d_1^2x + d_1y + z &= m_1 \\ d_2^2x + d_2y + z &= m_2 \\ \dots \dots \dots \\ d_n^2x + d_ny + z &= m_n \end{aligned}$$

dir. Mütat rumuzları kullanmış olmak için,  $d^2 = a, d = b, m = l$  denirse :

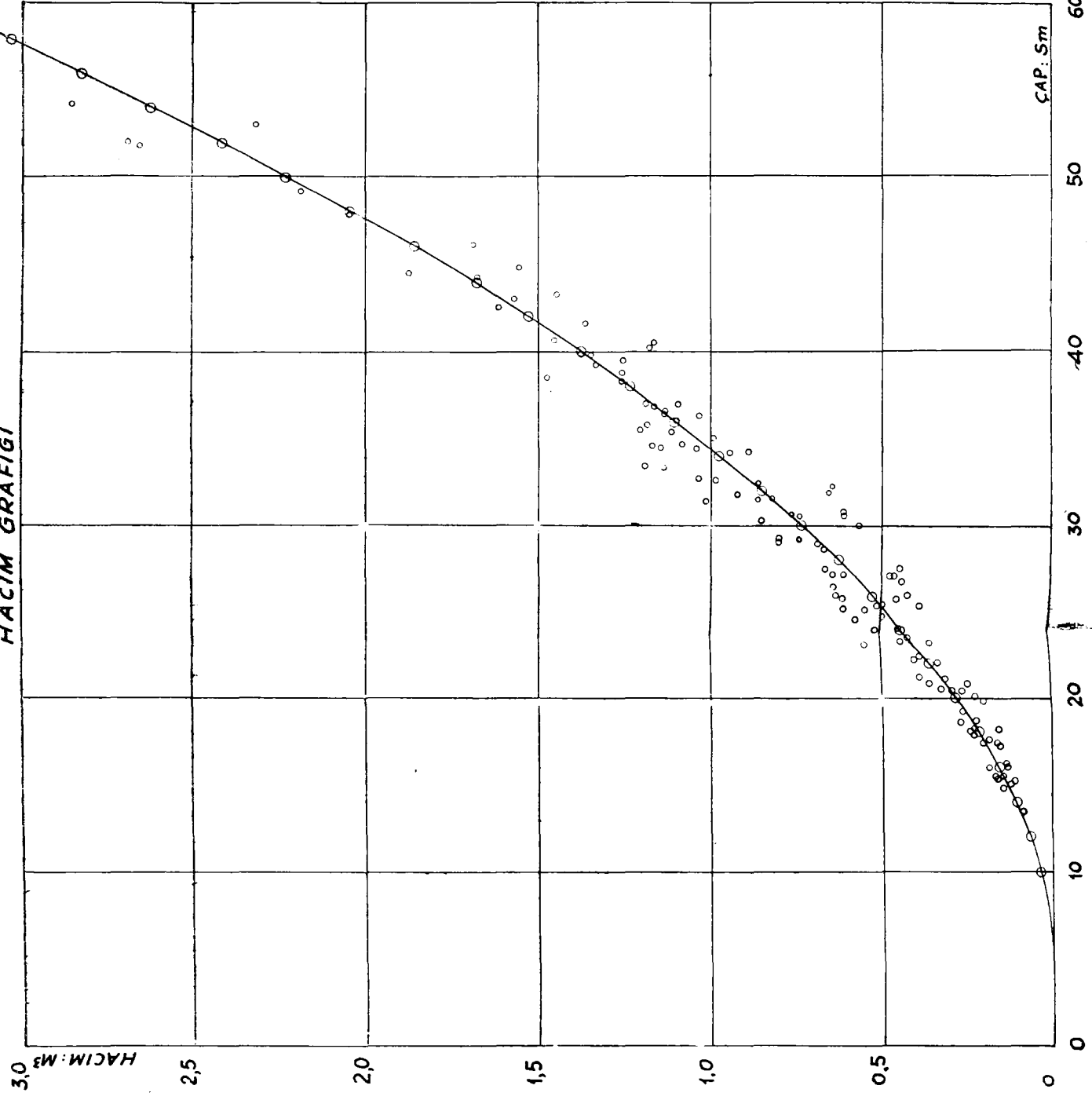
$$8) \quad \begin{aligned} a_1x + b_1y + z &= l_1 \\ a_2x + b_2y + z &= l_2 \\ \dots \dots \dots \\ a_nx + b_ny + z &= l_n \end{aligned}$$

olur. O zaman, bildiği üzere,  $x, y, z$  bilinmeyenleri normal denklemler denilen (9) sayılı denklemlerden elde edilir :

$$9) \quad \begin{aligned} [aa] x + [ab] y + [a] z &= [al] \\ [ba] x + [bb] y + [b] z &= [bl] \\ [a] x + [b] y + n z &= [l] \end{aligned}$$



GRAFIK I  
HACIM GRAFIGİ



Ancak (5) fonksiyonunda ufak bir kısaltma yapmak kabildir. Gerçekten, çapı sıfır olan bir ağacın hacmi da sıfırdır. O halde (5) fonksiyonuna göre  $z = 0$  olması lâzım gelir. O zaman (5) denklemi :

$$10) \quad m = xd^2 + yd$$

şekline girer. Bu takdirde  $x, y$  bilinmeyenlerini verecek olan normal denklemler şunlardır :

$$11) \quad \begin{aligned} [aa] x + [ab] y &= [al] \\ [ba] x + [bb] y &= [bl] \end{aligned}$$

Bu söylenenleri (3) sayılı tabloda gösterilmiş bulunan ağaçlar üzerinde tatbik edelim. (5) sayılı tablolar (11) sayılı normal denklemlerin katsayılarının hesabını göstermektedir. Bu tablodaki hesap neticelerine göre, normal denklemler şunlardır :

$$12) \quad \begin{aligned} 163865696,3 x + 4334691,7 y &= 141146854,7 \\ 4334691,7 x + 123024,1 y &= 3684654,4 \end{aligned}$$

(6) sayılı tablo denlemlerin, Gauss'ın tedrici eliminasyon metoduna göre çözümlenmesine ait kontrollü hesapları göstermektedir.

Bu tablodan doğrudan doğruya :

$$13) \quad y = \frac{[bl.1]}{[bb.1]} = -\frac{49062,4}{8359,8} = -5,8688 = -5,87$$

$$14) \quad x = \frac{[al.1]}{[aa.1]} = \frac{11319927,8}{11135035,1} = 1,0166 = 1,017$$

bulunur.  $x$  ve  $y$  nin değerleri (10) sayılı denklem içinde yerlerine konunca, 1,30 daki çaplarla hacimler arasındaki parabolik bağıntıyı gösteren denklem elde edilir :

$$15) \quad m = 1,017 d^2 - 5,87 d$$

Bu denklem (1) sayılı grafik üzerindeki noktalara en uygun bir şekilde tekabül eden parabolün denklemidir.

### x ve y katsayılarının tesbitindeki presizyon

Hacımların hesabında (15) sayılı denklemin sağlayabileceği sıhhat derecesi hakkında bir fikir edinebilmek için,  $x$  ve  $y$  katsayılarının ne kadar presizyonla tesbit edildiğinin bilinmesi icabeder. Bilindiği üzere ağırlık birimine ait orta hata :

$$16) \quad m^2 = \frac{[vv]}{n-k}$$

## Normal denklemlerin katsayılarının hesabı

Tablo (5)

No.	$d^2$			$d$				
	$a = bb$	$b$	$l$	$aa$	$ab$	$al$	$bb$	$ll$
A0	219.04	14.8	146	47978.5	3241.8	31979.8	2160.8	21316
1	416.16	20.4	265	173189.1	8489.7	110282.4	5406.0	70225
2	538.24	23.2	352	289702.3	12487.2	189460.5	8166.4	123904
3	650.25	25.5	500	422825.1	16581.4	325125.0	12750.0	250000
4	756.25	27.5	446	571914.1	20796.9	337287.5	12265.0	198916
5	900.00	30.0	569	810000.0	27000.0	512100.0	17070.0	323761
6	936.36	30.6	616	876770.0	28652.6	576797.8	18849.6	379456
7	1062.76	32.6	986	1129458.8	34646.0	1047881.4	32143.6	972196
8	1190.25	34.5	1148	1416695.1	41063.6	1366407.0	39606.0	1317904
9	1369.00	37.0	1192	1874161.0	50653.0	1631848.0	44104.0	1420864
10	1849.00	43.0	1570	3418801.0	79507.0	2902930.0	67510.0	2464900
B1	240.25	15.5	149	57720.1	3723.9	35797.2	2309.5	22201
2	416.16	20.4	297	173189.1	8489.7	123599.5	6058.8	88209
3	484.00	22.0	334	234256.0	10648.0	161656.0	7348.0	111556
4	580.81	24.1	448	337340.3	13997.5	260202.9	10796.8	200704
5	676.00	26.0	636	456976.0	17576.0	429936.0	16536.0	404496
6	739.84	27.2	613	547363.2	20123.6	453521.9	16673.6	375769
7	852.64	29.2	743	726995.0	24897.1	633511.5	21695.6	552049
8	918.09	30.3	853	842889.2	27818.1	783130.8	25845.9	727609
9	1062.76	32.6	751	1129458.8	34646.0	798132.8	24482.6	564001
10	1176.49	34.3	891	1384128.7	40353.6	1048252.6	30561.3	793881
11	1616.04	40.2	1175	2611585.3	64964.8	1898847.0	47235.0	1380625
12	615.04	24.8	498	378274.2	15253.0	306289.9	12350.4	248004
C1	225.00	15.0	125	50625.0	3375.0	28125.0	1875.0	15625
2	492.84	22.2	406	242891.3	10941.1	200093.0	9013.2	164836
3	756.25	27.5	670	571914.1	20796.9	506687.5	18425.0	448900
4	992.25	31.5	824	984560.1	31255.9	817614.0	25956.0	678976
5	1108.89	33.3	1138	1229637.0	36926.0	1261916.8	37895.4	1295044
6	1260.25	35.5	1202	1588230.1	44738.9	1514820.5	42671.0	1444804
7	1317.69	36.3	1033	1736306.9	47832.1	1361173.8	37497.9	1067089
8	1584.04	39.8	1347	2509182.7	63044.8	2133701.9	53610.6	1814409
9	1806.25	42.5	1614	3262539.1	76765.6	2915287.5	68595.0	2604996
10	2284.84	47.8	2046	5220493.8	109215.4	4674782.6	97798.8	4186116
D1	302.76	17.4	164	91663.6	5268.0	49652.6	2853.6	26896
2	610.09	24.7	492	372209.8	15069.2	300164.3	12152.4	242064
3	817.96	28.6	673	669058.6	23393.7	550487.1	19247.8	452929
4	985.96	31.4	1018	972117.1	30959.1	1003707.3	31965.2	1036324
5	1069.29	32.7	1036	1143381.1	34965.8	1107784.4	33877.2	1073296
6	1211.04	34.8	1222	1466617.9	42144.2	1479890.9	42525.6	1493284
7	1354.24	36.8	1166	183396.0	49836.0	1579043.8	42908.8	1359556
8	1466.89	38.3	1260	2151766.3	56181.9	1848281.4	48258.0	1587600
9	1640.25	40.5	1163	2690420.1	66430.1	1907610.7	47101.5	1352569
10	1953.64	44.2	1674	3816709.3	86350.9	3270393.4	73990.8	2802276
11	2420.64	49.2	2188	5859498.0	119095.5	5296360.3	107649.6	4787344

## Normal denklemlerin katsayılarının hesabı

Tablo (5)

No.	$d^2$			$d$				
	$a = bb$	$b$	$l$	$aa$	$ab$	$al$	$bl$	$ll$
E 0	240.25	15.5	172	57720.1	3723.9	41323.0	2666.0	29584
1	533.61	23.1	550	284739.6	12326.4	293485.5	12705.0	302500
2	605.16	24.6	576	366218.6	14886.9	348572.2	14169.6	331776
3	739.84	27.2	646	547363.2	20123.6	477936.6	17571.2	417316
4	858.49	29.3	801	737005.1	25153.8	687650.5	23469.3	641601
5	992.25	31.5	864	984560.1	31255.9	857304.0	27216.0	746496
6	1281.64	35.8	1184	1642601.1	45882.7	1517461.8	42387.2	1401856
7	1584.04	39.8	1379	2509182.7	63044.8	2184391.2	54884.2	1901641
8	1980.25	44.5	1876	3921390.1	88121.1	3714949.0	83482.0	3519376
9	2809.00	53.0	2316	7890481.0	1488.7.0	6505644.0	122748.0	5363856
10	324.00	18.0	228	104976.0	5832.0	73872.0	4104.0	51984
11	182.25	13.5	89	33215.1	2460.4	16220.3	1201.5	7921
E12	256.00	16.0	189	65536.0	4096.0	48384.0	3024.0	35721
1	1560.25	39.5	1255	2434380.1	61629.9	1958113.8	49572.5	1575025
2	1049.76	32.4	862	1101996.1	34012.2	904893.1	27928.8	743044
3	1204.09	34.7	1081	1449832.7	41781.9	1301621.3	37510.7	1168561
4	1197.16	34.6	1170	1433192.1	41421.7	1400677.2	40482.0	1368900
5	835.21	28.9	693	697575.7	24137.6	578800.5	20027.7	480249
6	1253.16	35.4	1113	1570410.0	44361.9	1394767.1	39400.2	1238769
7	1225.00	35.0	991	1500625.0	42875.0	1213975.0	34685.0	982081
8	552.25	23.5	419	304980.1	12977.9	231392.8	9846.5	175561
9	888.04	29.8	747	788615.0	26463.6	663365.9	22260.6	558009
10	625.00	25.0	494	390625.0	15625.0	308750.0	12350.0	244036
11	542.89	23.3	445	294729.6	12649.3	241586.0	10368.5	198025
12	635.04	25.2	547	403275.8	16003.0	347366.9	13784.4	299209
13	1183.36	34.4	1041	1400340.9	40707.6	1231877.8	35810.4	1083681
14	501.76	22.4	389	251763.1	11239.4	195184.6	8713.6	151321
15	702.25	26.5	644	493155.1	18609.6	452249.0	17066.0	414736
16	1011.24	31.8	925	1022606.3	32157.4	935397.0	29415.0	855625
17	645.16	25.4	513	416231.4	16387.1	330967.1	13030.2	263169
18	936.36	30.6	765	876770.0	28652.6	716315.4	23409.0	585225
19	420.25	20.5	329	176610.1	8615.1	138262.2	6744.5	108241
20	1482.25	38.5	1473	2197065.1	57066.6	2183354.2	56710.5	2169729
21	1169.64	34.2	948	1368057.7	40001.7	1108818.7	32421.6	898704
22	930.25	30.5	745	865365.1	28372.6	693036.2	22722.5	555025
23	445.21	21.1	316	198211.9	9393.9	140686.4	6667.6	99856
24	309.76	17.6	188	95951.3	5451.8	58234.9	3308.8	35344
25	576.00	24.0	514	331776.0	13824.0	296064.0	12336.0	264196
26	449.44	21.2	391	201996.3	9528.1	175731.0	8289.2	152881
27	331.24	18.2	233	109719.9	6028.6	77178.9	4240.6	54289
28	345.96	18.6	273	119688.3	6434.9	94447.1	5077.8	74529
29	1369.00	37.0	1095	1874161.0	50653.0	1499055.0	40515.0	1199025
30	1505.44	38.8	1256	2266349.6	58411.1	1890832.6	48732.8	1577536
31	635.04	25.2	551	403275.8	16003.0	349907.0	13885.2	303601
32	368.64	19.2	265	135895.4	7077.9	97689.6	5088.0	70225
33	404.01	20.1	230	163224.1	8120.6	92922.3	4623.0	52900

## Normal denklemlerin katsayılarının hesabı

Tablo (5)

No.	$d^2$	$d$	$m$	$aa$	$ab$	$al$	$bl$	$ll$
	$a = bb$	$b$	$l$					
34	432.64	20.8	248	187177.4	8998.9	107294.7	5158.4	61504
35	1324.96	36.4	1135	1755519.0	48228.5	1503829.6	41314.0	1288225
36	665.64	25.8	614	443076.6	17173.5	408703.0	15841.2	376996
37	1296.00	36.0	1100	1679616.0	46656.0	1425600.0	39600.0	1210000
38	2007.04	44.8	1556	4028209.6	89915.4	3122954.2	69708.8	2421136
39	665.64	25.8	459	443076.6	17173.5	305528.8	11842.2	210681
40	1115.56	33.4	1193	1244474.1	37259.7	1330863.1	39846.2	1423249
41	392.04	19.8	203	153695.4	7762.4	79584.1	4019.4	41209
42	349.69	18.7	229	122283.1	6539.2	80079.0	4282.3	52441
43	645.16	25.4	388	416231.4	16387.1	250322.1	9855.2	150544
44	231.04	15.2	112	53379.5	3511.8	5876.5	1702.4	12544
45	635.04	25.2	612	403275.8	16003.0	388644.5	15422.4	374544
46	1339.56	36.6	1135	1794421.0	49027.9	1520400.6	41541.0	1288225
47	1536.64	39.2	1333	2361262.5	60236.3	2048341.1	52253.6	1776889
48	841.00	29.0	802	707281.0	24389.0	674482.0	23258.0	643204
49	432.64	20.8	362	187177.4	8998.9	156615.7	7529.6	131044
50	2714.41	52.1	2692	7368021.6	141420.8	7307191.7	140253.2	7246864
51	734.41	27.1	470	539358.0	19902.5	345172.7	12737.0	220900
52	327.61	18.1	240	107328.3	5929.7	78626.4	4344.0	57600
53	331.24	18.2	160	109719.9	6028.6	52998.4	2912.0	25600
54	295.84	17.2	157	87521.3	5088.4	46446.9	2700.4	24649
55	605.16	24.6	576	366218.6	14886.9	348572.2	14169.6	331776
56	676.00	26.0	426	456976.0	17576.0	287976.0	11076.0	181476
57	2125.21	46.1	1689	4516517.5	97972.2	3589479.7	77862.9	2852721
58	237.16	15.4	162	56244.9	3652.3	38419.9	2494.8	26244
59	718.24	26.8	443	515868.7	19248.8	318180.3	11872.4	196249
60	1036.84	32.2	648	1075037.2	33386.2	671872.3	20865.6	419904
61	2683.24	51.8	2657	7199776.9	138991.8	7129368.7	137632.6	7059649
62	2937.64	54.2	2857	8629728.8	159220.1	8392837.5	154819.4	8162449
63	1648.36	40.6	1454	2717090.7	66923.4	2396715.4	59032.4	2114116
64	302.76	17.4	208	91663.6	5268.0	62974.1	3619.2	43264
65	734.41	27.1	479	539358.0	19902.5	351782.4	12980.9	229441
66	256.00	16.0	131	65536.0	4096.0	33536.0	2096.0	17161
67	1730.56	41.6	1365	2994837.9	71991.3	2362214.4	56784.0	1863225
68	1866.24	43.2	1445	3482851.7	80621.6	2696716.8	62424.0	2088025
69	948.64	30.8	612	899917.8	29218.1	580567.7	18849.6	374544
70	262.44	16.2	138	68874.8	4251.5	36216.7	2235.6	19044
71	1017.61	31.9	660	1035530.1	32461.8	671622.6	21054.0	435600
72	320.41	17.9	234	102662.6	5735.3	74975.9	4188.6	54756
	123024,10			163865696,3	4334691,5	141146854,7	3684654,4	123208106
	[a] = [bb]			[aa]	[ab]	[al]	[bl]	[ll]

Normal denklemlerin «Gauss» a göre çözümü

y nin hesabı		x in hesabı	
[aa]	163.865.696,3	[bb]	123.024,1
[ab]	4.334.691,7	[ba]	4.334.691,7
[bb]	123.024,1 114.664,3	[aa]	63.865.696,3 152.730.661,2
[al]	141.146.854,7	[ll]	123.208.106 110.357.873,3
[bl]	3.684.654,4	[al.1]	11.319.927,8
[ll]	1.630.284,6 287.939,8	[aa.1]	11.135.035,1
[al.1]	— 49.062,4	[ll.1]	12.850.232,7 11.507.890,6
[ll.1]	1.342.344	[ll.2]	1.342.342
[bb.1]	8.359,8	[vv]	[vv]

eşitliğinden elde edilir. Bu eşitlik içinde  $[vv]$  hataların karelerinin toplamıdır. Bu miktar doğrudan doğruya (6) sayılı tablodan alınabilir ( $[vv] = 1\ 342\ 343$ ).  $n = 129$ , tecrübe ağacı adedini,  $k = 2$  ise (11) sayılı sistemindeki denklem adedini göstermektedir. Bu değerler yerlerine konunca :

$$17) \quad m^2 = \frac{[vv]}{n-k} = \frac{1\ 342\ 343}{129-2} = 10\ 570$$

$$18) \quad m = \sqrt{10\ 570} = 103$$

$x$  ve  $y$  üzerindeki ortalama hatalar  $m_x$ ,  $m_y$  ile gösterilirse :

$$19) \quad m_y = \sqrt{\frac{m^2}{[bb.1]}} = \sqrt{\frac{10\ 570}{8\ 359,8}} = \sqrt{1,2645} = 1,125$$

$$20) \quad m_x = \sqrt{\frac{m^2}{[aa.1]}} = \sqrt{\frac{10\ 570}{11\ 135\ 035,1}} = \sqrt{0,000949} = 0,0308$$

bulunur. Bu eşitlikler içinde,  $[bb.1]$ ,  $[aa.1]$  değerleri (6) sayılı tablodan alınır. O halde kısaca :

$$21) \quad m_x = \pm 0,031$$

$$22) \quad m_y = \pm 1,125$$

$$23) \quad x = 1,017 \pm 0,031$$

$$24) \quad y = -5,87 \pm 1,12$$

dir. Bu suretle hesaplanan orta hataların büyüklüğü, münferit ağaçların hacimlendirilmesinde (15) sayılı denklemin yeter derece presizyon temin edemeyeceğine delâlet etmektedir. Bu denklemin münferit ağaçlara tatbikiyle elde edilen hacimler üzerinde husule gelecek hatalara ait teorik bağıntılar başka bir yazımızda ayrı bir etüd konusu olarak ele alınacaktır.

### Hacim Tablosu

(15) sayılı denklemden istifade edilerek  $d$  nin muhtelif değerleri için hacimler hesaplanmış ve (7) sayılı hacim tablosu meydana getirilmiştir. Bu tablo ile grafik yoldan hareket etmek suretile tanzim edilen (4) sayılı tablo karşılaştırılırsa, her iki tablonun 35 cm. lik çapa kadar olan kısımlarının hemen hemen tamamıyla intibak ettikleri, 35 sm. den daha büyük çaplar için 7 sayılı tablonun vermiş olduğu hacimlerin 4 sayılı tablonunkilere nazaran biraz daha yüksek olduğu ve aradaki farkın çap büyüdükçe fazlaştığı görülür. Tabloların incelenmesinden de anlaşılacağı üzere, aradaki âzami fark

62 dm<sup>3</sup> dür (bu, 70 sm. lik çapa tekabül eden hacimler arasındaki farktır). Bu itibarla grafik ve cebirsel yoldan elde edilen tabloları eşdeğer olarak kabul etmek mümkündür.

### 15 sayılı denkleme göre hacim tablosu

Tablo (7)

Çap	Hacim	Çap	Hacim	Çap	Hacim	Çap	Hacim	Çap	Hacim	Çap	Hacim	Çap	Hacim
sm	m <sup>3</sup>	sm	m <sup>3</sup>	sm	m <sup>3</sup>	sm	m <sup>3</sup>	sm	m <sup>3</sup>	sm	m <sup>3</sup>	sm	m <sup>3</sup>
1	—	11	0,058	21	0,325	31	0,795	41	1,469	51	2,346	61	3,426
2	—	12	0,076	22	0,363	32	0,854	42	1,547	52	2,445	62	3,545
3	—	13	0,096	23	0,403	33	0,914	43	1,628	53	2,546	63	3,666
4	—	14	0,117	24	0,445	34	0,976	44	1,711	54	2,649	64	3,790
5	—	15	0,141	25	0,489	35	1,040	45	1,795	55	2,754	65	3,915
6	—	16	0,166	26	0,535	36	1,107	46	1,882	56	2,861	66	4,043
7	—	17	0,194	27	0,583	37	1,175	47	1,971	57	2,970	67	4,172
8	—	18	0,224	28	0,633	38	1,245	48	2,061	58	3,081	68	4,303
9	—	19	0,256	29	0,685	39	1,318	49	2,154	59	3,194	69	4,437
10	0,043	20	0,289	30	0,739	40	1,392	50	2,249	60	3,309	70	4,572

### 2 — Kombine metot

Yukarıda bahis konusu olan saf cebirsel metot, hiç şüphesiz ki, dengeleme hesapları teorisine en uygun metottur. Ancak bu yol çok uzun ve külfetli bir yoldur. Bunun ne kadar külfetli bir yol olduğunu anlamak için, normal denklemlerin katsayılarının hesabını gösteren (5) sayılı tablolara göz atmak kafidir. Bu hesaplar 129 ağaç için yapılmıştır. Tecrübe ağacı adedi arttıkça, hesapların külfeti de o nisbette artacaktır. Bu kadar uzun hesaplar içinde hata yapmak ihtimali de çok fazladır. Onun için bu gibi denklemlerin tesbitinde kombine bir metot kullanılması tavsiyeye şayandır. Kombine metot iki kısım ihtiva eder :

a — *Grafik kısım* : evvelâ, tıpkı grafik yolda gösterildiği şekilde, (1) sayılı eğri çizilir.

b — *Cebirsel kısım* : Bu eğri üzerinde, hesapların kolaylığı için, tercihen 10, 12, 14, ... sm gibi yuvarlak absislere (çaplara) tekabül eden ordinatlar (hacimler) ölçülür. O zaman, normal denklemlerin katsayılarının hesabında, bu unsurlardan faydalanılır. Bundan sonra yapılacak hesaplar tıpkı saf cebirsel metotta gösterildiği gibi yapılır.

Tecrübe ağacı sayısı ne olursa olsun, grafik üzerinde ölçülen unsurların adedi çok mahdut olacağından katsayı hesapları bu metotta kolaylıkla ve

sür'atle yapılabilir. Henüz basılmamış bulunan (Seben mıntakası Sarıçam- ları üzerinde Hacım, Şekil emsali ve genel olarak hasılat araştırmaları) adlı eserimizde bahis konusu katsayılar işte ana hatları belirtilen bu kombine metotla tesbit edilmiştir. Bu yoldan bulunan sonuçlar şunlardır :

- 25)  $x = 1,0066$   
 26)  $y = - 5,76$   
 27)  $m_x = 0,0036$   
 28)  $m_y = 0,15$   
 29)  $m = 1,0066 d^2 - 5,76 d$

(29) eşitliğine dayanılarak hesaplanan hacım tablosu grafik yoldan elde edilen hacım tablosunun aynıdır.

Kombine metotla bulunan  $m_x$ ,  $m_y$  değerlerinin saf cebirsel metotla bulunan katsayıların orta hatalarından daha küçük olduğu göze çarpmaktadır. Ancak bu küçüklük, kombine metodun daha sıhhatli neticeler verdiğine delâlet etmez. Zira (27) ve (28) eşitliğinde bahis konusu olan orta hatalar (29) denkleminle elde edilen hacımların sıhhat derecesiyle ilgili değildir. Bu hatalar sadece (29) denkleminde ait eğrinin grafik yoldan çizilen eğri ile intibak presizyonunu gösterir. Halbuki saf cebirsel metotla elde edilen ve değerleri (21) ve (22) eşitliklerinde gösterilen orta hatalar, doğrudan doğruya, elde edilen denklemin verdiği hacımların presizyon derecesiyle ilgilidir.

## RÉSUMÉ DU CONTENU

Nous avons eu, en 1945, l'occasion d'entreprendre, dans la région de Bolu, une série d'étude sur le pin sylvestre peuplant la chaîne de Seben. Les résultats de ces recherches se trouvent réunis dans un ouvrage qui n'a pas encore été publié. Cet article présente quelques études complémentaires sur la relation existant entre le volume et le diamètre à hauteur d'homme de ces pins sylvestres, relation qui peut se traduire soit par une courbe, soit par une équation qui n'est autre chose que la fonction représentée par cette courbe. De là 3 méthodes possibles pour sa détermination

- 1 — La méthode graphique,
- 2 — La méthode purement algébrique,
- 3 — La méthode combinée.

La table No. 3 donne l'inventaire du matériel ayant servi de base à cette détermination.

### 1 - La méthode graphique

Cette méthode, déjà employée dans l'ouvrage cité plus haut, se trouve reproduite dans cet article. Le graphique I représente la courbe donnant le volume de l'arbre en fonction du diamètre à hauteur de poitrine (1, 30 m.). Cette courbe s'obtient, comme on le sait, en déterminant les points ayant pour abscisses les diamètres et pour ordonnées les volumes des arbres (pris dans la table No. 3) et puis en traçant à l'oeil la ligne qui assure la meilleure compensation entre ces points.

La table No. 4, représentant le tarif de cubage à simple entrée, est obtenue en mesurant sur le graphique I les volumes correspondant aux différents diamètres.

### 2 - La méthode purement algébrique

cette méthode, qui n'a pas été employée dans l'ouvrage déjà mentionné, fait l'objet essentiel de cet article. Elle consiste à déterminer la fonction:

$$1) \quad m = f(d)$$

qui donne le volume  $m$  de l'arbre en fonction du diamètre  $d$  à hauteur de

poitrine (1,30 m.). L'expérience montre que la courbe représentative de cette fonction est une courbe parabolique. La relation (1) est par conséquent une fonction de la forme :

$$2) \quad m = xd^2 + yd + z$$

dans laquelle  $m$  représente le volume de l'arbre,  $d$  le diamètre à 1,30 m. et  $x, y, z$  des coefficients à déterminer. L'équation 2 peut d'ailleurs être simplifiée, si l'on considère le volume d'un arbre de diamètre nul comme étant égal à zéro (1). En effet, si l'on admet  $v=0$  pour  $d=0$ , on a tout de suite  $z=0$ . L'équation 2 peut alors s'écrire :

$$3) \quad m = xd^2 + yd$$

Pour déterminer les coefficients  $x, y$ , de cette fonction, il suffit de connaître la valeur de  $m$  pour deux valeurs différentes de  $d$ . Mais cette détermination se fait toujours en s'appuyant sur un nombre le plus grand possible de valeurs de  $m$  et de  $d$ . Si  $d_1, d_2, \dots, d_n$  et  $m_1, m_2, \dots, m_n$  sont ces valeurs, on a d'après 3 :

$$4) \quad \begin{aligned} d_1^2 x + d_1 y &= m_1 \\ d_2^2 x + d_2 y &= m_2 \\ \dots & \\ d_n^2 x + d_n y &= m_n \end{aligned}$$

ou, en posant  $d' = a, d = b, m = l$ , pour employer les notations habituelles:

$$5) \quad \begin{aligned} a_1 x + b_1 y &= l_1 \\ a_2 x + b_2 y &= l_2 \\ \dots & \\ a_n x + b_n y &= l_n \end{aligned}$$

Les valeurs de  $x, y$  qui satisfont le mieux à ces équations, s'obtiennent au moyen de la méthode des moindres carrés de Legendre. On sait que d'après cette méthode les valeurs des inconnues sont les racines du système d'équations suivantes, dites équations normales.

$$6) \quad \begin{aligned} [aa] x + [ab] y &= [al] \\ [ba] x + [bb] y &= [bl] \end{aligned}$$

---

(1) En réalité ce volume est différent de zéro, car le diamètre à 1.30 m. est nul jusqu'à ce que l'arbre atteigne cette hauteur. Ce n'est qu'après cette hauteur que le diamètre en question commence à prendre des valeurs différentes de zéro. Toutefois, le volume représenté par l'arbre jusqu'à ce qu'il atteigne cette hauteur étant très petit, on peut le considérer, en vue de faciliter le calcul des coefficients de l'équation 2, comme étant égal à zéro.

Les tables No. 5 montrent les calculs des coefficients des équations normales. D'après les résultats de ces calculs, les équations normales sont données par le système (12) du texte en turc. La table (6) montre la résolution de ce système par la méthode d'élimination progressive de Gauss. De cette table on tire les valeurs de  $x$  et de  $y$  par les égalités 13 et 14. La fonction 3 devient alors :

$$m = 1,0166 d^2 - 5,87 d$$

La comparaison de la table 7, établie en nous appuyant sur cette fonction, à celle obtenue par la méthode graphique (table No. 4) montre que ces deux tables peuvent être considérées comme équivalentes. (Les relations 16 - 24 du texte en turc montrent les calculs des erreurs moyennes quadratiques  $m_x$  et  $m_y$  des valeurs  $x, y$ .)

### 3 - La méthode combinée

Elle consiste à tracer d'abord la courbe de volume (graphique 1) et puis à mesurer sur cette courbe les éléments (diamètres et volumes) qui serviront au calcul des coefficients des équations normales. On peut, dans ce cas, se contenter d'un nombre de mesures relativement restreint, ce qui facilite énormément les calculs des coefficients en question.

Cette méthode a déjà été appliquée aux pins sylvestres de Seben. Nous nous sommes contenté, ici, de donner seulement les résultats qui trouvent leur expression dans les égalités 25 - 29.