

SERİ B
SERIE B

CİLT XIX
TOME XIX

SAYI 2
FASCICULE 2

1969

ISTANBUL ÜNİVERSİTESİ
ORMAN FAKÜLTESİ
DERGİSİ

REVUE DE LA FACULTÉ DES SCIENCES FORESTIÈRES
DE L'UNIVERSITÉ D'ISTANBUL



BİTTERLİCH'İN TESVİYE VE ENTERPOLASYON ALETİ

Yazan :

Prof. Dr. Muharrem MİRABOĞLU

Ormancılıkta ve diğer sektörlerde çok kere verilen veya elde edilen değerlerin tesviyesi gerekir. Bu suretle ortalama değerlerin elde edilmesi söz konusu olur. Değerler dinamik bir kritere, bir zamana göre tertiplenmiş iseler, bunların geçmişte gösterdikleri ortalama seyirin ve ihtiyaç halinde de istikbale ait beklenen seyir, yön ve şekillerinin bilinmesi istenir.

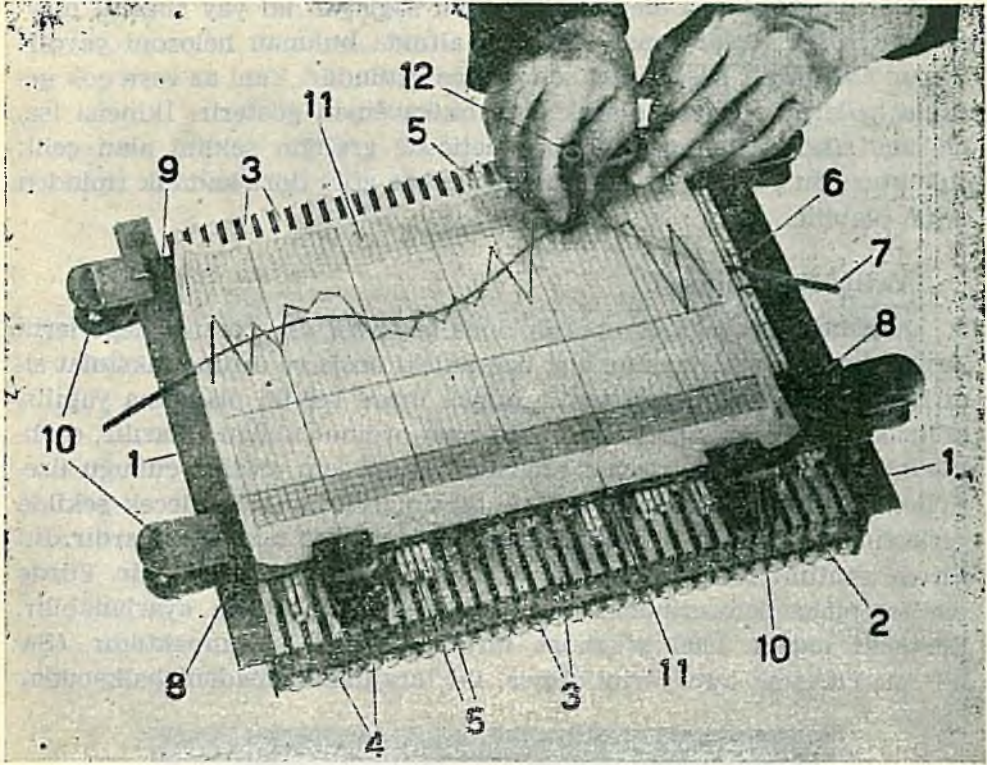
Bütün bu maksatlara hizmet etmek üzere mevcut değerlerin grafik halinde tesviyesini sağlamak amacıyla Bitterlich 1965 yılında (Biegelien - Ausgleichs - und Interpolationsgerät) adını verdiği, kısaca (BAI) rumuzu ile ifade edilen, Tesviye ve Enterpolasyon aletini yapmıştır. Bu rumuz, aletin adını teşkil eden ve mahiyetini de tanıtan kelimelerin baş harflerinden teşekkül etmektedir. Aynı zamanda Bitterlich'in Ausgleichung (tesviye) ve Interpolation aleti'nin baş harflerine tekabül etmektedir. Alete, fonksiyonunu daha iyi tanıtmak üzere «İstatistik grafik tayin aleti (statistisches - Kurvenermittlungsgerät)» veya «Grafik bulma aleti (Kurvenfindgerät)» veya «Fonksiyon arayıcı (Funktions sucher)» isimlerinden birisinin verilmesi daha uygun olabilir. Ancak alet ilk adı ile tanınmış bulunduğu cihetle değiştirilmesi yoluna gidilmemiştir.

Bitterlich'in tesviye ve Enterpolasyon aleti, istatistik, teknik ve ilmi sahalarda karşılaşılan bütün tesviye ve enterpolasyon işleri için yararlı bir aletin ve regresiyon hesaplarının yerine kaim olmaktadır. Kolay ve süratle netice verdiği gibi, ileride görüleceği üzere, hesaplarla bulunandan daha uygun sonuçlar vermektedir. Alet 1965 yılında Viyana'da yapılan yeni buluşlar sergisinde altın madalya kazanmış bulunmaktadır.

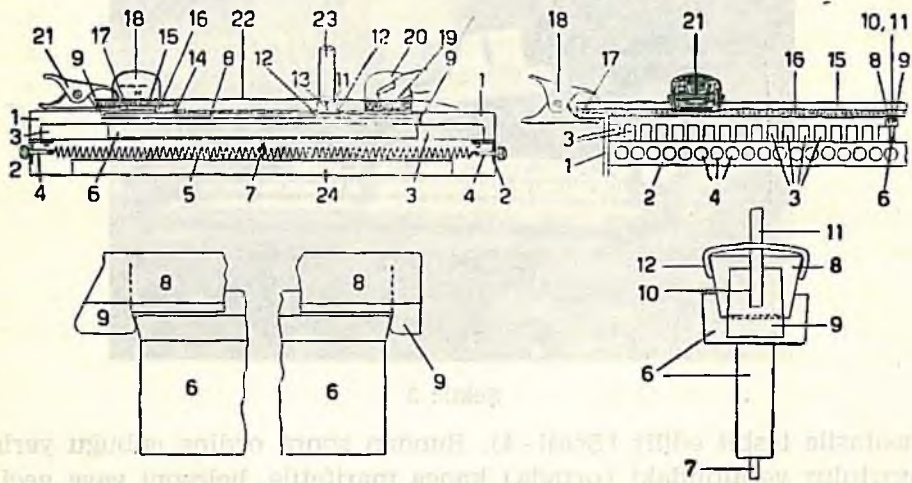
Burada, önce alet tanıtıldıktan sonra, onun kullanılması esasları, verdiği neticelerin sıhhati hakkındaki tesbitler ve önemli kullanış yerleri gösterilmiştir.

Aletin Yapısı.

BAI aleti yaylar sistemi üzerine kurulmuş bir alettir (Şekil-1). $60 \times 335 \times 475$ mm ebadındadır. Şekil-2 de aletin iç yapısı görülmektedir. Yandaki sabit çerçeveleri (1) arasında, herbiri 10 mm genişliğinde 1 den 31'e kadar numaralar işlenmiştir (2). Numaralar üzerine ve numara aralıkları hizasına, plâstik materyalden yapılmış (sürgülü hesap cetvelinde kullanılan materyal) tuşlar (3) monte edilmiştir. Tuşlar arasındaki olukların altında elastikiyet hassasiyeti yüksek olan birer helozoni yay mevcuttur. Yayların uçları önde ve gerideki vidalı düğmelere (4) belli bir gerginlikte tutturulmuştur. Oluklara yine aynı materyalden yapılmış 200 mm uzunluğunda, ordine çubukları (5) yerleştirilmiştir. Bu çubukların tam ortaları hizasında ve alt yüzlerinde bir kanca vardır. Kanca oluğun altındaki helozoni yaya geçirilmek suretile tutturulabilmektedir. Buna göre ordine çubukları, istenildiğinde dışarı çıkarılabilmekte ve tekrar yerine oturtulabilmektedir. Üst yüzlerinde milimetre taksimat çizgileri ve her on çizgide bu rakamlar işaretlenmiştir. Taksimatlı yüzey üzerinde hareket edebilen ufak bir kızak ve onun üst kısmında ordine çubuğuna paralel istikamette duran bir plakaçık (6) mevcuttur. Plakacığın üzeri yine taksimatlıdır ve ayrıca bir verniye tertibatına sahiptir. Plakacık, istinat ettiği kızak yardımıyla, ordine çubuğunun istenilen taksimatına oturtulabilmekte ve iki ucu üzerine geçirilen madeni halkacıkları ile tesbit edilebilmektedir. Plakacığın ortasındaki çizgi ordine çubuğunun istenilen taksimatına tam intibak ettirilmektedir. Plakacığın üst kenarı ortasında, bir diş aralığı mevcuttur. Alette ayrıca muhtelif kalınlıklarda, elastikiyet hassası yüksek olan dört adet çelik çubuk vardır. Hale göre bunlardan birisi kullanılır. Kullanılan çelik çubuk (7), plakacık dişlerine geçirilir. Aletin üst kenarında, her iki ucu ile yan çerçeveye oturan bir cetvel (9), alt kenarında da yine yan çerçeveye kadar uzanan ikinci bir cetvel (8) vardır. Üst kenarındaki cetvel, ordine çubuklarının aşağı doğru hafif bastırılması suretile, fırlamayacak şekilde tesbitine yarar. Alttaki cetvel ise tesviye yapıldıktan sonra neticenin şeffaf milimetrik kâğıda (11) geçirilmesi sırasında, kâğıt alt kenarının (absis hattı) tayinine hizmet eder. Ordine değerlerinin başlangıcını teşkil eden hizada bir siyah ip gerilir. Bu ip kâğıdın absis ekseninin ve ona göre, alttaki cetvelin üst kenarının o hat boyunca tatbikine hizmet eder. Cetveller yerlerine getirildiğinde başlardan bir kısaç marifetile (10) çerçeveye tutturulur. Milimetrik kâğıt tatbik edildiğinde, kenarının alt çerçeveye tesbiti de aynı kısaçlarla yapılır.



Şekil : 1

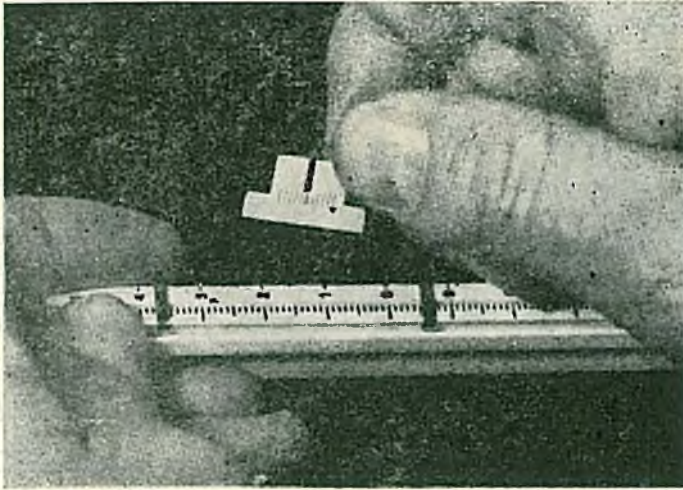


Şekil : 2

Görülmektedir ki aletin çalışmasını sağlayan iki yay sistemi mevcuttur. Birisi, tuşlar arası olukların altında bulunan helozoni yaydır. Bunun elastikiyet hassasiyeti son derece üstündür. Yani az veya çok gerilme hallerinde pratik olarak aynı mukavemeti gösterir. İkincisi ise, plâkacık dişlerinden geçirilen ve neticede grafiğin şeklini alan çelik çubuktur. Bu yay, tesviyede aranan özelliğe göre dört kalınlık tipinden birisi olabilir.

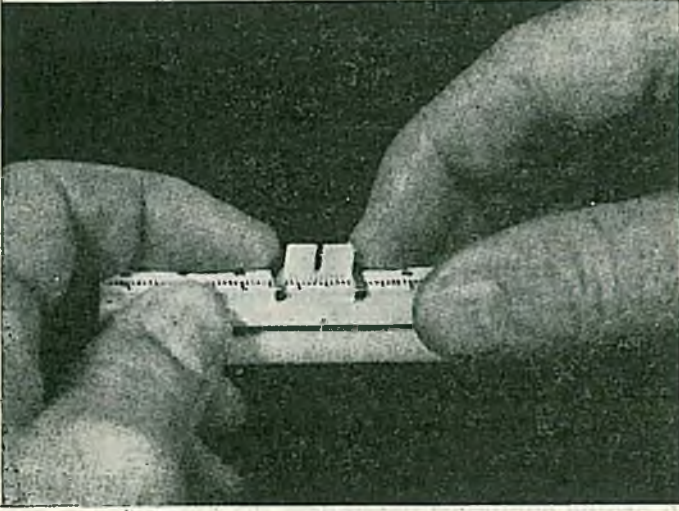
Aletin Kullanılması.

Alet kullanılacağı zaman, ilk önce tesviyesi söz konusu değerlerin absis ve ordine sınırlarınının, alet üzerindeki absis ve ordine taksimat sınırları içerisine sığmasını temin etmek üzere bir ön plânlama yapılır. Müteakiben her bir absis taksimatına ait ordine çubuğu çıkarılır, o absise ait değer çubuk üzerine geçirilir. Bunun için, ordine çubuğu üzerindeki plâkacık, değere ait ordine taksimatına intibak edecek şekilde yerleştirilir. Çubukta 10 cm lik kısım boyunca mm taksimatı vardır. Bu sayede santimetrenin onda biri doğrudan doğruya ayarlanabilir. Yüzde biri ise plâkacık üzerindeki verniye tertibatı vasıtasile ayarlanabilir. Demekki çubuk 1000 taksimat birimine sahip bulunmaktadır (Şekil 3). Plâkacık tam yerini alınca, iki tarafındaki madeni halkacıklar

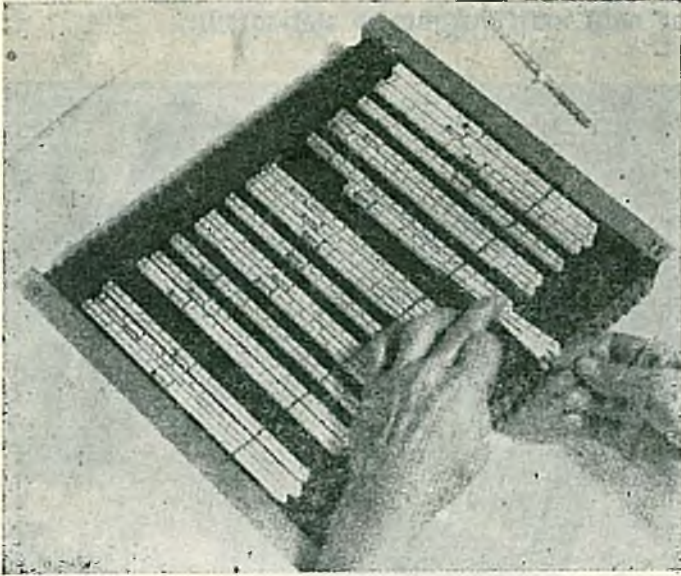


Şekil : 3

vasıtasile tesbit edilir (Şekil - 4). Bundan sonra ordine çubuğu yerine oturtulur ve altındaki (ortada) kanca marifetile, helozoni yaya geçirilir (Şekil - 5). Bütün ordine çubukları bu şekilde yerlerini alınca, par-



Şekil : 4

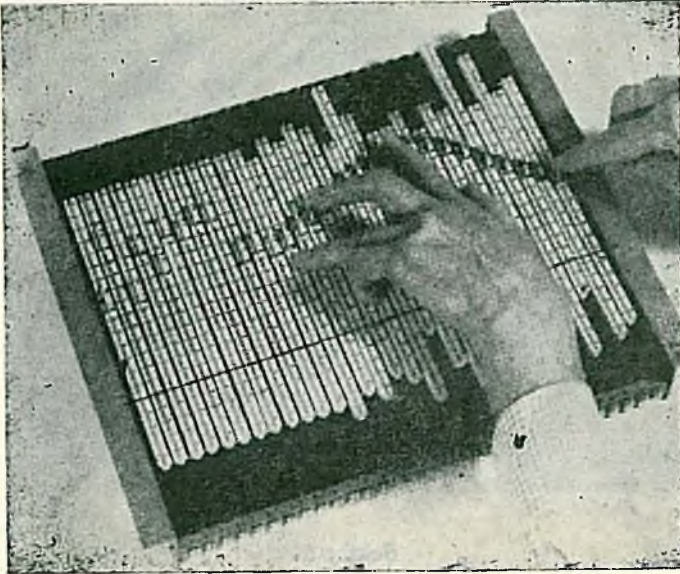


Şekil : 5

makla hafif hafif vurulmak ve alet silkelenmek suretile hem kancaların helozoni yaya iyice geçmiş olmaları hem de ordine çubuklarının sıfır taksimatlarının hep birlikte, gerili yatay ip ile aynı hizaya gelmeleri sağlanır. Ancak, bu suretile münferit ordine çubuklarının dakik olarak bir hizaya gelmesi kabil olmayabilir. Onun için bir kere de alt ve üst başlardaki helozoni vidalar vasıtasile ayarlanmak suretile kontrol edilirler ve bütün ordine çubuklarının ve ipin dakik surette bir hizaya gelmeleri temin edilir.

Üstteki cetvel kapatılır ve en yüksek duran iki üç ordine çubuğunu aşağı doğru hafif bastırarak şekilde tesbit edilir. Buna sebep, çelik yay geçirilirken, ordine çubuklarının gerilme tesirile dışarı fırlamamalarını temindir. Aynı işi aşağı uçta yapmak üzere üçüncü bir cetvel kullanılır. Altteki cetvel ise, üst kenarı ip ile aynı hizaya getirilerek, baş taraflarından tesbit edilir.

Daha sonra kullanılacak çelik çubuk, bir uçtan başlamak suretile sıra ile bütün ordine çubukları üzerindeki dış aralıklardan geçirilir. Bu esnada bir el ile yayın aralıklara geçmiş olan kısmı üzerine bastırılarak, geçirme tesirile dışarı fırlamaması kontrol edilir (Şekil - 6). Böylece çelik çubuk bütün ordine çubuklarına ait dişlerden geçirildikten sonra, sürtünme mukavemeti ihtimallerini yok etmek üzere parmakla yay üzerine hafif hafif vurulur ve alet sarsılır.



Şekil : 6

Herbir değer, kendisine ait dışın sıfır noktasından değişik uzaklıkta bulunması sebebiyle çelik çubuk üzerinde değişik derecede germe ve tazyik tesiri icra eder. Bu tesirlerin muhassalası çelik çubuğun formunu dikte eder.

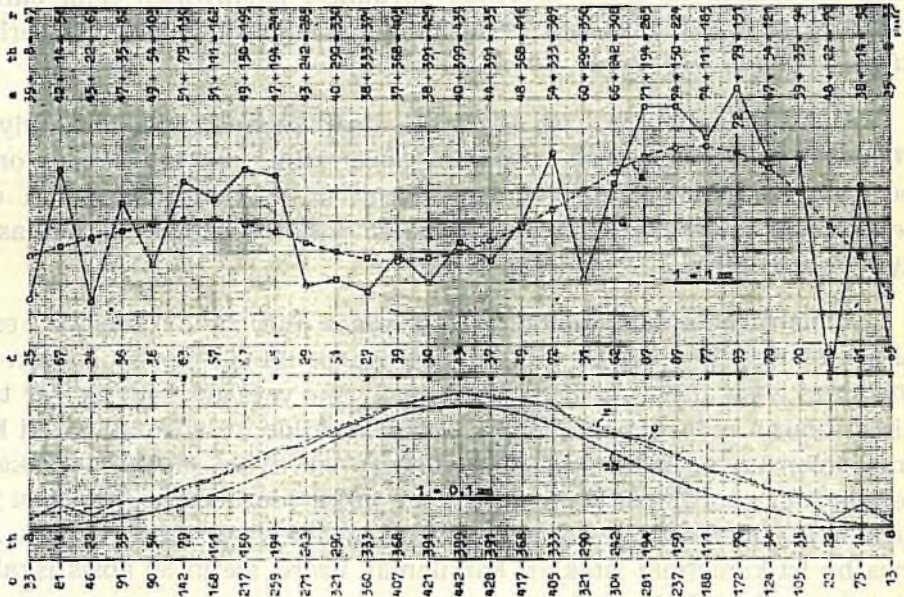
Böylece, çelik çubuğun aldığı şekille elde edilen tesviye eğrisini kâğıda geçirilmesi için, uygun ebadda bir şeffaf milimetrik kâğıt kullanılır. Bu kâğıt, alt kenarı (absis hattı) aletin alt cetvelinin üst kenarına ve şakuli kenarı aletin yan kenarına denk gelecek şekilde alet üzerine tatbik edilir. Bir grafit veya kurşun kalemi, ucunun yan yüzü, çelik çubuk boyunca kâğıt üzerine sürülür (Şekil - 1). Böylece çubuğun şekli kâğıt üzerine geçirilmiş, binnetice tesviye eğrisi elde edilmiş olur. Orijinal noktaların da kâğıt üzerinde görülmesi isteniyorsa, çelik çubuk çıkarılır ve plâkacıklar asli yerlerini alırlar. Sonra noktaların yerleri kâğıt üzerinde işaretlenir.

Aleti kullanmadan evvel yapılacak ön plânlamada ilk iş, tesviyesi yapılacak noktaların absis ve ordine değerlerinin, aletin absis ve ordine sınırı içerisinde kalmasını temin etmektir. Bunun için uygun düşen ölçeğin tayini gerekir. Ancak bu işte absis ve ordine ayarlamasını ayrı olarak mütalea etmek gerektir.

Absis ölçeğinin tayininde, alet üzerinde mevcut 31 taksimat esas alınır. Materyalin absis sınırı buna sığmaz ise iki şık mevzubahistir. Ya materyal absis değerleri itibarile ikiye ayrılır veya iki kademe bir taksimat olarak nazarı itibara alınır. Birinci şekilde, tesviye edilen iki kısmın uçlarının intibakı güçlüğü ve tesviye edilen iki kısmın mütekabil tesirlerinin gözetilmemiş oluşu mahzur teşkil eder. Onun için ikinci yol seçilir. Bu takdirde her iki kademeye ait ordine değerleri ortalanır. Ayrıca bu istikametteki istekleri karşılamak üzere, aletin 50 absis ıskalalı tipi de yapılmış bulunmaktadır.

Ordine ölçeği tayin edilirken şu hususlar gözetilmelidir : Münferit ordine değerlerinin değişkenlik alanı yatay bir durum meydana koyuyorsa, ölçek öyle seçilmelidir ki en büyük değerle en küçük değer arasındaki fark takriben 120 mm yi geçmesin. Aksi takdirde, duruma göre ve özellikle ince helozoni yay kullanılması halinde istenmeyen sürtünme mukavemetleri meydana gelebilir. Buna mukabil çok az değişen ordine değerlerin bulunması halinde, pek emin bir netice sağlanamaz. Onun için ordine ölçeği öyle seçilmelidir ki değişik değerlerin teşkil ettiği dağılıma şeridi, 10 ilâ 60 mm arasında kalsın.

Bu şartlar, uygun bir ölçek seçilmesi, münasip bir ordine sıfır noktası kabul edilmesi ve teorik bir eğrinin mesnet olarak alınması suretiyle sağlanır. Özellikle genel ortalama alanı horizontal bir durum ortaya koymuyorsa (meselâ; ağaç çaplarına göre boylarının tertiplenmesi-meşçere boy eğrisi halindeki gibi), o zaman değerlerin altında bir ideal kurve kabul edilir. Bu kurve bir doğru, bir parabol, bir çan eğrisi biçiminde olabilir. Noktaların orijinal ordine değerlerinden, aynı absis taksimatı hizasındaki ideal kurve değerleri çıkarılır ve sadece kalan değerler ordine çubukları üzerine geçirilir. Bu fark değerlerin aletle tesviye edilmesinden sonra, elde edilecek değerler tekrar aynı absisteki ideal kurve değerlerine eklenmek suretile nihai olarak tesviye edilmiş değerler bulunur. Bu husus Şekil - 7 üzerinde açık olarak gösterilmiştir.



Şekil : 7

Şekilde, ideal kurve (teorik kurve) olarak bir çan eğrisinin alındığı görülmektedir. Tesviyeye konu teşkil eden (d) değerleri, orijinal ordine değerleri (0) dan, aynı absisteki ideal eğri değerleri (th) nin çıkarılmasıyla elde edilmişlerdir. Bu (d) değerlerinin aletle yapılan tesviyesi, şeklin yukarısında görülmektedir. Bu tesviyeden sonra elde edilen değerlerin tekrar ideal eğri değerleriyle toplamları, yani nihai tesviye eğrisi ise, çan eğrisinin üzerinde ve nokta nokta olarak gösterilmiştir. Meselâ; ilk absis taksimatında orijinal ordine değeri 33 mm dir. B:1

absise ait ideal eğri değeri ise 8 mm. dir. Bu ikisi farkı olan (d) ise 25 mm dir. Aletle yapılan tesviyeye bu 25 mm esas teşkil etmiştir. Tesviyeden sonra, aynı apsis için 39 mm elde edilmiştir. Buna ideal kurvenin değeri olan 8 mm ilâve edilmekle, nihai tesviyedeki aynı absis'in ordine değeri olan 47 mm elde edilmiştir. Aynı şekilde diğer absis taksimatları için de 56, 67, 82... mm ordine değerleri elde edilmiştir.

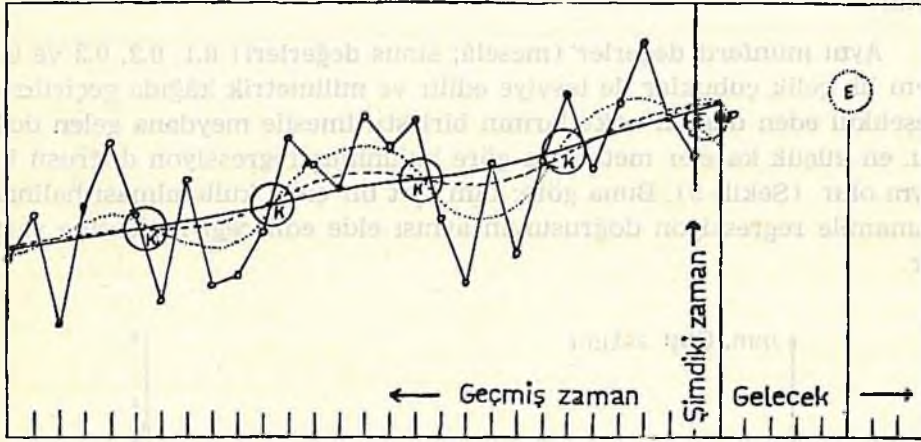
Orijinal ordine değerleri çok kere absis kademesine düşen değerlerin ortalanması suretile elde edilmiş olabilir. Absis ölçeğine uydurmak üzere kademelerin birleştirilmesi halinde bu durum mutlaka mevcuttur. O takdirde ordine değeri, birden fazla frekansa sahiptir. Yani değişik ağırlıktadır. Arzuya göre, tesviyede değerlerin ağırlıklarının da nazarı itibara alınması lüzumlu olabilir. Tesviye aletinde bu ihtiyaç da gözetilerek değişik kuvvette üç takım helezoni yay hazırlanmıştır. Bütün değerler ağırlıkları itibarile sınıflandırılır ve ağırlığı fazla olan değer için ait olduğu ordine çubuğu altına en kuvvetli helezoni yay, ağırlığı daha az olana orta kuvvetli, ağırlığı en az olana ise en az kuvvetli helezoni yay yerleştirilir. Her üçtip helezoni yayın kuvvetleri arasındaki nisbet 1; 2; 3 dür. Ağırlıkları farklı olan değerleri, ağırlık sınıflarına tefrik etmek için, bütün noktalara ait ağırlıklar toplanır (N). Absis taksimatı sayısına bölünerek ortalama ağırlık (n) elde edilir. Bütün absis kademelerindeki değerlerin ağırlıkları bu ortalama ağırlık ile karşılaştırılır. Tecrübe neticelerine istinaden ortalama ağırlığın 0,2 si kadar (0,2 n) ağırlıklı değerler için en zayıf helezoni yay; 0,2 - 0,8 i kadar (0,2. n ilâ 0,8. n) olanlar için orta kuvvetteki helezoni yay ve 0,8 inden (0,8. n) fazla ağırlıklı olanlar için en kuvvetli yay kullanılır. Bu suretle, yapılan tesviyede değerlerin ağırlıkları üç sınıf halinde nazarı itibara alınmış olur.

Alette değişik durumlarda kullanılmak üzere 4 ayrı çelik çubuk vardır. Bunlar 0,1; 0,2; 0,3 ve 0,4 mm kalınlığındadırlar. Ona göre de helezoni yayların tazyikine karşı değişik derecede reaksiyon gösterirler. Bunlardan 0,1 mm olanı değerlerin 20 mm arasında dağılması halinde; 0,2 mm olanı 50 mm ye kadar dağılma halinde; 0,3 ve 0,4 mm olanlar ise daha geniş dağılma hallerinde kullanılırlar. Çelik çubukların hangisinin kullanılacağına dair bu esas yanında, bir de tesviyenin ne maksat için yapılacağı hususu rol oynar. Zira, ince çubuk kullanıldığı takdirde değerlerin seyrine daha çok bağlı olarak seyreden bir tesviye eğrisi elde edilir. Buna mukabil kalın çubuk kullanıldığı takdirde, daha genel bir ortalama, yani münferit değerlere daha az bağlı kalan bir eğri elde edilir.

Kolaylıkla anlaşılacağı üzere, yayın herbir absis hizasında alacağı mevki, binnetice tesviye eğrisi üzerinde, sadece o absislerdeki ordine değerleri değil, aynı zamanda komşu taksimatlarla ait ordine değerleri de müessirdirler. İnce çubuk kullanılınca yakındaki değerler, buna mukabil kalın çubuk kullanılınca daha uzaktaki değerler müessir olurlar. Binnetice, değerlerin kısa mesafelerde tesiri nazarı itibara alınmak istenen hallerde ince çubuk, değerlerin tamamının tesiri nazarı itibara alınmak istenen hallerde ise kalın çubuk kullanılır. Şüphesiz sonuncu halde daha genel bir ortalama seyir elde edilmiş olur Şekil - 7. Gelecek için tahmin yapılmak istendiği takdirde eğrinin son ucuna yakın değerlerin hakim tesirine bağlı kalmak doğru olmaz. Zira o noktalar kısa bir zamana ait değerlerdir. Umumi inkişaf seyrine az veya çok farklı düşebilirler ve bunun neticesi olarak, grafiğin bitim noktasındaki istikameti genel tirend'i göstermiyebilir. Halbuki bütün noktaların daha büyük ölçüde tesiri altında teşekkül eden eğri, son noktasında genel tirend'e uygun bir istikamet gösterir. O bakımdan ileriye matuf tahminler yapılmak istenirse, tesviyenin genel tirend'i gösterecek şekilde yapılması gerekir. Bunun için ise kalın çelik çubuğun kullanılması lâzım gelir. Meselâ; boy ve çap artımlarının tesviyesi mevzubahis olduğu zaman kalın çelik çubuğun kullanılması gerekir. Bu takdirde belli bir yıl veya birkaç yılın ekstrem artımları yerine, tesviye süresi içindeki bütün artım değerlerinin muhassala tesirleri esas alınmış olur. Böylece hem o periyot içerisindeki genel tirend'in bilinmesi, hemde ilerideki yıllar için tahmin yapılabilmesi bakımından daha isabetli bir seyir istikameti elde edilmiş olur. Buna göre de yapılacak ekstrapolation sıhhatli olur. Tatbikatta çap ortalama artımının tesviyesi için mevcut standart çelik çubuklar dahi yeterli görülmeyerek, özel surette hazırlanmış daha kalın beşinci bir çubuk kullanılma ihtiyacı duyulmuştur.

Bitterlich bu aletle tesviye yapılarak bulunan eğrilerin ekstrapolasyonu için, ince, orta ve kalın çubuklarla elde edilen eğrilerin kesiştikleri yerlerde teşkil ettikleri düğümleri (Knoten) esas almayı teklif etmektedir. Şekil - 8 de noktalarla gösterilen eğri 0,1 mm lik çelik çubukla, kesik hatlarla gösterilmiş eğri 0,2 mm ve dolu hatla gösterilen ise 0,4 mm kalınlıktaki çubukla elde edilmiştir. Bunların genel seyirleri farklı olduğu gibi, sağ uçları da farklı istikametler gösterir. Zira ince çubuğa ait eğri üzerinde son yıllardaki değerlere ait noktaların tesiri hakimdir. Uzaktaki noktaların tesiri zayıftır. Buna mukabil kalın çubuğa ait eğri üzerinde ise uzaktaki noktaların tesiri de önemlidir. Eğrilerin herbiri değişik tesir dereceleri altında, absis üzerinde teşkil ettikleri genel sa-

ha (entegrasyon alanı) aynı olmasına rağmen farklı bir seyir göstermektedirler. Her üç eğri zaman zaman birbirile kesişmektedir. Kesişme noktaları belli bir zon içinde bulunur ki buna düğüm denir. Bu noktalar birbiri üzerine düşebilir veya aksi halde bir üçgen teşkil ederler. Düğüm noktaları çok kere belli bir ritm gösterirler. İşte bu kesişme noktalarında teşkil edilen dairelerin ortaya koyduğu trend, ekstrapolasyon için en uygun bir trend'dir. Şekilde K düğüm alanları birer daire içersine alınmış ve bu dairelerin teşkil ettiği trend'e göre E ile gösterilen, istikbale ait noktalar elde edilmiştir. Böylece tek çubukla tesviyeye istinaden yapılacak ekstrapolasyondan daha sıhhatli bir ekstrapolasyon imkânı yaratılmış olmaktadır.



Şekil : 8

Aletin Kullanış Kabiliyetinin Tahkiki.

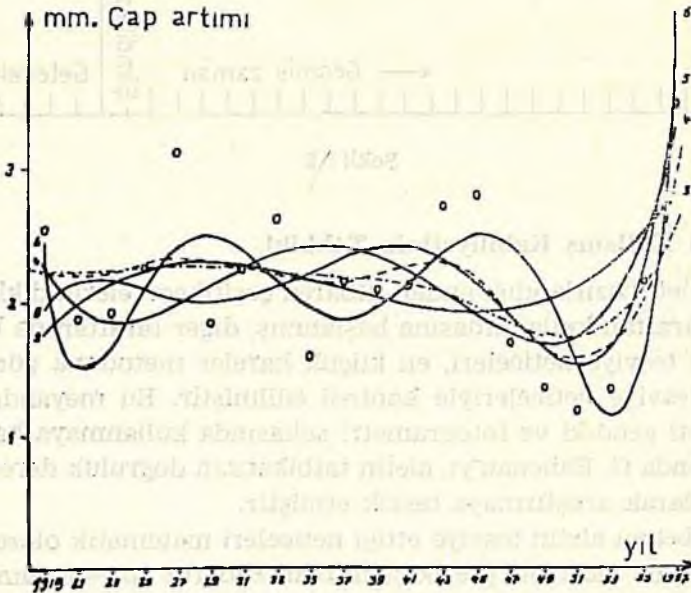
BAI aleti hazırlandığı andan itibaren çeşitli çevrelerin dikkatini çekmiş, bir taraftan kullanılmasına başlanmış, diğer taraftan da bu aletlerle yapılan tesviye neticeleri, en küçük kareler metoduna göre hesaplanan tesviye neticeleriyle kontrol edilmiştir. Bu meyanda Prof. F. Ackerl aleti geodezi ve fotogrametri sahasında kullanmaya başlamış ve aynı zamanda G. Rabenau'yı, aletin tatbikatının doğruluk derecesini matematik olarak araştırmaya teşvik etmiştir.

G. Rabenau aletin tesviye ettiği neticeleri matematik olarak kontrol etmek için, en basit bir grafik şekli olan «doğru» yu esas almıştır. Zira doğrudan gayri bir grafiğin esas alınması halinde böyle bir mukayese yapılabilmesi için çelik çubuğa ön kabulü muayyen bir denklemin esas

alınması gerekmektedir. Nitekim, meselâ; 2 yıllık zaman aralıkları ile çap artım değerleri Prodan tarafından Fischer ve Yates'ın tablolarına istinaden, 6. dereceye kadar ortogonal polinomlar halinde hesaplanmıştır (6). Buna göre elde edilen formüllere istinaden teşkil edilen tesviye eğrileri Şekil - 9 da verilmiştir.

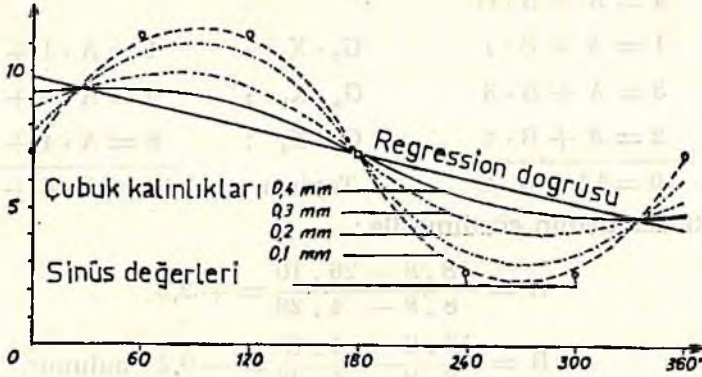
Şekilde orijinal değerler yuvarlak işaretlerle 3., 4., 5. ve 6. dereceden polinomlara göre alan tesviye eğrileri de 3, 4, 5 ve 6 numaralarla gösterilmiştir. Kesik hatlarla çizili eğri 0,1 mm çelik çubuğa, hat nokta ile çizili eğri ise 0,2 mm kalınlıktaki çelik çubuğa aittir. Görülmektedir ki hesapla bulunan eğriler, 0,1 ve 0,2 mm lik çelik yay ile sağlanan tesviyelere benzemektedir, fakat yine de tatmin edici bir netice vermemektedir.

Aynı münferit değerler (meselâ; sinus değerleri) 0,1, 0,2, 0,3 ve 0,4 mm lik çelik çubuklar ile tesviye edilir ve milimetrik kâğıda geçirilirse teşekkül eden düğüm noktalarının birleştirilmesile meydana gelen doğru, en küçük kareler metoduna göre bulunmuş regresiyon doğrusu ile aynı olur (Şekil - 9). Buna göre; tam sert bir çelik kullanılması halinde tamamen regresiyon doğrusunun aynı elde edileceği neticesine varılır.



Şekil : 9

BAI aletinde çelik çubuk üzerine tesir eden kuvvetler münferit değerlerin uzaklıklarile orantılı olduğu cihetle, tam sert bir çubuğun alacağı şekil, en küçük kareler metodunun normal denklemleri ile hesaplanabilir. İnhiyafların karelerinin toplamı için asgari şartlar, hem bütün inhiyafların hem de bütün eğilme momentlerinin toplamlarının, ağırlık noktasına nazaran sıfır neticesi vermesi şeklinde ifade bulur. Böylece muvazene durumunun teşekkülü için gerekli mekanik şartlar da tamamile yerine gelmiş olur.



Şekil : 10

Koordinatları x_i, y_i olan değerlerin tesviyesi için, her bir $P_i (x_i/y_i)$ noktasından geçen doğrunun denklemi (G_i) nin toplamı alınır. Bu denklemin x_i ile çarpılması ve müteakiben toplam alınması neticesinde $Y = A + B + x_i$ regresyon doğrusu denkleminin A ve B katsayıları elde edilir. Şöyleki :

$$A = \frac{[xv][x] - [xx][y]}{[x][x] - N[xx]}$$

$$B = \frac{[y][x] - N[xv]}{[x][x] - N[xx]}$$

Bu formüllerde; N = noktalar sayısı,

$$[x] = x_1 + x_2 + \dots + x_n,$$

$$[y] = y_1 + y_2 + \dots + y_n,$$

$$[xx] = x_1 x_1 + x_2 x_2 + \dots + x_n x_n,$$

$$[yy] = y_1 y_1 + y_2 y_2 + \dots + y_n y_n \text{ ifade etmektedir.}$$

Rabenau bu hususu bir misal üzerinde göstermiştir:

Sade olması için yalnız 4 nokta almış, bunlara göre hesapla bulunan hal şeklini ve BAI aletile yapılan tesviyeyi göstermiştir. Noktalar (P_i) in kordinatları (x_i/y_i) sıra ile; I (0/4), II (1/1), III (3/3) ve IV (4/2) dir.

Hesapla yapılan dakik tesviye şöylece elde edilir;

| | |
|------------------------------------|--|
| $G_1: \quad y_1 = A + B \cdot x_1$ | $G_1 \cdot x_1: \quad y_1 x_1 = A \cdot x_1 + B \cdot x_1^2$ |
| $G_1: \quad 4 = A + B \cdot 0$ | |
| $G_2: \quad 1 = A + B \cdot 1$ | $G_2 \cdot X_2: \quad 1 = A \cdot 1 + B \cdot 1$ |
| $G_3: \quad 3 = A + B \cdot 3$ | $G_3 \cdot X_3: \quad 9 = A \cdot 3 + B \cdot 9$ |
| $G_4: \quad 2 = A + B \cdot 4$ | $G_4 \cdot X_4: \quad 8 = A \cdot 4 + B \cdot 16$ |
| Top. $10 = 4A + B \cdot 8$ | Toplam $18 = A \cdot 8 + B \cdot 26$ |

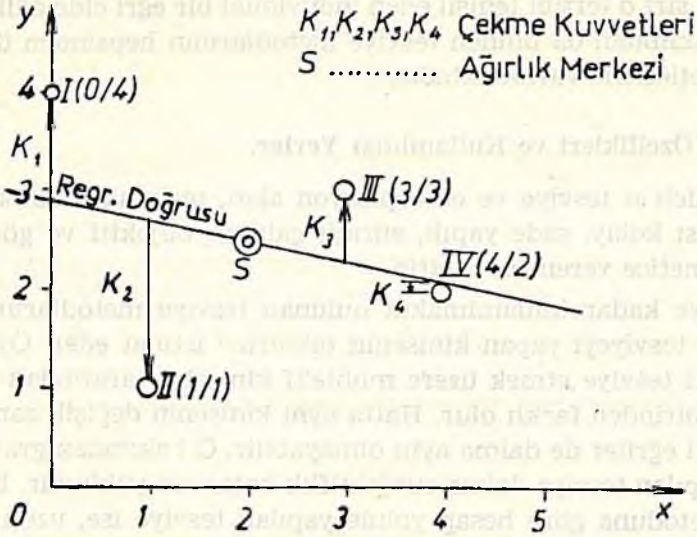
Bu iki denklemin çözümlenmesi;

$$A = \frac{18 \cdot 8 - 26 \cdot 10}{8 \cdot 8 - 4 \cdot 26} = + 2,9$$

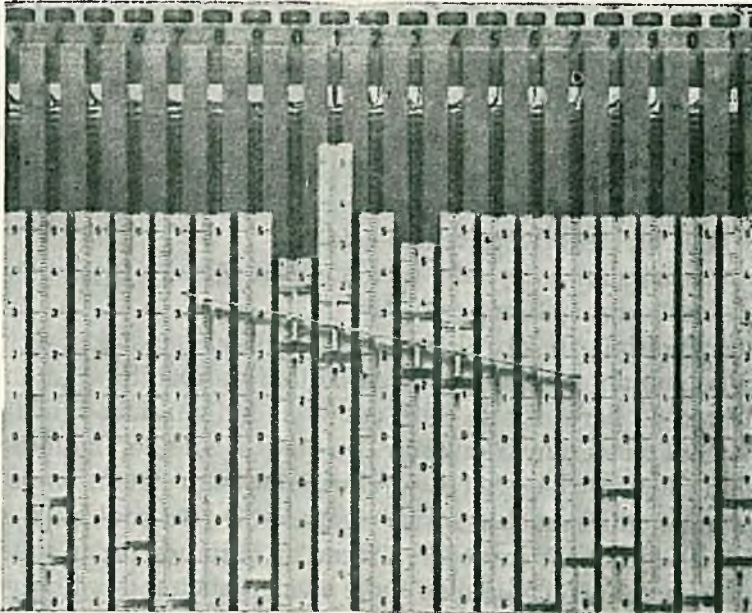
$$B = \frac{10 \cdot 8 - 4 \cdot 18}{8 \cdot 8 - 4 \cdot 26} = - 0,2 \text{ bulunur.}$$

Misaldeki değerlere göre $[x] = 8$, $[y] = 10$, $[xx] = 26$ ve $[xy] = 13$ neticelerinin doğrudan doğruya normal denklemde yerlerine konulması ile de aynı netice elde edilir. Buna göre de bu noktalara ait regressiyon doğrusu, $y = 0,2x + 2,9$ şeklinde elde edilir. Bu suretle yapılan hesap yolu ile elde edilen tesviye Şekil-11 de; aynı değerlere ait BAI aletile sağlanan tesviye ise Şekil-12 de görülmektedir. İkisinin karşılaştırılmasıyla, BAI vasıtasıyla elde edilen neticenin, en küçük kareler metoduna göre bulunan neticeye uyduğu kolaylıkla anlaşılmaktadır. Zira BAI aletile sağlanan regressiyon doğrusu, bütün inhırafların ve eğilme momentlerinin toplamlarının sıfır olması şartını tahakkuk ettiren bir form ortaya koymaktadır.

Rabenau bu suretle, regressiyon doğruları için BAI aletinin verdiği neticenin, dakik tesviye metodu olan en küçük kareler metodunun neticelerine uygunluğunu tesbit ettikten sonra, aletin aynı şekilde regressiyon eğrileri için de doğru neticeler vereceği sonucuna varmıştır. Aletin regressiyon eğrileri, komşu noktaların tesirlerinin ortalaması olarak şekillenmektedir. Bu tesirler noktaların uzaklığına, çelik çubuğun sertliğine ve helezoni yayların çekme kuvvetine bağlıdır. Binnetice, hiçbir matematik fonksiyona tamamille uymayan veya hangi fonksiyona



Şekil : 11



Şekil : 12

uyduğu kesinlikle bilinmeyen nokta dağılımlarında, hiçbir ön kabule dayanmadan, sırf o tertibi temsil eden indüvidüal bir eğri elde edilebilmektedir. O bakımdan da bilinen tesviye metodlarının hepsinden üstün bulunduğu neticesine varılmaktadır.

Aletin Özellikleri ve Kullanıldığı Yerler.

Bitterlich'in tesviye ve enterplasyon aleti, mekanik olarak çalışan, kullanılması kolay, sade yapılı, süratli çalışan, objektif ve gözle takip edilebilen netice veren bir alettir.

Şimdiye kadar kullanılmakta bulunan tesviye metodlarından grafik metod, tesviyeyi yapan kimsenin takdirince istinat eder. Öyle ki aynı değerleri tesviye etmek üzere muhtelif kimseler tarafından geçirilen eğriler birbirinden farklı olur. Hatta aynı kimsenin değişik zamanlarda geçirdikleri eğriler de daima aynı olmayabilir. O bakımdan grafik metoda göre yapılan tesviye daima subjektiflik hatası ile yüküldür. En küçük kareler metoduna göre hesap yolule yapılan tesviye ise, uzun hesaplamaları gerektirir. Ayrıca değerlerin teşkil ettiği noktaların dağılım formunun doğru, parabol, logaritmik fonksiyon gibi fonksiyonlardan birisine uyduğu önceden kabul edilir. Teorik olarak kabul edilen bu fonksiyonun noktalar dağılımına her münferit tesviye konusunda tam uyduğu söylenemez. Buna mukabil, BAI aleti ile yapılan tesviyede, çelik yayın şekli bütün komşu değerlerin tesirleri neticesinde taayyün eder. Her değer noktası, kendi mevkiini ve ağırlığını müdafaa eder. Bu tesirlerin mekanik bir dengesi olarak otomatikman tesviye eğrisi meydana gelir. Önceden teorik bir fonksiyonun kabulüne mahal yoktur. Binnetice gerek genel formu gerekse seyir şekli ve şiddeti bakımlarından tamamile belli bir değerlerin temsilcisidir.

Bu hassasından dolayı aletle elde edilen eğrilere Bitterlich ferdî eğri (individualkurve) adını vermiştir.

Bütün noktaların ağırlıkları, değişik mukavemet kuvvetinde helazoni yaylar kullanmak suretile nazarı itibara alınabilir. Bunun gibi, değişik elastikiyet derecesinde çelik çubuklar kullanılmak suretile, komşu değer tesir dereceleri ayarlanabilir. Bu suretle istenilen hallerde ve maksatlar için münferit değerlerin seyrine daha bağlı kalan, binnetice daha çok eğilmeler gösteren bir tesviye yapılabilir. Bu maksatla ince çelik çubuk'un kullanılması icabeder. Tirend'in bilinmesi arzu edilen hallerde de daha genel bir ortalamayı ifade eden, nisbeten düz tesviyeler yapılabilir ve eğrileri elde edilebilir. Meselâ çap artımının tesviye edilmesi halinde, hesap yolule yapılacak tesviye tatminkâr bir netice ortaya koy-

madığı gibi, BAI ile tesviye yapılırken de, ince çelik çubuk ile sağlanacak tesviye maksada hizmet etmez. Zira çap artımının uzun bir devre içinde, mümkün mertebe ekstremler tesirinde kalmadan, trend'inin bilinmesi matluptur. Çok kere bu tesviyeden faydalanarak, yakın bir gelecek için çap artımının nasıl olacağı bilinmek istenir, yani tesviye eğrisinin ekstrapolasyonu gerekir. Bu gibi hallerde mutlaka kalın çelik çubukun kullanılması icabeder.

Münferit değerlerden ekstrem olanları, mevki aldıkları ordine çubuklarının sürtünme mukavemetleri tesirile neticenin sıhhati üzerinde menfi etki yaparlar, işin sıhhatını ihlâl ederler. Ancak Gauss eğrisinin yardımcı olarak kullanılması bu hususun da önlenmesi mümkündür.

Ordine çubukları üzerindeki taksimat, gereken hallerde hesap yoluyla, logaritmik veya başka bir fonksiyon taksimatlarına uydurulabilir.

Alet üzerinde çelik çubuk ile tesviye eğrisinin şekli elde edildikten sonra, bunun milimetrik kâğıda geçirilmesi de son derece kolaydır ve süratli yapılabilir.

Basit olduğu cihetle aletin yıpranan bir kısmı, özellikle eskiyen bir helezoni yayı kolayca değiştirilebilir. O bakımdan alet uzun zaman kullanılabilir.

Gerek sadeliği gerekse verdiği neticenin sıhhatli oluşu sebebiyle BAI aleti ormancılıkta ve diğer bir çok sektörlerde kullanılabilir. Ormancılıkta, meselâ, artım kalemlerile elde edilen artım değerlerinin tesviyesinde, gövde analizi yapılırken gereken tesviye işlerinde, Relaskopla yapılan kademeli ölçme neticelerinin tesviyesinde, yine relaskopla tayin edilen hacimlerin çap sınıflarına tevziinde, ağaç sayılarının çap kademelerine dağılışının tayininde, meşcere boy eğrisinin geçirilmesinde, küçük bir deneme sahası nisbeti üzerinden elde edilen ölçme neticelerinden populasyonun hakiki durumuna ait neticeler istihracında, ormandaki her türlü işlere ait zaman etüdlerinin yapılmasında, fiyat, masraf, ücret unsurlarının kıymetlendirilmesinde, yol inşaatında uzunluk profillerinin geçirilmesinde, sel derelerinin islâhı işlerinde, tohum araştırmalarında ve bunlar gibi tesviye gerektiren bütün işlerde kullanılır. Aynı şekilde ormancılık dışı sektörlerde de istatistik karakterdeki çalışma neticelerinin tesviye, enterpolasyon ve ekstrapolasyonları gereken her türlü işlerde tercihen kullanılabilir bir alettir.

Genel olarak, fonksiyonları kesinlikle bilinen ve pek çok materyale ait tesviyelerde, programı yapılarak computerler vasıtasile netice elde etmek daha rasyonel olur. Seri halinde olmayan hallerde ve kısa zamanda, özellikle ormanda netice alma gereken hallerde ise bu alet en yararlıdır.

LITERATÜR

- 1) **Bitterlich, W.** : Das Biegelinien - Ausgleichs - und Interpolationsgerät.
Allg. Forstzeitung, 76, Jhrg., Folge 8, 1965.
- 2) " " : Trendlinien weisen in die Zukunft
Holz-Kurier, Nv. 35, Jhrg. XXI, 1966.
- 3) " " : Die Ermittlung von Ausgleichskurven mit dem Biegelinien-
mengerät (BAI).
2. Internationale Ertragskundetagung, Wien 1966.
- 4) " " : Die mechanische Lösung von Regressionsaufgaben mit
B-A-I- Gerät.
Roto Baskisi.
- 5) " " : Wirtschafts-und Finanz Prognosen einfach-schnell-billig-
bewährt. Roto baskisi.
- 6) **Rabenau, G.** : Untersuchungen zum «Biegelinien - Ausgleichs - und Inter-
polationsgerät» von Bitterlich. Allg. Forstzeitung, No. 6,
1967.