
SERİ

B

CİLT

55

SAYI

1

2005

İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ

ORMAN FAKÜLTESİ

DERGİSİ



HEDEF VE DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Doç.Dr. Altay Uğur GÜL¹⁾

Kısa Özet

Bu makalede doğrusal ve hedef (amaç) programlama model yapısı özet olarak tanıtılmış ve her iki model arasındaki benzerlikler ve farklılıklar belirtilmiştir. Daha sonra; kavak fidanı üretimine ilişkin örnek bir problem için doğrusal ve hedef programlama modelleri geliştirilmiş ve DS for Windows yazılımı ile çözülmüştür. Her iki modelin çözüm sonuçları bağlamında doğrusal ve amaç programlama modelleri karşılaştırılmıştır. Yine; hedef programlamada, özellikle hedef değerlerden sapma istenmemesi durumunda, amaç fonksiyonları ile birlikte kısıtların nasıl kullanılacağı gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Hedef programlama, Doğrusal programlama

GOAL AND LINEAR PROGRAMMING

Abstract

In this study, linear and goal programming models were to shortly introduced, similarities and differences between structure of the models were to discussed. Then, linear and goal programming models for planning of populus sapling production in the three years were formulated. Results in the solutions of the models solved by computer software called the Decision Support (DS) for Windows 2.0 were compared. Since we would not want to minimize underachievement and overachievement of a goal or objective, it was illustrated how to use constraints that do not contain a negative and a positive deviational variable by deleting d_i^- and d_i^+ variables from objective functions.

Keywords : Goal programming, Linear programming

1. GİRİŞ

Doğrusal programlama modelleri tek bir amaç fonksiyonunun optimizasyonu ile karakterize edilir (TAHA 2000). Doğrusal programlama saptanmış bir amacı gerçekleştirmek için kısıtlı kaynakların etkin kullanımını ve çeşitli seçenekler arasında en uygun dağılımını sağlayan matematiksel bir yöntemdir. İşletme sorunlarında yer alan para, malzeme, makine, zaman, insan gücü, donanım vb. kaynakların, çeşitli kısıtlayıcı koşullar altında en iyi yararı sağlayacak biçimde birleştirilmesini sağlayan bir yöntemdir (KOBU 1971; SARIASLAN 1990).

¹⁾ Celal Bayar Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Yüksekokulu

Sistemin çok sayıda (büyük bir olasılıkla çelişen) amaca sahip olabileceği durumlarda, çelişen amaçları optimum kılan tek bir çözüm bulmak olanaksız olabilir. Bunun yerine: her amacın önem derecesini temel alan uzlaşık çözümler bulunabilir. Hedef programlama, çelişen amaçlarla ilgili karar problemlerinin çözümünde kullanılır ve problemin tüm hedeflerini gerçekleştirecek etkin bir çözüm bulmaya çalışır (TAHA 2000). Bu yöntemde, her amaç için erişilmek istenen belli (tanımlanmış) bir hedef vardır. Çözüm kararı ise hedeflerden olan sapmaların minimum olduğu seçeneğin belirlenmesi biçiminde gerçekleşir (KÖSE 1986). Ancak: hedef programlama, probleme, sadece etkin çözümler bulur, bunların mutlaka optimum çözümler olması gerekmez. Temelde hedef programlamanın tek yaptığı, modelin hedeflerini doğrulayacak bir çözüm bulmaktır. Dolayısıyla; hedef programlamanın optimum (maksimum ya da minimum) çözüme ulaşmada, bir optimizasyon yöntemi olarak yetersizliği bulunmaktadır (TAHA 2000).

Bu bağlamda; makalede, doğrusal ve hedef programlama modelleri özet olarak tanıtılmış, aralarındaki benzerlikler ve farklılıklar belirtilmiş ve her iki yöntem örnek bir problem için geliştirilen modellerin çözümlerinden yararlanarak karşılaştırılmıştır.

2. MODEL

2.1 Doğrusal Programlama Modeli

Bir doğrusal programlama modeli, amaç fonksiyonu, kısıtlayıcılar ve pozitiflik koşulu esas alınarak aşağıdaki gibi tanımlanır (LEVIN/KIRKPATRICK 1978; SWANSON 1980; KÖSE 1982; BUNDAY 1984; ESİN 1988; KARAYALÇIN 1979; KOBU 1971; SARIASLAN 1990; BULUTAY 1965; HALAÇ 1982; ÖZTÜRK 1997; TÜTEK/GÜMÜŞOĞLU 1994; TAHA 2000) :

Amaç fonksiyonu :

$$Z_{\max/\min} = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j$$

Kısıtlayıcı denklemler :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \leq, \geq, = b_i \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

Pozitiflik koşulu :

$$x_j \geq 0$$

Burada; m , kısıt sayısını, n , karar değişkeni sayısını, x_j , j .karar değişkenini, c_j , j .karar değişkeninin amaç fonksiyonu katsayısını, a_{ij} , j .karar değişkeninin i .kısıttaki katsayısını ve b_i , i .kısıtın sağ taraf değerini gösterir.

2.2 Hedef Programlama Modeli

Bir hedef programlama modeli ise amaç fonksiyonlarının kurulması, tüm değişkenlerin sıfır ya da sıfırdan büyük olması (pozitiflik) koşulu ve erişim fonksiyonunun geliştirilmesi esas alınarak aşağıdaki gibi tanımlanır (DYKSTRA 1984; KÖSE 1984, 1986; MARKLAND/SWEIGART 1987; İSPİRLİ 1995; TAHA 2000; MISIR 2001) :

Amaç fonksiyonları :

$$G_i \rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \leq, \geq, = b_i \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

Burada: m , amaç fonksiyonu sayısını, n , karar değişkeni sayısını, G_i , i .amaç fonksiyonunu gösterir. Sağ taraf değeri (b_i) amaç fonksiyonlarının hedef değeridir.

Pozitiflik koşulu :

$$x_j, d_{i-}, d_{i+} \geq 0$$

Erişim fonksiyonu :

$$\bar{a} = \{g_1(d_{1-}, d_{1+}), \dots, g_k(d_{k-}, d_{k+})\}$$

Burada: k , öncelik sayısını ve $g_k(d_{k-}, d_{k+})$, k .öncelikte yer alan amaç fonksiyonlarına ilişkin sapma değişkenleri fonksiyonunu tanımlar.

2.3 Doğrusal ve Hedef Programlama Modellerinin Karşılaştırılması

Doğrusal ve hedef programlamanın modellenmesi birbirine çok benzer; doğrusal programlamadaki amaç fonksiyonu hedef programlamadaki erişim fonksiyonuna; kısıtlayıcı koşullar amaç fonksiyonlarına, pozitiflik koşulu, tüm değişkenlerin pozitif olmasına benzetilebilir. Fakat; bu benzeş, sadece biçim yönündendir, içerikleri yönünden farklılıklar vardır (KÖSE 1986). Bu farklılıklar aşağıda özetlenmiştir :

Doğrusal programlama modellerinde, "... $\leq b_i$ " biçimindeki eşitsizliklerin sol tarafına "boş (S =slack)" değişken eklenir ve eşitsizlik "... + $S_i = b_i$ " durumuna, "... $\geq b_i$ " biçimindeki eşitsizliklerin sol tarafından "artık (S =surplus)" değişken çıkarılır ve " A =yapay" değişken eklenir ve eşitsizlik "... - $S_i + A_i = b_i$ " durumuna getirilir. Hedef programlamada ise, eşitsizliğin yönü ne olursa olsun, amaç fonksiyonlarının sol tarafına bir negatif sapma değişkeni (d_{i-}) eklenir ve yine sol tarafından bir pozitif sapma değişkeni (d_{i+}) çıkarılır. Böylece; amaç fonksiyonları,

$$G_i \rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j + d_{i-} - d_{i+} = b_i \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

biçimine dönüşür.

Hedef programlama modellerindeki sapma değişkenleri ile doğrusal programlama modellerindeki boş, artık ve yapay değişkenler, birbirine benzemekle birlikte, farklı anlamlara gelmektedir (KÖSE 1986).

Doğrusal programlama modellerindeki b_i değeri, eşitsizlik "... $\leq b_i$ " biçiminde ise erişilmek istenen en büyük değeri gösterir ve model çözümünde bu değer aşılmaz. Çözümde, bu kısıta ilişkin boş değişken "sıfır" ($S_i=0$) değerini alırsa, b_i değeri tam, yani en fazla b_i kadar kullanılır; S_i sıfırdan büyük bir değer alırsa, b_i değeri tam kullanılmaz ve boş kapasite oluşur. Yani; b_i kapasitesi, " $b_i - S_i$ " kadar daha az kullanılır. Eşitsizlik "... $\geq b_i$ " biçiminde ise erişilmek istenen en küçük değeri gösterir ve model çözümünde bu değer altına inilmez. Çözümde, bu kısıta ilişkin boş değişken "sıfır" ($S_i=0$) değerini alırsa, b_i değeri tam, yani en az b_i kadar kullanılır; S_i sıfırdan büyük bir değer alırsa, b_i değerinden " $b_i + S_i$ " kadar daha fazla kullanılır.

Hedef programlama modellerindeki eşitsizliklerin (amaç fonksiyonlarının) sol tarafına eklenen ve çıkarılan negatif ve pozitif sapma değişkenleri (d_{i-} , d_{i+}), hedefi esnek duruma getirmekte, yani hedeften negatif ve pozitif yönde olabilecek sapmalara izin verilmesini sağlamaktadır. Bu durumda d_{i-} ve d_{i+} değişkenlerinin çözümde aldığı değerler, hedeften olan negatif ve pozitif sapma miktarlarını gösterirler (DYKSTRA 1984; MARKLAND/SWEIGART 1987; TAHA 2000).

Doğrusal programlama modellerinde, eğer amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar uyumlu değilse, çelişkili ise uygun bir çözüm elde edilemez. Hedef programlama modellerinde ise, sapma değişkenleri ile hedefler esnetildiği, sapmalara izin verildiği için mutlaka uygun bir çözüm elde edilir. Ayrıca; doğrusal programlama modellerinde elde edilen çözüm, amaç fonksiyonunu maksimum ya da minimum yapan bir çözümdür. Hedef programlama modellerinde ise, sadece hedeflerden olan sapmayı minimize eden etkin bir çözümdür, maksimum ya da minimum çözüm olmayabilir.

Bu bağlamda; doğrusal programlamada bir amaç fonksiyonu vardır ve bu amaç fonksiyonu maksimize (Z_{max}) ya da minimize (Z_{min}) edilir. Hedef programlamada ise erişim fonksiyonu, yani amaç fonksiyonlarındaki hedef değerlerinden olan sapmalar minimize (min \bar{a}) edilir. Karar değişkenleri (x_j) erişim fonksiyonunda yer almaz.

Erişim fonksiyonunda hangi sapma değişkenlerinin minimize edileceği, eşitsizlik ve eşitliklere göre Tablo 1'deki gibi saptanır.

Tablo 1: Erişim Fonksiyonun Değişkenleri

Eşitsizlik	Amaç Fonksiyonu	Erişim fonksiyonunda minimize edilecek sapma değişkeni
$\sum_{j=1}^n a_{ij}.x_j \leq b_i$	$\sum_{j=1}^n a_{ij}.x_j + d_{i-} - d_{i+} = b_i$	d_{i-}
$\sum_{j=1}^n a_{ij}.x_j \geq b_i$	$\sum_{j=1}^n a_{ij}.x_j + d_{i-} - d_{i+} = b_i$	d_{i+}
$\sum_{j=1}^n a_{ij}.x_j = b_i$	$\sum_{j=1}^n a_{ij}.x_j + d_{i-} - d_{i+} = b_i$	$d_{i-} + d_{i+}$

Tablo 1'e göre: "... $\leq b_i$ " biçimindeki eşitsizliklerde negatif sapma olması önemli değildir, ancak pozitif sapma önemlidir ve bu nedenle pozitif sapma minimize edilir. Eğer; sapma değişkenleri eşitsizlikte yer almazsa, model öngörülen b_i değerini aşmaz. Sapma değişkeni ile pozitif yönde minimum bir sapmanın olabileceği, hedefin pozitif yönde esnetilebileceği kabul edilmektedir. "... $\geq b_i$ " biçimindeki eşitsizliklerde pozitif sapma önemli değildir, ancak negatif sapma önemlidir ve bu nedenle negatif sapma minimize edilir. Eğer; sapma değişkenleri eşitsizlikte yer almazsa, model öngörülen b_i değerinin altına düşmez. Sapma değişkeni ile negatif yönde minimum bir sapmanın olabileceği, hedefin negatif yönde esnetilebileceği kabul edilmektedir. "... = b_i " biçimindeki eşitliklerde ise hem negatif hem de pozitif sapma önemlidir ve bu nedenle negatif ve pozitif sapmanın her ikisi de minimize edilir. Eğer; sapma değişkenleri eşitsizlikte yer almazsa, model öngörülen b_i değeri kadarını kullanır. Sapma değişkenleri ile negatif ve pozitif yönde minimum bir sapmanın olabileceği, hedefin her iki yönde de esnetilebileceği kabul edilmektedir.

Hedef programlamada, eğer hedefler esnetilmek istenmezse, amaç fonksiyonlarına sapma değişkenleri eklenmez ve modele bu amaçlar kısıtlayıcı olarak girerler.

3.ÖRNEK BİR UYGULAMA

3.1 Problem

3 hektarlık boş bir alanı 5 yıllığına kiralayan bir firma bir, iki ve üç yaşında kavak fidanı üretmek istemektedir. Bu fidanların üretim maliyeti, sırasıyla 1, 2 ve 2.5 TL/adet; satış fiyatları 1,5; 3,3 ve 5 TL/adet ve fidanların üretimi için gerekli alan ise 1, 2 ve 3 m²/adet dir. Firma toplam giderinin 100000 TL'nı geçmemesini, toplam gelirinin en az toplam gideri kadar olmasını, beş yıl boyunca her yıl, sırasıyla en az 9000, 8000, 7000, 6000 ve 5000 adet bir yaşında fidan üretilmesini ve bir, iki ve üç yaşında toplam fidan üretiminin ise en az 40000, 10000 ve 7500 adet olmasını istemektedir. Buna göre; beşinci yıl sonundaki toplam geliri maksimum yapacak kavak fidanı üretim miktarlarını bulunuz.

3.2 Problemin Doğrusal Programlama Modeli

Tablo 2'de probleme ilişkin doğrusal programlama modeli verilmiştir. Modelde x_{ij} , j yılda i yaşında fidan üretimini göstermektedir. Kiralanan alan bir, iki ve üç yaşındaki fidan üretimi için üç ayrı alana ayrılmaktadır. Bu alandan, beş yıl bir yaşında fidan üretimi yapılabileceği için beş değişkenle (x_{11} , x_{12} , x_{13} , x_{14} , x_{15}), dört yıl iki yaşında fidan üretimi yapılabileceği için dört değişkenle (x_{22} , x_{23} , x_{24} , x_{25}) ve üç yıl üç yaşında fidan üretimi yapılabileceği için üç değişkenle (x_{33} , x_{34} , x_{35}) tanımlanmıştır.

Tablo 2'deki 1.satır, toplam üretim maliyetinin 100000 TL'nı geçmemesini, 2.satır ise toplam gelirin 100000 TL'nın altına düşmemesini sağlayan kısıtlar, 3-7.satırlar alan kısıtları, diğer satırlar (8-15.satırlar) ise fidan üretiminin alt sınırlarını tanımlayan kısıtlardır. Amaç denklemi ise toplam gelirin maksimize edilmesi olarak ifade edilmiştir.

Tablo 3'de verilen DPM'nin optimal çözüm* sonuçlarına göre amaç denklemi değeri (Z_{max}), toplam gelir 134250 TL, toplam gider 81250 TL ve toplam kâr 53000 TL (134250-81250=53000 TL) olarak gerçekleşmiştir. Çözümde S_1 boş değişkeni 18250 değerini almıştır. Bu, toplam giderin 100000 TL'nı geçmediğini, hatta 18250 TL daha az kullanıldığını (boş kapasite) ifade etmektedir. S_2 değişkeni ise 34250 değerini almıştır. Bu, toplam gelirin 100000 TL olarak gerçekleştiğini, hatta 34250 TL daha fazla gelir elde edildiğini göstermektedir. Kiralanan 3 hektar alan her yıl tam kullanılmış, yani bu kısıtlara ilişkin yapay değişkenler (A_3 , A_4 , A_5 , A_6 ve A_7), çözümde sıfır değerini almıştır.

Tablo 3'deki çözüme göre; ilk yıl kiralan alanın 11500 m²'si bir yaşında (x_{11}), 18500 m²'si ise üç yaşında (x_{33}) fidan üretimi için ayrılmıştır. İkinci yıl, ilk yılda bir yaşında fidan üretilen 11500 m² alanda, yine bir yaşında fidan üretimi yapılmıştır. Üçüncü yıl bir yaşında fidan üretimi için ayrılan alan 4500 m² azalmış ve bu alanın 500 m²'si iki yaşında (x_{24}) ve 4000 m²'si üç yaşında (x_{35}) fidan üretimi için ayrılmıştır. Dördüncü yıl, ilk yılda üç yaşında (x_{33}) fidan üretimi için ayrılan 18500 hektar alan boşalmış ve ayrıca bir yaşında fidan üretimi için ayrılan alan da 1000 m² azalmıştır. Dördüncü yılda bu alanın tümü (19500 m²) iki yaşında (x_{25}) fidan üretimi için ayrılmıştır. Son yılda, üçüncü yıldaki iki yaşında (x_{24}) fidan üretimi için ayrılan 500 m² alan boşalmış ve bu alan bir yaşında fidan (x_{15}) üretimine ayrılmış, böylece son yılda bir yaşında fidan

* Modeller "DS for Windows 2.0" yazılımı ile çözülmüştür.

üretimi için $6500 m^2$ alan ayrılmıştır. İkinci ve üçüncü yıl iki yaşında, dördüncü yıl üç yaşında fidan üretilmemiştir.

Tablo 2: Doğrusal Programlama Modeli (*DPM*)

Kısıtlar	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{33}	x_{34}	x_{35}		Sağ Taraf Değerleri
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2,5	2,5	2,5	\leq	100000
2	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	3,3	3,3	3,3	3,3	5	5	5	\geq	100000
3	1					2				3			=	30000
4		1				2	2			3	3		=	30000
5			1				2	2		3	3	3	=	30000
6				1				2	2		3	3	=	30000
7					1				2			3	=	30000
8	1												\geq	9000
9		1											\geq	8000
10			1										\geq	7000
11				1									\geq	6000
12					1								\geq	5000
13	1	1	1	1	1								\geq	40000
14						1	1	1	1				\geq	10000
15										1	1	1	\geq	7500
Z_{max}	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	3,3	3,3	3,3	3,3	5	5	5		

3.3 Problemin Hedef Programlama Modeli

Bilindiği gibi; doğrusal programlama modelleri, belirli kısıtlayıcı koşullar altında optimum (maksimum ya da minimum) çözümü verirler. Ancak; hedef programlama modelleri ile her zaman optimum çözüm elde edilemez. Bu durumu göstermek için doğrusal programlama modeli (*DPM*), hedef programlama modeli biçimine dönüştürülmüştür ve Tablo 4'de verilmiştir.

DPM'deki 15 adet kısıt, hedef programlama modelinde (*HPM_f*), 15 adet amaç fonksiyonu olarak yazılmıştır (Tablo 4). Doğrusal programlama modelinde gelir maksimize edildiği için G_2 amaç fonksiyonu birinci öncelikte (P_1), giderlerin 100.000 TL'nı geçmemesine ilişkin G_1 amaç fonksiyonu ikinci öncelikte (P_2), bir, iki ve üç yaşındaki fidan üretiminin alt sınırlarını tanımlayan $G_8, G_9, G_{10}, G_{11}, G_{12}, G_{13}, G_{14}$ ve G_{15} amaç fonksiyonları üçüncü öncelikte (P_3) ve kiralanan üç hektarlık alanı gösteren G_3, G_4, G_5, G_6 ve G_7 amaç fonksiyonları dördüncü öncelikte (P_4) yer almıştır.

Tablo 3: DPM'nin Optimal Çözümünün Özeti

Değişkenler*	Çözüm Değeri	Değişkenler*	Çözüm Değeri
x_{11}	11500	A_3	0
x_{12}	11500	A_4	0
x_{13}	7000	A_5	0
x_{14}	6000	A_6	0
x_{15}	6500	A_7	0
x_{22}	0	S_8	2500
x_{23}	0	S_9	3500
x_{24}	250	S_{10}	0
x_{25}	9750	S_{11}	0
x_{33}	6167	S_{12}	1500
x_{34}	0	S_{13}	2500
x_{35}	1333	S_{14}	0
S_1	18750	S_{15}	0
S_2	34250	Z_{max}	134250

* S_i ve A_i değişkenleri, i . kısıtlayıcıya ilişkin boş, artık ve yapay değişkenlerdir.

Tablo 4'deki erişim fonksiyonuna göre P_1 önceliğinde negatif sapma değişkeni (d_2), P_2 önceliğinde pozitif sapma değişkeni (d_1), P_3 önceliğinde negatif sapma değişkenlerinin toplamı ($d_8+d_9+d_{10}+d_{11}+d_{12}+d_{13}+d_{14}+d_{15}$) ve P_4 önceliğinde negatif ve pozitif sapma değişkenlerinin toplamı ($d_3+d_3'+d_4+d_4'+d_5+d_5'+d_6+d_6'+d_7+d_7'$) minimize edilmiştir.

Tablo 5'de verilen HPM_1 'in çözüm özetine göre tüm öncelikler sağlanmıştır. Çözümde, G_1 amaç fonksiyonunun d_1 sapma değişkeni 16500 değerini almıştır. Bu, toplam giderin 100000 TL'nı geçmediğini, hatta 16500 TL daha az kullanıldığını ya da negatif sapma olduğunu ifade etmektedir. G_2 amaç fonksiyonunun d_2 sapma değişkeni ise 32158 değerini almıştır. Bu, toplam gelirin 100000 TL olarak gerçekleştiğini, hatta 32158 TL daha fazla gelir elde edildiğini göstermektedir. Buna göre toplam kâr 48658 TL olarak gerçekleşmiştir. Toplam gider, gelir ve kâr değerleri DPM ile karşılaştırıldığında, HPM_1 'in çözümü ile maksimum gelirin ve kârın elde edilemediği görülür.

Tablo 4: Hedef Programlama Modeli (HPM_i)

Amaç Fonksiyonu	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	Sapma Değişkeni *		Sağ Taraf Değerleri	Öncelikler	
													d_i	d_i^-			
G_1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2,5	2,5	2,5	1	-1	=	100000	P_2
G_2	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	3,3	3,3	3,3	3,3	5	5	5	1	-1	=	100000	P_1
G_3	1					2				3			1	-1	=	30000	P_4
G_4		1				2	2			3	3		1	-1	=	30000	
G_5			1				2	2		3	3	3	1	-1	=	30000	
G_6				1				2	2		3	3	1	-1	=	30000	
G_7					1				2			3	1	-1	=	30000	
G_8	1												1	-1	=	9000	P_3
G_9		1											1	-1	=	8000	
G_{10}			1										1	-1	=	7000	
G_{11}				1									1	-1	=	6000	
G_{12}					1								1	-1	=	5000	
G_{13}	1	1	1	1	1								1	-1	=	40000	
G_{14}						1	1	1	1				1	-1	=	10000	
G_{15}										1	1	1	1	-1	=	7500	

Erişim Fonksiyonu :

$$\bar{a} = \{d_2, d_1, (d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15}), (d_3 + d_3 + d_4 + d_4 + d_5 + d_5 + d_6 + d_6 + d_7 + d_7)\}$$

* d_i negatif sapma değişkeni, d_i^- pozitif sapma değişkenidir

Bu durumu daha belirgin bir biçimde açıklayabilmek için erişim fonksiyonu, HPM_i 'deki önceliklerin sırası değiştirilerek yeniden minimize edilmiştir. Böylece: yeni seçenek çözümler ortaya çıkmış ve farklı çözüm veren seçenekler Tablo 6'da toplam gider, gelir, kâr ve değişkenlerin değerleri açısından DPM ile karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi, HPM_i 'in üç seçenek çözümünde de maksimum gelir ve kâr elde edilememiş, maksimum geliri ve kârı DPM 'i vermiştir.

Tablo 5: HPM_1 'in Çözüm Özeti

Değişkenler	Çözüm Değeri	Amaç Fonksiyonu	Sağ Taraf Değeri	Sapma Değişkenleri	
				d_{i+}	d_{i-}
x_{11}	10500	1	100000	0	16500
x_{12}	10500	2	100000	32158	0
x_{13}	7000	3	30000	0	0
x_{14}	6000	4	30000	0	0
x_{15}	6000	5	30000	0	0
x_{22}	9750	6	30000	0	0
x_{23}	0	7	30000	0	0
x_{24}	0	8	9000	1500	0
x_{25}	500	9	8000	2500	0
x_{33}	0	10	7000	0	0
x_{34}	0	11	6000	0	0
x_{35}	7667	12	5000	1000	0
Öncelikler		13	40000	0	0
P_1	0	14	10000	250	0
P_2	0	15	7500	167	0
P_3	0				
P_4	0				

HPM_1 'de P_4 önceliğindeki amaç fonksiyonlarında yer alan negatif ve pozitif sapma değişkenleri, kiralanan 3 hektar alanın tam olarak kullanılması, yani negatif ve pozitif yöndeki sapmalarının minimum olmasını sağlamak için kullanılmıştır. Çözüme göre; bu fonksiyonların hedef değerlerinde herhangi bir sapma olmamıştır. Ancak; bu sapma değişkenlerin HPM_1 'de yer alması, her yıl fidan üretimi için kullanılacak alandan sapmaların olabileceği, yani 3 hektarlık kiralanan alanın esnetilebileceği anlamındadır. Bunu açıklayabilmek için HPM_1 'deki G_1 amaç fonksiyonunun sağ taraf (hedef) değeri, yani toplam gider hedefi 85000'e düşürülmüş, G_2 amaç fonksiyonunun sağ taraf değeri, yani toplam gelir hedefi 150000'e çıkarılmıştır (Tablo 7). Model çözülmüş ve Tablo 8'de çözüm özeti verilmiştir.

Tablo 6: DPM ve HPM_1 'in Seçenek Çözümlerinin Karşılaştırılması

	DPM	HPM_1		
		1	2	3
Toplam Gelir	134250	132158	132563	132158
Toplam Gider	81250	83500	83750	83500
Toplam Kâr	53000	48658	48813	48658
Değişkenler	Çözüm Değerleri			
x_{11}	11500	10500	10250	9000
x_{12}	11500	10500	8000	9000
x_{13}	7000	7000	7000	7000
x_{14}	6000	6000	6000	7500
x_{15}	6500	6000	8750	7500
x_{22}	0	9750	9875	10250
x_{23}	0	0	0	0
x_{24}	250	0	250	0
x_{25}	9750	500	500	0
x_{33}	6167	0	0	167
x_{34}	0	0	750	0
x_{35}	1333	7667	6750	7500

Tablo 8'e göre: toplam gider ve gelir hedeflerinin değiştirilmesi, çözümün de değişmesine ve P_4 önceliğindeki alana ilişkin amaç fonksiyonlarının hedef değerlerinden sapmaların oluşmasına neden olmuştur. İki, üç ve dördüncü yılda, sırasıyla 3, 6 ve 3 hektar olmak üzere, pozitif yönde toplam 12 hektar ($P_4=120000 m^2$) sapma gerçekleşmiştir. Ayrıca: P_2 önceliğinde yer alan G_1 amaç fonksiyonunun hedef değerinden de pozitif yönde sapma gerçekleşmiş, yani toplam gider hedefi $d_{1-}=5000$ TL aşılmıştır.

Tablo 7: Hedef Programlama Modeli (HPM_2)

Amaç Fonksiyonu	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	Sapma Değişkeni		=	Sağ Taraf Değerleri	Öncelikler
													d_i^-	d_i^+			
G_1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2,5	2,5	2,5	1	-1	=	85000	P_2
G_2	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	3,3	3,3	3,3	3,3	5	5	5	1	-1	=	150000	P_1
G_3	1					2				3			1	-1	=	30000	P_4
G_4		1				2	2			3	3		1	-1	=	30000	
G_5			1				2	2		3	3	3	1	-1	=	30000	
G_6				1				2	2		3	3	1	-1	=	30000	
G_7					1				2			3	1	-1	=	30000	
G_8	1												1	-1	=	9000	P_3
G_9		1											1	-1	=	8000	
G_{10}			1										1	-1	=	7000	
G_{11}				1									1	-1	=	6000	
G_{12}					1								1	-1	=	5000	
G_{13}	1	1	1	1	1								1	-1	=	40000	
G_{14}						1	1	1	1				1	-1	=	10000	
G_{15}										1	1	1	1	-1	=	7500	

Erişim Fonksiyonu :

$$\bar{a} = \{d_2^-, d_1^-, (d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15}), (d_3 + d_3^- + d_4 + d_4^+ + d_5 + d_5^- + d_6 + d_6^+ + d_7 + d_7^-)\}$$

Tablo 8: HPM_2 'nin Çözüm Özeti

Değişkenler	Çözüm Değeri	Amaç Fonksiyonu	Sağ Taraf Değeri	Sapma Değişkenleri	
				d_{i+}	d_{i-}
x_{11}	0	1	85000	5000	0
x_{12}	0	2	150000	0	0
x_{13}	0	3	30000	0	0
x_{14}	0	4	30000	30000	0
x_{15}	0	5	30000	60000	0
x_{22}	0	6	30000	30000	0
x_{23}	0	7	30000	0	0
x_{24}	0	8	9000	0	9000
x_{25}	0	9	8000	0	8000
x_{33}	10000	10	7000	0	7000
x_{34}	10000	11	6000	0	6000
x_{35}	10000	12	5000	0	5000
Öncelikler		13	40000	0	40000
P_1	0	14	10000	0	10000
P_2	5000	15	7500	22500	0
P_3	85000				
P_4	120000				

Bunu önlemek için HPM_2 'deki P_4 önceliği ve bu öncelikteki G_3 , G_4 , G_5 , G_6 ve G_7 amaç fonksiyonlarının sapma değişkenleri kaldırılmış ve bu amaç fonksiyonlarının modele kısıt olarak girmesi sağlanmıştır. Böylece; alan hedefinin b_i kadar gerçekleşmesi öngörülmüş, her iki yönde de esnekliği kaldırılmıştır (Tablo 9). Model çözülmüş ve Tablo 10'da çözüm özeti verilmiştir.

Tablo 9: Hedef Programlama Modeli (HPM_3)

Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlar	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	Sapma Değişkeni		Sag Taraf Değerleri	Öncelikler	
													d_i	d_i^-			
G_1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2,5	2,5	2,5	1	-1	=	85000	P_2
G_2	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	3,3	3,3	3,3	3,3	5	5	5	1	-1	=	150000	P_1
G_3	1					2				3					=	30000	
G_4		1				2	2			3	3				=	30000	
G_5			1				2	2		3	3	3			=	30000	
G_6				1				2	2		3	3			=	30000	
G_7					1				2			3			=	30000	
G_8	1												1	-1	=	9000	
G_9		1											1	-1	=	8000	
G_{10}			1										1	-1	=	7000	
G_{11}				1									1	-1	=	6000	P_3
G_{12}					1								1	-1	=	5000	
G_{13}	1	1	1	1	1								1	-1	=	40000	
G_{14}						1	1	1	1				1	-1	=	10000	
G_{15}										1	1	1	1	-1	=	7500	

Erişim Fonksiyonu $\bar{a} = \{d_{2-}, d_{1-}, (d_{8-}+d_{9-}+d_{10-}+d_{11-}+d_{12-}+d_{13-}+d_{14-}+d_{15-})\}$

Tablo 10'a göre; HPM_1 ve HPM_2 'de yer alan P_1 önceliğinin HPM_3 'de kaldırılması, çözümü değiştirmiş ve böylece alan hedeflerindeki sapma önlenmiş, ancak P_3 önceliğindeki bir, iki ve üç yaşındaki fidan üretimine ilişkin amaç fonksiyonlarının hedef değerlerinden sapmalar olmuştur. İkinci ve dördüncü yılda bir yaşında fidan üretim hedefinden $d_{9-}=3556$ ve $d_{11-}=6000$ adet ve yine bir ve üç yaşında toplam fidan üretim hedefinden de $d_{13-}=1111$ ve $d_{15-}=7500$ adet negatif yönde sapma gerçekleşmiştir. Ayrıca; P_2 önceliğinde yer alan G_1 amaç fonksiyonunun hedef değerinden de pozitif yönde sapma gerçekleşmiş, toplam gider hedefi $d_{1-}=9445$ TL aşılmıştır.

Tablo 10: HPM_3 'ün Çözüm Özeti

Değişkenler	Çözüm Değeri	Amaç Fonksiyonları ve Kısıtlar	Sağ Taraf Değeri	Sapma Değişkenleri	
				d_{i+}	d_{i-}
x_{11}	22445	1	85000	9445	0
x_{12}	4444	2	150000	0	0
x_{13}	7000	3	30000	0	0
x_{14}	0	4	30000	0	0
x_{15}	5000	5	30000	0	0
x_{22}	3778	6	30000	0	0
x_{23}	9000	7	30000	0	0
x_{24}	2500	8	9000	13445	0
x_{25}	12500	9	8000	0	3556
x_{33}	0	10	7000	0	0
x_{34}	0	11	6000	0	6000
x_{35}	0	12	5000	0	0
Öncelikler		13	40000	0	1111
P_1	0	14	10000	17778	0
P_2	9445	15	7500	0	7500
P_3	18167				

Bunu önlemek için HPM_3 'deki P_3 önceliği ve bu öncelikteki $G_8, G_9, G_{10}, G_{11}, G_{12}, G_{13}, G_{14}$ ve G_{15} amaç fonksiyonlarının sapma değişkenleri kaldırılmış ve bu amaç fonksiyonlarının modele kısıt olarak girmesi sağlanmıştır. Böylece; bir, iki ve üç yaşındaki fidan üretiminin en az b_i kadar gerçekleşmesi öngörülmüş, negatif yöndeki esnekliği kaldırılmıştır (Tablo 11). Model çözülmüş ve Tablo 12'de çözüm özeti verilmiştir.

Tablo 12'e göre; HPM_3 'de yer alan P_3 önceliğinin HPM_1 'de kaldırılması, çözümü değiştirmiş ve böylece P_3 önceliğindeki bir, iki ve üç yaşındaki fidan üretim hedef değerlerinden negatif yönde sapma önlenmiştir. Ayrıca; alana ilişkin hedefler de gerçekleşmiştir.

Tablo 11: Hedef Programlama Modeli (HPM_4)

Amaç Fonksiyonlu ve Kısıtlar	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	Sapma Değişkeni		Sag Taraf Değerleri	Öncelikler	
													d_i	d_i			
G_1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2,5	2,5	2,5	1	-1	=	85000	P_2
G_2	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	3,3	3,3	3,3	3,3	5	5	5	1	-1	=	150000	P_1
G_3	1					2				3					=	30000	
G_4		1				2	2			3	3				=	30000	
G_5			1				2	2		3	3	3			=	30000	
G_6				1				2	2		3	3			=	30000	
G_7					1				2			3			=	30000	
G_8	1														\geq	9000	
G_9		1													\geq	8000	
G_{10}			1												\geq	7000	
G_{11}				1											\geq	6000	
G_{12}					1										\geq	5000	
G_{13}	1	1	1	1	1										\geq	40000	
G_{14}						1	1	1	1						\geq	10000	
G_{15}										1	1	1			\geq	7500	

Erişim Fonksiyonu : $\bar{a} = \{d_2, d_1, \}$

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Hedef programlamada, eğer hedefler esnetilmek istenmezse, amaç fonksiyonlarına sapma değişkenleri eklenmemeli ve modele bu amaçlar kısıtlayıcı olarak girmelidir. HPM_1 'de P_4 önceliğindeki alana ilişkin amaç fonksiyonları ile P_3 önceliğindeki fidan üretim hedeflerine ilişkin amaç fonksiyonlarının, HPM_3 ve HPM_4 'de kısıtlayıcı olarak yer alması, bu hedeflerden olan sapmaları önlemiş ve hedeflerin esnetilmemesini sağlamıştır.

Tablo 12: HPM_1 'ün Çözüm Özeti

Değişkenler	Çözüm Değeri	Amaç Fonksiyonları ve Kısıtlar	Sağ Taraf Değeri	Sapma Değişkenleri	
				d_{i+}	d_{i-}
x_{11}	11500	1	85000	0	0
x_{12}	11500	2	150000	0	15750
x_{13}	7000	3	30000	0	0
x_{14}	6000	4	30000	0	0
x_{15}	6500	5	30000	0	0
x_{22}	9250	6	30000	0	0
x_{23}	0	7	30000	0	0
x_{24}	250	8	9000	2500	0
x_{25}	500	9	8000	3500	0
x_{33}	0	10	7000	0	0
x_{34}	0	11	6000	0	0
x_{35}	7500	12	5000	1500	0
Öncelikler		13	40000	2500	0
P_1	15750	14	10000	0	0
P_2	0	15	7500	0	0

Doğrusal programlamadaki boş, artık ve yapay değişkenler, eşitsizlikleri eşitlik durumuna getirmek, birim matris oluşturmak ve modeli çözebilmek için kullanılır. Ayrıca; bu değişkenlerin çözümde aldığı değerler, kısıtların sağ taraf değerlerinin kullanılmayan (boş) ya da fazla kullanılan kapasitelerini gösterir. Hedef programlamadaki sapma değişkenleri ise hedefleri esnetmek için kullanılır ve değişkenlerin çözümde aldığı değerler, hedeflerden olan sapma değişkenlerini gösterir. Bu yönü ile doğrusal programlamadaki boş ve artık değişkenler, hedef programlamadaki sapma değişkenlerine benzetilebilir.

Doğrusal programlama modellerinde her zaman uygun bir çözüm elde edilemez, hedef programlama modellerinde ise mutlaka uygun (etkin) bir çözüm elde edilir. Ancak; doğrusal programlama modellerinde elde edilen çözüm, amaç fonksiyonu açısından maksimum ya da minimum çözümdür. Hedef programlama modellerinde ise her zaman maksimum ya da minimum çözüm elde edilemez, ancak etkin bir çözüm elde edilir. Bu durum, probleme ilişkin olarak da Tablo 6'da verilen DPM ve HPM_1 'in çözüm sonuçlarında görülebilir. Bu nedenle, doğrusal programlama modelleri saptanmış bir amacın (gelir, kâr, üretim miktarı, gider vb.) optimize (maksimize ya da minimize) edilmesinin, hedef programlama modelleri ise amaçlar için saptanmış hedeflerin gerçekleştirilmesi ya da bu hedeflerden olan sapmaların minimize edilmesinin istenmesi durumunda kullanılmalıdır ve hedef programlama ile elde edilen çözümün optimum çözüm olmayabileceği dikkate alınmalıdır.

KAYNAKLAR

- BULUTAY, T., 1965: Doğrusal Programlama, AÜ Siyasal Bilgiler Fakültesi Yayını No: 186/168, Ankara.
- BUNDAY, D.D., 1984: Basic Linear Programming, Edward Arnold Publishers Ltd, 163 p. London.
- DYKSTRA, D.P., 1984: Mathematical Programming for Natural Resource Management, McGraw-Hill Book Company, 318 p.
- ESİN, A., 1988: Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri, GÜ Fen Edebiyat Fakültesi Yayını No : 126/16, Ankara.
- HALAÇ, O., 1982: İşletmelerde Karar Verme Teknikleri, İ. Ü. İşletme Fakültesi Yayın No: 2936/130, İstanbul.
- İSPIRLİ, E., 1995: Goal Programlama ile Orman Kaynaklarının Amenajmanı Üzerine Araştırmalar, İÜ. Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, İstanbul.
- KARAYALÇIN, İ. İ., 1979: Harekat Araştırması (Yöneylem Araştırması), İTÜ Yayın No: 1132, İstanbul.
- KOBU, B., 1971: İşletme Matematiği II, İÜ İşletme Fakültesi Yayını No : 1699/11, İstanbul, 558 s.
- KÖSE, S., 1982: Yöneylem Araştırması ve Doğrusal Programlama, KÜ. Orman Fakültesi Dergisi, Cilt 5, Sayı 2, 295-310.
- KÖSE, S., 1984: Değiştirilmiş Simpleks Yöntemi ile Doğrusal Amaç Programlama Modellerinin Çözümü, KÜ. Orman Fakültesi Dergisi, Cilt 7, Sayı 2, 171-188.
- KÖSE, S., 1986: Orman İşletmelerinin Planlanmasında Yöneylem Araştırması Yöntemlerinden Yararlanma Olanakları, KTÜ.Orman Fakültesi, Doktora Tezi, Trabzon.
- LEVIN, R.I.; KIRKPARRICK, C.A., 1978: Quantitative Approaches to Management, Forth Edition, McGraw-Hill Book Company, 625 p.
- MARKLAND, R.E.; SWEIGART, J.R., 1987: Quantitative Methods: Applications to Managerial Decision Making, John Wiley & Sons Inc., 827 p. Toronto.
- MISIR, M., 2001: Çok Amaçlı Orman Amenajman Planlarının Coğrafi Bilgi Sistemlerine Dayalı Olarak Amaç Programlama Yöntemiyle Düzenlenmesi, Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- ÖZTÜRK, A., 1997: Yöneylem Araştırması, Ekin Kitapevi Yayınları, Genişletilmiş V.Basım, Bursa.
- SARIASLAN, H., 1990: Kaynak Dağılımında Doğrusal Programlama, Turhan Kitabevi, Ankara.
- SWANSON, L.W., 1980: Linear Programming Basic Theory and Applications, McGraw-Hill Book Company, 218 p.
- TAHA, H. A., (Çeviren Ş.Alp Baray ve Şakir Esnaf), 2000: Yöneylem Araştırması, Literatür Yayıncılık, 910 p. İstanbul.
- TÜTEK, H.H. ve GÜMÜŞOĞLU, Ş., 1994: Sayısal Yöntemler Yönetmelik Yaklaşım, Beta Basım ve Dağıtım A.Ş. Genişletilmiş ve Yenilenmiş 2.Baskı, 372 s. İstanbul.