



Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Oran-Orantı Konusuyla İlgili Alan Bilgilerinin İncelenmesi*

An Examination of Middle School Mathematics Teachers' Content Knowledge on Ratio and Proportion

Öğretmen Ayşe Betül DOĞRUEL¹, Prof. Dr. Fatih KARAKUŞ²

Öz

Bu çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuyla ilgili genel ve özel alan bilgilerini mesleki kıdemlerine göre incelemektir. Bu doğrultuda çalışma bir fenomenografik araştırmadır. Çalışmanın katılımcılarını 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Afyonkarahisar il merkezinde görev yapan 90 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Çalışmada veriler öğretmenlerin genel alan ve özel alan bilgilerini belirlemek amacıyla araştırmacılar tarafından oluşturulan bir form ile yarı-yapılandırılmış mülakatlar yardımıyla toplanmıştır. Form dört açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Soruları oluştururken öğretim programında oran ve orantı konusu ile ilişkili kazanımlar, öğretmenlerin bu konu ile ilgili bilmesi gereken alan bilgileri, alan yazında yer alan kavram yanlışları, öğrenme zorlukları ve bu konuda yapılan hatalar dikkate alınmıştır. Sorular, pilot çalışma yapılarak ve uzman görüşü alınarak son şeklini almıştır. Form uygulanan öğretmenlerden gönüllü olan 13'ü ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Formda yer alan genel alan bilgilerine yönelik soruların cevapları doğru, yanlış ve boş olarak sınıflandırılmış ve frekans ve yüzde şeklinde verilmiştir. Özel alan bilgilerine yönelik soruların cevapları ortak temalar altında toplanarak analiz edilmiştir. Bulguları desteklemek amacıyla görüşmelerden elde edilen veriler doğrudan alıntılar şeklinde verilmiştir. Elde edilen bulgular öğretmenlerin oran ve orantı konusuna ilişkin genel alan bilgisine (GAB) sahip olmalarına karşın özel alan bilgilerinde (ÖAB) eksikliklerin olduğunu göstermektedir. Özellikle öğretmenlerin oran kavramını tanımlamakta zorlandıkları ve oranla ilgili yaptıkları işlemlerin nedenlerini açıklamakta eksiklerinin olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Oran ve orantı, pedagojik alan bilgisi, ortaokul matematik öğretmenleri.

Makale Türü: Araştırma

Abstract

The aim of this study is to examine middle school mathematics teachers' common and specialized content knowledge about ratio and proportion according to their professional seniority. This study is a Phenomenographic study. The participants of the study are 90 secondary school mathematics teachers working in Afyonkarahisar city center in the 2017-2018 academic year. In the study, the data were collected with the help of semi-structured interviews and a questionnaire created by the researchers in order to determine the common and specialized content knowledge of teachers. The form consists of four open-ended questions. While creating the questions, the acquisitions related to the subject of ratio and proportion in the curriculum, the content knowledge that teachers should know about this subject, the misconceptions in the literature, learning difficulties and the mistakes made on this subject were taken into consideration. Semi-structured interviews were conducted with 13 of the teachers who were voluntary. The answers to the questions regarding specialized content knowledge were gathered under

*Bu çalışma, birinci yazarın Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı Eğitim Programları ve Öğretim Bilim Dalında ikinci yazarın danışmanlığında tamamladığı yüksek lisans tezinden üretilmiştir. / Söz konusu tez çalışması, Afyon Kocatepe Üniversitesi BAPK tarafından desteklenmiştir, proje no: BAPK- 17.SOS.BİL.25

¹Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara, aysebetuldogruel@gmail.com

²Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, fkarakus@cumhuriyet.edu.tr

Atf için (to cite): Doğruel, A. B. ve Karakuş, F. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusuyla ilgili alan bilgilerinin incelenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 24(3), 885-904.

common themes and analyzed. In order to support the findings, the data obtained from the interviews were given in the form of direct quotations. The findings show that although teachers have common content knowledge (CCK) about ratio and proportion, there are deficiencies in specialized content knowledge (SCK). It was determined that especially teachers had difficulty in defining the concept of ratio and they had deficiencies in explaining the reasons for their operations regarding ratio.

Keywords: Ratio and proportion, pedagogical content knowledge, middle school mathematics teachers.

Paper Type: Research

Giriş

Çağın gerekleri doğrultusunda okullarda eğitimin kalitesinin artırılmasında ve eğitim standartlarının yükseltilmesinde en önemli öğenin öğretmen olduğu ifade edilmektedir (Buldu, 2014). Öğretimde öğrencilerin anlamlı öğrenmeler oluşturmalarının temel yollarından biri öğretmenlerinin öğretim faaliyetlerini belirleyen, iyi yapılandırılmış, gelişime açık ve kapsamlı alan ve pedagojik alan bilgisine sahip olmalarıdır. Bu bağlamda öğretmenlerin öğretime ilişkin bilgi ve yeterliliklerinin çoklu yöntemlerle sürekli şekilde sorgulanması ve geliştirilmesi zorunlu hale gelmektedir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Ayrıca öğretmenlerin bilgilerinin ve güçlü yönlerinin bilinmesi, uygulamadaki eksikliklerinin belirlenmesi ve bu eksiklikleri giderecek çözüm yollarının ortaya konulması onların mesleki gelişimlerine katkı sağlayacaktır.

Okullarda gerçekleştirilen matematik öğretimi faaliyetlerinde yapılacak anlamlı değişiklikler, ancak öğretmenlerin matematiğe karşı tutumları ile onun öğretimi hakkındaki düşüncelerinde değişiklikler oluştuğunda başarılı olacaktır (Baki & Bell, 1997). Öğretmen eğitimi üzerine yapılan birçok çalışmada öğretim faaliyetlerinde yapılan köklü değişikliklerin başarısızlığa uğramasının nedenleri arasında öğretmenlerin rolünün göz ardı edildiği vurgulanmaktadır (Baki & Bell, 1997). Öğretmenin rolünün göz önüne alınması, onların öğretime ilişkin bilgilerinin detaylı olarak incelenmesini zorunlu kılmaktadır. Özellikle oran ve orantı gibi öğrencilerin öğrenmede ve öğretmenlerin ise öğretiminde güçlüklerle karşılaştıkları bir konuda öğretmenlerin sahip oldukları bilgilerin belirlenmesi, bu güçlüklerin nedenleri ve giderilmeleri hakkında ipuçları sunacaktır. Bu bağlamda bu çalışmada farklı mesleki kıdeme sahip ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna yönelik bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Teorik Çerçeve

Öğretmen bilgisi, etkili öğretim faaliyetlerindeki temel faktörlerden biridir. Öğretmen bilgisi üzerine yapılan ilk çalışmalardan biri Shulman'a (1986,1987) aittir. Shulman (1986) öğretmenin bilgisini; alan bilgisi, pedagojik bilgi, müfredat bilgisi, pedagojik alan bilgisi, öğrenci nitelikleri bilgisi, eğitimsel bağlamlar bilgisi ve eğitimsel amaçlar, değerler ve bunların tarihi ve felsefi kökenleriyle ilgili bilgi olmak üzere yedi kategoriye ayırarak sınıflandırmıştır.

Shulman'ın öğretmenin bilgisine yönelik sınıflandırması temel alınarak öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türleri ve bu bilgilerin birbirleri ile olan ilişkilerini belirlemeye yönelik farklı modeller birçok araştırmacı tarafından ortaya konulmuştur (örneğin Ball, Thames ve Phelps, 2008; Grossman, 1990; Fennema ve Franke, 1992). Bu modellerden biri de Ball ve vd. (2008)'nin de ortaya koydukları "Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB)" modelidir. ÖMB, öğretmenin öğrencilerinin öğrenmelerini arttıracak şekilde yapacağı tüm faaliyetlere ilişkin sahip olması gereken matematiksel bilgi ve becerilerin bütünü şeklinde düşünülebilir (Ball vd., 2008). Ball ve vd. (2008) öğretmen bilgisini, konu alan bilgisi (subject matter knowledge) ve pedagojik alan bilgisi (pedagogical content knowledge) olarak ikiye ayırmaktadırlar. ÖMB modelinde konu alan bilgisi, öğretmenin, etkili bir öğretim yapabilmesi için öğreteceği konuya özgü gerekli olan konu bilgisi ve pedagojik alan bilgisi ise öğretmenin matematik öğretimi sırasında konuların anlaşılması için kullandığı gösterimler, çizimler, örnekler ve açıklamaların bilgisi olarak düşünülebilir. Konu alan bilgisi de kendi içinde genel alan bilgisi (common content knowledge), ufuk alan bilgisi (horizon content knowledge) ve özel alan bilgisi

(specialized content knowledge) olarak sınıflandırılmaktadır. Benzer şekilde pedagojik alan bilgisi ise öğrenci ve alan bilgisi (knowledge of content and students), öğretim ve alan bilgisi (knowledge of content and teaching) ile müfredat ve alan bilgisi (knowledge of content and curriculum) olmak üzere üçe ayrılmaktadır.

Genel alan bilgisi (GAB) öğretimin dışındaki zamanlarda da kullanılabilir matematiksel bilgileri ifade etmektedir. GAB'ne sahip bir bireyden beklenen basit bir matematiksel işlemi yapabilme becerisine sahip olması ya da verilen rutin bir matematik problemini doğru çözebilmesidir. Öğretim dışı zamanlarda da kullanılabilirliğinden yalnızca öğretmenlerin değil herkesin sahip olması gereken bilgidir. Örneğin 205-157 işleminin sonucunun 48 olduğunu ifade etmek GAB kapsamındadır. GAB, öğretmeye özgü bir bilgi değildir (Ball ve vd., 2008). Yani, GAB sahibi olmak için bir kişinin öğretmen olması şart değildir. Özel alan bilgisi (ÖAB) ise öğretime özgü bir bilgidir. Özel alan bilgisi, öğretmenin etkili öğretim için sahip olmasını gerektiren matematik bilgisini temsil eder. ÖAB, öğretmenin öğretim sürecinde kullandığı matematiksel ifade, işlem ya da kavramların “Neden?” ve “Niçin?”leri hakkında gerekçeler sunduğu bilgi olarak düşünülebilir (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016). Örneğin, iki kesri birbirine bölerken ters çevirme ve çarpma algoritmasının neden işe yaradığı bilgisine sahip bir öğretmen bu konuda özel alan bilgisine sahiptir denilebilir. Benzer şekilde bir matematik öğretmenin, öğrencilerinin nedenlerini sorduğu sorulara gerekli ve yeterli açıklamalar yapması da ÖAB kapsamında düşünülebilir. Bu durumlara ek olarak, konuya uygun örnek ve gösterimler bulma/oluşturma, sınıf içi etkinlikleri öğrencinin gereksinimleri doğrultusunda düzenleme, ele alınan konularla ilgili sıra dışı sorular oluşturma ve derinlemesine açıklamalar yapabilme ile matematik dilini doğru bir şekilde kullanabilme ÖAB'nin kapsamındadır (Ball ve vd., 2008).

Öğretmen bilgisini ele alan çalışmalarda öğretmen ve öğretmen adaylarının değişken kavramına (Gökkurt, Şahin ve Soylu, 2016), üç boyutlu cisimlere (Çakmak, Konyalıoğlu ve Işık, 2014), kesirler ve kesirlerde işlemlere (Aksu ve Konyalıoğlu, 2014; Toluk-Uçar, 2011), sifıra bölmeye (Karakuş, 2017; 2018), dörtgenlere (Aslan Tutak, 2009), bölme işlemine (Baki, 2013) ve geometrik cisimler konusuna (Gökkurt, 2014; Gökkurt ve Soylu, 2016) yönelik alan ve pedagojik alan bilgilerini inceleyen çalışmalara rastlanmaktadır. Buna karşın öğretmenlerin oran ve orantı konusundaki bilgilerini inceleyen çalışmalara çok fazla rastlanmamaktadır. Oysa oran ve orantısal düşünme yeteneği, matematiğin temel taşlarından biri olup ölçme, cebir, olasılık, trigonometri vb. birçok matematik konusunun ana bileşenini oluşturmaktadır (Lamon, 1995). Oran kavramı ve orantısal akıl yürütmenin temelinde toplamsal ve çarpımsal akıl yürütmeler yer almaktadır. Öğrencilerin toplamsal ve çarpımsal akıl yürütmelerde yaşamış oldukları sorunlar onların oran ve orantı konusunda kavram yanılgıları oluşturmalarına neden olmaktadır (Karagöz-Akar, 2009). Bunun yanında ilkokuldan liseye kadar farklı düzeylerde bulunan öğretmenlerin de öğretimde zorlandıkları kavramların başında oran ve orantı konusu gelmektedirler (Cramer, Post, & Currier, 1993; Ekawati, Lin ve Yang, 2014; Simon ve Blume, 1994; Sowder, Philip, Armstrong ve Schappelle, 1998). Oran ve orantı konusunda öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalarda öğretmen adaylarının oran ve orantı problemlerini çözebildiklerini ancak ve oran ve orantı kavramlarını tanımlamakta yetersiz kaldıkları ifade edilmektedir (Çıkla & Duatepe, 2002). Bunun yanında öğretmen adaylarının da toplamsal ve çarpımsal akıl yürütmelerde eksikliklerinin olması nedeniyle oran ve orantı konusunda yanılgılarının olduğu belirtilmektedir (Johnson, 2013). Nitekim Son (2013), öğretmen adaylarının öğrencilerin benzer dördörtgenlerdeki oran ve orantı konusundaki yanılgılarını yorumladıkları çalışmasında, öğrenci hatalarının kavramsal boyutla ilgili olmasına rağmen adayların bunu fark edemediklerini belirtmiştir. Oran ve orantı konusunda öğretmenlerle yapılan çalışmalarda ise öğretmenlerin oran ve orantının grafiksel gösterim yapılarında zorlandıkları ifade edilmektedir (Ekawati, Lin ve Yang, 2015). Ayrıca Ekawati ve vd. (2014) Endonezya'daki matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusundaki bilgilerini incelediği çalışmasında öğretmenlerin çoğunluğunun oran ve orantı bildiren durumların şekilsel temsil ile gösterimlerinde zorluk yaşadıklarını ifade etmektedirler. Buna karşın aynı çalışmada

öğretmenlerin oran ve orantı kavramlarıyla ilgili orantısal akıl yürütme ürünlerini temsil eden sayı yapılarında ise oldukça başarılı oldukları ifade edilmektedir. Ayrıca öğretmenlerin kesirlerde genişletme ve sadeleştirme durumlarında tekrarlı toplama problemlerine göre daha çok zorlandıklarını tespit edilmiştir. Bunun yanında Doğruel (2009) çalışmasında öğretmenlerin oran ve orantı konusuna yönelik kavramsal anlamalardan daha çok işlemsel anlamalara sahip olduğunu ifade etmektedir.

Öğretmenlerin mesleğe ilişkin bilgilerinin oluşumunda hizmet öncesi ve hizmet içerisinde almış oldukları eğitimler önemli bir yere sahip olsa da bu bilgilerin oluşumunda süreç içerisinde yaşamış oldukları deneyimler de oldukça önemlidir. Bu deneyimler sonucunda öğretmenler farklı alan ve pedagojik alan bilgileri geliştirmektedirler. Bunun yanında yaşamış oldukları deneyimler aynı zamanda bilgilerinde hataların oluşmasına da neden olabilmektedir. Bu nedenle farklı mesleki kıdeme sahip öğretmenlerin bilgilerinin incelenmesi, deneyimleri sonucu oluşturdukları bilgilerin özellikleri hakkında da ipuçları sunacaktır. Alan yazında yapılan çalışmalarda oran ve orantı konusunda ülkemizdeki öğretmenlerin bilgilerini inceleyen çalışmalara çok fazla rastlanmamaktadır. Bunun yanında oran ve orantı konusu hem öğrencilerin öğrenmekte hem de öğretmenlerin öğretmekte zorlandıkları konuların başında gelmektedir. Bu bağlamda oran ve orantı konusunda farklı mesleki kıdeme sahip öğretmenlerin bilgilerinin incelenmesi bu tür güçlüklerin nedenleri ve çözümleri hakkında ipuçları sunabilecektir.

2. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Alan yazında oran ve orantı konusunun öğretmenlerin öğretmekte ve öğrencilerin de öğrenmekte zorlandıkları konuların başında geldiği ifade edilmektedir (Behr, Harel, Post ve Lesh, 1992; Lamon, 2007; Karagöz Akar, 2009). Bu konuda öğrencilerin ve öğretmen adaylarının hata ve yanlışlarını inceleyen çalışmalara (Akkuş Çıkla ve Duatepe, 2002; Akkuş ve Duatepe Paksu, 2006; Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto ve Miller, 1998; Çetin, 2009; Doğan ve Çetin, 2009; Kaplan, İşleyen ve Öztürk, 2011; Kurdal, 2016; Lamon, 1993; Misailidou ve Williams, 2002; Singh, 2000; Son, 2013) rastlanmasına karşın, sınırlı sayıda çalışmada öğretmenlerin oran ve orantı konusuna yönelik alan ve pedagojik alan bilgileri ele alınmıştır (Ekawati vd. 2014). Ayrıca öğretmen bilgisinin oluşumunda deneyim önemli bir role sahiptir. Farklı mesleki deneyime sahip öğretmenlerin oran ve orantı konusunda sahip oldukları bilgilerin belirlenmesi süreç içerisinde bu konuda oluşturdukları bilgiler hakkında ipuçları sunacaktır. Sahada bulunan öğretmenlerle yapılan çalışmaların azlığı literatürde önemli bir eksik olarak değerlendirilebilir. Bu açıdan bu çalışmanın literatürdeki bu açığın kapatılmasına katkı sağlayacağı ve yeni çalışmalara ışık tutacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda çalışmanın amacı, farklı mesleki kıdeme sahip ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin genel alan ve özel alan bilgilerini incelemektir.

3. Yöntem

Bu çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden fenomenografik araştırma deseni kullanılmıştır. Fenomenografik araştırmalar; bireylerin fenomenlerle ilgili deneyimlerini tanımlamayı, analiz etmeyi ve anlamlandırmayı amaçlar. Bu doğrultuda temel hedefi; bireylerin algılarını ve düşünme biçimlerini benzerlik ve farklılıklarına göre kategorilerle betimlemektir (Marton, 1981). Bu amaçla çalışmada araştırmacılar tarafından geliştirilen form yardımıyla öğretmenlerin genel alan ve özel alan bilgileri belirlenmeye çalışılmıştır. Geliştirilen form ve derinlemesine, zengin veri elde etmek için yapılan görüşme ile veriler toplanmıştır.

3.1. Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları, 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Afyonkarahisar il merkezinde görev yapan ve ulaşılabilir örneklemeğe göre seçilen 90 ortaokul matematik öğretmenidir. Çalışmaya katılan öğretmenlerin demografik özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Katılımcıların demografik özellikleri

Değişken	Değer	N
Cinsiyet	Kadın	55
	Erkek	35
Mesleki Kıdem	1-5 yıl	13
	6-10 yıl	29
	11-15 yıl	28
	16 yıl ve üzeri	20
Mezun Olduğu Fakülte	Eğitim Fakültesi	77
	Fen Edebiyat Fakültesi	13

Çalışmada öğretmenlerin gerçek isimleri kullanılmamış ve katılımcılara, Ö₁'den Ö₉₀'a kadar kodlar verilmiştir. 90 öğretmene form uygulandıktan sonra bu öğretmenler arasından gönüllü 13 öğretmenle ankette vermiş oldukları cevaplar üzerinde yarı-yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır.

3.2. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmanın veri toplama araçları öğretmenlerin oran ve orantı konusuna yönelik genel alan ve özel alan bilgilerini belirlemeye yönelik uzman görüşü alınarak ve pilot uygulaması yapılarak hazırlanan dört açık uçlu sorudan oluşan bir form ve yarı-yapılandırılmış mülakatlardan oluşmaktadır. Öğretmenlerin oran ve orantı konusuna yönelik genel alan ve özel alan bilgilerini belirlemeye yönelik geliştirilen form oran ve orantı konusuna ilişkin öğretim programında belirtilen kazanımlar ve bu kazanımlar doğrultusunda ortaokul matematik öğretmenlerinden bilmeleri beklenen alan bilgileri ile alan yazında yer alan kavram yanılgıları, öğrenme zorlukları, yapılan hatalar göz önünde bulundurularak; ÖMB modeli çerçevesinde oluşturulmuştur (Tablo 2).

Tablo 2. Formda yer alan sorular ve özellikleri

Bileşen	Soru No.	Kaynağı	Amacı	İlgili Kazanım (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018)
GAB	1	Araştırmacılar tarafından hazırlandı	Oran belirten ifadelerin belirlenmesi.	M.6.1.7.1. Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve oranı farklı biçimlerde gösterir. M.6.1.7.3. Aynı veya farklı birimlerdeki iki çokluğun birbirine oranını belirler.
	2	(Ekawati vd.,2014)	Orantısız olan ve olamayan durumların ayırt edilmesi.	M.7.1.4.3. Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun orantılı olup olmadığına karar verir
ÖAB	3	(Behr, Wachsmuth, Post ve Lesh,1984)	Verilen iki ifadenin oranının denk olup olmadığının tespit edilmesi ve nedeninin açıklanması	M.7.1.4.4. Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi ifade eder
	4	(Heinz, 2000)	Toplamsal ve çarpımsal ilişkiyi sebebini de açıklayarak ayırt edebilme.	M.7.1.4.5. Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirler ve yorumlar.

GAB, öğretime has bir bilgi olmayıp basit bir matematiksel hesap yapabilme, bir matematik problemini doğru çözmeye, matematiksel terim ve gösterimleri kullanma gibi bilgi ve becerilerden oluşur. Ankette yer alan ilk iki soru öğretmenlerin oran belirten ifadeleri ve orantısal durumları belirlemelerine yönelik hazırlanmıştır. Bu sorularda öğretmenlerden verdikleri cevapların nedenlerini açıklamaları istenmemiştir. Bu bağlamda anketin birinci sorusunda öğretmenlerden “ $-3/5$, $4/1$, $0/7$, $2\pi/\sqrt{2}$, $2/3$, $15/9$ ifadelerinden hangisi/ hangileri bir oran belirtir?” sorusunu yanıtlamaları istenmiştir. Bu soruda öğretmenlerden verilen ifadelerden oran olanları belirlemeleri beklenmiştir. Benzer şekilde ikinci soruda öğretmenlere altı tane orantısal/orantısal olmayan durumları içeren problemler verilmiş ve onlardan verilen problemlerden orantısal olanları belirlemeleri istenmiştir. ÖAB öğretime özgü bir bilgidir ve bu bilgide öğretmenlerden sorulan bir soruya verdikleri cevapları nedenleriyle birlikte açıklamaları beklenir. Bu bağlamda ankette yer alan üçüncü ve dördüncü sorularda öğretmenlerin verilen iki oranın denk olup olmadığına ve toplamsal ve çarpımsal akıl yürütmeye ilişkin sorular sorulmuştur. Bu iki soruda da öğretmenlerden niçin bu şekilde cevaplar verdiklerini açıklamaları ve verdikleri cevapların doğruluğunu göstermeleri istenmiştir.

ÖMB modeli temel alınarak hazırlanan form öncelikle 90 öğretmene kendilerini rahat hissedebilecekleri ve istedikleri bir ortamda uygulanmıştır. Uygulama sürecinde öğretmenlerin başkaları ile etkileşime geçmemeleri ve düşüncelerini özgürce belirtmeleri sağlanarak, herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Form uygulamasının ardından tüm öğretmenlere formda yer alan sorular çerçevesinde yarı yapılandırılmış görüşmeye gönüllü olarak katılıp katılmayacakları sorulmuştur. Bu soruya olumlu cevap veren 13 öğretmen ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Mülakatlarda özellikle öğretmenlerin forma verdikleri cevaplar üzerinden gidilerek, bu cevapların nedenleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu görüşmeler ise öğretmenlerin de bilgisi ve izni dâhilinde sadece elleri ve kâğıt görünecek şekilde video kaydı ile kayıt altına alınmıştır.

3.3. Verilerin Analizi

Ankette yer alan ilk iki soru öğretmenlerin GAB’ni belirlemeye yöneliktir. Bu sorularda öğretmenlerden verilen durumlara ilişkin tercihlerini ifade etmeleri istenmiştir. Bu nedenle elde edilen veriler öncelikle doğru, yanlış ve boş olarak sınıflandırılmıştır. Daha sonra mesleki kıdeme göre verilen cevaplar frekans ve yüzde şeklinde ifade edilmiştir. Ankette yer alan diğer iki soru ise öğretmenlerin ÖAB’ni belirlemeye yöneliktir. Bu sorularda öğretmenlerden verdikleri cevapların nedenlerini de yazmaları istenmiştir. Öğretmenlerin yazmış oldukları gerekçeler benzerlik ve farklılıklarına göre sınıflandırılarak ortak kategoriler belirlenmiştir. Ankette yer alan üçüncü soruda öğretmenlerin verilen iki oranın denliğine ilişkin gerekçeleri, içler dışlar çarpımı, genişletme ve sadeleştirme, kesir tanımı ve pay ile payda arası ilişki kategorileri altında toplanmıştır. Benzer şekilde ankette yer alan son soru için öğretmenlerin verdikleri gerekçeler ise çarpımsal ilişki, toplamsal ilişki ve boş şeklindeki kategoriler altında analiz edilmiştir. Yarı-yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen cevaplar ise formdan elde edilen bulguları desteklemek amacıyla betimsel olarak sunulmuştur. Doğrudan alıntılara yer verilerek verilen cevapların daha gerçekçi olarak sunulması sağlanmaya çalışılmıştır.

3.4. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Nitel araştırmada toplanan verilerin geçerliliği ve sonuçların doğruluğu önemli bir konu olduğu için araştırmacı, birden çok veri toplama yöntemi kullanarak elde ettiği bilgileri, farklı kaynaklardan teyit ederek kanıtlama çabası göstermelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu amaçla çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan formdan elde edilen verileri desteklemek ve teyit etmek için yarı-yapılandırılmış mülakatlar kullanılmıştır. Ayrıca nitel çalışmalarda katılımcılardan elde edilen doğrudan alıntılara yer vermek ve bunlardan yola çıkarak sonuçları açıklamak tutarlılığı sağlamak için önemlidir. Çalışmanın bulguları raporlaştırılırken bu noktaya son derece dikkat edilmiş, katılımcıların ifadeleri veri kaybına imkân vermeden birebir aktarılmıştır ve doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Görüşme kayıtlarının veri indirilmesi ve

katılımcı teyidi ile çalışmanın güvenilirliği artırılmaya çalışılmıştır. Ayrıca araştırmacıların katılımcı olmayan gözlemci olmaları çalışmanın dış güvenilirliği açısından önemli görülmektedir.

4. Bulgular

4.1. Öğretmenlerin Oran-Orantı Konusuyla İlgili GAB'lerine Yönelik Elde Edilen Bulgular

Öğretmenlerin GAB'lerini belirlemek için formun birinci sorusuna vermiş oldukları cevaplara yönelik frekans ve yüzde dağılımları Tablo 3'de sunulmuştur. Soruda öğretmenlerden “-3/5, 4/1, 0/7, $2\pi/\sqrt{2}$, 2/3, 15/9” ifadelerinden hangisi/hangilerinin oran belirttiğini yazmaları istenmiştir.

Tablo 3. Öğretmenlerin formda yer alan birinci soruya vermiş oldukları cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri

Soru	Kategori		1-5 yıl	6-10 yıl	11-15 yıl	16 yıl ve üzeri	Toplam
-3/5	Oran belirtir	f	6	19	21	15	61
		%	46.15	65.51	75.0	75.0	67.77
	Oran belirtmez	f	5	10	6	4	25
		%	38.46	34.48	21.42	20.0	27.77
	Cevap verilmemiş	f	2	-	1	1	4
		%	15.38	-	3.57	5.0	4.44
4/1 2/3 15/9	Oran belirtir	f	11	29	27	19	86
		%	84.61	100	96.42	95	95.55
	Oran belirtmez	f	-	-	-	-	-
		%	-	-	-	-	-
	Cevap verilmemiş	f	2	-	1	1	4
		%	15.38	-	3.57	5.0	4.44
0/7	Oran belirtir	f	8	20	23	10	61
		%	61.53	68.96	82.14	50.0	67.77
	Oran belirtmez	f	3	9	4	9	25
		%	23.07	31.03	14.28	45.0	27.77
	Cevap verilmemiş	f	2	-	1	1	4
		%	15.38	-	3.57	5.0	4.44
$2\pi/\sqrt{2}$	Oran belirtir	f	5	17	14	11	47
		%	38.46	58.62	50.0	55.0	52.22
	Oran belirtmez	f	6	12	13	8	39
		%	46.15	41.37	46.42	40.0	43.33
	Cevap verilmemiş	f	2	-	1	1	4
		%	15.38	-	3.57	5.0	4.44

*Tabloda koyu renkli ifadeler doğru cevabı göstermektedir.

Tablo 3'e göre öğretmenlerin toplamda %68'i -3/5'in bir oran belirtebileceğini ifade ederken %28'i ise bir oran belirtmeyeceğini söylemektedir. Bu öğretmenlerden en çok 1-5 yıllık deneyime sahip öğretmenlerin -3/5'in bir oran belirtmeyeceğini doğru olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Buna karşın mesleki kıdem arttıkça -3/5'in bir oran belirtmeyeceğine yönelik doğru cevaplar da azalmaktadır. Benzer şekilde öğretmenlerin toplamda %96'sı 4/1, 2/3 ve 15/9'un bir oran belirttiğini doğru olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. En fazla doğru cevabın ise 6-10 yıllık deneyime sahip öğretmenler tarafından verildiği tespit edilmiştir. Öğretmenlerin toplamda %68'i 0/7'nin bir oran belirttiğini doğru olarak ifade ederken mesleki kıdem arttıkça 0/7'nin bir oran belirtmeye yönelik verilen doğru cevapların sayısının arttığı da gözlemlenmiştir. Buna karşın 16 yıl ve üzeri mesleki deneyime sahip öğretmenlerin ise bu soruya en fazla yanlış cevap verenler olduğu belirlenmiştir. Öğretmenlerin toplamda %52'si $2\pi/\sqrt{2}$ 'nin bir oran belirttiğini doğru olarak ifade etmektedirler. Bu soruya yönelik en fazla doğru cevabı 6-10 yıllık deneyime sahip öğretmenlerin ve en az doğru cevabı ise 1-5 yıllık deneyime sahip öğretmenlerin verdiği belirlenmiştir.

Öğretmenlerle yapılan mülakatlarda bu soruya doğru cevap veren öğretmenlerin sıklıkla oran tanımını kullandıkları belirlenmiştir. Örneğin Ö₁₂ kodlu öğretmenle yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: 1. Soruda -3/5'e oran değildir derken diğer sayıları oran olarak ifade etmişsiniz. Neden?

Ö₁₂: Oran iki ya da daha fazla varlığın aynı özelliğinin veya aynı varlığın farklı özelliklerinin karşılaştırılmasıdır. Matematikte bu karşılaştırma bölme ile yapılır. Yani, Oran iki çokluğun karşılaştırılmasıdır. Sıfır da sonuçta doğal sayı, o da bir çokluktur. Eksi negatif olarak bir yön belirtebilir ama çokluk belirtmeyeceğini düşünüyorum, onun için -3 çokluk olamayacağı için -3/5 in negatif oran olamayacağını düşündüm. Eksi burada yön belirtiyor aslında oran 3/5. 2π oda bir sayı, irrasyonel bir sayı. √2 o da bir sayı. Bundan dolayı oranlayabiliriz diye düşündüm ben.

Buna karşın bu soruya hatalı cevap veren öğretmenlerin açıklamaları oran tanımlarında eksiklerin ya da yanlış anlamların olduğunu göstermektedir. Örneğin,

Ö₇₇: Oran ifadesi a/b şeklinde olmalı ve a veya b de reel sayı olmalı, bu nedenle verilen tüm sayılar oran belirtir.

Ö₅₂: $\frac{a}{b}$ ifadesinde b≠0 olmak üzere $\frac{a}{b}$ ifadesi oran belirtir.

Ö₄: Payda sıfır olmadığı sürece sıkıntı yok. Oran dediğimiz bizim tanımımız da anlattığımız şey, birbirlerini bölerek kıyaslama karşılaştırma şeklinde tanım verdiğimiz için hepsine oran belirtir dedik. Payda sıfır olmadığı sürece sıkıntı yok. Çünkü 0 bölünemiyor, bölünme işlemi yapılamıyor tanımsız veya sınırsız olduğu için, sınırsız değil de tanımsız oluyor. Birden fazla değer çıktığı için o yüzden.

Yapılan mülakatlar öğretmenlerin oran kavramı ile rasyonel sayılar arasında bir ilişki kurduklarını ve oranın bir rasyonel sayı olduğu şeklinde bir anlayışa sahip olduklarını göstermektedir. Ayrıca kesir şeklinde gösterilen bir ifadenin oran belirtmesi için paydasının sıfır olmaması gerektiği vurgulanmaktadır. Bunun yanında bazı öğretmenlerin ise pay ve paydanın reel sayı olabileceğini ifade ettikleri de belirlenmiştir.

Bazı öğretmenlerin oranı bir bölme işlemi olarak kabul ettikleri ve bölme işlemi sonucunda bir sayının elde edilmesi gerektiğini düşündükleri belirlenmiştir. Örneğin Ö₃ ile yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: 1/4, 0/7, 2/3, 15/9 ifadeleri oran belirtir demişsiniz. Neden bunların oran olduğunu düşünüyorsunuz?

Ö₃: Yani sonu doğal sayı çıkan her durumun oran olduğunu biliyoruz. O yüzden 0/7 yi özellikle düşündüm. 4 /1 belli bir çokluğun diğer çokluğa bölümüne oran denir şeklinde olduğu için bunları oran olarak düşündüm.

Araştırmacı: Peki 0 bir çokluk belirtiyor mu?

Ö₃: 0 bir çokluk belirtmiyor ama 0/7 sonuç olarak baktığımızda bir doğal sayı veriyor bize.

Benzer şekilde oranda karşılaştırılan ifadelerin mutlaka birer tam sayı olması gerektiğini ve irrasyonel sayıların bir oran belirtmeyeceğini düşünen öğretmenlerde bulunmaktadır. Bu duruma örnek olarak Ö₄₂'nin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: π, √2 ile ilgili durumlar bir oran belirtir mi?

Ö₄₂: İki çokluk karşılaştırılabilir. π, √2 çokluk değil. Oran olmaz.

Öğretmenlerin GAB'lerini belirlemek için anketin ikinci sorusuna vermiş oldukları cevaplara yönelik frekans ve yüzde dağılımları Tablo 4'de sunulmuştur. Bu soruda öğretmenlerden Tablo 4'de yer alan problemlerden hangisi/hangilerinin orantısal ya da orantısal olmayan bir durum olduğunu belirlemeleri istenmiştir.

Tablo 4. Öğretmenlerin ankette yer alan ikinci soruya vermiş oldukları cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri.

Problem Durumları	Cevaplar		1-5 yıl	6-10 yıl	11-15 yıl	16 yıl ve üzeri	Toplam
Problem 1: A ve B makinaları aynı hızla çalışmaktadır. A makinası B makinasından önce çalışmaya başladı. A makinası 4 dakika ve B makinası 2 dakika çalıştı. A makinası 12 dakika çalıştığında B makinası kaç dakika çalışır?	Orantısal	f	2	14	6	7	29
	D.	%	15.38	48.27	21.42	35.0	32.22
	O. D.	f	10	15	21	13	59
	Değil	%	76.92	51.72	75.0	65.0	65.55
	Boş	f	1	-	1	-	2
		%	7.69	-	3.57	-	2.22
Problem 2: 12 kampçı 4 çadırda kalabiliyor ise 30 kampçı aynı kapasiteli kaç çadırda kalır?	Orantısal	f	12	29	25	20	88
	D.	%	92.30	100	89.28	100	97.77
	O. D.	f	-	-	2	-	2
	Değil	%	-	-	7.14	-	2.22
	Boş	f	1	-	1	-	2
		%	7.69	-	3.57	-	2.22
Problem 3: Fatih 25 yaşında iken Selin 5 yaşındadır. Fatih 30 yaşında olduğunda Selin kaç yaşında olur?	Orantısal	f	-	1	1	1	3
	D.	%	-	3.44	3.57	5.0	3.33
	O. D.	f	12	28	26	19	87
	Değil	%	92.30	96.55	92.85	95.0	96.66
	Boş	f	1	-	1	-	2
		%	7.69	-	3.57	-	2.22
Problem 4: 6 kişilik bir çorbanın tarifinde 5 soğan 4 havuç ve 8 patates bulunmaktadır. Aynı lezzette 4 kişilik bir çorba için kaç tane havuca ihtiyacımız vardır?	Orantısal	f	12	29	26	18	85
	D.	%	92.30	100	92.85	90.0	94.44
	O. D.	f	-	-	1	2	3
	Değil	%	-	-	3.57	10.0	3.33
	Boş	f	1	-	1	-	2
		%	7.69	-	3.57	-	2.22
Problem 5: Bir video mağazasında aylık sınırsız video kiralama ücreti 25TL'dir. Hülya, geçen ay 5 video bu ay ise 6 video kiraladı. Buna göre Hülya 6 video için kaç TL öder?	Orantısal	f		5	8	2	15
	D.	%		17.24	28.57	10.0	16.66
	O. D.	f	12	24	19	18	73
	Değil	%	92.30	82.75	67.85	90.0	81.11
	Boş	f	1	-	1	-	2
		%	7.69	-	3.57	-	2.22
Problem 6: Halis 3 çilekli şeker için 2,5 TL ödedi. Kız kardeşi Aysel için 4 tane daha şeker almak isteyen Halis kaç TL öder?	Orantısal	f	12	28	26	19	85
	D.	%	92.30	96.55	92.85	95.0	94.44
	O. D.	f	-	1	1	1	3
	Değil	%	-	3.44	3.57	5.0	3.33
	Boş	f	1	-	1	-	2
		%	7.69	-	3.57	-	2.22

*Tabloda koyu renkli ifadeler doğru cevabı göstermektedir.

Tablo 4'e göre öğretmenlerin %66'sı Problem 1'in orantısal bir durum belirtmediğini doğru olarak belirlemiştir. Bu probleme en fazla 1-5 yıl ile 11-15 yıllık kıdeme sahip öğretmenlerin ve en az ise 6-10 yıllık deneyime sahip öğretmenlerin doğru cevap verdikleri görülmektedir. Öğretmenlerin %98'i Problem 2'nin bir orantısal durum belirttiğini doğru olarak ifade etmişlerdir. Bu probleme en fazla 6-10 ile 16 yıl ve üzeri deneyime sahip öğretmenlerin doğru cevap verdikleri belirlenmiştir. Benzer şekilde öğretmenlerin %97'si Problem 3'ün bir orantısal durum belirtmediğini doğru olarak cevaplamışlardır. Bu probleme en fazla 6-10 ile 16 yıl ve üzeri deneyime sahip öğretmenlerin doğru cevap verdikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin %94'ü Problem 4'ün orantısal bir durum belirttiğini doğru olarak ifade etmiştir. Bu öğretmenlerden en fazla 6-10 yıllık deneyime sahip olanlar doğru cevap vermiştir. Öğretmenlerin %81'i Problem 5'in orantısal bir durum belirtmediğini doğru olarak cevaplamıştır. Bu öğretmenlerden en fazla 1-5 yıllık deneyime ve en az ise 11-16 yıllık deneyime sahip olanlar doğru cevap vermiştir. Öğretmenlerin %94'ü Problem 6'nın orantısal bir

durum olduğunu doğru olarak cevaplamışlardır. Bu öğretmenlerden en fazla 6-10 ile 16 yıl ve üzerine mesleki deneyime sahip olan öğretmenler doğru cevap vermiştir.

Öğretmenlerin genel olarak orantısız ve orantısız olmayan durumları belirlemede başarılı oldukları görülmektedir. Ancak orantısız durum belirtmeyen ve toplamsal ilişkiyi ifade eden birinci ve üçüncü problemlere ilişkin Ö₃ ve Ö₆ ile yapılan mülakatlar aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Bu problemi niçin orantısız bir durum olarak düşündünüz?

Ö₃: Ben önce çalışmasının hani orana etki edeceğini düşünmedim. Sonuçta bir orantı kurduğum zaman biri 4 dakika çalışıyor biri 2 dakika çalışıyor. Bu 3 katına çıkacak bu da 3 katına çıkacak 6 dakika çalışacağı için orantısız olarak düşündüm.

Ö₆: Bu da orantısız, çünkü 25 yaşındayken 30 a çıkıyorsa 5 yaşında iken o da kaçta çıkıyor diye ikisi de aynı oranda artması lazım, yaşlar da artarken aynı şekilde, bir yaş artarken öbür tarafın yaşı da artması gerekiyor diye çocuğun bilmesi lazım.

4.2. Öğretmenlerin Oran-Orantı Konusuyla İlgili ÖAB'lerine Yönelik Elde Edilen Bulgular

Öğretmenlerin ÖAB'lerini belirlemek için anketin üçüncü sorusuna vermiş oldukları cevaplara yönelik frekans ve yüzde dağılımları Tablo 5'de sunulmuştur. Soruda'' $\frac{5}{8}$ ile $\frac{9}{12}$ nin denk oran olup olmadığı ve verdikleri cevabın gerekçesi sorulmuştur.

Tablo 5. Öğretmenlerin ankette yer alan üçüncü soruya vermiş oldukları cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri.

Soru	Kategori		1-5 yıl	6-10 yıl	11-15 yıl	16 yıl ve üzeri	Toplam
$\frac{5}{8}$ ile $\frac{9}{12}$ denk oranlar mıdır? Niçin bu cevabı verdiğinizi açıklayınız	Orantıda içler ve dışlar çarpımı eşitliği	f	4	13	11	8	36
		%	30.76	44.82	39.28	40.0	40.0
	Genişletme ve sadeleştirme işlemleri	f	3	10	6	6	25
		%	23.07	34.48	21.42	30.0	27.77
	Kesir kavramıyla açıklama	f	3	3	5	5	16
		%	23.07	10.34	17.85	25.0	17.77
Pay ya da paydalar arasındaki ilişki	f	3	4	5	1	13	
	%	23.07	13.79	17.85	5.0	14.44	

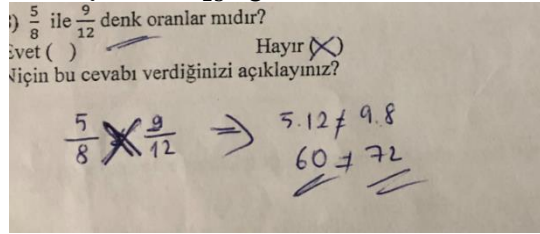
Öğretmenlerin tamamının $\frac{5}{8}$ ile $\frac{9}{12}$ nin denk oran olmadığını ifade ettikleri belirlenmiştir. Tablo 5'e göre öğretmenlerin verilen ifadenin denk oran olmadığına yönelik gerekçelerinde en fazla tercih ettikleri açıklama içler ve dışlar çarpımı eşitliği üzerinedir. Bu tür açıklama yapan öğretmenlerin iki oranın denkleğinin kontrolünde birinci oranın payı ile ikinci oranın paydasının çarpımının birinci oranın paydası ile ikinci oranın payının çarpımına eşit olması gerektiğini belirtmektedirler. Bunun yanında verilen ifadenin denk oran olmadığına yönelik en fazla tercih edilen ikinci gerekçe ise oran belirten ifadelerin pay ve paydalarının genişletilmesi/sadeleştirilmesi işlemleri sonucunda eşitliğin kontrol edilmesi yaklaşımıdır. Öğretmenler tarafından üçüncü olarak tercih edilen gerekçe ise iki kesrin karşılaştırılması işlemidir. Bu gerekçe pay ve paydanın genişletilmesi işlemine benzese de burada öğretmenler farklı olarak iki oranı kesir olarak ele alıp, iki kesrin karşılaştırılmasını yapmaktadırlar. Öğretmenler tarafından en az tercih edilen gerekçe ise pay ve payda arasındaki orana göre karşılaştırma yapmaktır. Bu tür açıklamada öğretmenler ilk oranda pay ile payda arasındaki oranın ikinci oranda da pay ile payda arasında olması gerektiğini öne sürmektedirler. Özetle, verilen iki oranın denk olup olmadığına yönelik öğretmenlerin dört farklı gerekçe ortaya koydukları görülmektedir. Bu durum iki oranın denkleği konusunda öğretmenlerin farklı ÖAB'lerine sahip oldukları göstermektedir.

Öğretmenlerin sahip oldukları ÖAB'nin mesleki kıdemlerine göre dağılımları ise Tablo 5'de gösterilmiştir. Tablo 5'e göre öğretmenlerin %40'ı $\frac{5}{8}$ ile $\frac{9}{12}$ arasındaki ilişkiyi orantıda içler ve dışlar çarpımının eşitliğini kullanarak açıklamışlardır. Bu şekilde açıklamayı en fazla 6-

10 yıllık kıdeme sahip öğretmenler, en az ise 1-5 yıllık kıdeme sahip öğretmenler yapmışlardır. Benzer şekilde, 5/8 ile 9/12 arasındaki ilişkiyi öğretmenlerin %28'i genişletme ve sadeleştirme işlemleri yaparak açıklarken bu şekilde açıklama yapmayı en çok tercih edenlerin yine 6-10 yıllık kıdeme sahip öğretmenlerin olduğu tespit edilmiştir. Bu şekilde açıklama yapmayı en az tercih eden öğretmenler ise 1-5 ile 11-15 yıllık kıdeme sahip öğretmenler olmuştur. İki kesir arasındaki ilişkiyi, öğretmenlerin %18'i kesir kavramı ile açıklama yaparak ifade etmişlerdir. Ayrıca bu yöntemi en çok kullanan öğretmenler 1-5 yıl ile 16 yıl ve üzeri mesleki kıdeme sahip öğretmenlerken kıdem arttıkça öğretmenlerin bu yöntemi kullanmayı daha çok tercih ettikleri tespit edilmiştir. 5/8 ile 9/12 arasındaki ilişkiyi, öğretmenlerin %14'ü paylar ya da paydalar arasındaki ilişkiye bakarak açıklama yapmışlardır. Bu şekilde açıklama yapan öğretmenler en çok 1-5 yıllık kıdeme sahip olanlarken öğretmenlerin kıdemi arttıkça bu şekilde açıklama yapmaya yönelik tercihlerinin azaldığı tespit edilmiştir.

Tablo 5'e göre öğretmenlerin büyük çoğunluğu 5/8 ile 9/12 arasındaki ilişkiyi orantıda içler ve dışlar çarpımının eşitliğini kullanarak açıklamaya çalışmışlardır. Bu şekilde açıklama yapan Ö₁₃ öğretmenin cevabı ve bu öğretmenle yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur:

Şekil 1. Ö₁₃ öğretmenin cevabı

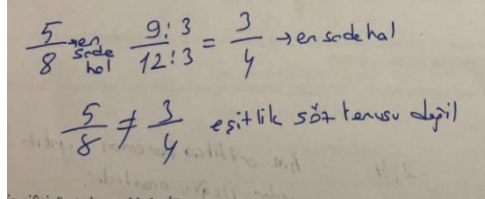


Araştırmacı: Burada verdiğiniz cevabı biraz daha açıklayabilir misiniz? Neden bu şekilde bir işlem yaptınız?

Ö₁₃: Bunlar denk olsaydı ya sadeleştirdiğimizde birbirini verecekti ya da en basit çapraz çarpım yapıyorum, ikisinin denk olması için eşit olması gerekir sonuçlarının. Çapraz çarpım yaptığımızda 60 eşittir 72 gibi şey çıkıyor, dolayısıyla denk oran değildir.

Bunun yanında bazı öğretmenlerin bu iki kesrin denliğini belirlemek için genişletme ve sadeleştirme işlemleri yaptıkları ve elde ettikleri sonuçlar aynı olmadığı için bu ifadelerin denk oranlar olmadıklarını yazdıkları belirlenmiştir. Örneğin Ö₇₇ öğretmenin verdiği cevap ve yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur:

Şekil 2. Ö₇₇ öğretmenin verdiği cevap



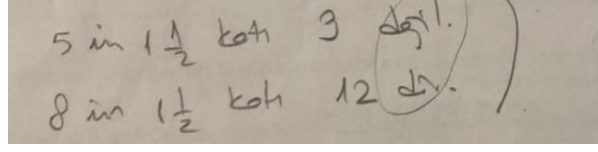
Ö₇₇ öğretmeniyle yapılan mülakat:

Araştırmacı: Burada hayır cevabını vermişsiniz hocam nedenini açıklayabilir misiniz?

Ö₇₇: Zaten 5/8 e hangi sayıyla genişletirsem genişleteyim ya da sadeleştirsem sadeleştiririm 12 de 9 eşit olmaz, Dolayısıyla de oran denk olmaz yani. Genişlettiğimde eşitliği sağlayamadım için, genişletebilirsin istediğin kadar genişletebilirsin ama 5/8 i ne ile genişletirseniz genişletin, 9/12 elde edemezsiniz. yani 8 i 3/2 ile çarpmam lazım 12 idi değil mi, 5 i 3/2 ile çarptığım zaman 7,5 elde ederim 9 u elde edemem. Dolayısıyla denklığı sağlayamam. O yüzden de denk değildir.

Öğretmenlerden bazıları da 5 ile 9 ve 8 ile 12 arasındaki orana bakarak yorum yapmıştır. Bu duruma örnek açıklamalar ve Ö₇ ile yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur:

Şekil 3. Ö₇ öğretmenin cevabı



Araştırmacı: Burada yaptığınız işlemi ve nedenini açıklayabilir misiniz?

Ö₇: Şimdi denklik de şey aynı oranda artmış ya da aynı oranda azalmış olması gerekiyor, 12, 8 in üçte ikisi 3/2 si. 5'in üçte ikisini bulduğum zaman 15/2 çıkıyor ama burada 9 demiş. Aralarında sabit bir oran olmadığı için denk kesirler değildir dedim. Denk kesir olması için aralarında sabit bir oran olması lazım.

Araştırmacı: 5 ile 8 in arasında mı?

Ö₇: 8 ile 12, 5 ile 9 arasında. 10/16 deseydi 5 in 2 katı 8 in 2 katı denktir, ama tam tersi bunun da mesela 12 8 in 3 bölü 2 si ama 5 in 3 /2 sini aldığımda 15/2 ama burada 9 demiş. Aralarında sabit bir oran yok. Onun için denk kesirlerdir diyemeyiz.

Öğretmenlerin ÖAB'lerini belirlemek için anketin dördüncü sorusuna vermiş oldukları cevaplara yönelik frekans ve yüzde dağılımları Tablo 6'da sunulmuştur. Bu soruda Tablo 6'da yer alan çarpımsal ilişkiye yönelik bir problem öğretmenlere sorulmuş ve verdikleri cevapların gerekçelerini açıklanmaları istenmiştir.

Tablo 6. Öğretmenlerin ankette yer alan dördüncü soruya vermiş oldukları cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri

Soru	Kategori		1-5 yıl	6-10 yıl	11-15 yıl	16 yıl ve üzeri	Toplam
Bir çiftçi üç tarlaya sahiptir. İlk tarla 185x245 metre, ikincisi 75x114 metre ve üçüncüsü ise 455x508 metre boyutlarındadır. Bu tarlaya gökyüzünden bakarsanız hangi tarla en çok kareye benzer görülür? Hangi tarla en az kareye benzer görülür? Cevaplarınızı açıklayınız.	Kenarlar arası	f	7	15	16	15	53
	çarpımsal ilişki	%	53.84	51.72	57.14	75.0	58.88
	Kenarlar arası	f	5	14	11	5	35
	toplamsal ilişki	%	38.46	48.27	39.28	25.0	38.88
	Boş	f	1		1		2
	%	7.69		3.57		2.22	

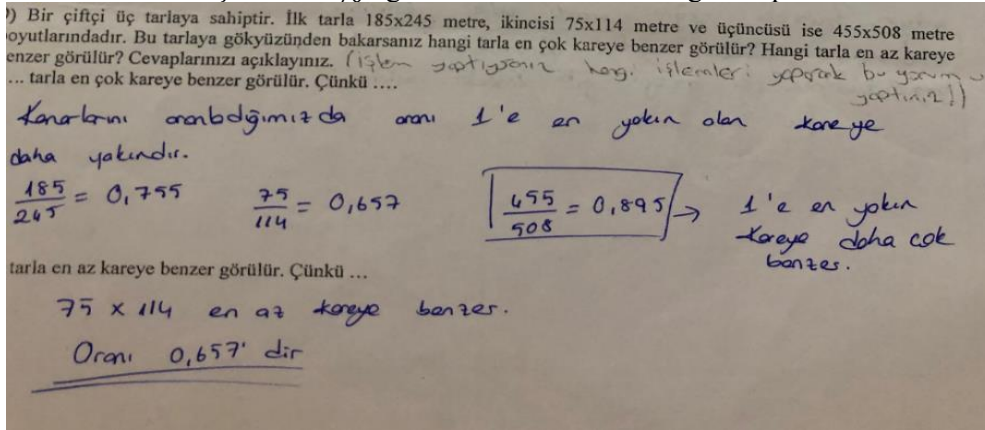
Verilen problemin çözümü öğretmenlerin çarpımsal akıl yürütmeyi kullanmalarına yöneliktir. Elde edilen veriler öğretmenlerin verilen problem durumuna yönelik iki farklı gerekçe sunduklarını göstermektedir. Öğretmenlerin yarıdan fazlasının bu problemin çözümünde gerekçe olarak tarlanın kenarları arasında çarpımsal bir ilişkiyi öne sürmesine karşın, yarıya yakın öğretmenin ise problemin çözümünde hatalı açıklamalar yaparak toplamsal ilişkileri gerekçe olarak öne sürdükleri belirlenmiştir. Öğretmenlerden çarpımsal ilişkiye göre problemi çözenler, tarlaların kenarları arasındaki oranın 1'e yaklaştıkça tarlaların kareye daha fazla benzeyeceği yönünde gerekçelerini öne sürmüşlerdir. Benzer şekilde toplamsal ilişkiye göre gerekçe sunan öğretmenler ise açıklamalarında tarlaların kenarları arasındaki farkın en az olduğu durumda tarlanın kareye benzeyeceğini belirtmişlerdir.

Öğretmenlerin yapmış oldukları gerekçelerin mesleki kıdeme göre değişimi ise Tablo 6'da sunulmuştur. Tablo 6'ya göre; bu sorunun çözümünde öğretmenlerin %59'u kenarlar arasındaki çarpımsal ilişkiye bakarak cevap vermişlerdir. Bu şekilde cevap veren öğretmenler en çok 16 yıl ve üzeri deneyime sahipken, diğer kıdem düzeylerinde birbirine yakın değerler olduğu tespit edilmiştir. Bu şekilde en az cevap veren öğretmenlerin ise 6-10 yıllık deneyime sahip öğretmenler olduğu görülmüştür. Ayrıca mesleki kıdemi arttıkça bu şekilde çözüm yapmayı tercih eden öğretmenlerin sayısının da arttığı tespit edilmiştir. Tablo 6'ya göre öğretmenlerin %39'unun kenarlar arasındaki toplamsal ilişkiye bakarak cevap verdikleri tespit

edilmiştir. Bu şekilde çözüm yapan en fazla öğretmenin 6-10 yıllık deneyime sahip öğretmenler olduğu belirlenmiştir. Bu şekilde çözüm yapan en az öğretmenin ise 16 yıl ve üzeri deneyime sahip öğretmenler olduğu tespit edilmiştir. Bu şekilde çözüm yapmayı tercih eden 1-5 yıllık ve 11-15 yıllık deneyime sahip öğretmenlerin ise birbirine yakın değerlerde olduğu görülmüştür. Bunun dışında öğretmenlerin %2.2'sinin ise bu soruya cevap vermedikleri tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin ankete verdikleri cevaplar ve mülakatlardan elde edilen verilere göre; kenarlar arasındaki çarpımsal ilişkiye bakarak cevap veren öğretmenler kenarları birbirine bölmüş ve elde ettiği sonuca göre yorum yapmışlardır. Buna göre çıkan sonuçta 1'e en yakın sonuca ait tarlanın en çok kareye benzeyen, 1'e en uzak sonuca ait tarlanın ise en az kareye benzeyen tarla olduğunu işlemler yaparak ifade etmişlerdir.

Şekil 4. Ö₇₀ öğretmenin ankette verdiği cevap



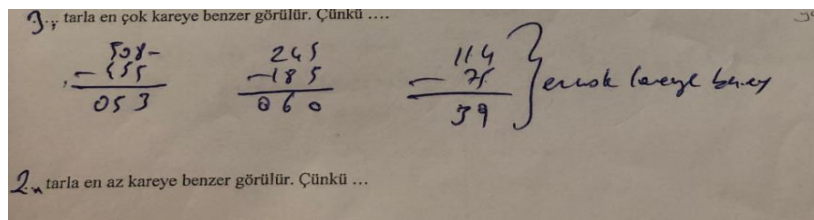
Ö₇₀ öğretmeniyle yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Burada yaptığınız işlemi ve nedenini açıklayabilir misiniz?

Ö₁: Şimdi şöyle düşündüm ben burada iki düşünme yöntemim oldu. Şimdi bunların uzunlukları 185 e 245 Kare olması için birine en yakın a/a olması gerekir değil mi? Kare olması için. Birbirinden uzaklaştıkça dikdörtgene daha çok benziyor. Farkının en küçük olması gerekiyor diye düşündüm ilk önce. Öyle yaptığım zaman farklı bir sonuç çıktı. Ama sonradan kare olabilmesi için yani büyüdükçe aradaki orantı farklılaşıyordu. a/a'nın 1'e yakın yani karenin kenarlarının oranı 1 olduğu için 1 e yakın olarak düşündüğümüzde bunu buna da böldüğümüz zaman 1.1, 1,5 1,32 çıktı. Yani 508/455 bu da bir e en yakın tarlanın bu olduğunu ve kareye en yakın gözükeceğini, Bunun ise uzak olduğunu diye düşündüm. Doğru mu yanlış mı bilmiyorum.

Öğretmenlerin ankete verdikleri cevaplar ve mülakatlardan elde edilen verilere göre; kenarlar arasındaki toplamsal ilişkiye bakarak cevap veren öğretmenler kenarlar arasındaki farkı hesaplayarak, kenarların birbirine yakınlık uzaklıklarına göre yorum yapmışlardır. Bu şekilde işlem yapan öğretmenlerin çoğu kenarlar arasında çıkarma işlemi yapmışlardır. Öğretmenler, aradaki farkın en az olduğu üçüncü tarlaya en çok kareye benzeyen; aradaki farkın en çok olduğu ikinci tarlaya en az kareye benzeyen tarla cevabını vermişlerdir. Bu duruma örnek olarak Ö₇₅ ve Ö₁₀ 'un cevabı aşağıda verilmiştir. Ayrıca soruya yanlış cevap veren öğretmenlerin tamamı kenarlar arasındaki toplamsal ilişkiye bakarak cevap vermişlerdir.

Şekil 5. Ö₇₅ öğretmenin ankette verdiği cevap



Ö₇₅ öğretmeniyle yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Bu soruyu nasıl cevapladınız ve neden bu işlemleri yaptınız açıklayabilir misiniz?

Ö₁₀: Soruya biraz daha bakayım, Şimdi kenar uzunlukları birbirine yakın olduğunda daha çok kareye benzeyecektir. Birbirine uzak olduğunda daha az kareye benzeyecektir. Burada kenar uzunlukları birbirine en uzak olan, en yakın olan diyelim. İkincisi yalnız, buradaki (75x114) kenar uzunlukları daha küçükken buradaki (455x508) kenar uzunlukları daha fazla. Şöyle diyeyim; buradaki (75x114) aradaki fark, kenar uzunlukları arasındaki fark 39 metre, buradaki (455x508) fark 53 metre ama oranladığımızda bu kenar uzunluğu bunun yaklaşık 6 katı. O zaman aradaki kenar uzunlukları arasındaki farkın da aynı şekilde katlanmasını dikkate alarak benzerliği oluşturmamız lazım, aslında buradaki 53 metrelik fark, kenar uzunluklarına bakarak çok büyük bir fark olmuyor yani oran olarak baktığımızda. Bundan dolayı 3. Tarlayı en çok kareye benzettim, 2. Tarlada hem miktar olarak kenar uzunlukları kıyaslarken aradaki fark da kısa olduğu için, kareye benzemekten en uzak olanı bunun olduğunu düşündüm.

Tartışma

Elde edilen bulgular genel olarak öğretmenlerin 4/1, 2/3, 15/9 gibi prototip oran örneklerini doğru olarak belirleyebildiklerini, ancak 0/7, gibi sifıra bölme, -3/5 gibi negatif sayılar ve $2\pi/\sqrt{2}$ gibi irrasyonel sayıları içeren örneklerin oran belirtip belirtmediğini belirlemede güçlük çektiklerini göstermektedir. Benzer şekilde Ekawati vd. (2014), çalışmalarında öğretmenlerin tamsayı olmayan sayı yapılarının oran olup olmadığını değerlendirmekte zorlandıklarını tespit etmiştir. Buna karşın Ekawati vd. (2015), Endonezya'da öğretmenlerin; oran ifade eden yapıları tespit etmede ise daha başarılı olduklarını belirlemişlerdir. Bunun yanında Akkuş Çıçla ve Duatepe (2002), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının a/b şeklinde gösterilen prototip oran ve orantı sorularını cevaplamakta oldukça başarılı olduklarını ifade etmişlerdir. Son (2013), öğretmen adaylarının öğrencilerin benzer dikdörtgenlerdeki oran ve orantı konusundaki yanlışlarını yorumladıkları çalışmasında öğretmen adaylarının yeterli açıklamalar yapamadıklarını ve ilgili kavram yanlışlarını belirlemede eksikliklerinin olduğunu ifade etmiştir.

Oran belirten ifadeleri belirlemede genel olarak mesleki kıdemi 1-5 yıl ve 16 yıl ve üzeri öğretmenlerin daha fazla zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu durum mesleğe yeni başlayan ve mesleğinin son aşamasına gelen öğretmenlerin oran belirten ifadeleri belirlemeye yönelik GAB'lerinde yetersizliklerin olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde Ball (1990)'ın ilkökul ve ortaokul matematik öğretmen adaylarının kesirlerde bölme, sifıra bölme ve cebirsel denklemler bağlamında bölme ile ilgili matematiksel kavramlara yönelik anlam bilgilerini araştırdığı çalışmasında adayların kavramların temel anlamlarına yönelik bilgilerinin yetersiz olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca ortaokul öğretmen adaylarının nispeten daha doğru cevap vermelerine karşın GAB'lerinin yeterli düzeyde olmadığını belirtmiştir. Batur ve Nason (1996), sınıf öğretmeni adaylarıyla yaptıkları çalışmada adayların alan ölçümü ile ilgili GAB'lerinde eksiklikler olduğunu ve yeterli düzeyde olmadıklarını belirtmişlerdir. Bunun yanında Aslan Tutak (2009), ilköğretim matematik öğretmenleriyle yaptığı çalışmada öğretmenlerin temel geometrik kavramları tanımlamakta zorlandıkları ve alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını belirlemiştir. Ma (1999), Çinli ve Amerikalı ilkökul öğretmenleri ile karşılaştırma, yer değeri ve alan-çevre ilişkisi üzerine yaptıkları çalışmada iyi eğitilmiş mesleğe yeni başlayan öğretmenlerin alan bilgilerinin, mesleki kıdemi fazla olan Çinli öğretmenlerden daha düşük düzeyde olduğunu fakat mesleki kıdemi fazla olan öğretmenlerin de kaliteli bir matematik eğitimi için gerekli olan alan bilgisine sahip olmadıklarını belirtmiştir.

Verilen ifadeleri hatalı şekilde oran olarak sınıflandıran öğretmenlerin hatalarının bir nedeni oran tanımlarında var olan eksikliklerdir. Bu öğretmenlerin oranı rasyonel bir sayı olarak düşündükleri ve oran tanımını göz önüne alarak sifıra bölme ve irrasyonel sayılarla ilgili ifadelerin oran belirtmediğini ifade ettikleri belirlenmiştir. Benzer şekilde Yanık (2015),

rasyonel sayıların farklı yorumlarından birinin oran yorumu olduğunu ancak oranın bir sayı belirtmediğini ve sadece bir karşılaştırma olduğunu belirterek oran tanımının rasyonel sayılar tanımı ile karıştırıldığını ve bunun bir sorun olduğunu ifade etmiştir. Van de Valle (2008), tanımlama açısından rasyonel sayıların ve kesirlerin benzerlik gösterdiğini belirterek oran ile kesir arasındaki ilişkiyi şöyle açıklamıştır: “Kesir, parça ile bütün arasındaki ilişkinin belirtilmesidir ve bir miktarı da belirtir”. Buna karşın, Karagöz Akar (2015), kesrin bir sayı belirttiğini fakat oranın iki çokluk arasındaki ilişkiyi belirttiğini ve oranın da miktar belirtmediğini ifade etmiştir. Ayrıca Vanhille ve Baroody (2002), kesirler ve rasyonel sayıların oran ve orantı konusuna etkisini araştırdıkları çalışmalarında, kesirlerle yapılan işlemlerin oran ve orantı ile ilgili problem durumlarını çözmede etkili ve önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Elde edilen sonuçlar öğretmenlerin genel olarak orantısal durumlara ilişkin problem durumlarını belirlediklerini göstermektedir. Bu öğretmenlerin özellikle prototip olarak ifade edilen ve sıklıkla ders kitaplarında yer alan orantısal durumları daha başarılı şekilde belirledikleri tespit edilmiştir. Ekawati ve vd. (2014), öğretmenlerle yaptıkları çalışmada orantılı ve orantısız durumların tespitinde genel olarak başarılı olduklarını ve prototip durumların tespitinde daha başarılı olduklarını belirtmişlerdir. Ekawati ve vd. (2015), Endonezya’da öğretmenlerin matematikte oran ve orantı öğretim bilgisini araştırdıkları çalışmalarında öğretmenlerin; prototip orantısal durumları belirleyebildiklerini fakat prototip olmayan orantısal durumları belirlemede zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Akkuş Çıkla ve Duatepe (2002), öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmada da adayların sıklıkla karşılaştıkları orantısal durumlara yönelik akıl yürütmede zorlanmadıklarını fakat ders kitaplarında daha az karşılaşılan durumlarla ilişkili olarak orantısal akıl yürütme becerisi gösteremediklerini belirtmişlerdir. Mesleki kıdeme göre öğretmenlerin orantısal durumları belirlemede çok fazla bir değişikliğin olmadığı ve hem mesleğe yeni başlayan hem de deneyimli öğretmenlerin benzer şekilde orantısal durumları tespit ettikleri belirlenmiştir. Benzer şekilde Ekawati ve vd. (2014), çalışmalarında öğretmenlere yöneltilen orantısal ve orantısız olmayan durumları ayırt etme sorularında öğretmenlerin genel olarak sıkıntı yaşamadıklarını belirtirken verilen problem durumlarının genel itibarıyla prototip örneklerden oluştuğunu belirtmişlerdir.

Öğretmenlerin ÖAB’lerini belirlemek amacıyla iki oranın denkliğine yönelik soruya öğretmenlerin en çok içler ve dışlar çarpımını kullanarak cevap verdikleri belirlenmiştir. Bu öğretmenler verilen iki oranın denk olup olmadığını belirlemede verilen birinci oranın paydaki değeri ile ikinci oranın paydadaki değerini çarpıp eşitliğin bir tarafına yazarken geriye kalan sayıları da birbiri ile çarpıp eşitliğin diğer tarafına yazmaktadırlar. Bunun yanında mesleki kıdem arttıkça iki oranın denkliğini içler ve dışlar çarpımı ile açıklama sayıları da artmaktadır. Bu durum deneyimli öğretmenlerin bu yöntemi daha fazla kullandığını göstermektedir. Akkuş Çıkla ve Duatepe (2002); öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine yaptıkları çalışmada da benzer şekilde öğretmen adaylarının içler dışlar çarpımı yöntemini kullanarak problemleri çözdüklerini ve bu çözümlerini daha çok alışılmış bir kural gibi yaptıklarını tespit etmiştir. Ekawati ve vd. (2014) da oran ve orantı ile ilgili ilköğretim öğretmenlerinin alan bilgilerini belirlemeye yönelik çalışmalarında; öğretmenlerin denk oranların tespiti gibi oran karşılaştırma sorularında zorlandıklarını, ancak soruları sıklıkla içler-dışlar çarpımını kullanarak çözdüklerini belirtmişlerdir. Benzer şekilde Ben-Chaim ve vd., (1998) de çalışmalarında hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin oran karşılaştırma sorularında içler-dışlar çarpımını kullandığını belirtmiştir. Bunun yanında öğretmenlerin iki oranın denkliğini göstermede genişletme-sadeleştirme, kesirlerin özellikleri ile pay ve payda arasındaki kat değişimlerinden de yararlandıkları tespit edilmiştir. Bu durum öğretmenlerin denk oran kavramı farklı strateji ve yaklaşımlar kullanarak da açıklayabildiklerini göstermektedir. Ekawati ve vd. (2014) da çalışmalarında; öğretmenlerin denk oran sorularında çoğunlukla içler-dışlar çarpımını kullansalar da bazı öğretmenlerin genişletme ve sadeleştirme işlemlerini de kullandıklarını tespit etmiştir.

Öğretmenlerin yarıdan fazlasının toplamsal ve çarpımsal ilişkiler kurmadaki ÖAB'lerini belirlemeye yönelik sorulan soruda doğru açıklamalar yaparak doğru çözümler sundukları tespit edilmiştir. Buna karşın elde edilen bulgulara göre yarıya yakın öğretmenin ise çarpımsal durum gerektiren problemlerin çözümünde toplamsal durumları kullandığı söylenebilir. Toluk Uçar ve Bozkuş (2016), ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin orantı durumu içeren problemlerde daha çok toplamsal ilişkiye yönelik stratejilerle problemleri çözmeye eğilimli olduklarını tespit etmişlerdir. Benzer şekilde Modestou ve Gagatsis (2009), 5. sınıftan 9. sınıfa kadar tüm sınıf seviyelerindeki öğrencilerin oran ve orantı belirten problemleri çözerken daha çok toplamsal ilişkileri kullandıklarını belirtmişlerdir. Van Dooren, De Bock, Gillard ve Verschaffel (2009), 3. Sınıftan 6. sınıfa kadar farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin de sıklıkla orantısal durumlarda toplamaya dayalı stratejilerin kullandıklarını ve bu stratejileri niçin kullandıklarını açıklayamadıklarını ifade etmektedirler. Dolayısıyla bu çalışmada öğretmenlerin de hatalı olarak toplamsal ilişkiyi tercih etmelerinin nedeninin daha çok toplamsal ilişkiyi otomatik olarak kullanma eğilimlerinden kaynaklandığı söylenebilir. Mesleki kıdem arttıkça çarpımsal ilişki ile problemi çözen öğretmen sayısının da arttığı belirlenmiştir. Bu durum mesleğe yeni başlayan öğretmenlerin çarpımsal ve toplamsal ilişki durumu gösteren problemleri tam olarak ayıramadıklarını göstermektedir. Benzer şekilde Misailidou ve Williams (2002) öğretmenlerin daha çok toplamsal ilişkiye yönelik stratejiler geliştirdiklerini ve çarpımsal ilişkiye yönelik stratejileri geliştirmede başarısız olduklarını belirtmişlerdir. Son (2013) da öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada adayların verilen problem durumlarında çarpımsal ilişkileri fark etmede yetersiz olduklarını tespit etmiştir.

Sonuç ve Öneriler

Araştırmadan elde edilen ilk sonuç öğretmenlerin oran belirten prototip ifadeleri doğru şekilde belirleyebildiklerini ve prototip oran örneklerine yönelik GAB'lerinin yeterli olduğunu, ancak prototip olmayan oran bildiren ifadelerde ise GAB'lerinde eksikliklerin olduğunu göstermektedir. Araştırmanın bir diğer sonucu da prototip olmayan oran ifadelerini belirlemede en fazla başarısız öğretmenlerin mesleğe yeni başlayan ile meslekte uzun yıllar görev yapan öğretmenlerin olmasıdır. Araştırmanın üçüncü sonucu öğretmenlerin orantısal ve orantısal olmayan durumları belirlemede yeterli GAB'sine sahip olmalarıdır. Buna karşın verilen problemler ders kitaplarında yer alan prototip problemlerden farklı sorulduğunda yine öğretmenlerin GAB'lerinde eksikliklerin ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Araştırmanın dördüncü sonucu öğretmenlerin iki oranın denkliliğine ilişkin ÖAB'lerinde en çok içler-dışlar çarpımı stratejisini kullanmalarıdır. Bunun yanında öğretmenlerin genişletme-sadeleştirme, kesirlerin özellikleri ve pay-payda arasındaki ilişkiler şeklinde farklı stratejileri kullanarak iki oranın denkliliği hakkında açıklamalar yapmaları bu konuda farklı stratejilere yönelik bilgilerinin olduğunu göstermektedir. Araştırmanın beşinci sonucu öğretmenlerin çarpımsal durumlar içeren problemlerin çözümlerinin daha çok toplamsal ilişkiler içeren çözüm yolları sunduklarını göstermektedir. Bu durum öğretmenlerin çarpımsal ve toplamsal durumları içeren problemleri ayırt etmede yeterli ÖAB'sine sahip olmadıklarını göstermektedir.

Elde edilen sonuçlar bağlamında aşağıdaki öneriler sunulmuştur:

- Öğretmenlerin prototip oran ifadelerine yönelik yeterli GAB olsa da prototip olmayan oran ifadelerine yönelik yetersiz GAB'lerine sahip oldukları belirlenmiştir. Bu durumun nedenleri ileriki çalışmalarda ortaya konulabilir.
- Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerde prototip örneklerin yanında prototip olmayan örneklere de yer vermeleri yönünde ders kitaplarında ve öğretmenlere sunulan destek materyallerinde güncellemeler yapılabilir.
- Öğretmenlerin iki oranın denkliliğini karşılaştırmada farklı stratejiler kullansa da sıklıkla içler-dışlar çarpımı stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Diğer stratejilerin kullanımını da içeren stratejilere hem hizmet öncesi hem de hizmet içi çalışmalarda yer verilebilir.

- Öğretmenlerin çarpımsal durum bildiren problemlerin çözümlerinde sıklıkla toplamsal stratejileri tercih ettikleri belirlenmiştir. Alan yazında yapılan çalışmalarda benzer durumların öğrencilerde de görüldüğü ortaya konulmuştur. Bu iki durum arasındaki bağlantının nedenleri derinlemesine araştırmalarla belirlenebilir.

Kaynakça

- Akkuş Çıkla, O. ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40.
- Akkuş, O. ve Duatepe Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi. *Eurasian Journal of Educational Research*, 25, 1-10.
- Aksu, Z., Konyalıoğlu ve A. C. (2014). Sınıf öğretmen adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgileri. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23 (2), 723-738.
- Aslan Tutak F. ve Köklü O. (2016). Öğretmek için matematik bilgisi. E. Bingölbali, S. Arslan, İ.Ö. Zembat (Ed), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (ss.701-719). Ankara: Pegem Akademi.
- Aslan Tutak, F. (2009). *A study of content knowledge of elementary preservice teachers: The case of quadrilaterals*. (Unpublished Doctoral Dissertation). University of Florida, Florida.
- Baki, A. & Bell, A. (1997). *Ortaöğretim Matematik Öğretimi*, Ankara: Yüksek Öğretim Kurulu.
- Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, 38(167), 300-311.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Baturo, A. & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 235-268.
- Behr, M., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 296-333 New York: MacMillan.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247-273.
- Buldu, M. 2014. *Öğretmen yeterlik düzeyi değerlendirmesi ve mesleki gelişim eğitimleri planlanması üzerine bir öneri*. Millî Eğitim, 204.
- Cramer, K. A., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications: Middle grades mathematics. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*, 159-178. MacMillan Publishing Company.
- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A. C. ve Işık, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin konu alan bilgilerinin incelenmesi [The Investigation of Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Content Knowledge on Three Dimensional Objects]. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, Issue, 8, 30.

- Çetin, İ. (2009). *7. ve 9. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kavram yanlışları*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Çıkla, O. A., Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40.
- Doğan, A. ve Çetin, İ. (2009). Doğru ve ters orantı konusundaki 7. ve 9. sınıf öğrencilerinin kavram yanlışları [Seventh And Ninth Grade Students' Misconceptions About Ratio And Proportion]. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi* 2,2, 118-128.
- Doğruel, A.,B. (2019). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Oran ve Orantı Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.
- Ekawati, R.,Lin, F.L. & Yang K.K. (2014). Developing an instrument for measuring teachers' mathematics content knowledge on ratio and proportion: A case of Indonesian primary teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(Suppl 1): National Science Council, Taiwan. 1-24.
- Ekawati, R.,Lin, F.L. & Yang K.K. (2015). Primary teachers' knowledge for teaching ratio and proportion in mathematics: The case of Indonesia. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 2015, 11(3), 513-533.
- Fennema, E & Franke, M. L. (1992). Teachers 'knowledge and its impact. In D.A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* 147-164, New York: Macmillan.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgilerinin incelenmesi: Prizma Örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(2), 451-481.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2016). Öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları bağlamında incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (39), 17-31.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press, Columbia University.
- Heinz, K. R. (2000). *Conceptions of ratio in a class or preservice and practicing teachers*. (Unpublished Doctoral Dissertation). Pennsylvania State University, State College.
- Kaplan, A., İşleyen, T. ve Öztürk, M. (2011). 6. sınıf oran orantı konusundaki kavram yanlışları. *19,3 Kastamonu Eğitim Dergisi*, 953-968.
- Karagöz Akar, G. (2009). Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. E., Bingölbali ve M. F., Özmantar, (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*, içinde (ss. 263-285). Ankara: Pegem Akademi.
- Karagöz Akar, G. (2015). Oran-orantı kavram tanımları rasyonel sayılar içerisindeki yeri ve doğrusallık kavramı ile ilişkisi. İ. Ö., Zembat, M. F., Özmantar, E., Bingölbali, ve A., Delice, (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar*. içinde (ss. 111-127). Ankara: Pegem Akademi.

- Karakuş, F. (2017). Öğretmeni matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri: Sıfıra bölme konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, Vol.8 No.3, 352-377.
- Karakuş, F. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının silindir ve koniye yönelik kavram imajlarının incelenmesi. *Elementary Education Online*, 17(2), 1033-1050 *İlköğretim Online*, 2018-17(2), 1033-1050.
- Kurdal, C. (2016). *Dinamik ve etkileşimli matematik öğrenme ortamlarında öğrencilerin kesirler ve oran orantı konusunda yaptığı hatalar ve çözüm önerileri*. (Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi). Bayburt Üniversitesi, Bayburt.
- Lamon, S. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41-61.
- Lamon, S. J. (1995). Ratio and proportion: Elementary didactical phenomenology. In B. P. Schappelle (Eds.), *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades*, (167-198). Albany: State University of New York.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester, Jr. (Eds.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 629-668, NC: Information Age Publishing.
- Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and The United States: *Lawrence Erlbaum Associates*.
- Marton, F. (1981). Phenomenography: Describing conceptions of the world around us. *Instructional science*, 10(2), 177-200.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *İlköğretim kurumları (İlkokul ve Ortaokul) matematik dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Genel Kurulu Başkanlığı.
- Misailidou, C. & Williams J. (2002). "Ratio": Raising teachers' awareness of children's thinking. *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level)*, (ICTM2).
- Modestou, M., & Gagatsis, A. (2009). Proportional reasoning: the strategies behind the percentages. *Acta Didactica Universitatis Comenianae-Mathematics*, 9, 25-40.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 61-77.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*. 15(2), 4-14.
- Simon, M. A. & Blume, G. W. (1994). Mathematical Modeling as a Component of Understanding Ratio-as-Measure: A Study of Prospective Elementary Teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, 13, 183-197.
- Singh, P. (2000). "Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by wo grade six students. *Educational Studies in Mathematics*", 43, 271- 292.
- Son, J. W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: Ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84, 1, 49-70.
- Sowder, J. T., Philipp, R. A., Armstrong, B. E. and Schappelle, B. P. 1998. *Middle-grade teachers' mathematical knowledge and its relationship to instruction: A research monograph*, Albany: State University of New York Press.

- Toluk Uçar, Z. ve Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilme becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD) 17, (3), 281-299.*
- Toluk-Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar [Preservice teachers' pedagogical content knowledge: Instructional explanations]. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 2 (2), 87-102.*
- Van De Walle, J.A. (2008). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* Boston: Pearson Custom Publishing.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Gillard, E., & Verschaffel, L. (2009). Add? Or multiply? A study on the development of primary school students' proportional reasoning skills. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & C. Sakonidis (Eds.). *Proceedings of the 33rd conference of the international group for the psychology of mathematics education 5*, 281- 288 Thessaloniki, Greece: PME.
- Vanhille, L., & Baroody, A. J. (2002). Fraction instruction that fosters multiplicative reasoning. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 yearbook* (pp. 224–236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yanık, H. B. (2015). Rasyonel Sayılar. İçinde İ. Ö., Zembat, M. F., Özmantar, E., Bingölbali and A., Delice, (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (ss. 95-110). Ankara: Pegem Akademi.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, A. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

ETİK ve BİLİMSEL İLKELER SORUMLULUK BEYANI

Bu çalışmanın tüm hazırlanma süreçlerinde etik kurallara ve bilimsel atıf gösterme ilkelerine riayet edildiğini yazar(lar) beyan eder. Aksi bir durumun tespiti halinde Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi'nin hiçbir sorumluluğu olmayıp, tüm sorumluluk makale yazarlarına aittir.

ARAŞTIRMACILARIN MAKALEYE KATKI ORANI BEYANI

1. yazar katkı oranı : %50
2. yazar katkı oranı : %50

Bu çalışma, birinci yazarın Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı Eğitim Programları ve Öğretim Bilim Dalında ikinci yazarın danışmanlığında tamamladığı yüksek lisans tezinden üretilmiştir. / Söz konusu tez çalışması, Afyon Kocatepe Üniversitesi BAPK tarafından desteklenmiştir, proje no: BAPK-17.SOS.BİL.25.