Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Eylül 2014, Sayı 31, 1 - 17

Öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne İlişkin Çözüm Yaklaşımlarının Matematiksel Modelleme Süreci Çerçevesinde İncelenmesi

Examining Students' Solutions Regarding the Comet Problem in the Frame of Mathematical Modeling Process

Çağlar Naci HIDIROĞLU

Ayşe TEKİN DEDE

Semiha KULA

Esra BUKOVA GÜZEL[1]

Özet

Bu çalışmanın amacı, matematiksel modelleme süreci çerçevesinde öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarını incelemektir. On ortaöğretim öğrencisiyle gerçekleştirilen araştırmada veriler öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri Kuyruklu Yıldız Problemi'nin yazılı yanıt kağıtlarından ve çözüm süreçlerinde sesli düşünmelerini içeren video kayıtları çözümlemelerinden derlenmiştir. Problemin analizinde yedi basamaklı matematiksel modelleme süreci dikkate alınarak hazırlanan dereceli puanlama anahtarından yararlanılmıştır. Modelleme süreci basamaklarında ilerledikçe öğrencilerin performanslarının azaldığı görülmüştür. Öğrenciler modeli doğrulama basamağında hiç bir yaklaşım sergilememişlerdir. Öğrencilerin daha fazla matematiksel modelleme uygulamaları ile karşılaşmaları ve böylelikle modelleme süreci basamaklarındaki yaklaşımlarını geliştirmeleri sağlanmalıdır.

Anahtar Kelimeler: matematiksel modelleme, matematiksel modelleme problemi, ortaöğretim öğrencisi.

Abstract

The purpose of the study is to examine students' solutions regarding the Comet Problem in the framework of mathematical modeling process. In the study conducted with ten secondary students, the data were collected through the written solutions to the Comet Problem solved by the students individually and the transcriptions of the video recordings including the students' think-alouds during the solution process. The rubric prepared by considering the seven-stage mathematical modeling process was used in the analysis of the problem. It was seen that the students' performances decreased gradually while going through the stages of the modeling process. The students did not display any approaches in the stage of the validation of the model. It is advised that students should be faced with much more mathematical modeling applications, and their approaches should be improved in the modeling process.

Keywords: mathematical modeling, mathematical modeling problem, secondary student.

[1] Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Giriş

Matematiksel modelleme, yaşamın her alanındaki problemlerin doğasındaki ilişkileri görebilmeyi, onları keşfedip aralarındaki ilişkileri matematiksel terimlerle ifade edebilmeyi, sınıflandırabilmeyi, genelleyebilmeyi ve sonuçlar çıkarabilmeyi kolaylaştıran dinamik bir yöntem olarak tanımlanmaktadır (Fox, 2006). Heymann (2003) modellemeyi matematiğin uygulanabilirliğine olanak sağlayan matematiğin gerçek dünyayla ilişkisini ortaya koymanın basit bir yolu olarak tanımlamakta ve nesnel durumlara açıklık getirmek, onları tanımlamak ve gerçek yaşam problemlerini çözmek için matematiksel bir model oluşturulabileceğini ifade etmektedir (akt. Peter-Koop, 2004).

Matematiksel modelleme problemleri, öğrencilerin bir durumu açıklamalarını ve anlamlandırabildikleri şekilde matematikselleştirebilmelerini, problemdeki bilgileri yorumlamalarını, ilgili verileri seçmelerini, yeni verilere giden işlemleri tanımlamalarını ve anlamlı gösterim şekillerini oluşturmalarını gerektirmektedir (Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modelleme, gerçek yaşamdaki bir problemin matematiksel bir problem haline getirilmesi, matematiksel problemin çözülmesi ve çözümden elde edilen sonuçların gerçek yaşam problemine uyarlanması olmak üzere üç ana basamağı içeren ve problem çözmeyi gerektiren doğrusal olmayan döngüsel bir süreç (Berry, 2002; Blum, 2002) olarak ifade edilmektedir. Bu süreçte gerçek yaşam durumuna ilişkin bir matematiksel modelin oluşturulması, bilinmeyenin ortaya çıkarılarak hesaplanması ve matematiksel modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşam durumuna transferi gerçekleşmektedir (Winter, 1994'den akt. Peter-Koop, 2004). Burada sözü edilen gerçek yaşam ifadesi ile doğayla, toplumla ya da kültürle, okul matematiğinin ya da matematik dışı disiplinlerin yaşama yansımaları vb. ifade edilmektedir (Blum, 2002).

Freudenthal (1973), Stevens (2000) ve Streefland (1993) öğrencilerin matematiği okul dışındaki yaşamlarında gerekli olduğunu görmelerinde ve matematiksel becerilerinin gelişiminde, matematiksel modellemenin etkili olduğunu belirtmektedirler (akt. English, 2006). Benzer şekilde Henn (2007) ve Lingefjärd (2006) öğrencilerin modelleme yardımıyla gerçek yaşam ile matematik arasında bir köprü kurduklarını ifade etmektedir.

Matematiksel modellemenin matematik öğretimi ve öğrenimindeki önemi anlaşılarak 90ların sonlarından itibaren farklı ülkelerde modellemeye öğretim programlarında kapsamlı bir şekilde yer verilmeye başlanmıştır (Blomhøj ve Kjeldsen, 2006; Lingefjärd, 2006). Almanya, Amerika, Avustralya, İngiltere, İsveç ve daha pek çok ülkede ilköğretimden başlayıp ortaöğretimin sonuna kadar öğretim programlarında modellemeye önemli bir yer verilmektedir (Lingefjärd, 2006; Maaβ, 2006). Benzer şekilde ülkemizde de İlköğretim ve

Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programları (2005a, 2005b)'nda matematiksel modellenmenin önemine vurgu yapılmaktadır. Öğretim programlarında matematiksel modellemeye yer verilmesine rağmen matematik derslerinde modelleme problemleri nadir olarak kullanılmaktadır (Blum, 2002). Oysaki modelleme problemlerinin açık uçlu olduğu ve önceden belirlenmiş kesin yanıtlarının olmadığı dikkate alındığında öğrencilerin neredeyse tamamının modellemede bazı seviyelerde başarılı olabilecekleri (Fox, 2006) ve matematiksel düşünme becerilerinin gelişebileceği (Berry, 2002) ifade edilmektedir. Bu yüzden matematik öğretiminde, her seviyeden öğrencinin katılımını gerçekleştirmek için modellemeden yararlanılabileceği düşünülmektedir. Ortaöğretim matematik dersi öğretim programında da matematiksel modellemeye önem verilmiş olması sebebiyle, öğretim sürecinde matematiksel modellemeden yararlanılmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Bu çalışmada daha önce derslerinde modelleme uygulamalarıyla karşılaşmamış olan ortaöğretim öğrencilerinin bir modelleme problemindeki çözüm yaklaşımları incelenmeye çalışılmıştır. Bu incelemenin öğrencilerin matematiksel modellemedeki mevcut durumlarının, modelleme sürecinin hangi basamaklarında sıkıntı yaşadıklarının belirlenmesinde ve matematiksel modelleme problemlerinin öğretimde uygulanma biçimine ilişkin planlama yapılırken katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu doğrultuda çalışmanın amacı, matematiksel modelleme süreci çerçevesinde öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarını incelemektir.

Kuramsal Çerçeve

Modelleme bir yandan gerçek dünyadan matematiksel dünyaya geçişi, diğer yandan ise bu geçişteki tüm süreci temsil etmektedir (Blum, 2002). Modellemenin, matematiğin ve geri kalan dünyanın karşılıklı etkileşimi olduğu da belirtilmektedir (Pollak, 1979). Bu etkileşim yoluyla gerçek yaşam problemlerinin sadeleştirilmesi ve matematiksel bir hale dönüştürülmesi (Bukova-Güzel, 2011) mümkün hale gelmektedir. Matematikselleştirmeyle elde edilen modellerin yorumlanması ve gerçek yaşam durumu için uygunluğunun da kontrol edilmesi gerekmektedir (Peter- Koop, 2004).

Modelleme ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde farklı modelleme süreçlerinin varlığı dikkat çekmektedir. Borromeo Ferri (2006) bu farklılığı; araştırmacıların modellemeyi yorumlamalarına ve problemlerin yapısına bağlamaktadır. Bu çalışmada matematiksel modelleme süreci çerçevesinde öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözümlerini incelemek amacıyla kullanılan matematiksel modelleme süreci, Berry ve Houston (1995) ve Borromeo Ferri (2007)'nin çalışmalarından derlenerek oluşturulmuştur.

Berry ve Houston (1995) ve Borromeo Ferri (2007)'nin çalışmalarındaki modelleme süreçleri dikkate alınarak derlenen modelleme sürecinin temel basamakları aşağıda açıklanmıştır:

B_1: Problemi Anlama: Söz konusu gerçek yaşam problemi tanımlanır ve problem için gerekli veriler toplanarak problem incelenir. Gerçek yaşam durumuna yönelik deneyimlerin ortaya çıkarılması ve gerçek yaşam durumunun kapsamının irdelenebilmesi için problemin anlaşılması gerekmektedir. Hem Berry ve Houston, hem de Borromeo Ferri tarafından ele alınan modelleme süreçlerindeki ilk basamak ile aynı içeriğe sahiptir.

B_2: Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma: Gerçek yaşam durumundan hareketle problemin çözümü için değişkenler ve varsayımlar belirlenir. Model oluşturmada kullanılacak değişkenler tanımlanır. Borromeo Ferri tarafından geliştirilen modelleme döngüsünde bu basamağın bulunmaması sebebiyle, Berry ve Houston tarafından ele alınan modelleme sürecinin ikinci ve üçüncü basamakları bu basamakta bir araya getirilmiştir.

B_3: Matematikselleştirme: Gerçek dünyayı matematiksel dünyaya dönüştürmeyi gerektirir. Gerçek yaşam durumunun hangi matematiksel kavramları gerektirdiği belirlenir. Özel olarak, "Problemi çözmek için en uygun strateji matematiğin hangi alanını ilgilendiriyor?" ve "Hangi matematiksel kavramlar değişkenler arasındaki ilişkiyi en iyi şekilde ortaya koyar?" sorularına cevap aranarak genel çözüm stratejisi belirlenir. Berry ve Houston tarafından geliştirilen modelleme döngüsünde bu içeriğe uygun bir basamak olmaması sebebiyle, Borromeo Ferri'nin üçüncü basamağı burada ele alınmıştır.

B_4: Matematiksel Modelleri Kurma ve Birleştirme: Varsayımlar, ön bilgiler ve matematiksel beceriler doğrultusunda grafik, denklem, eşitsizlik gibi matematiksel yapılar oluşturularak gerçek yaşam durumunu temsil edecek veya tanımlayacak matematiksel model/ler formüle edilir. Matematikselleştirme basamağından sonra problem durumuna uygun matematiksel model/ler geliştirilmesi sebebiyle, her iki araştırmacının modelleme sürecinde de ayrı bir basamak olarak ele alınmayan bu basamağa özellikle yer verilmiştir.

B_5: Matematiksel Çözümü Gerçekleştirme: Oluşturulan matematiksel model/ler aracılığıyla problemin çözümü gerçekleştirilir. Matematiksel modelin çözülmesiyle gerçek yaşam durumuna dair matematiksel sonuçlar elde edilir. Doğrudan Borromeo Ferri'nin modelleme döngüsünde yer alan bu basamak, Berry ve Houston'un modelleme sürecinde denklemleri çözme olarak ele alınmaktadır.

B_6: Çözümleri Yorumlama: Problemin çözümünde elde edilen matematiksel sonuçlar analiz edilir ve çözüm kelimelerle ifade edilerek anlamlandırılır. Elde edilen matematiksel sonuçlar gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlanır. Matematiksel dünyayı gerçek dünyaya dönüştürmeyi içerir. Her iki araştırmacının da modelleme sürecinde bu basamak yer almaktadır. Ancak Berry ve Houston yorumlama ile doğrulamayı aynı basamakta almaktadır. Ancak yorumlamanın yapıldığı durumlarda bazen doğrulamanın yapılmayabileceği düşüncesi ile çalışmada bu basamak doğrulamadan ayrı olarak ele alınmıştır.

B_7: Modeli Doğrulama: Modelin doğrulanması için ihtiyaç duyulan verilere karar verilir. Bu veriler kullanılarak modelin durum için uygun olup olmadığı test edilir. Model ve modelin çözülmesiyle elde edilen sonuçlar sorgulanır. Tahminler, ölçümler ve değişkenler, stratejiler doğrultusunda ele alınır ve karşılaştırılır. Her iki araştırmacı tarafından modelleme sürecinde yer alan bir basamaktır.

Yöntem

Araştırmada, matematiksel modelleme süreci çerçevesinde öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözümleri ayrıntılı bir şekilde incelenmek istendiğinden, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması deseninden yararlanılmıştır.

Katılımcılar

Araştırma bir Anadolu Lisesinin 11. sınıfında öğrenim gören, gönüllü on öğrenciyle (dört erkek ve altı kız) gerçekleştirilmiştir. Bulgular sunulurken katılımcıların isimleri gizli tutulmuş ve $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, ..., $Ö_{10}$ kısaltmalarından yararlanılmıştır. Katılımcılardan söz konusu çalışma öncesinde beş matematiksel modelleme problemini çözmeleri istenmiş ve katılımcıların çözümleri sınıf ortamında tartışılmıştır.

Veri Toplama Araçları

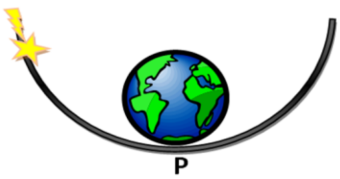
Araştırmanın veri toplama araçlarını öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri Kuyruklu Yıldız Problemi'nin yazılı yanıt kağıtları ve çözüm sürecinde öğrencilerin sesli düşünmelerini içeren video kayıtları oluşturmaktadır. Uygulama esnasında her öğrenci bireysel olarak uygulamanın gerçekleştirildiği sınıfa alınmıştır. Problem çözümü sürecinde zaman kısıtlaması yapılmamış ve her bir öğrencinin sonuca ulaştığını düşündüğü ana kadar devam edilmiştir. Bu uygulamalar esnasında öğrencinin yanında araştırmacılardan ikisi bulunmuş ve çözüm süreci video kamera ile kaydedilmiştir. Öğrencilerin sesli düşünmelerini sağlamak amacıyla araştırmacılar gerektiğinde 'Neden bu şekilde düşündün?', 'Bunu yapmanın sebebi nedir?' gibi sorularla sürece dahil olmuşlardır. Böylelikle öğrencilerin modelleme sürecinin basamaklarındaki ilerleyişleri daha net anlaşılmaya çalışılmıştır.

Kuyruklu Yıldız Problemi tasarlanırken modelleme sürecinde zengin çözüm yaklaşımları sağlamak için katılımcıların probleme yönelik matematiksel ön bilgileri ve deneyimleri dikkate alınmıştır. Bunun yanında Kuyruklu Yıldız Problemi tasarlanırken problemin; tahminlerde ve varsayımlarda bulunmaya, keşfetmeye, yorumlamaya ve değerlendirmeye imkan vermesine, açık uçlu olmasına, ilgi çekici olmasına, günlük yaşamla veya farklı disiplinlerle ilgili olmasına, farklı modeller oluşturulabilmesine, öğrencilerin ön öğrenmelerine uygun olmasına dikkat edilmiştir.

Problemin anlaşılırlığını sağlamak için problem iki ortaöğretim matematik öğretmen adayına, bir matematik öğretmenine ve bir matematik eğitimcisine okutulmuş ve problemin anlaşılırlığına ilişkin geri dönütler alınmıştır. Sonrasında tasarlanan problemdeki eksikliklerin giderilmesi amacıyla bir ortaöğretim kurumunda ön uygulaması yapılmıştır. Elde edilen bilgiler ışığında fikir birliğine varılarak, Kuyruklu Yıldız Problemi'nde gerekli düzeltmeler yapılmış ve son hali verilmiştir (bkz. Şekil 1).

Problem ifadesinde kuyruklu yıldızın Dünya'ya göre hareketi verilmiştir. Bu doğrultuda, öğrencilerin Dünya'nın konumunu sabit gibi düşünerek kuyruklu yıldızın Dünya'ya göre hareketini ele almaları beklenmiştir. Örneğin, Dünya'nın Güneş çevresindeki hareketinin modellenmesinde de gezegenlerin Güneş'e göre hareketi incelenirken Güneş'in konumu sabit düşünülmektedir. Bir başka deyişle, kuyruklu yıldızın evrendeki hareketi farklı olabileceği gibi, farklı gezegenlere göre hareketi de farklı olacaktır. Problem ifadesindeki vurgu, hareketin referans noktasının Dünya olarak alınmasını gerektirmektedir.

Kuyruklu Yıldız Problemi



Bilim insanları yaptıkları araştırmalar sonucunda X isimli bir kuyruklu yıldızın yaklaşık 1 ay sonra Dünya'nın atmosferine gireceğini duyurmuşlardır. X kuyruklu yıldızının Dünya'ya göre hareketini yandaki gibi göstermişlerdir. Buna göre kuyruklu yıldız kısa bir süre için Dünya'nın atmosferine girip, hemen sonra atmosferinden çıkacaktır. X kuyruklu yıldızının Dünya'nın atmosferine girip hemen çıktığı yer P noktası ile gösterilmiştir.

Verilenlere göre; Dünya'nın ve kuyruklu yıldızın konumlarını matematiksel olarak ifade ediniz. Dünya'nın ve kuyruklu yıldızın konumları arasındaki ilişkiyi araştırınız.

Şekil 1

Kuyruklu Yıldız Problemi

Öğrencilerin daha önceden bilinen teoremleri kendilerinin yeniden keşfetmeleri önemlidir. Gezegenlerin, Güneş'in ve Dünya'nın hareketi konusunda da bilinen çok şey olmasına rağmen, öğrencilerin mevcut bilgi ve deneyimleri ile istenen modellemeyi gerçekleştirmelerinin önemli olduğu düşünülmektedir.

Evrendeki gezegen, yıldız vb. cisimlerin yörüngeleri elipsoid şeklindedir. Cisimlerin yörüngelerinin çapları gezegen ve yıldızların büyüklüklerinden oldukça fazla olduğundan, kuyruklu yıldızın Dünya'ya yaklaşması durumunda en yakın eğriyi kullanma ile çözüm gerçekleştirilebilir. Ek olarak, 11. sınıf öğrencilerinin ön bilgileri de göz önüne alınarak söz konusu eğrinin parabol ile temsil edilmesinin sonuçların gerçek yaşama uygunluğunu etkilemeyeceği düşünülmüştür.

Verilerin Analizi

Veriler analiz edilirken, her öğrencinin video kaydı kelimesi kelimesine çözümlenmiş ve öğrencilerin yanıt kağıtları incelenmiştir. Söz konusu transkriptlerde öğrencilerin sesli düşünmelerine yer verilmiş ve çözüm kağıtlarından kesitler alınmıştır. Öğrencilerin yanıt kağıtlarında silik gözüken ifadeleri bilgisayarda yazılarak çözümleme dosyasına aktarılmıştır. Öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi"ne ilişkin çözümlerinin analizinde, söz konusu yedi basamaklı matematiksel modelleme sürecinden yararlanılarak oluşturulmuş dereceli puanlama anahtarı (bkz. Tablo 1) kullanılmıştır.

Tablo 1

Matematiksel modelleme sürecine ilişkin dereceli puanlama anahtarı

Basamaklar	Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B_1	Hiç anlamama ya da yanlış anlama.	Kısmen anlama ancak anlamlandırmada bazı hataları barındırma.	Problemi tam olarak anlamlandırma, verilen ve istenenleri belirleme.
B_2	Gerekli olan ve olmayan değişkenleri belirlememe, varsayımlarda bulunmama	Model için gerekli olan ve olmayan değişkenleri kısmen belirleme, yeterli varsayımlarda bulunmama.	Model için gerekli olan ve olmayan değişkenleri belirleme, gerçekçi varsayımlarda bulunma.
B_3	Problemi matematiksel olarak açıklamama ya da yanlış açıklama.	Gerekli matematiksel kavramları ve sembolleri belirleme, nasıl kullanılacaklarını kısmen açıklama.	Gerekli olan matematiksel kavramları ve sembolleri belirleme, nasıl kullanılacaklarını tam olarak açıklama.
B_4	Matematiksel model/leri oluşturmama ya da yanlış oluşturma.	Matematiksel model/leri oluşturma ancak bunları ilişkilendirmeme.	Matematiksel model/leri doğru bir şekilde oluşturma, bunları ilişkilendirme.
B_5	Modeli yanlış çözeme ya da herhangi bir yaklaşım sergilememe.	Modeli kısmen çözme, bazı hatalar içerme ya da sonuca ulaşamama.	Modeli tam olarak çözme, matematiksel hatalar içermeme.
B_6	Çözümden matematiksel sonuçlar çıkarmama ya da yanlış sonuçlar çıkarma.	Çözümden matematiksel sonuçlar çıkarma ancak yeterli bir şekilde yorumlayamama.	Çözümden matematiksel sonuçlar çıkarma, bunları yorumlama ve gerçek yaşama uyarlama.
B_7	Model/leri doğrulamama ya da yanlış doğrulama.	Model/leri kısmen doğrulama.	Model/lerin doğruluğunu test etme ve farklı durumlar için uygunluğunu gösterme.

Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemine verdikleri yanıtlar ilk olarak araştırmacılar tarafından ayrı ayrı bireysel olarak incelenmiştir. Bu incelemelerin ardından araştırmacılar bir araya gelerek değerlendirmelerini paylaşmışlar ve görüş birliğine varana kadar bu paylaşımlara devam etmişlerdir. Modelleme sürecine ilişkin dereceli puanlama anahtarından yararlanılarak gerçekleştirilen öğrencilerin çözümlerinin analizleri Tablo 2'ye aktarılmıştır. Bulgular her öğrenci için düzenlenmiş transkript dosyaları ile desteklenmiştir.

Bulgular

Matematiksel modelleme süreci çerçevesinde öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözümlerinin analizi Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2.

Modelleme sürecine göre öğrenci çözümlerinin analizi

Basamaklar	Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B$_1$		Ö$_1$, Ö$_7$	Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$, Ö$_6$, Ö$_8$, Ö$_9$, Ö$_{10}$
B$_2$		Ö$_1$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_7$, Ö$_9$, Ö$_{10}$	Ö$_2$, Ö$_5$, Ö$_6$, Ö$_8$
B$_3$	Ö$_7$	Ö$_1$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$, Ö$_8$, Ö$_9$, Ö$_{10}$	Ö$_2$, Ö$_6$
B$_4$	Ö$_1$, Ö$_7$	Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$, Ö$_8$, Ö$_9$, Ö$_{10}$	Ö$_2$, Ö$_6$
B$_5$	Ö$_1$, Ö$_3$, Ö$_7$, Ö$_9$, Ö$_{10}$	Ö$_4$, Ö$_5$, Ö$_8$	Ö$_2$, Ö$_6$
B$_6$	Ö$_1$, Ö$_3$, Ö$_5$, Ö$_6$, Ö$_7$, Ö$_8$, Ö$_9$, Ö$_{10}$	Ö$_2$, Ö$_4$	
B$_7$	Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$, Ö$_6$, Ö$_7$, Ö$_8$, Ö$_9$, Ö$_{10}$		

Problemi anlama basamağında öğrencilerin çoğunluğunun uygun yaklaşım sergiledikleri ve problemi kendi cümleleriyle ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür (bkz. Tablo 2). Örneğin, Ö$_5$'in çözüm kağıdı incelendiğinde, öğrencinin problemi tamamen anladığı ve problemi kendi ifadeleriyle anlattığı görülmüştür (bkz. Şekil 2). Ö$_5$ problem ifadesindeki gerekli olmadığını düşündüğü ifadeleri de elemiştir.

Problemde dünyaya yaklaşmakta olan kuyruklu yıldızın hareketi bize verilmiş. Bunu matematiksel olarak ifade ediniz denmiş. Sonra P noktasında kuyruklu yıldız dünyanın atmosferine girmiş ve aynı noktadan çıkmış tekrardan. Aslında problemde bir ay sonra dünyaya varacağı (kuyruklu yıldızın) söylenmiş ama bu önemli değil bence.

Şekil 2

Ö$_5$'in Çözümünden Problemi Anlamaya İlişkin Kesit

Değişkenleri seçme ve varsayımları kurma basamağında öğrencilerin tamamen ya da bir ölçüde uygun yaklaşım sergiledikleri görülmüştür (bkz. Tablo 2). Bu basamakta öğrenciler problem ifadesinden ve verilen şekilden hareketle çeşitli varsayımlarda bulunmaya ve çözüm için gerekli değişkenleri belirlemeye çalışmışlardır. Öğrenciler varsayımları oluştururken gerçek yaşam deneyimlerinden ve fizik bilgilerinden de yararlanmışlardır. Örneğin, $Ö_2$ problemde verilen resimde en alt noktayı Güney Kutbu olarak düşünmüş ve bu noktayı teğet noktası olarak almıştır (bkz. Şekil 3). $Ö_2$ Kuyruklu Yıldız'ın Dünya'ya göre hareketinin parabol olduğunu varsaymıştır.

Dünya güney kutbuna teğet geçerek batıdan gelir ve doğuya doğru uzaklaşır. Hareketi parabol olarak kabul edersek tekrardan dünyanın atmosferine girme ihtimali yoktur. Dünyaya yaklaştıktan sonra teğet olarak değecektir. Daha sonra da her seferinde daha da fazla uzaklaşacaktır.

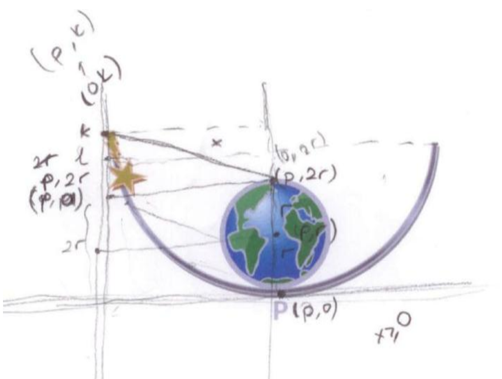
Şekil 3

$Ö_2$'nin Çözümünden Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurmaya İlişkin Kesit

Matematikselleştirme basamağında bir öğrenci dışında tüm öğrencilerin yaklaşım sergiledikleri görülmüştür (bkz. Tablo 2). Bu basamakta öğrenciler gerçek yaşam durumunu matematikselleştirmeye çalışmışlardır. Öğrenciler problemi matematiksel olarak ifade edebilmek için problemde verilen şekli analitik düzleme taşımışlar ve değişkenleri matematiksel sembollerle ifade etmişlerdir. Öğrenciler ayrıca çözüm için gerekli olduğunu düşündükleri matematiksel kavramlara yönelik bilgilerini ortaya koymuşlardır. Örneğin; $Ö_9$ problemde verilen şeklin parabol olduğu varsayımından hareketle çözümünü matematiksel olarak ifade etmeye çalışmıştır (bkz. Şekil 4). Bu doğrultuda $Ö_9$, P noktasını x ekseni üzerinde P(p,0) olacak şekilde belirterek, şekli analitik düzleme taşımıştır. Ancak analitik düzleme taşırken noktaların yerini belirlemede ve değişken atamada bazı sıkıntılar yaşamıştır.

Şekil 4

$Ö_9$'un Çözümünden Matematikselleştirmeye İlişkin Kesit



$Ö_4$'ün bu basamaktaki yaklaşımları onun uzunluk ile nokta kavramlarını karıştırdığını ortaya çıkarmıştır. $Ö_4$'ün sesli düşünmelerini içeren aşağıdaki transkript, öğrencinin matematikselleştirme basamağında bazı sıkıntılar yaşadığını ortaya çıkarmıştır. Bu sıkıntıların temelinde yatan bir diğer neden, söz konusu öğrencinin parabolün genel ifadesi olan $y =$

$ax^2 + bx + c$'deki a parametresi ile Dünya'nın merkezi ve P noktası arasındaki uzaklık (Dünya'nın yarıçapı) olarak atadığı a sabitini birbirine karıştırması olmuştur.

Şimdi bizim ilk başta a dediğimiz şey, yarıçapıydı, merkeziydi. Yani P noktası ile merkezi arasındaki uzaklıktı. Demek ki bu değer pozitif olacak. Zaten grafikte de pozitif. $a^2(x^2 - 2) + 1$ 0'dan büyük. x neydi, kuyruklu yıldızın dünyaya göre olan konumuydu. Demek ki şöyle $+1$ ya, bu değer pozitif olmak zorunda, eğer pozitif olmak zorundaysa, x^2'nin 2'den büyük olması lazım. Evet, 2'den büyük olması lazım.

Bu basamakta hiç yaklaşım sergilemeyen $Ö_7$, gerekçesini çözüm kağıdında aşağıdaki gibi ifade etmiş ve bu basamaktan sonra herhangi bir yaklaşım sergilememiştir (bkz. Şekil 5).

Şekil 5

$Ö_7$'nin Çözümünden Matematikselleştirmeye İlişkin Kesit

Bu konuyla matematikçiler değil, coğrafya ve astroloji uzmanları ilgilensin!...

Matematiksel modelleri kurma ve birleştirme basamağında yalnızca iki öğrenci uygun yaklaşımlar sergilerken, diğer öğrenciler bir ölçüde uygun yaklaşımlar geliştirmişlerdir (bkz. Tablo 2). Bu basamakta öğrenciler değişkenleri ilişkilendirmede ve ön bilgilerini kullanmada sıkıntı yaşamışlar ve genel olarak problemin çözümü için gerekli matematiksel modeli oluşturmada zorlanmışlardır. Zorlanan ve yaklaşımları ile ilgili tereddütleri olan öğrencilere araştırmacılar yol göstermek amaçlı sorular sormuşlardır. Buna karşın, $Ö_2$'nin çözümü incelendiğinde, problemin matematiksel modelini tamamen oluşturduğu görülmüştür (bkz. Şekil 6).

Şekil 6

$Ö_2$'nin Çözümünden Matematiksel Modelleri Kurma ve Birleştirmeye İlişkin Kesit

Parabol $ax^2 = y$ parabolüdür.
k: $((x, ax^2))$ noktasının dünyanın merkezine olan uzaklığı olmak üzere;
$\sqrt{x^2 + (ax^2 - r)^2} = k$
$\sqrt{x^2 + a^2x^4 - 2ax^2r + r^2} = k$
$\sqrt{ax^2(ax^2 - 2r) + x^2 + r^2} = k$

Matematiksel çözümü gerçekleştirme basamağında iki öğrenci tamamen uygun yaklaşım sergilerken, beş öğrenci ise hiçbir yaklaşımda bulunmamıştır (bkz. Tablo 2). Bu basamakta öğrenciler problemde istenen doğrultusunda kurdukları matematiksel modeli çözmeye ve matematiksel sonuçlar elde etmeye çalışmışlardır. Örneğin; $Ö_2$ oluşturduğu matematiksel modelden (bkz. Şekil 6) yararlanarak uygun matematiksel sonuçlar elde etmiştir (bkz. Şekil 7). Öğrenci bu süreçteki düşüncesini sesli olarak aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Şekil 7

Ö$_2$'nin Çözümünden Matematiksel Çözümü Gerçekleştirmeye İlişkin Kesit

Kuyruklu yıldızın hareketini düşünürsek, bu ifadeden (*kurduğu matematiksel modeli kastederek*) elde edeceğim sonuçların hepsi r'den büyük ya da r'ye eşit olmalı.

$$\sqrt{ax^2(ax^2-2r)+x^2+r^2} \geq r$$
$$\sqrt{x^2+r^2+a^2x^4-2ax^2r} \geq r$$
$$x^2+r^2+a^2x^4-2ax^2r \ \geq r^2$$
$$x^2+a^2x^4-2ax^2r \ \geq 0$$
$$x^2 \geq 2ax^2r-a^2x^4$$
$$1 \geq 2ar-a^2x^2$$
$$a^2x^2 \geq 2ar-1$$
$$x \in (-\infty,+\infty) \text{ olduğundan } x^2 \in [0,+\infty) \text{ olur. Buradan}$$
$$2ar-1 \leq 0 \quad a \leq \frac{1}{2r}$$

Çözümleri yorumlama basamağında sekiz öğrenci hiç yaklaşım sergilemezken iki öğrenci bir ölçüde uygun yaklaşım sergilemiştir (bkz. Tablo 2). Öğrencilerin yorumlama basamağında doğrudan matematiksel çözüme ulaşamasalar bile değişkenleri ve bunlar arasındaki ilişkileri yorumlamaları da dikkate alınmıştır. Öğrencilerin bu yönde gerçek yaşam deneyimlerinin olmamasının ve onların yorumlayabilecekleri verilerin problemde verilmemesinin, bu basamakta yaklaşım sergilememelerine neden olabildiği düşünülmektedir. Öğrencilerin elde ettikleri matematiksel sonuçları analiz edip gerçek yaşam bağlamında yorumlamalarının beklendiği bu basamakta, istenilen ölçüde başarılı olamadıkları görülmüştür. Örneğin, Ö$_2$ $a \leq \frac{1}{2r}$ eşitsizliğine ulaştıktan sonra gerçek yaşam durumunda bu eşitsizliğin ne anlama geldiğini sesli olarak aşağıdaki gibi ifade etmiştir (bkz. Şekil 8).

Burada r dediğim dünyanın yarıçapıydı. Demek ki a, $\frac{1}{2r}$ den küçük veya eşitmiş. O zaman a çok küçük bir değermiş.

Şekil 8

Ö$_2$'nin Çözümünden Çözümleri Yorumlamaya İlişkin Kesit

Burada r dediğim dünyanın yarıçapıydı. Demek ki a, $\frac{1}{2r}$ den küçük veya eşitmiş. O zaman a çok küçük bir değermiş.

Modeli doğrulama basamağında öğrenciler herhangi bir yaklaşım sergilememişlerdir (bkz. Tablo 2). Öğrencilerin kurdukları matematiksel modelin ve elde ettikleri matematiksel sonuçların gerçek yaşam durumu için uygunluğunu sorgulamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin modelleme uygulamalarına alışık olmamaları, modelleme süreci hakkında önceden bilgilendirilmemiş olmaları ve problemin ifadesinden de doğrulama yapmaları gerekeceğini anlayamamış olmaları nedeniyle bu basamakta yaklaşım sergileyemedikleri düşünülmektedir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Matematiksel modelleme süreci çerçevesinde öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözümlerinin incelendiği çalışmada elde edilen bulgular doğrultusunda, öğrencilerin modelleme basamakları ilerledikçe çözüme yönelik uygun yaklaşım sergilemede sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Öğrenciler problemi anlama basamağında uygun yaklaşımlar sergileyerek, problemi kendi cümleleriyle ifade etmişlerdir. Problemi anlamamada yaşanan sıkıntıların diğer basamaklardaki yaklaşımları da olumsuz etkileyeceği göz önüne alındığında, bu basamağın önemli olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde, Peter-Koop (2004) öğrencilerin problemi anlamlandırmalarının problemi çözmeleri için önemli olduğunu ve genellikle bu basamakta zorluk yaşadıklarını ifade etmektedir.

Değişkenleri seçme ve varsayımları kurma basamağında bazı sıkıntılar yaşayan öğrenciler kuyruklu yıldızın hareketini parabol olarak düşünerek, çözümü bu doğrultuda gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin söz konusu varsayımları kurmalarında ön bilgilerinin etkili olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin gerekli değişkenleri ayıklayamamaları ve değişkenleri nasıl kullanacaklarını tam olarak bilememeleri (Balyta, 1999; Graham ve Thomas, 2000) modelleme sürecinde bir takım sıkıntılar yaşamalarına yol açmıştır. Öğrencilerin varsayımlarının matematikselleştirme basamağını doğrudan şekillendirdiği görülmüştür. Öğrencilerin farklı disiplinler arasında ilişki kurmaya yönelik bir eğitim almamalarının matematikselleştirme basamağında sıkıntı yaşamalarında etken olduğu düşünülmektedir (Blomhøj, 1993; Schoenfeld, 1992). Bu doğrultuda öğrencilerin hem farklı disiplinler ve matematik arasında ilişki kurabileceği ortamların yaratılması, hem de matematiksel modelleme problemlerinin mümkün olduğunca öğrencilerin dikkatini çekecek şekilde tasarlanmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

Matematiksel modelleri kurma ve birleştirme basamağında öğrenciler değişkenleri ilişkilendirirken ve matematiksel modeli oluştururken, parabol kavramına ilişkin bilgilerindeki eksikliklerin, modeli kurmada sıkıntı yaşamalarına yol açtığı düşünülmektedir. Matematiksel çözümü gerçekleştirme basamağında ise öğrenciler problemde istenen doğrultusunda kurdukları matematiksel modeli çözmeye ve matematiksel sonuçlar elde etmeye çalışmışlardır.

Peter Koop'un (2004) çalışmasının sonuçlarına paralel olarak, bu çalışmada da çözümleri yorumlama basamağında öğrenciler elde ettikleri matematiksel sonuçları analiz ederek gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlamada sıkıntı yaşamışlar ve bazen de hiç yorumlama yoluna gitmemişlerdir. Öğrencilerin çözümü yorumlamayı tercih etmemelerinin nedeninin, Clement'in (1982) de ifade ettiği gibi problemlerde sonuca odaklı bir çözüme alışık olmalarının olabileceği düşünülmektedir. Kapur (1982) tarafından da benzer bir sonuca işaret edildiği gibi, bu çalışmada da modeli doğrulama basamağında öğrenciler, kurdukları matematiksel modelin ve ondan elde ettikleri sonuçların gerçek yaşam durumu için uygunluğunu sorgulamamışlardır. Çözümleri yorumlama ve modeli doğrulama basamakları modelleme süreci için önemli basamakları olarak kabul edildiği (Hestenes, 1987; Tuminaro ve Redish, 2003) göz önüne alındığında öğrencilerin bu yönlerinin geliştirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Modelleme sürecinde gerçekleştirilen üst bilişsel süreçlerin oluşmasında da doğrulama basamağı önemli bir rol oynamaktadır (Hıdıroğlu, 2012). Clement (1982) ve Kapur'un (1987) çalışmalarına paralel olarak, bu çalışmada da sonuca odaklanan öğrenciler, matematiksel sonucu buldukları anda problemi ve yaptıklarını yorumlamayı ve doğrulamayı bırakma eğiliminde oldukları için son iki basamakta öğrenciler uygun yaklaşım sergilemede yetersiz kalmışlardır. Bununla birlikte söz konusu yetersizliğin problemin yapısından da kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Bu nedenle problemde öğrencilere gerçek yaşam verilerine ilişkin bir tablo verilerek daha zengin bir ortam sağlanabilir. Ayrıca bilgisayar ortamında verilecek bir animasyon aracılığı ile öğrencilerin Dünya ve Kuyruklu Yıldız'ın hareketlerini görme şansı elde etmelerine yardımcı olunabilir.

Çalışmanın sonuçları doğrultusunda aşağıdaki önerilere yer verilmektedir:

- Ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel modelleme süreci hakkında bilgilendirilerek, modelleme basamaklarına yönelik yaklaşımlarının daha bilinçli ve çeşitli olması sağlanmalıdır.
- Öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesi ve modelleme basamaklarında zengin yaklaşımlar sergileyebilmesi için sınıf ortamında farklı matematiksel modelleme problemleri uygulanmalı ve problemlerin çözümleri tartışılmalıdır.
- Farklı disiplinlerden öğretmenlerin işbirliği ile öğrencilerin disiplinler arası matematiksel modelleme problemleri ile karşılaşabilecekleri uygulamalar gerçekleştirilmelidir.

Kaynakça

Balyta, P. (1999). *The effects of Using Motion Detector Techonology to Develop Conceptual Understanding of Functions Through Dynamic Representation in Grade 6 Students, A Thesis in the Department of Mathematics and Statistics*. Presented in Partial Fulfilment of the Requirements for the Degree of Master in the Teaching of Mathematics at Concordia University, Montreal, Quebec,Canada.

Berry, J. and K. Houston (1995). *Mathematical Modelling.* Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Berry, J. (2002). Developing mathematical modelling skills: The role of CAS. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 34(5), 212-220.

Blomhøj, M. (1993). Modelling of Dynamical Systems at O-Level. In J. de Lange, C. Keitel, I. Huntley, & M. Niss (Eds.), *Innovation in mathematics education by modelling and applications.* (pp. 257-268). Chichester: Ellis Horwood.

Blomhøj, M. and Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work - Experiences from an in-service course for upper secondary teachers, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 163-177.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education- Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149-171.

Borromeo-Ferri, R. (2007). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. Pitta-Pantazi and Philippou, Eds., *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education in Larnaca, Cyprus,2080-2089.*

Borromeo-Ferri, R. B. (2006). Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modelling Process. In Kaiser, G., Sriraman B. & Blomhoij, M. (Eds.) *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.* 38(2), 86-95.

Bukova Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems, *Teaching Mathematics and Its Applications*, doi:10.1093/teamat/hrq015.

Clement, J. (1982). Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*. 13, 16- 30.

English, L. D. (2006). Mathematical Modelling In The Primary School: Children's Construction Of A Consumer Guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303-323.

Fox, J. (2006). A justification for Mathematical Modelling Experiences in the Preparatory Classroom. *Grootenboer*, Peter and Zevenbergen, Robyn and Chinnappan, Mohan, Eds., *Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia 1*, 21-228.

Graham, A. T. and Thomas, M. O. J. (2000). Building a Versatile Understanding of Algebraic Variables with a Graphic Calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 265-282.

Henn, H-W. (2007). Modelling pedagogy-overview. In: W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss, (Eds), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 322-324). New York: Springer.

Hestenes, D. (1987). Toward a modelling theory of physics instruction. *American Journal of Physics*. 5(55), 440-454.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Kapur, J. N. (1982). The Art of Teaching the Art of Mathematical Modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 13(2), 185-192.

Lesh, R. and Doerr, H. M. (2003). A modeling perspective on teacher development. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 96-112.

MaaB, K. (2006). Modelling in classrooms: What do we want the students to learn? In C. Haines. Et. Al. (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Engineering and Economy*. Chichester: Ellis Horwood.

MEB (2005a). *Ortaöğretim matematik (9-12. Sınıflar) dersi öğretim programı.* Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

MEB (2005b). *İlköğretim matematik (4-8. Sınıflar) dersi öğretim programı.* Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

Peter Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' interactive modelling processes. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millenium: Towards 2010* (Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.

Pollak, H. (1979). The Interaction between Mathematics and other School Subjects. UNESCO (Ed.). *New Trends in Mathematics Teaching IV*. Paris.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of*

Research on Mathematics Teaching and Learning (s. 334– 370). Macmillan: New York.

Tuminaro, J. and Redish, E. (2003). Understanding students' poor performance on mathematical problem solving in physics. Published in *Proceedings of 2003 Physics Education Conference,* Madison, Wisconsin, 720, 113-116, 2004.

Extended Abstract

Introduction

Mathematical modelling is considered as a dynamic method making easy to see the relations inside the nature of the problems in all areas of life, to discover, classify, generalize and deduce these relations and explain them using mathematical terms. Considering the studies conducted on the modelling, it is remarkable that there are different modelling processes in the literature. It is thought that this difference resulted from how the researchers interpreted the modelling and how complex the problems were. The basic steps of the modelling process developed by considering the modelling processes are understanding the problem, choosing variables and making assumptions, constructing the mathematical models and correlating them, mathematizing, interpreting the solutions, and validating the model. Considering that modelling problems are open ended and they do not have definite answers known before, it is thought that almost all of the students can succeed in some levels in the modelling process and their mathematical thinking abilities can be developed. For this reason, it is thought that mathematical modelling will be utilized to provide the attendance of the students at different levels in the mathematics teaching. Accordingly, the purpose of this study is to examine the students' solutions regarding the Comet Problem in the frame of the mathematical modelling process.

Methods

The study is conducted by using the case study method, which is one of the qualitative research methods. In the study carried out with ten secondary students, the data are the written answers given the Comet Problem and the transcriptions of the video recordings. The rubric prepared by considering the seven step mathematical modelling process is used in the analyses of the problems. The analyses of the student solutions are presented in the table including the steps of the mathematical modelling process and the columns composed of showing no approach (true or false), showing partly appropriate approach and showing completely appropriate approach.

Results and Discussion

In the step of understanding the problem, eight students showed completely appropriate approach, and two of them showed partly appropriate approach, and they tried to state the problem in their own words. It was seen that the students showed approaches completely (four of them) and partly (six of them) in the step of choosing variables and making assumptions. In this step, the students had difficulties in correlating the variables and constructing the required mathematical model. All of the students except one of them showed approaches in the mathematising step. Two of the approaches were completely appropriate, and seven of them were partly appropriate in this step. To state the problem mathematically, the students transferred the figure given in the problem into the analytic plane, represented the variables by using mathematical symbols, and revealed their knowledge concerning the mathematical concepts thought as necessary. In the step of constructing mathematical models and correlating them, only two students showed completely appropriate approach, two of them showed no approach and six of them showed partly appropriate approach. The students had difficulties correlating the variables, using their pre-knowledge and generally constructing the mathematical model required for the solution of the problem in this step. While two students showed completely appropriate approach, five of them showed no approach and three of them showed partly appropriate approach in the mathematising step. They tried to solve the constructed mathematical model in accordance with the needed approach in the problem and get the mathematical results in this step. In the step of interpreting the results, eight of the students showed no approach and the approaches of two students were partly appropriate. There were no students showing appropriate approach in the step of validating the model.

It was seen that students' approaches were less appropriate to the solution when they progressed in the steps. Almost all of the students tried to express the problem in their own words partly or completely, make assumptions, associate mathematics to real life, identify the required variables, express variables mathematically by transferring the figure into the analytic plane. The students generally performed low in the last two steps. The students focusing on the result tended to give up solving the problem and interpreting their solutions when they thought that they found the result. In the interpreting step considered as the most important step of the modelling process by most researchers, all students could not show any approach. One of the important purposes of the mathematics education is to help students to realize the value of mathematical modelling in extensive situations and for the learning environments to enrich this kind of problems, which is of great importance.