TARIM BİLİMLERİ DERGİSİ 2003, 9 (3) 261-268
DOI: 10.1501/Tarimbil_0000000821

Mevsimsel ARIMA Modeli Kullanılarak Yeşilırmak Nehri Aylık Akım Serisinin Modellenmesi

Osman ÇEVİK[1] Kadri YÜREKLİ[2]

Geliş Tarihi: 26.03.2002

Özet: Bu çalışma, Yeşilırmak nehrinde ölçülen aylık akım serisinin modellenmesi amacıyla yapılmıştır. Aylık akım serisinin modellenmesinde 361 adet ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modeli kullanılmıştır. Uygun modelin seçiminde, ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modellerinden hesaplanan kalıntıların bağımsız olup olmadıkları göz önüne alınmıştır. Bu amaçla her model için Ljung-Box Q(r) istatistikleri ve bunların χ^2 dağılımı için Pr (Olasılık) değerleri saptanmıştır. Aylık akım serisi için, Pr değeri %5'ten daha büyük olan modeller uygun kabul edilmiştir. Bu çalışmada kullanılan 361 adet modelden yedisinin Pr değeri %5'ten daha büyük olmuştur. Bu modellerden ARIMA(1,0,0)(0,1,1) modelinin Pr değeri (0.072) seçilen diğer modellerin Pr değerlerinden daha büyük olmuştur. Bu nedenle Yeşilırmak nehri aylık akımlarının tahmininde ARIMA(1,0,0)(0,1,1) modelinin uygun olduğu saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler : aylık akımlar, otokorelasyon katsayısı, ARIMA modeli

Modeling of Yeşilırmak River's Monthly Flow Series Using Seasonal ARIMA Model

Abstract: This study was made to model monthly flow series measured on Yesilırmak river. 361 forms of ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) model were used in modeling monthly flow series. In selecting appropriate model, it was taken into account whether the residuals calculated from ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) models were independent. For this reason, Ljung-Box Q(r) statistics and Pr (Probability) values for χ^2 distribution of these statistics for every model were gotten. If the Pr values of models were higher than 0.05, these models were assumed to be appropriate for monthly flow series. Pr values of seven of models used in this study were higher than 0.05. But, Pr value (0.072) of ARIMA(1,0,0)(0,1,1) model was higher than Pr values of the other models selected. Therefore, it was came to a decision that ARIMA(1,0,0)(0,1,1) model was more suitable in forecasting monthly flows for Yeşilırmak river.

Key Words : monthly flows, autocorrelation coefficient, ARIMA model

Giriş

Doğada bir çok olay bilinen fizik kurallarına göre meydana gelmekte ve bunların miktar ve meydana gelme süreleri önceden bilinmektedir. Hidrolojik olayların, miktar ve meydana gelme süreleri önceden kesin olarak belirtilememektedir. Hidrolojik olaylar bir çok olayların birlikte etkisi altında meydana geldiğinden bu olayların miktarlarında önemli farklılıklar görülebilmektedir (Okman 1994). Bu durum üzerinde kararsız atmosferik hareketler önemli derecede etkili olmaktadır (Tao ve Delleur 1976). Bir yılın hangi günlerinin yağışlı geçeceği ve ne miktarda yağış düşeceği, bir akarsuyun belirtilen bir süredeki veriminin ne olacağı, bir yıl içinde en sıcak ve en soğuk günlerin ne zamana rastlayacağı önceden kesin olarak bilinmemektedir. Ancak hidrolojik olayların büyüklükleri istatistiksel yöntemlerle tahmin edilebilmektedir (Okman 1974). Bu nedenle su ile ilgili mühendislik çalışmalarında gerekli olan hidrolojik olayların gelecekteki miktarlarının ne olacağına ilişkin bilgilerin istatistik analizlerle (olasılık ilişkilerinden) elde edilmesi önemli olmaktadır. Ancak, su kaynaklarıyla ilgili projelerde, proje kriterlerinin saptanmasında bir zaman serisine uyan olasılık dağılım biçiminin saptanması tek başına yeterli olmamaktadır. Çünkü eldeki verinin gözlem süresi genellikle planlanması düşünülen hidrolik yapının ekonomik ömründen daha az olmaktadır. Bu amaçla, projenin ekonomik ömrüne eşit süreli bir verinin elde edilmesi amacıyla zaman serisinin modelinin kurulması gerekli olmaktadır (Bayazıt 1981).

Hidrolojik zaman serilerini, ölçülen gözlemler arasındaki bağımlılığa göre modellemek mümkün olmaktadır. Hidrolojik çalışmalarda, bir hidrolojik zaman serisinin gözlemleri arasındaki bağımlılık çoğu kez göz önüne alınmamaktadır. Ancak hidrolojik zaman serilerinin ardışık gözlemlerinin birbirinden bağımsız olmadıkları da bilinmektedir. Günlük debi gözlemleri bir günden diğer bir güne önemli ölçüde değişim göstermemektedir. Bu gözlemlerde bir kümeleşme eğilimi bulunmaktadır. Bir akarsuyun günlük akışlarının ardışık gözlemleri arasındaki bağımlılık, aylık akışlarınkinden, aylık akışların ardışık gözlemleri arasındaki bağımlılık da yıllık akışlarınkinden daha fazla olmaktadır. Böylece hidrolojik gözlemler arasındaki bağımlılık gözlem süresindeki artışla azalmaktadır (Chow 1964). Aralarında bu şekilde bağımlılık bulunan bir zaman serisi, stokastik yada otoregresif süreçler olarak belirtilmektedir. Otokorelasyon katsayısı, hidrolojik zaman serilerinin gözlemleri arasındaki bağımlılığın bir ölçüsü olarak alınmaktadır (McMichael ve Hunter 1972).

---

[1] Gaziosmanpaşa Üniv. İktisadi ve İdari Bilimler Fak. İşletme Bölümü-Tokat
[2] Gaziosmanpaşa Üniv. Ziraat Fak. Tarımsal Yapılar ve Sulama Bölümü-Tokat

Otoregresif modeller ve hareketli ortalama modellerinin kombinasyonu olan ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) modelleri, aylık hidrolojik serilerin stokastik olarak modellenmesinde kullanılabilen yöntemlerdendir. Bu modellerin en önemli parametresi, gözlemler arasındaki bağımlılığı gösteren otokorelasyon katsayısıdır (Bartlett 1946).

Bir akarsu üzerine yapılması düşünülen hidrolik sistemlerden optimal olarak faydalanmak amaçtır. Bu nedenle yapılan bu çalışma, bir akarsu üzerinde yapılması düşünülen hidrolik yapıların sistem kapasitesi için gerekli olan proje kriterlerinin güvenilir olarak elde edilmesinde önemli olan verinin stokastik modellerle nasıl tahmin edilebileceğini göstermek amacıyla yapılmıştır.

Materyal ve Yöntem

Bu çalışmada, Elektrik İşleri Etüt İdaresi Genel Müdürlüğü tarafından işletilen ve Yeşilırmak nehri üzerinde bulunan 1402 numaralı akım gözlem istasyonunda 1939-1995 yıllarında ölçülmüş olan akım miktarları materyal olarak kullanılmıştır. Ancak araştırmada akım ölçümlerinin eksik olduğu yıllar göz önüne alınmamıştır. 1402 numaralı akım gözlem istasyonunda ölçülen aylık akım miktarları Elektrik İşleri Etüt İdaresi Genel Müdürlüğü'nden alınmıştır.

Köse dağının batı yamaçlarından çıkan Yeşilırmak nehri, batıya doğru, kuzeyde Karacan, güneyde Tekeli dağları arasındaki vadiden geçer ve güzergahı boyunca bir çok yan dereleri alarak Almus barajına ulaşır. Almus barajından sonra kuzeyde, Dönek, güneyde, Mamo dağları arasındaki boğazdan geçer ve Omala ovasına ulaştıktan sonra Karayaka boğazından sonra Kazovaya ulaşır. Tokat' ta Behzat deresi ile birleşen Yeşilırmak nehri Kazova'dan sonra Turhal ovasında akar. Buradan sonra yaklaşık olarak 30 km uzunluğunda bir boğazdan geçerek Geldingen ovasına ulaşır. Bu ovada Çekerek çayı ile birleşen Yeşilırmak nehri, birleşme noktasından kuzeydoğu doğrultusunda akışına devam eder. Bundan sonra Amasya ovasını geçer ve Güllü Bağları'nda Tersakan çayı ile birleşir. Buradan sonra kuzeye doğru akan Yeşilırmak nehri Erbaa ovasına ulaşarak Kelkit çayı ile birleşir. Erbaa ovasından sonra dar bir boğaza giren Yeşilırmak nehri, kuzeye doğru akışına devam eder ve Çarşamba ovasından geçerek buradan Karadeniz' e dökülür. Bu akarsuyun boyu 519 km, havza alanı ise 36129 km^2 dir (Anonim 1970). Ancak EİE verilerine göre 1402 numaralı akım gözlem istasyonu, 33904 km^2'lik havza alanına sahiptir.

Mevsimsel ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) modeli: Stokastik süreçlerin özellikleri zaman içinde değişmekte ya da sabit kalmaktadır. Bir sürecin özellikleri zaman içinde değişmiyor ise bu süreç durağan olarak belirtilmektedir. Hidrolojide genellikle ikinci dereceden durağanlığın araştırılması yeterli kabul edilmektedir. Bir verinin ortalaması ve kovaryansı durağan ise, seri ikinci dereceden durağan olarak ifade edilmektedir (Bayazıt 1981).

Stokastik süreçlerin parametrelerinde meydana gelen değişim, doğal yada insan etkisiyle meydana gelmekte ve sonuçta, homojenlik bozulmaktadır (Okman 1994). Bu değişim, sürecin parametrelerinin gidişinde (trend) meydana gelebildiği gibi, sürecin parametrelerinde ani değişim şeklinde de (sıçrama) görülebilmektedir. Bununla birlikte, yıldan daha kısa zaman aralıklarında ölçülen hidrolojik süreçler dünyanın güneş etrafında dönüşünün bir sonucu olarak periyodikliğe sahiptir (Haan 1977). Stokastik süreçlerin modellenmesinde, zaman serisinin durağanlığının sağlanması, uygun modelin belirlenmesi açısından oldukça önemlidir (Çevik 1999).

Topaloğlu ve ark. (1999)'da aylık akım serisinin trend açısından durağanlığını saptamak için Spearman testinin kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Bu teste gözlem değerlerinin yerine bunların sıra numaraları kullanılmaktadır. Bu test aşağıda verilen ilişkilere göre yapılmaktadır.

$$R_{sp} = 1 - \frac{6\sum D_i^2}{n(n^2-1)} \quad (1)$$

$$D_i = K_{xi} - K_{yi} \quad (2)$$

$$t_t = R_{sp}\left[\frac{(n-2)}{(1-R_{sp}^{\ 2})}\right]^{1/2} \quad (3)$$

Bir zaman serisinde trendin yokluğunu belirlemek için, yukarıda verilen t_t değerinin, DF=n-2 serbestlik derecesi ve %5 önem seviyesinde t dağılımı ile testi yapılmaktadır. Eğer, t_{cetvel} (DF, %2.5) < t_t < t_{cetvel} (DF, %97.5) ise, gözlem serilerinde trendin olmadığına karar verilir.

Yeşilırmak nehri aylık akım serilerinde periyodik dalgalanma ve sıçramanın bulunup bulunmadığını test etmek, yani varyans ve ortalama açısından aylık akım serisinin durağanlığını saptamak için, Yücel ve ark. (1999) da verilen esaslara göre aylık akım serisinin varyans ve ortalama açısından durağanlığını araştırmıştır.

Aylık akım serisinin varyans açısında durağanlığını belirlemek için aylık akım serisi iki eşit alt guruba ayrılarak, her gurup için serbestlik derecesi v = n-1 olan varyanslar (S_1^2 ve S_2^2) belirlenir. Daha sonra elde edilen varyanslar birbirine oranlanır ($F_{hesap}=S_1^2/S_2^2$). Elde edilen F_{hesap} değeri, %5 önem seviyesinde F dağılımı tablo değeri (F_{cetvel}) ile karşılaştırılır. Eğer, F_{cetvel} (v, %97.5) > F_{hesap}>F_{cetvel} (v, %2.5) ise, bu durumda alt grup varyasları birbirine eşit kabul edilir. Yani aylık akım serisinin varyans açısından durağan olduğu kabul edilir.

Aylık akım serisinin ortalama açısından durağanlığını test etmek için, iki eşit alt gruba ayrılan aylık akım serisinin her bir grubunun ortalamaları ($\bar{X}_1$ ve $\bar{X}_2$) belirlenir. Daha sonra bu ortalamalara göre, t_{hesap} değeri aşağıda verilen ilişkiden saptanır.

$$t_{hesap}=(\overline{x}_1-\overline{x}_2)/\sqrt{(s_1^2+s_2^2)/n} \tag{4}$$

Yukarıda verilen ilişkiden saptanan t_{hesap} değeri, %5 önem seviyesinde v=2n-2 serbestlik derecesinde t dağılımının tablo değeri (t_{cetvel}) ile karşılaştırılır. Eğer, t_{cetvel} (v, %97.5) > t_{hesap}>t_{cetvel} (v, %2.5) ise, alt grup ortalamaları arasında farkın olmadığına ve aylık akım serisinin ortalamasının zamanla değişmediğine karar verilir.

Yeşilırmak nehri aylık akım serisinin modelini oluşturmak amacıyla doğrusal otoregresif modeller (AR) ve hareketli ortalama modellerinin (MA) kombinasyonu olan ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modelleri araştırmada göz önüne alınmıştır. ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modellerindeki, d ve D parametreleri serinin durağan olmadığı koşullarda göz önüne alınmaktadır. Bir ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modelinin genel şekli Eşitlik 5'de verilmiştir (Box ve Jenkins,1976). Hipel ve ark.(1977)'de D+d > 0 olması durumunda Eşitlik 5'te verilen μ'nün sıfır alınabileceğini belirtmişlerdir.

$$\varnothing(B)\Phi(B^s)(w_i-\mu)=\theta(B)\Theta(B^s)a_i \tag{5}$$

Burada;

$$w_i \quad = (1-B)^d\,(1-B^s)^D zi \tag{6}$$

$$\varnothing(B) = 1-\varnothing_1 B-\varnothing_2 B^2-\quad-\varnothing_p B^p \tag{7}$$

$$\Phi(B^s)=1-\Phi_1 B^s-\Phi_2 B^{2s}-\quad-\Phi_P B^{Ps} \tag{8}$$

$$\theta(B) = 1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\ldots-\theta_q B^q \tag{9}$$

$$\Theta(B^s)=1-\Theta_1 B^s-\Theta_2 B^{2s}-\ldots-\Theta_Q B^{Qs} \tag{10}$$

ARIMA(p,d,q)(P,D,Q), hidrolojik sürecin normal dağılım göstermesi durumunda kullanılabilmektedir (Hipel ve ark. 1977). Ancak hidrolojik olaylar genellikle kaymış dağılım göstermektedirler (Okman 1994). Bu nedenle yukarıda verilen ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modellerinin aylık akımların tahmininde kullanılabilmesi için, aylık akım serisinin normal dağılıma uydurulması gerekmektedir. Hipel ve ark. (1977)'de aylık akım serilerinin normal dağılım göstermesi amacıyla logaritmik dönüşümün yapılmasının yeterli olduğunu belirtmişlerdir. Bu amaçla, bu çalışmada, aylık akım serisinin normal dağılıma uyan bir dağılım göstermesi için, akımların logaritmik dönüşümleri (z=lnx) yapılmıştır. Aylık akım serisi ile logaritmik dönüşümü yapılan bu akım serisinin normal dağılıma uyup uymadığını saptamak için Kolmogorov-Smirnov testi uygulanmıştır.

Aylık akım serisinin modellenmesinde öncelikle uygun ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) modelinin saptanması gerekmektedir. Stokastik süreçler için uygun ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modelinin seçiminde otokorelasyon katsayıları ve kısmi otokorelasyon katsayıları kullanılabilmektedir (Hipel ve ark. 1977). Uygun ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modelinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarına göre nasıl seçilebileceği aşağıda açıklanmıştır. Bu çalışmada aylık akımlar için uygun olan ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) modelinin seçiminde, otokorelasyon katsayıları ve kısmi otokorelasyon katsayıları kullanılmamış, bunun yerine ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) model parametreleri (p, d, q, P, D, Q) için 0, 1 ve 2 alınarak 361 adet ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) modeli belirlenmiş ve bu modellerden tahmin edilen kalıntıların Eşitlik 13'e göre bağımsızlık testi yapılmıştır. Bu teste göre modelin nasıl seçileceği aşağıda verilmiştir. Wei (1989)'da, ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) model parametreleri için en fazla 2 alınmasının uygun olacağını, 2'den daha büyük değerlerin alınması durumunda parametre sayısı artacağından uygun tahminin yapılamayacağını belirtmektedir. Araştırmada kullanılan ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) modellerinin parametrelerinin, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarının elde edilmesinde MINITAB ve SPSS programları kullanılmıştır.

Otokorelasyon katsayıları (r_{kc}) bir serideki gözlemler arasındaki doğrusal bağımlılığı göstermektedir. Bir serinin gözlemleri arasında bağımlılığın bulunmaması durumunda, serinin otokorelasyon katsayıları (r_{kc}) sıfıra yakın değerler alacaktır. Bu nedenle bir serinin gözlemleri arasında doğrusal bir bağımlılığın bulunduğunu saptamak için tahmin edilen otokorelasyon katsayılarının değişiminin grafiğinin (korelogram) elde edilmesi gereklidir. Elde edilen bu grafikte otokorelasyon katsayıları sıfırdan önemli derece farklılık gösteriyorsa serinin gözlemleri arasında doğrusal bir bağımlılığın olduğu sonucuna varılır (Janacek ve Swift 1993). McMichael ve Hunter (1972)'de otokorelasyon katsayılarının Eşitlik 11'den elde edilebileceğini belirtmişlerdir. Mcleod ve ark. (1977)'de otokorelasyon katsayılarının k=n/4'e kadar hesaplanmasının yeterli olacağını belirtmiştir. Ancak aylık seriler için k değerinin 36 olarak alınması genel seyri gösterme açısından yeterli kabul edilmektedir (Çevik 1999).

$$r_{kc}=\frac{\sum_{i=1}^{n} z_i z_{i+k}-n\mu_z^2}{(n-1)s_z^2} \tag{11}$$

Bartlett (1946)'da, bir serinin otokorelasyon katsayılarının k=q dan sonra sıfırdan önemli derecede farklılık göstermemesi durumunda, serinin modelinin hareketli ortalama modeline göre kurulmasının gerekli olduğunu, buna karşın otokorelasyon katsayılarının k=q dan sonra sıfırdan önemli derecede farklılık göstermesi durumunda ise serinin otoregresif modellere göre modelinin kurulmasının gerekli olduğunu belirtmiştir (Hipel ve ark.1977).

Bir serinin, otoregresif modellere uygunluğu kısmi otokorelasyon katsayılarına (r_j) göre test edilmektedir. Bu amaçla saptanan kısmi otokorelasyon katsayılarının değişiminin grafiği (korelogram) elde edilir. Elde edilen bu grafikte kısmi otokorelasyon katsayıları k=p den sonra sıfırdan önemli derecede farklılık göstermemesi durumunda serinin otoregresif modellere göre modelinin kurulması gerekli olmaktadır. Kısmi otokorelasyon katsayıları k=p den sonra sıfırdan önemli derecede faklılık göstermesi durumunda ise hareketli ortalama modelinin kullanılması gereklidir (Hipel ve ark. 1977). Kısmi otokorelasyon katsayıları Eşitlik 12'de verilen Yule-Walker eşitliğine göre saptanmaktadır (Box ve Jenkins 1976).

$$r_j = \varnothing_{k1} r_{j-1} + \dots + \varnothing_{k(k-1)} r_{j-k+1} + \varnothing_{kk} r_{j-k} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (12)$$

Yukarıda açıklanan koşulların sağlanamaması durumunda seri, otoregresif ve hareketli ortalama modellerinin kombinasyonu olan ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modellerine göre modellenmektedir.

Bir stokastik süreç için seçilen ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modelinin veriye uygunluğunu test etmek için ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modellerinden hesaplanan kalıntıların otokorelasyon katsayılarının sıfırdan önemli derecede farklı olup olmadıklarına bakılmaktadır. Kalıntıların otokorelasyon katsayıları sıfırdan önemli derecede farklılık göstermiyorsa, seçilen model aylık akımların tahmininde kullanılabileceğine karar verilmektedir. Kalıntıların sıfırdan önemli derecede farklılık gösterip göstermediği aşağıda verilen istatistik parametreye göre belirtilmektedir (Ljung ve Box 1978). Box ve Pierce (1970)'de, Eşitlik 13'de verilen istatistik parametrenin χ^2 dağılımına uyduğunu belirtmişlerdir.

$$Q(r) = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}(n-k)^{-1} r_{ak}^2 \quad (13)$$

Bu amaçla, seçilen modelin veriye uygunluğunu test etmeç için belli bir k. dereceye kadarki kalıntıların otokorelasyon katsayıları ve Q (r) istatistikleri hesaplanır. k. derece için hesaplanan Q (r) istatistiğinin χ^2 değerinin (Pr), 0,05 güven düzeyine göre karşılaştırılması yapılır. Elde edilen Pr değeri 0.05'den daha büyükse, k. dereceye kadar hesaplanan kalıntıların otokorelasyon katsayılarının sıfırdan önemli ölçüde farklı olmadığına karar verilir. Bu sonuca göre kalıntıları bağımsız oln ARIMA (p,d,q)(P,D,Q) modeli aylık akımların tahmini için seçilir.

Bulgular ve Tartışma

Yeşilırmak nehri aylık akım serisi ile logaritmik dönüşümü yapılan bu akım serisinin normal dağılıma uygunluğunu belirlemek için yapılan Kolmogorov-Simirnov testine göre dönüşümü yapılmayan aylık akım serinin normal dağılıma uymadığı saptanmıştır ($Pr=0.000<\alpha=0{,}05$). Buna karşın logaritmik dönüşümü yapılan aylık akım serisine uygulanan Kolmogorov-Simirnov testine göre normal dağılıma uyduğu saptanmıştır ($Pr=0.063>\alpha=0{,}05$).

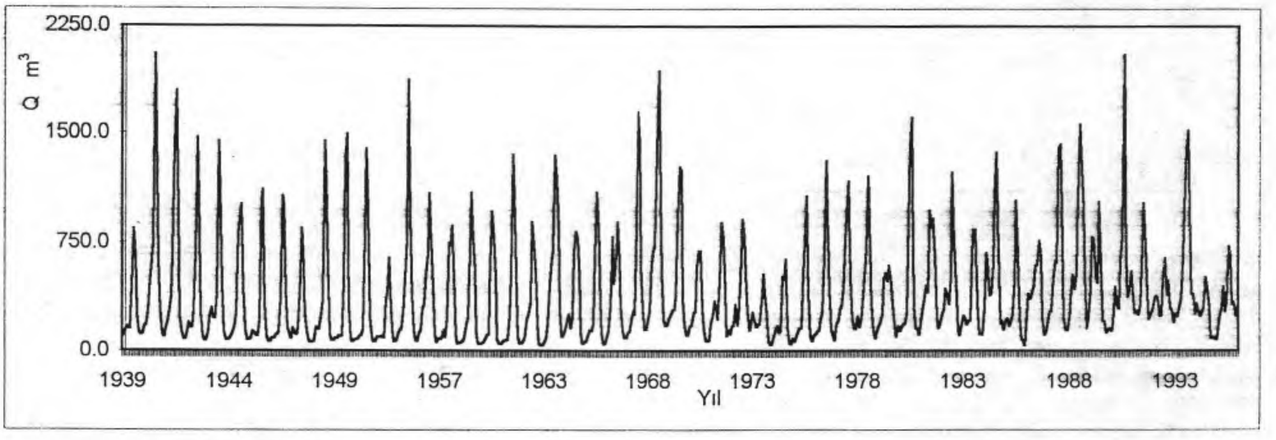
Yeşilırmak nehri aylık akım serisinin trend açısından durağanlığını saptamak için aylık akım serisine Spearman sıra korelasyon testi uygulanmıştır. Bu amaçla Eşitlik 3'ten saptanan t_t değeri 0,5992 bulunmuştur. Elde edilen bu değer %5 önem seviyesinde ve DF= n-2 serbestlik derecesinde t dağılımı ile test edilmiştir. Buna göre t_t değeri, $-1.96 < t_t = 0.5992 < +1.96$ olduğundan Yeşilırmak nehri aylık akım serisinin trend açısından durağan olduğu söylenebilir. Bu durum Şekil 1'de verilen aylık akım serisinin zamana göre değişim grafiğinden de görülebilmektedir.

Aylık akım serisinin periyodik dalgalanmalardan ve sıçramalardan arınmış olup olmadığını yani varyansın durağan olup olmadığını test etmek amacıyla seri iki eşit parçaya bölünmüş ve her bir alt seri için s_1^2 ve s_2^2 şeklinde iki adet varyans hesaplanmıştır. Bu varyanslardan hareketle hesaplanan $F_h = s_1^2 / s_2^2 = 0{,}30/0{,}40 = 0{,}75$ değeri ile $F_{cetvel} = F_{0{,}05\,n1\,n2} = 1{,}00$ karşılaştırılmış ve H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (iki alt serinin geldiği evren varyansları eşittir) şeklindeki hipotez kabul edilmiştir. Dolayısıyla ilgili serisinin varyansının durağan olduğu saptanmıştır.

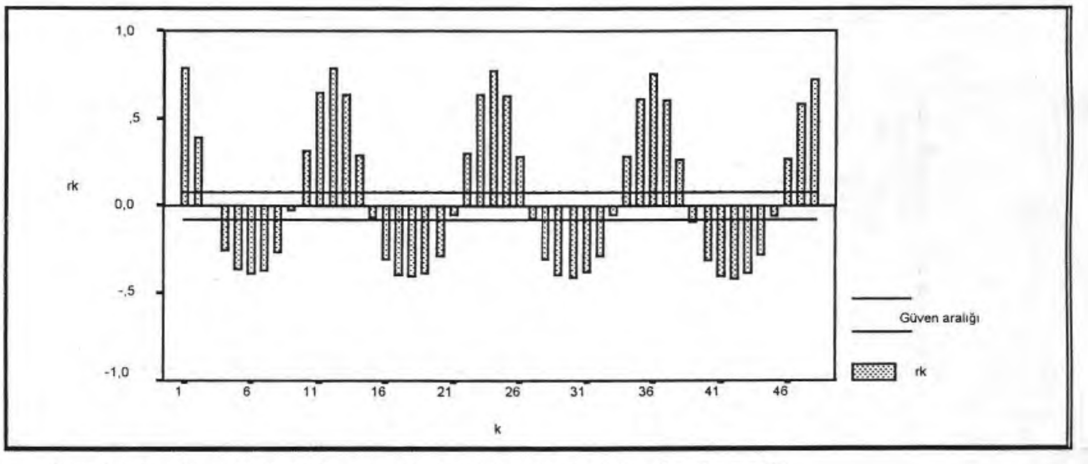
Aylık akım serisinin ortalamasının durağan olup olmadığını test etmek için, varyans durağanlığını test etmek için kullanılan iki alt serinin ortalamaları ($\bar{x}_1$ ve $\bar{x}_2$) hesaplanmıştır. Bu ortalamalardan hareketle Eşitlik 4'ten, t_{hesap} değeri 0.98 olarak saptanmıştır. t_{hesap} değeri, $-1.96 < t_{hesap} = 0.98 < +1.96$ olduğundan, H_0: $\mu_1 = \mu_{II}$ (iki alt serinin geldiği evren ortalamaları eşittir) şeklindeki hipotez kabul edilmiştir. Dolayısıyla ilgili serinin ortalamasının zamanla değişmediği yani durağan olduğu tesbit edilmiştir.

Ortalama, varyans ve trend açısından durağan olan Yeşilırmak nehri aylık akım serisi, Şekil 1'den de görülebildiği gibi harmonikler oluşturmuştur. Bu da aylık akım serisinde periyodikliğin bulunduğunu göstermektedir. Buna göre periyodiklik açısından durağan olmayan aylık akım serisinin durağanlığının elde edilmesi gereklidir. Bu amaçla araştırmada göz önüne alınan serinin mevsimsel açıdan durağanlığını sağlamak için mevsimsel fark alınması gerekmektedir. Bu amaçla ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modellerinde, D parametresi bir yada iki alınmalıdır. Durağanlıkla ilgili olarak aşağıda verilen Şekil 2, 3 ve 4, logaritmik dönüşümü yapılan serinin D=0, 1 ve 2 için otokorelasyon katsayılarının korelogramını göstermektedir. Şekil 2'den logaritmik dönüşüm sonucu elde edilen serinin mevsimsel etki içerdiği yani durağan olmadığı görülmektedir. Mevsimsel etkiyi giderip seriyi durağan hale getirmek amacıyla D=1 (yani 1 mevsimsel fark) alındıktan sonra elde edilen seri için çizilen Şekil 3'ten ise, serinin durağan kabul edilebilecek duruma geldiği görülmektedir. Şekil 4'ten ise D=2 alındığında serinin tekrar durağanlığının bozulduğu görülmektedir. Dolayısıyla incelediğimiz seri için en uygun D değerinin (yani durağanlığı sağlayan D değeri) 1 olacağı gözükmektedir. Aşağıdaki Çizelge 1 den de görülebildiği gibi aylık akım serisine uygun olan modellerde d=0 olmuştur. Buna karşın ilk modelin dışındakilerde D=1 olmuştur. Yani aylık akım serisinde periyodikliğin bulunduğu, bunu gidermek için de D=1 alındığı, aylık akım serisi için seçilen modellerde de gözükmektedir (Çizelge1).

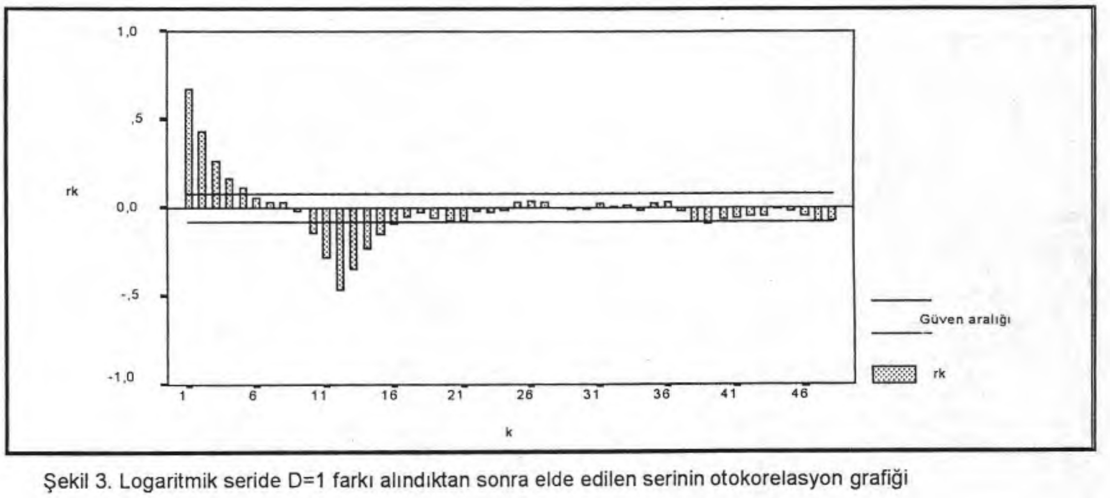
Yeşilırmak nehri aylık akım serisi için 361 adet ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modeli göz önüne alınmıştır. Bu modellerden aylık akım serisine uygun olanının seçiminde,



Şekil 1. Yeşilırmak nehri aylık akımlarının değişimi



Şekil 2. Logaritmik dönüşümden sonra elde edilen serinin otokorelasyon grafiği



Şekil 3. Logaritmik seride D=1 farkı alındıktan sonra elde edilen serinin otokorelasyon grafiği

Çizelge 1. ARIMA modelleri için Q(r) istatistikleri

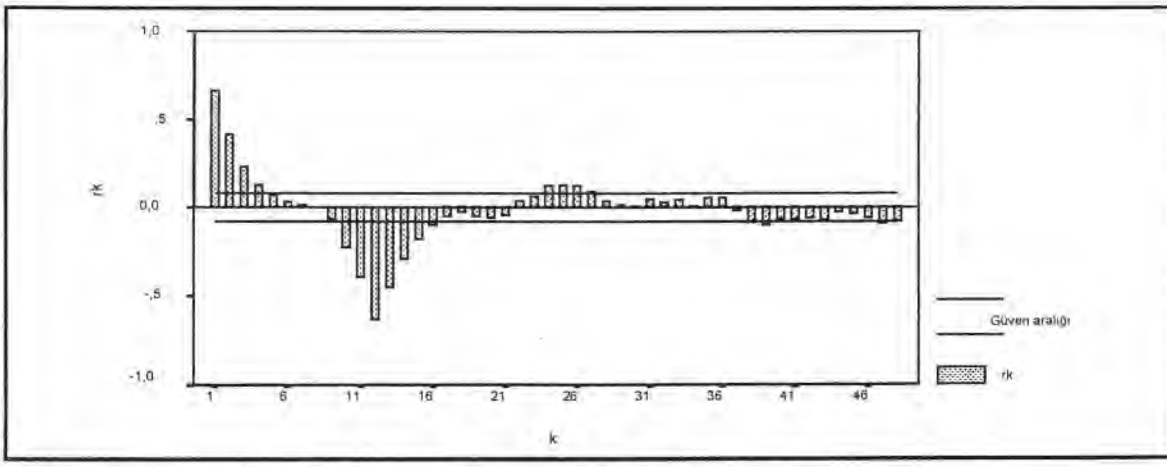
ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)	Q(r), k=36	Pr ≥ 0.05
ARIMA (1,0,0)(1,0,1)	45.5	0.057
ARIMA (1,0,0)(1,1,1),	45.5	0.057
ARIMA (1,0,0)(0,1,1)	45.5	0.072
ARIMA (1,0,0)(2,1,1)	44.8	0.052
ARIMA (1,0,0)(0,1,2)	45.6	0.056
ARIMA (1,0,1)(0,1,1)	45.9	0.053
ARIMA (2,0,0)(0,1,1)	45.9	0.053

361 adet ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modelinden hesaplanan kalıntıların bağımsızlık testi yapılmıştır. Bu amaçla Eşitlik 13'ten her model için hesaplanan Ljung-Box Q(r) istatistiğinin, χ^2 değeri (Pr), %5'ten büyük olan modeller, aylık akım serisinin modellenmesi için uygun kabul edilmiştir. Araştırmada göz önüne alınan 361 adet ARIMA(p,d,q) (P,D,Q) modelinden, ARIMA(1,0,0) (1,0,1), ARIMA(1,0,0)(1,1,1), ARIMA(1,0,0)(0,1,1), ARIMA(1,0,0)(2,1,1), ARIMA(1,0,0)(0,1,2), ARIMA(1,0,1)(0,1,1) ve ARIMA(2,0,0),(0,1,1) modelleri için elde edilen Ljung-Box Q(r) istatistiğinin, χ^2 değeri (Pr), %5'ten büyük olmuştur (Çizelge 1). Buna göre bu modellerden tahmin edilen kalıntıların otokorelasyon katsayıları sıfırdan önemli derecede farklı olmamıştır. Q(r) istatistikleri, k=36 için elde edilmiştir.

Çizelge 1'de verilen modellerden ARIMA(1,0,0) (0,1,1) modelinin Q(r) istatistiğinin Pr değeri (0.072), diğer modellerinkinden daha fazla olmuştur. Bu nedenle Yeşilırmak nehri aylık akımlarının tahmininde ARIMA(1,0,0)(0,1,1) modeli daha uygun bulunmuştur. Çizelge 2'de, beş yıllık bir periyot için (1985-1989), açık şekli Eşitlik 14'te verilen ARIMA(1,0,0)(0,1,1) modeline göre tahmin edilen aylık akımlar (V_F) verilmiştir.

$$(1-0.729B)\,(1-B^{12})\,z_t = (1-0.900B^{12})\,a_t \qquad (14)$$

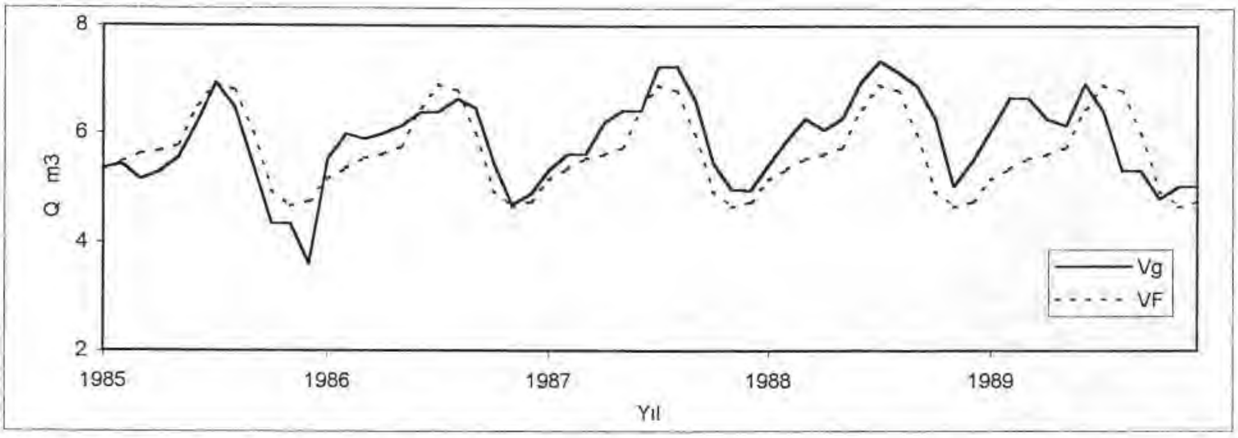
Bu çizelgede ayrıca %95 güven sınırları için tahmin edilen akım miktarları (V_{UL}, V_{LL}) ile gözlenen akım (V_g) miktarları da verilmiştir. Şekil 5'te gözlenen ve tahmin edilen akımların 1985-1989 yılları için değişimi verilmiştir.



Şekil 4. Logaritmik seride D=2 farkı alındıktan sonra elde edilen serinin otokorelasyon grafiği

Çizelge 2. ARIMA(1,0,0)(0,1,1) modelinden tahmin edilen akım miktarları, 10^6 m^3 (z = lnx)

Yıl	Akım	Aylar											
		10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1985	V_g	5.36	5.43	5.15	5.30	5.56	6.19	6.94	6.48	5.42	4.34	4.34	3.61
	V_F	5.32	5.47	5.63	5.67	5.78	6.51	6.91	6.80	6.02	4.97	4.66	4.75
	V_{UL}	5.96	6.26	6.49	6.57	6.70	7.43	7.84	7.74	6.95	5.90	5.59	5.69
	V_{LL}	4.68	4.68	4.77	4.77	4.88	5.58	5.98	5.87	5.08	4.03	3.72	3.82
1986	V_g	5.53	5.98	5.88	5.99	6.13	6.38	6.39	6.63	6.47	5.46	4.69	4.88
	V_F	5.15	5.35	5.54	5.61	5.74	6.47	6.89	6.79	6.00	4.96	4.65	4.75
	V_{UL}	6.09	6.29	6.48	6.55	6.68	7.42	7.83	7.73	6.94	5.90	5.59	5.69
	V_{LL}	4.21	4.41	4.60	4.67	4.80	5.53	5.95	5.84	5.06	4.02	3.71	3.80
1987	V_g	5.33	5.61	5.63	6.21	6.43	6.42	7.24	7.26	6.63	5.46	4.98	4.95
	V_F	5.15	5.35	5.54	5.61	5.74	6.47	6.89	6.79	6.00	4.96	4.65	4.75
	V_{UL}	6.09	6.30	6.49	6.55	6.68	7.42	7.83	7.73	6.95	5.91	5.60	5.69
	V_{LL}	4.20	4.40	4.59	4.66	4.79	5.53	5.94	5.84	5.06	4.01	3.70	3.80
1988	V_g	5.44	5.89	6.27	6.06	6.29	6.96	7.35	7.14	6.89	6.28	5.04	5.48
	V_F	5.15	5.35	5.54	5.61	5.74	6.47	6.89	6.79	6.00	4.96	4.65	4.75
	V_{UL}	6.10	6.30	6.49	6.56	6.69	7.43	7.84	7.74	6.95	5.91	5.60	5.70
	V_{LL}	4.20	4.40	4.59	4.65	4.79	5.52	5.94	5.83	5.05	4.01	3.70	3.79
1989	V_g	6.06	6.67	6.65	6.26	6.15	6.93	6.41	5.33	5.32	4.80	5.02	5.03
	V_F	5.15	5.35	5.54	5.61	5.74	6.47	6.89	6.79	6.00	4.96	4.65	4.75
	V_{UL}	6.10	6.31	6.50	6.56	6.69	7.43	7.84	7.74	6.96	5.92	5.61	5.70
	V_{LL}	4.19	4.39	4.58	4.65	4.78	5.52	5.93	5.83	5.05	4.00	3.69	3.79



Şekil 5. Gözlenen ve tahmin edilen akımların değişimi

Söz konusu şekilden de görüldüğü üzere, elde edilen modelden tahmin edilen değerler, gerçek değerlere oldukça yakın bir seyir göstermektedir. Bu sonuca göre elde edilen bu modelin gözlenen verilere uygun olarak seçildiği, dolayısıyla bu model ile geleceğe dönük tahminleri yapmanın mümkün olduğunu söylenebilir.

Sonuç

Bir çok olayın etkisi altında meydana gelen Hidrolojik olaylarda zaman içerisinde önemli farklılıklar görülebilmektedir. Su kaynaklarından optimal olarak faydalanmak için hidrolojik olayların gelecekteki miktarlarının bilinmesi önemlidir. Bu amaçla da değişik modeller kurulabileceği gibi, akarsu akımlarının oluşturduğu serinin bir zaman serisi olması nedeniyle modellenmesinde de zaman serileri analizlerinde son zamanlarda oldukça yaygın olarak kullanılan ARIMA modellerinden faydalanmak mümkündür. Buradan hareketle Yeşilırmak nehrinde 1939-1995 yılları arasında ölçülmüş aylık akımların modellemesi yapılmıştır. Yapılan 361 adet ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) modeli içerisinden ilgili verilere en uygun olan modelin ARIMA(1,0,0)(0,1,1) modeli olduğu saptanmıştır. Elde edilen bu model, gelecekte Yeşilırmak nehrinin aylık akım miktarının ne olacağı ile ilgili yapılacak araştırmalarda oldukça yardımcı olacaktır.

Semboller

z_i : Dönüşümü yapılmış akım
w_i : Durağan seri
B : Geri dönüştürme operatörü
$\O_i$: Yıllık AR için i. parametre
θ_i : Yıllık MA için i. parametre
Φ_i : Mevsimsel AR için i. parametre
Θ_i : Mevsimsel MA için i. parametre
s : Mevsimsel uzunluk (aylık veri için 12)
a_i : i. Kalıntı
r_{kc} : k. dereceden otokorelasyon katsayısı
n : Gözlem sayısı
μ_z : Dönüşümü yapılmış akımların ortalaması
S_z : Dönüşümü yapılmış akımların standart sapması
r_j : k. dereceden kısmi otokorelasyon katsayısı
$\O_{kk}$: k. dereceden otoregresif modeldeki k. parametre
r_{ak} : Kalıntıların k. dereceden otokorelasyon katsayısı
Q(r) : Kalıntıların bağımsızlığı için istatistik parametre
m : Kalıntıların otokorelasyon katsayılarının maksimum derecesi
AR : Otoregresif model
MA : Hareketli ortalama model
D_i : Sıralamalar arası fark
K_{xi} : x gözleminin sıra numarası
K_{yi} : Artan dizide x gözleminin sıra numarası
R_{sp} : Spearman sıra korelasyon katsayısı
p : Mevsimsel olmayan otorgresif model derecesi
q : Mevsimsel olmayan hareketli ortalama model derecesi
d : Mevsimsel olmayan fark alma derecesi
P : Mevsimsel otoregresif model derecesi
Q : Mevsimsel hareketli ortalama model derecesi
D : Mevsimsel fark alma derecesi
Pr : Olasılık düzeyi

Kaynaklar

Anonim, 1970. Yeşilırmak Havzası Toprakları. Topraksu Genel Müdürlüğü Yayınları. Yayin No: 241, Ankara, 141s.

Bartlett, M. S. 1946. On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series. Royal Statistical Society Journal, Ser. B, 8, 27-41.

Bayazıt, M. 1981. Hidrolojide Istatistik Yontemler. Istanbul Teknik Universitesi Yay. 1197, Istanbul, 223 s.

Box, G. E. P. and G. M. Jenkins, 1976. Time Series Analysis Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco, 575 s.

Box, G. E. P. and D. A. Pierce, 1970. Distribution of residual autocorrelation in autoregressive-integrated moving average time series models. J. of the American Statistical Association, 65, 1509-1526.

Chow, V. T. 1964. Handbook of Applied Hydrology. McGraw-Hill Book Company, New York.

Çevik, O. 1999. Zaman Serileri Analizinde Box-Jenkins Yöntemi ve Turizm Verileri Üzerine Bir Uygulama, Doktora Tezi, Kırıkkale Üniv. Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kırıkkale, 193 s.

Granger, C. W. J. and P. Newbold, 1976. Forecasting transformed series. Royal Statistical Society journal, Ser. B, 38, 189-203.

Haan, C. T. 1977. Statistical Methods in Hydrology. Iowa State Press, Iowa, 378 s.

Hipel, K. W., A. I. McLeod and W. C. Lennox, 1977. Advances in Box-Jenkins modeling. 1.Model construction. Water Resources Research, 13 (3) 567-575.

Janacek, G. and L. Swift, 1993. Time Series Forecasting, Simulation, Application. Ellis Horwood, New York, 333 s.

Ljung, G. M. and G. E. P. Box, 1978. On a measure of lack of fit in time series models. Biometrika, 65 (2) 297-303.

McLeod, A. I., K. W. Hipel and W. C. Lennox, 1977. Advances in Box-Jenkins modeling. 2.Applications. Water Resources Research, 13 (3) 577-586.

McMichael, F. C. and J. S. Hunter, 1972. Stochastic modeling of temperature and flow in rivers. Water Resources Research, 8 (1) 87-98.

Okman, C. 1994. Hidroloji. Ankara Üniv. Ziraat Fak. Yay.1388, Ankara, 359 s.

Şen, E. ve C. Okman, 1974. Hidrolojik diziler ve istatistik uygulamalar. Topraksu Teknik Dergisi, 39, 54-58.

Tao, P. C. and J. W. Delleur, 1976. Seasonal and nonseasonal ARMA models in hydrology. J. of the Hydraulics Division, HY10, 1541-1559.

Topaloğlu, F., A. Yücel, K. Tülücü ve M. Çetin, 1999. Anlık maksimum akım miktarlarının taşkın frekans analizinde kullanılması. TUBİTAK, Türk Tarım ve Orm., Dergisi, 23, Ek-1, 187-192

Yücel, A., F. Topaloğlu ve K. Tülücü, 1999. Adana ilinin standart sürelerdeki yağış şiddetlerinin istatistiksel olarak kullanabilirliklerinin incelenmesi. TUBİTAK, Türk Tarım ve Orm., Dergisi, 23, Ek-1, 179-185.

Wei, W. W. S., 1989. Time Series Analysis. Addision Wesley Publishing Company, California,478 s.

İletişim adresi:
Kadri YÜREKLİ
Gaziosmanpaşa Üniv. Ziraat Fakültesi,
Tarımsal Yapılar ve Sulama Bölümü, Taşlıçiftlik-Tokat
Tel : 0 356 252 14 79/2245
Fax : 0 356 252 14 88
E-mail:kadriyurekli@yahoo.com