

Sera Taban Isıtma Sisteminin Tasarımında Sonlu Eleman Yöntemi: Matematiksel Model ve Simülasyon

Mehmet Ali DAYIOĞLU¹

Geliş Tarihi : 07.12.1998

Özet: Bu çalışmada, sera taban ısıtma sistemi, sonlu eleman yöntemi kullanılarak modellenmiş ve simüle edilmiştir. Toprak (30 cm), ince kum (6 cm), kaba kum (6 cm), perlit (6 cm) ve çakıl (12 cm) tabakalarından oluştuğu öngörülen taban kesiti, 66 düğüm noktalı 100 adet üçgen elemana bölünmüştür. Taban ısıtma sisteminde ısıtma hatları arası uzaklık 30 cm'dir. Toprak üst yüzeyinde hava sıcaklığının 15 °C ve konveksiyonla ısı transfer katsayısının 10 W m⁻² °C⁻¹ olduğu sınır koşullar altında 3.5 W m⁻¹, 4.0 W m⁻¹ ve 4.5 W m⁻¹ 'lik ısı akılarından kaynaklanan sıcaklık değişimleri araştırılmıştır. Bu kaynak akılarında ısıtma noktasındaki sıcaklık değerleri sırasıyla 28.10, 29.97 ve 31.84°C olarak saptanmıştır. Toprak neminin 0.15 m³m⁻³, toprak ısıl kondüktivitesinin 0.819 W m⁻¹°C⁻¹, ve kaynak ısı akısının 4 W m⁻¹ olduğu koşullarda düğüm noktalarındaki sıcaklık değerleri 17.67 ile 31.47 °C arasında değiştiği hesaplanmıştır. Farklı koşullar eş sıcaklık eğrileri kullanılarak irdelenmiştir. Sonuç olarak, sera taban ısıtma uygulamalarında sonlu eleman yöntemi, güçlü bir tasarım aracı olarak kullanılabilir.

Anahtar Kelimeler: Seralarda taban ısıtma, sonlu eleman yöntemi, matematiksel modelleme, simülasyon

The Finite Element Method at Design of the Greenhouse Floor Heating System: Mathematical Model and Simulation

Abstract:In this study, the greenhouse floor heating system was modelled and simulated by the finite element method. The floor cross-section envisaged layers which were formed soil (30 cm), fine sand (6 cm), coarse sand (6 cm), perlite (6 cm) and gravel (12 cm) was divided to 100 triangular elements with 66 nodal points. The distance between heating lines in the floor heating system is 30 cm. The temperature changes being in connection with source heat of 3.5 W m⁻¹, 4.0 W m⁻¹ and 4.5 W m⁻¹ were investigated under boundary conditions which were the air temperature of 15 °C and the convection transfer coefficient of 10 W m⁻²°C⁻¹ on the soil surface. In these source fluxes, temperature values at heating point were determined as 28.10, 29.97 and 31.84°C, respectively. The temperature values at nodal points were calculated changing between 17.67 and 31.47 °C at conditions which were soil moisture of 0.15 m³m⁻³, soil thermal conductivity of 0.819 W m⁻¹°C⁻¹ and source heat flux of 4 W m⁻¹. The different conditions were analysed and presented using temperature contour lines. As a result, in practices of the greenhouse floor heating, the finite element method could be used as a powerful tool of design.

Key Words: Floor heating in greenhouses, finite element method, mathematical modelling, simulation

Giriş

Mühendislik uygulamalarının çok çeşitlendiği günümüzde, en iyiyi, en ucuza ve en hızlı biçimde elde etme çabası büyük önem kazanmaktadır. Sonlu eleman yöntemi de (FEM: Finite Element Method) geliştirmeye yönelik tasarım düşüncesinin bir ürünü olup; mühendislikte güçlü ve etkin bir araç olarak kullanıma sunulmaktadır. Sonlu eleman yöntemi sonlu bir bölgede ya da alanda tanımlanan bir fiziksel probleme yaklaşık çözümleri bulmak için kullanılır (Zienkiewicz ve Taylor 1994).

Puri (1986), yeraltı ısı eşanjörünün yapılabirliği ve performansı adlı araştırma çalışmasında, eşanjör sisteminin ısıl etkinliğini çözümlmek için zamanla değişen ekstenel simetrik sonlu eleman formülasyonunu kullanmıştır. Franca ve ark. (1995), ısı ve kütle transfer problemlerine sonlu eleman analizinin uygulanması konusundaki makalelerinde, etkili ve güvenli olarak adapte edilebilir bir sonlu eleman metodolojisini tartışmışlardır.

Kurpaska ve Slipek (1996), sıcak havayla alt toprak tabakasının ısıtılmasında ısı ve kütle değişiminin matematiksel modeli adlı çalışmalarında, toprak sıcaklığı ve toprak su profillerinin eşzamanlı rejimini araştırmışlardır. Dayioğlu (1997), tabandan ısıtılmış bir saksıdaki sıcaklık profilinin sonlu elemanlar yöntemiyle analizi adlı araştırma çalışmasında, sürekli rejimde tanımlı iki boyutlu sonlu elemanlar modeli geliştirmiş; modeli simülasyon ve ölçüm sonuçlarına göre test etmiştir.

Uygulanan yetiştirme tipine bağlı olarak en uygun kök bölgesi sıcaklığı 15 – 25 °C'dir (Anonymous 1979). Bu aralıkta tohumun çimlenmesi, köklenmesi ve bitki gelişimi iyileşmektedir. Kök bölgesinin ısıtılması, toprak altı, zemin ve yetiştirme masası ısıtma sistemleri olmak üzere değişik yöntemlerle sağlanmaktadır. Taban ısıtmada sıcaklık dağılımlarının belirlenmesi farklı ısıtma sistemlerinin tasarlanması için yol gösterebilecektir.

¹ Ankara Üniv. Ziraat Fak. Tarım Makinaları Bölümü - Ankara

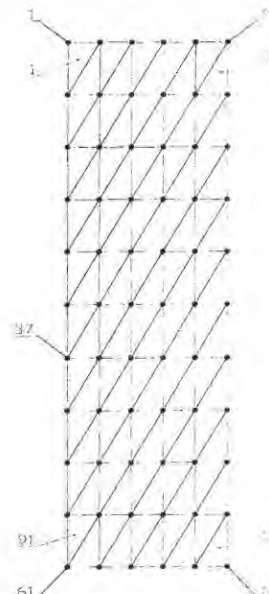
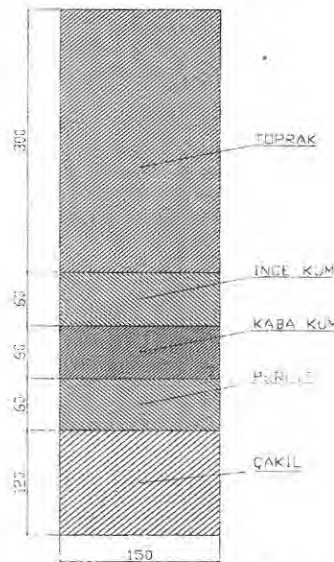
Bu çalışmada, sonlu eleman yöntemi kullanılarak, uygun sera taban ısıtma sisteminin tasarımı için kök bölgesine ilişkin sıcaklık dağılımının belirlenmesi amaçlanmıştır. Geliştirilen FEM modeli, örnek taban yapıları için iki boyutlu diferansiyel ısı kondüksiyonu denkleminde göre tanımlanmıştır. Sonlu elemanlar modeli, ısıtma sisteminin tasarımında bir araç olarak kullanılmış; farklı çalışma koşullarına göre elde edilen bulgular değerlendirilmiştir.

Materyal ve Yöntem

Taban ısıtma sisteminin şekil 1 a'da kesiti verilen toprak (30 cm), ince kum (6 cm), kaba kum (6 cm), perlit (6 cm) ve çakıldan (12 cm) oluştuğu öngörülmüştür. Isıtma hattının ince kum, kaba kum tabakaları arasında x-ekseni yönünde 30 cm aralıklarla döşendiği varsayılmıştır. Taban ısıtma sisteminin ısıl kondüktiviteleri Çizelge 1'de verildiği gibi literatürlerden alınmış olup; toprak tabakasındaki ısıl kondüktivite değerleri toprak neminin fonksiyonu olarak girilmiştir. Taban kesiti, ısıtma sisteminin simetri eksenine göre düzenlenmiştir. Sonlu eleman uygulaması Şekil 1 a'da ele alınan taban kesitine göre, şekil 1 b'deki gibi 66 adet düğüm noktalı 100 adet üçgen elemana bölünmüştür. 37 nolu düğüm noktasından kaynak ısı akısının uygulandığı öngörülmüştür.

Çizelge 1. Taban ısıtma sisteminin fiziksel özellikleri (Wong 1977, Kakaç 1982, Kimball 1983, Puri 1986, Incropera ve DeWitt 1996).

Taban sistemi	Materyal kalınlığı(cm)	Toprak nemli (m ³ m ⁻³)			
		0.15	0.20	0.25	0.30
		Isıl kondüktivite (Wm ⁻¹ °C ⁻¹)			
Toprak	30	0.819	0.966	1.218	1.428
İnce kum	6	1.000	1.000	1.000	1.000
Kaba kum	6	0.800	0.800	0.800	0.800
Perlit	6	0.053	0.053	0.053	0.053
Çakıl	12	0.519	0.519	0.519	0.519



Şekil 1. Taban ısıtma sisteminin a) kesit görünüşü, b) sonlu elemanlar modeli.

Isı transferi probleminin tanımlanması

Sera taban ısıtma sistemine ilişkin ısı transferi problemi, sürekli rejimde iki boyutlu alan denklemi kullanılarak tanımlanmıştır (Seegerind 1984):

$$k_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - G\varphi + Q = 0 \quad (1)$$

Bu diferansiyel denklemde k_x ve k_y x ve y yönlerindeki ısıl kondüktivite, φ sıcaklık, G içsel taşıyım ile olan ısı transferi akı yoğunluğu, Q içsel ısı kaynağı ya da ısı çukuru ile ilişkin akı yoğunluğudur.

Eleman matrisleri için integral denklemleri

Eşitlik (1)'de tanımlanan ısı transferi problemine ilişkin eleman matrislerini tanımlamak amacıyla integral denklemlerini türetmek gerekir. Denklem sisteminin eleman katkısı aşağıdaki gibi vektörel olarak yazılır (Seegerind 1984):

$$\{R^{(e)}\} = - \int_A [N]^T \left(k_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - G\varphi + Q \right) dA \quad (2)$$

Burada, [N] eleman şekil fonksiyonlarını içeren satır vektörüdür. A eleman yüzey alanıdır. $\varphi(x,y)$ interpolasyon fonksiyonu elemanlar arasında sürekli türevlere sahip olmadığı için son denklemdeki ikinci türev terimleri birinci türev terimleriyle yer değiştirilmelidir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = [N]^T \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (3)$$

Eşitlik (1)'de $[N]^T \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$ yerine aşağıdaki karşılığı yazılabilir:

$$- \int_A [N]^T k_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} dA = - \int_A k_x \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dA + \int_A k_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} dA \quad (4)$$

Son eşitliğin sağ tarafındaki ilk integral, Green teoremi kullanarak sınır çevresindeki integral karşılığıyla yer değiştirilebilir. Teoremin uygulanmasıyla,

$$\int_A \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dA = + \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma \quad (5)$$

yazılabilir. Burada θ dışarıya doğru normalin yaptığı açı, Γ ise eleman sınırını gösterir (Seegerind 1984).

Benzer işlemler $[N]^T \partial^2 \phi / \partial y^2$ için yapılırsa ve Green teoremi uygulanarak (1) nolu denlem yeniden düzenlenirse şu eşitliğe ulaşılır:

$$\begin{aligned} \{R^{(e)}\} = & - \int_{\Gamma} [N]^T \left(k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma \\ & + \int_A \left(k_x \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + k_y \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) dA \{ \phi^{(e)} \} \quad (6) \\ & + \left(\int_A G [N]^T [N] dA \right) \{ \phi^{(e)} \} - \int_A Q [N]^T dA \end{aligned}$$

Sonlu eleman analizinde sınır koşulunun türevini hesaba katma işlemi (6) nolu eşitliğin sağ tarafındaki ilk terimle verilen içeleman vektörü, $\{l^{(e)}\}$, kullanılarak yapılır. Γ integrali saat ters yönünde eleman sınırını tanımlar. $\phi^{(e)}$, $[N]\{\phi^{(e)}\}$ formunda yazılırsa, (6) nolu denklemin genel formda aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$\{R^{(e)}\} = \{l^{(e)}\} + [k^{(e)}]\{\phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\} \quad (7)$$

Burada, $\{l^{(e)}\}$ sınır koşul içeleman vektörü, $[k^{(e)}]$ eleman katılık matrisi, $\{f^{(e)}\}$ eleman kuvvet vektörüdür.

Alan problemleri için katılık matrisinin gösteriminde aşağıdaki kalıp kullanılır:

$$[k^{(e)}] = \int_A [B]^T [k] [B] dA + \int_A G [N]^T [N] dA \quad (8)$$

Burada, $[B]$, $[N]$ şekil vektörünün kısmi türev vektörü, $[B]^T$ ise $[B]$ 'nin transpozesidir. $[N]^T [N]$ şekil vektörünün transpozesi, $[k]$ materyal özellik matrisidir:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (10)$$

ϕ skaler büyüklüğü, üçgen bölge için $N_{i,j,k}$ şekil vektörü ile tanımlanır:

$$\phi^{(e)} = [N_i \ N_j \ N_k] \{ \phi^{(e)} \} \quad (11)$$

Şekil vektörleri de a, b ve c şekil katsayılarına göre şekil 2'deki gibi, X ve Y koordinatlarının fonksiyonu olarak hesaplanır (Fagan 1992):

$$N_i = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y) \quad (12)$$

$$N_j = \frac{1}{2A} (a_j + b_j x + c_j y) \quad (13)$$

$$N_k = \frac{1}{2A} (a_k + b_k x + c_k y) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} a_i &= X_j Y_k - X_k Y_j, & b_i &= Y_j - Y_k \text{ ve} & c_i &= X_k - X_j \\ a_j &= X_k Y_i - X_i Y_k, & b_j &= Y_k - Y_i \text{ ve} & c_j &= X_i - X_k \\ a_k &= X_i Y_j - X_j Y_i, & b_k &= Y_i - Y_j \text{ ve} & c_k &= X_j - X_i \end{aligned} \quad (15)$$

Üçgenin alanı aşağıdaki determinantla hesaplanır (Fagan 1992):

$$\begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix} = 2A \quad (16)$$

(8) nolu eşitlikte genel kalıpla verilen integraller sırasıyla $[k_D^{(e)}]$ ve $[k_G^{(e)}]$ simgeleriyle gösterilmiştir:

$$[k^{(e)}] = [k_D^{(e)}] + [k_G^{(e)}] \quad (17)$$

Bu integrallerin sayısal çözümleri aşağıda yazılmıştır:

$$[k_D^{(e)}] = \frac{k_x}{4A} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{k_y}{4A} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[k_G^{(e)}] = \frac{GA}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

(6) ve (7) nolu eşitliklerde tanımlanan kuvvet vektörüne ilişkin integralin sayısal çözümü, Q akı yoğunluğunun sabit olduğu varsayılırsa şu şekilde yazılır:

$$\{f^{(e)}\} = \frac{QA}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

(6) nolu eşitliğin sağ tarafındaki ilk terimin parantez içindeki sınır koşul ifadesinin sayısal çözümü için aşağıdaki eşitlik kullanılır:

$$k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta = -M \phi_b + S \quad (21)$$

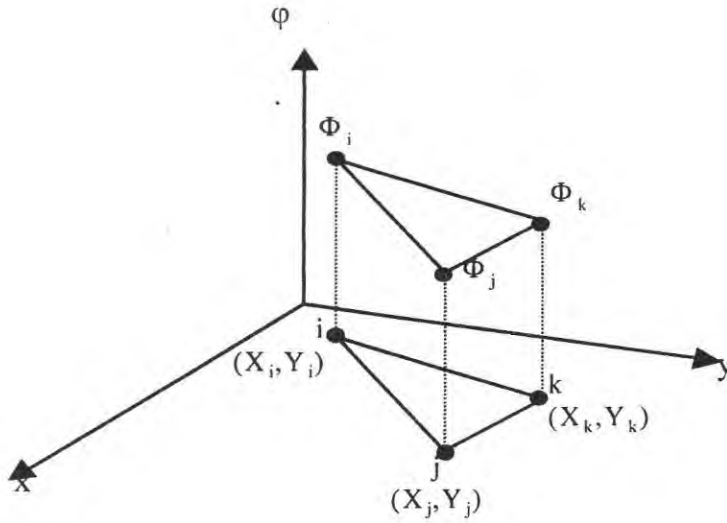
Bu eşitlikte, $M=h$, $S=h\phi_f$ ve konveksiyonla ısı transfer katsayısı h 'dir. ϕ_b sınır koşulunun gerçekleştiği yüzeyin sıcaklığı, ϕ_f sınır tabakadaki hava sıcaklığıdır.

$$\begin{aligned} \{l^{(e)}\} &= - \int_{\Gamma} [N]^T \left(k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma} [N]^T (M \phi_b - S) d\Gamma \end{aligned} \quad (22)$$

Sınır koşul, katılık matrisine ve kuvvet vektörüne iki bileşen katılmasına neden olur. Genel olarak integraller, ϕ_b eleman denklemi tarafından verildiğinden ve $\phi^{(e)} = [N]\{\phi^{(e)}\}$ olduğundan şu şekilde gösterilir:

$$\{l^{(e)}\} = \left(\int_{\Gamma} M [N]^T [N] d\Gamma \right) \{ \phi_b \} - \int_{\Gamma} S [N]^T d\Gamma \quad (23)$$

$$\{l^{(e)}\} = [k_M^{(e)}] \{ \phi_b \} - \{ f_S^{(e)} \} \quad (24)$$



Şekil 2. Üçgen elemana ilişkin düğüm noktalarının koordinatları.

Üçgen eleman için bu integrallerin sayısal çözümleri sırasıyla şu eşitliklerle gösterilir:

$$\begin{aligned} [K_M^{(e)}] &= \frac{ML_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ [K_M^{(e)}] &= \frac{ML_{jk}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \\ [K_M^{(e)}] &= \frac{ML_{ik}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (25)$$

$$\{f_S^{(e)}\} = \frac{SL_{ij}}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \frac{SL_{jk}}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \frac{SL_{ik}}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Bu eşitliklerde L üçgenin kenar uzunluklarına karşılık gelir.

Sonlu eleman modelinin çözümü

Şekil 1'de tanımlanan taban ısıtma sistemi 100 adet üçgen elemana bölünmüş, 66 düğüm noktası için sıcaklık vektörü çözümlenmiştir. Sonlu eleman modeli Borland Pascal 7.0 for Windows ile programlanmıştır. Çizelge 2'de sıralanan veriler girilerek sonlu eleman modeli çalıştırılmıştır.

Program aracılığıyla öncelikli olarak eleman katılık matrisi ve eleman kuvvet vektörü hesaplanmıştır. Daha sonra satır ve sütunların silinmesi yöntemi kullanılarak toplam katılık matrisinin ve toplam kuvvet vektörünün modifikasyonu, gauss eliminasyon yöntemi kullanılarak üst üçgen formunda bantlanmış matrislerin ayrıştırılması ve denklem sisteminin çözümü yapılmıştır. Modeli karakterize

eden matris organizasyonunda 1.nci elemandaki band genişliği 7 olarak saptanmıştır.

Bulgular ve Tartışma

Şekil 1'de ele alınan sonlu eleman modeli, 37 nolu düğüm noktasından verildiği varsayılan kaynak ısı akısının 3.5, 4.0 ve 4.5 Wm⁻¹ olduğu farklı çalışma koşullarında simüle edilmiştir. Simülasyon sonucunda elde olunan sıcaklık değerleri, 60x15cm²'lik alan içerisinde eş sıcaklık eğrilerini verecek biçimde grafik olarak çizilmiştir. Sera tabanında oluşan eş sıcaklık eğrilerinin çizilmesinde Surfer 6 grafik programı kullanılmıştır.

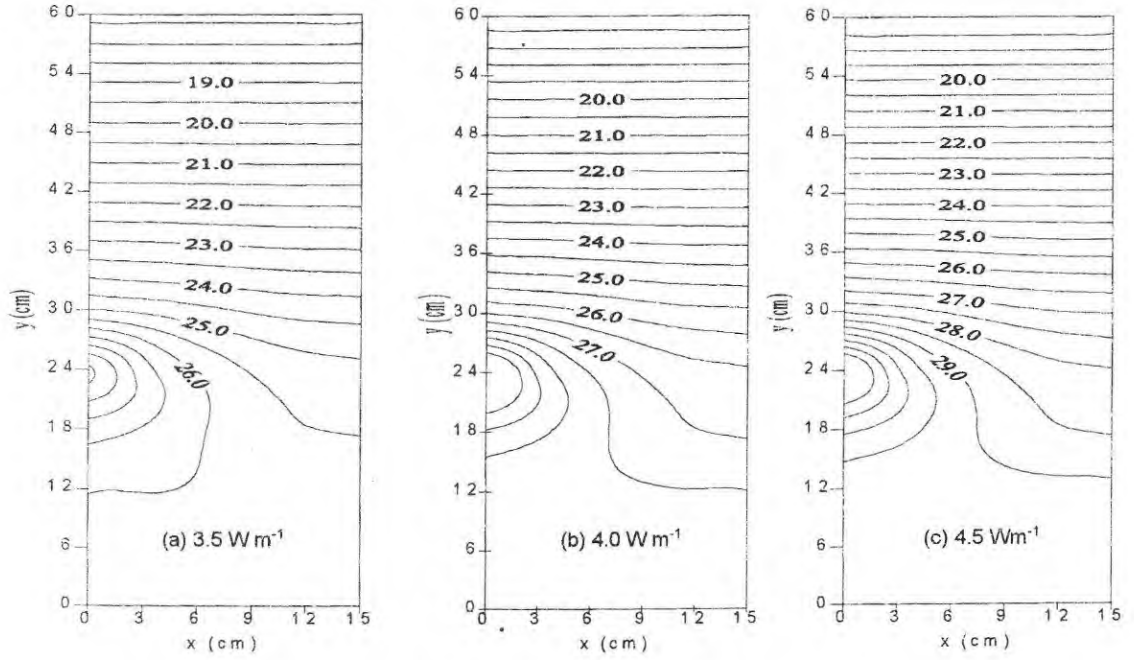
Toprak neminin 0.20 m³m⁻³ ve toprak kondüktivitesinin 0.966 Wm⁻¹°C⁻¹ olduğu, diğer parametrelerin sabit kaldığı koşullarda 3.5 Wm⁻¹, 4.0 Wm⁻¹ ve 4.5 Wm⁻¹ kaynak akılarındaki eş sıcaklık eğrileri Şekil 3 a, b, c de grafik olarak çizilmiştir. 37 nolu düğüm noktası olan ısıtma hattındaki sıcaklık değerleri, bu kaynak akı değerleri için sırasıyla 28.10°C, 29.97°C ve 31.84°C olarak hesaplanmıştır. Her 0.5 Wm⁻¹'lik kaynak katkısı, ısıtma noktası olan 37 nolu düğümdeki sıcaklık değerlerini yaklaşık 2 °C arttırmaktadır.

Çizelge 2. Modelin simülasyonunda girilen veriler

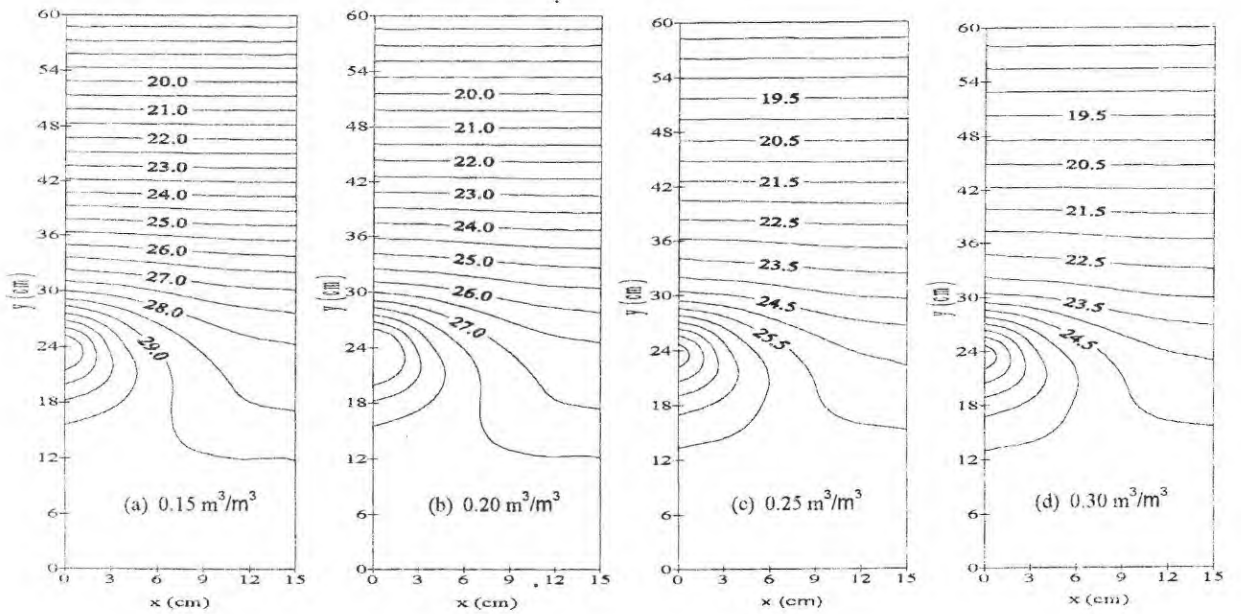
Girdiler	Sayısal değerler
Düğüm sayısı	66
Eleman sayısı	100
Malzeme blokları sayısı	5
Sınır koşul eleman kenar sayısı	5
Düğümün kartezyen koordinatları	Şekil 1 b
Eleman düğüm no dizilişi	Şekil 1 b
Materyal ısııl kondüktiviteleri	Çizelge 1
Konveksiyon ısı transfer katsayısı	10 Wm ⁻² °C ⁻¹
Kenar uzunluğu	3 cm
Sınır tabaka hava sıcaklığı	15°C

Toprak yüzeyindeki hava sıcaklığının 15°C , konveksiyonla ısı transfer katsayısının $10 \text{ Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ olduğu sınır tabaka koşullarında, 4 Wm^{-1} 'lik ısıtma hattı kaynak akısının uygulanması durumunda farklı nem ve ısıl kondüktivite değerlerine sahip olan toprak materyalleri için sıcaklık değerleri bazında sayısal verilere ulaşılmış olup;

Şekil 4'deki gibi eş sıcaklık eğrileri çizilmiştir. İnce kumun, kaba kumun, perlitin ve çakılın ısıl kondüktiviteleri Çizelge 1'de verildiği gibi sırasıyla $0.8 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$, $0.0 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$, $0.053 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ ve $0.519 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ olduğu taban koşulları için değişken olarak toprak nemi ve toprak ısıl kondüktivitesi değerleri kullanılmıştır.



Şekil 3. Farklı kaynak akı yoğunluklarında eş sıcaklık eğrileri



Şekil 4. Eş sıcaklık eğrileri a) $k_{x,y}=0.819 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$, b) $k_{x,y}=0.966 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$, c) $k_{x,y}=1.218 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$, d) $k_{x,y}=1.428 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$

Toprak neminin $0.15 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ve ısııl kondüktivitesinin $0.819 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ olduğu koşullarda düğüm noktalarındaki sıcaklıklar $17.67\text{-}31.47 \text{ }^\circ\text{C}$ arasında değişmiştir. (şekil 4a). Benzer şekilde, diğer koşullar aynı kalmak üzere, toprak neminin $0.20 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ve ısııl kondüktivitesinin $0.966 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ olduğu koşulda düğüm noktalarının sıcaklıkları 17.67 ile $29.97 \text{ }^\circ\text{C}$ (şekil 4b); toprak neminin $0.25 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ve ısııl kondüktivitesinin $1.218 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ olduğu koşulda düğüm noktalarının sıcaklıkları 17.67 ile $28.24 \text{ }^\circ\text{C}$ (şekil 4c); toprak neminin $0.30 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ve ısııl kondüktivitesinin $1.428 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ olduğu koşulda düğüm noktalarının sıcaklıkları 17.67 ile $27.26 \text{ }^\circ\text{C}$ (şekil 4d) aralıklarında değişmiştir.

Örneklenen düğüm noktalarındaki sıcaklık değerleri Çizelge 3'de özetlenmiştir. Çizelge 3'de görüldüğü gibi, $0.819 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ ısııl kondüktivitesi için ısııtma hattı üstünde y-yönündeki sıcaklık gradyenti değerleri toprak (30 cm), ince kum (6 cm), kaba kum (6 cm), perlit (6 cm) ve çakıl (12 cm) tabakaları için sırasıyla $10.33 \text{ }^\circ\text{C}$, 3.47

$^\circ\text{C}$, $-1.53 \text{ }^\circ\text{C}$, $-0.86 \text{ }^\circ\text{C}$ ve $-0.03 \text{ }^\circ\text{C}$ olarak hesaplanmıştır. Diğer kondüktivite değerleri için benzer hesaplamalar Çizelge 3'den yapılabilir. Her tabakada x-yönündeki en büyük ve en küçük sıcaklık değerleri arasındaki farklar ise sırasıyla $0.01 \text{ }^\circ\text{C}$, $0.96 \text{ }^\circ\text{C}$, $3.44 \text{ }^\circ\text{C}$, $1.52 \text{ }^\circ\text{C}$, $0.09 \text{ }^\circ\text{C}$ ve $0.02 \text{ }^\circ\text{C}$ 'dir.

Yapılan simülasyonlar sonucunda, taban ısııtma sistemine ilişkin her sonlu elemanın merkezindeki kondüksiyonla ısıı transferi akı yoğunlukları da saptanmıştır. Kartezyen koordinatlarda x ve y yönlerindeki kondüksiyonla ısıı transferi akı yoğunluklarının ilgili elemanlardaki değerleri Çizelge 4'de verilmiştir. ısııl kondüktivitesi $0.966 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ olan toprak tabakası koşullarında 37 nolu düğümden geçen ısııtma hattına komşu olan 51, 52, 61 ve 62 üçgen elemanların merkezlerinde (x,y) yönlerindeki ısıı akı yoğunlukları sırasıyla $(6.45, 58.23) \text{ Wm}^{-2}$, $(52.28, 35.31) \text{ Wm}^{-2}$, $(41.83, -20.22) \text{ Wm}^{-2}$ ve $(9.13, -3.87) \text{ Wm}^{-2}$ olarak saptanmıştır.

Çizelge 3. Taban materyallerinde düğümler arası sıcaklık değişimleri

Taban Materyali	Düğüm No	Isıl kondüktivite ($\text{W m}^{-1}\text{C}^{-1}$)			
		0.819	0.966	1.218	1.428
		Sıcaklık ($^\circ\text{C}$)			
Toprak	1-6	17.67-17.66	17.67-17.66	17.67-17.66	17.67-17.66
Topruk-Ince kum	31-36	28.00-27.04	26.47-25.59	24.70-23.91	23.69-22.98
İnce kum-Kaba kum	37-42	31.47-28.03	29.97-26.56	28.24-24.86	27.26-23.91
Kaba kum-Perlit	43-48	29.94-28.42	28.45-26.94	26.73-25.24	25.76-24.28
Perlit-Çakıl	49-54	29.08-28.99	27.60-27.51	25.88-25.79	24.91-24.83
Çakıl	61-66	29.05-29.03	27.56-27.54	25.84-25.83	24.88-24.86

Çizelge 4. x ve y yönlerindeki kondüksiyonla ısıı transferi akı yoğunlukları

Taban Materyali	Eleman No	Isıl kondüktivite ($\text{Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$)					
		0.819		0.966		1.428	
		Isıı akı yoğunluğu (Wm^{-2})					
		Q_x	Q_y	Q_x	Q_y	Q_x	Q_y
Toprak	1	0.009	26.70	0.011	26.70	0.014	26.709
İnce kum	51	6.98	57.73	6.45	58.23	5.214	59.39
Kaba kum	61	41.92	-20.31	41.83	-20.22	41.61	-20.01
Perlit	71	0.607	-0.761	0.605	-0.755	0.600	-0.742
Çakıl	81	0.214	-0.290	0.212	-0.287	0.209	-0.281

Sonuç

Sera taban ısıtma uygulamalarında sonlu eleman yöntemi güçlü bir tasarım aracı olarak kullanılabilir. Özellikle y-ekseni yönünde oluşan sıcaklık gradyenti değerleri karşılaştırılarak taban materyallerinin seçimi, tabaka kalınlıkları, enerji kullanımı konusunda alternatif uygulamalar çok hızlı ve ucuza bilgisayar ortamında sınanabilir.

Sonlu eleman yöntemi kullanılarak;

1. farklı taban katmanları için alternatif olabilecek FEM uygulamaları türetilebilir,
2. farklı materyallere ilişkin ısııl kondüktivite değerlerinin davranışını ortaya koyan eş sıcaklık eğrileri aracılığıyla tasarım yönlendirilebilir,
3. farklı kaynak akı yoğunluklarına göre, elde olunan eş sıcaklık eğrileri irdelenerek tasarıma ilişkin stratejiler geliştirilebilir,
4. ısıtma hattından verilen kaynak akısı değerlerine göre, enerji ekonomisi sağlayabilecek stratejiler geliştirilebilir,
5. tarımı yapılacak biyolojik materyalin fizyolojik özelliklerine uygun olan taban ısıtma karakteristikleri saptanabilir,
6. ısıtma boruları arası aksenal uzaklıkların ısıtma rejimine etkisi araştırılabilir,
7. taban ısıtma sistemine toprak yüzeyindeki sınır koşulların etkisi irdelenebilir.

Kaynaklar

- Anonymous, 1979. Soil Warming in Horticulture, Technical Information Sheet.
- Dayioğlu, M. A. 1997. Tabandan Isıtılmış Bir Saksıdaki Sıcaklık Profilinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Analizi. Tarımsal Mekanizasyon 17. Ulusal Kongresi, s. 902-910, Tokat.
- Fagan, M.J. 1992. Finite Element Analysis Theory and Practice. Longman Scientific & Technical, New York, s. 315.
- Franca, A. S., Oliveira, L. S. Haghghi K. and Krutz G.W. 1995. The Application of Adaptive Finite Element Analysis to Heat and Mass Transfer Problems. Journal of Agricultural Engineering Research, 62:49-60.
- Incropera, F. P. and DeWitt, D. P., 1996. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. John Wiley & Sons, New York, p. 836.
- Kakaç, S. 1982. Isı Transferine Giriş I: Isı İletimi., O.D.T.Ü. Mühendislik Fakültesi Yayın No:52, Ankara, s: 302.
- Kimball, B.A. 1983. Conduction Transfer Functions for Predicting Heat Fluxes into Various Soils. Transactions of the ASAE, pp.211-218.
- Kurpasca, S. and Slipek, Z. 1995. Mathematical Model of Heat and Mass Exchange in a Garden Subsoil during Warm-air Heating. Journal of Agricultural Engineering Research, 62:49-60.
- Puri, V. M. 1986. Feasibility and Performance Curves for Intermittent Earth Tube Heat Exchangers. Transaction of the ASAE, 29:526-532.
- Seegerind, L. J. 1984. Applied Finite Element Analysis. John Wiley & Sons, New York, p. 427.
- Wong, H.Y. 1977. Handbook of Essential Formulae and Data on Heat Transfer for Engineers. London, p. 236.
- Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L.. 1994. The Finite Element Method. Vol 1, McGraw-Hill Inc., London, p. 648.