



ISSN:1306-3111

e-Journal of New World Sciences Academy  
2011, Volume: 6, Number: 1, Article Number: 1C0309

**EDUCATION SCIENCES**

Received: October 2010

Accepted: January 2011

Series : 1C

ISSN : 1308-7274

© 2010 www.newwsa.com

**Selahattin Arslan**

**Cemalettin Yıldız**

**İlyas Yavuz**

Karadeniz Technical University

selaharslan@yahoo.fr

Trabzon-Turkey

**BASAMAK DEĞERİ KAVRAMININ ÖĞRETİM DURUMLARININ İNCELENMESİ**

**ÖZET**

Bu araştırmada, ilk olarak Basamak Değeri (BD) kavramının önemi, konuyla ilgili yaşanan zorluklar ve bu zorlukların aşılmasına yönelik ortaya atılan çözüm önerileri literatüre dayalı olarak kısaca tanıtılmıştır. Ardından bu önerilere BD öğretiminde ne derece uyulduğu müfredat ve ders kitabı analizi ile öğretmen görüşleri ışığında ortaya konulmaya çalışılmıştır. Buna göre, BD öğretiminde zengin etkinlikler yer almakta ve ayrıca abaküs, sayı blokları, birim küpler vb. materyalden yararlanılmaktadır. Diğer yandan BD öğretiminde sayıların çokluk değerinden ziyade sayı değeri ön plana çıkmaktadır. Ayrıca müfredat ve ders kitaplarında 1. sınıftan itibaren yer almasına karşın öğretmenlerin çoğunun BD'yi 2. sınıfta öğretmeye başladığı ve BD öğretiminin uzun bir sürece yayılması ve diğer konularla ilişkilendirilerek anlatılmasının gerekli olduğunu düşündükleri belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Basamak Değeri, Doküman İncelemesi, Öğretmen Görüşleri, Öğrenci Zorluğu, Ders Kitabı

**ANALYSIS OF THE TEACHING PROCESS OF PLACE VALUE CONCEPT**

**ABSTRACT**

This research aims firstly identifying the importance of Place Value (PV) concept, learning difficulties on this subject and suggestions offered to get over these difficulties based on the literature. It aims secondly showing how these suggestions are put into practise via curriculum and textbooks' analysis and teachers' opinions. Obtained data underlines the abundance of the activities about PV and shows that teaching PV makes use of many materials such as abacus, number blocks, digit cubes etc. It was also revealed that in teaching activities usually *column value* is taken front more than the *quantity value*. In addition, although PV concept exists from 1st class in the curriculum and textbooks, the teachers mostly teach PV from 2nd class; and they think that teaching PV process must be spreaded to a long period of time and it must be realised in relation with other concepts and subjects.

**Keywords:** Place Value, Analysis of Documents, Student Difficulties, Teacher Views, Textbook

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Bilindiği gibi kullanmakta olduğumuz sayı sistemi 0, 1, 2, ... 9 rakamlarını temel almakta ve çokluklar 10'lu gruplar halinde ifade edilmektedir. Bu nedenle bu sisteme *10 tabanlı sayı sistemi* denmektedir. Sayılardaki gruplandırma işlemi *basamak* kavramının doğuşuna yol açmış ve bu sayede bir rakam, sayı içerisinde bulunduğu yere göre değer kazanmaya başlamıştır. Bir doğal sayıda en sağdaki sıra *birler basamağını* temsil ederken, bu basamağın bir solundaki sıra da, birliklerin onluklar halinde gruplanmasıyla oluşan *onlar basamağını* göstermektedir. Benzer şekilde onlukların onluklar halinde gruplanması, sayının soldan üçüncü sırasını yani *yüzlük basamağını* oluşturur. Böylece herhangi bir doğal sayıda sağdan sola doğru birlikler, onluklar, yüzlükler, ... yer alır. İşte bu nedenle "327 sayısında, 7 tane birlik, 2 tane onluk ve 3 tane de birlik vardır." denir. Ve yine bu nedenle örneğin 2222 sayısında dört kez tekrarlanan 2 rakamının her seferinde değeri farklıdır ve bir rakamın temsil ettiği değer bir sağındakinin 10 katıdır.

BD'nin kullanıldığı tüm sistemlerde olduğu gibi onluk sayı sisteminde de herhangi bir basamakta çokluk olmadığını ifade etmek için bir simgeye ihtiyaç duyulmuş ve bu durum 0 (sıfır) kavramının doğmasına neden olmuştur. Böylece -örneğin- *iki yüz yedi* sayısında onlukların yokluğunu göstermek için sayı "207" şeklinde gösterilir.

Doğal sayılarda olduğu gibi BD kavramı ondalık sayılarda da anlamlıdır ve *ondabirler, yüzdabirler, bindebirler, ...* basamaklarından bahsedilir. Bu durumda da BD ile ilgili olarak yukarıda kısaca hatırlatılan kurallar geçerlidir.

### 1.1. Basamak Değerinin Öğretimindeki Zorluklar (Difficulties Encountered in Teaching Place Value)

Yukarıda verilen bilgiler özetle BD'nin ne denli önemli olduğunu ortaya koymaktadır. Oysa BD soyut ve zor bir kavramdır. Aslında BD'nin insanlık tarafından keşfedilmesi binlerce yıl hatta belki daha uzun bir süre almıştır (Arslan ve Ubuz, 2009; Aydan Kaplan, 2008). Bu da BD'nin karmaşıklığını bir kez daha ortaya koymaktadır. Gerçekten de konuyla ilgili yapılan çalışmalar da bu kavramın öğretiminin oldukça uzun zaman aldığını ve öğretim-öğreniminde birçok zorlukla karşılaşıldığını ortaya koymuştur (Hiebert ve Wearne, 1992, 1996; Sowder ve Schappelle, 1994; Kamii, Lewis ve Livingston, 1993; McClain, 2003). Bu araştırmalar ilköğretim ve hatta ortaöğretim öğrencilerinin BD'yi anlamada ve bununla yakından ilişkili olan temel işlemleri yapmada veya bu işlemlerle ilgili algoritma geliştirmede zorluklar yaşadıklarını ortaya çıkarmıştır. Hatta bu çalışmalar, öğrencilerin aritmetik işlemlerde yaptıkları hataların büyük çoğunluğunun bu kavramın eksik anlaşılmasından kaynaklandığını ortaya koymuşlardır (Arslan ve Ubuz, 2009; Aydan Kaplan, 2008; Bowers, 1996; Bowers, Cobb ve McClain, 1999; Carpenter, Blume, Hiebert, Anick ve Pimm, 1982; Carpenter ve Moser, 1984; Cauley, 1988; Cobb ve Wheatley, 1988; Cobb, Yackel ve Wood, 1992; Dinç Artut ve Tarım, 2006; Fuson, 1986, 1990; Fuson ve Briars, 1990; McClain, Cobb ve Bowers, 1998; Steffe, Cobb ve von Glasersfeld, 1988).

Öğrencilerin yanı sıra öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalarda da BD kavramına ilişkin problemlere rastlanmıştır. Örneğin Chick (2003), 29 ortaöğretim ve 38 ilköğretim olmak üzere toplam 67 öğretmen adayıyla yaptığı çalışmada, 'bir sayının 10 ile çarpımının neden sayının sonuna 0 eklemekle eşdeğer' olduğunu öğretmen adaylarının açıklamalarını istemiştir. Öğretmen adaylarından yalnızca 7'sinin kabul edilebilir cevap verdiğini geri kalanların ya yanlış cevap verdiğini ya da cevap veremediğini ifade etmiştir. Bu durum, öğrencilerin yanısıra öğretmen adaylarının da BD ile ilgili zorluklar yaşadıklarını ve bu kavramı yeterince algılayamadıklarını göstermektedir.

## 1.2. Basamak Değerinin Kavramsal Yorumu

### (Conceptual Interpretation of Place Value Concept)

Yapılan araştırmaların sonuçları ve yukarıda verilen bilgiler göz önüne alındığında, BD kavramının önemi ortaya çıkmakta ve bazı zorluklarla dolu olduğu anlaşılmaktadır. Bu zorlukların bazı muhtemel nedenlerini Arslan ve Ubuz'a (2009) dayanarak özetleyelim:

- Zorlukların temelinde yatan nedenlerden biri, sayıların gösterimleriyle bu sayıların arkasında yatan matematiksel gerçek arasındaki farktır. Bilindiği gibi herhangi bir N doğal sayısını ( $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  rakamlar olmak üzere)  $N = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10^1 + a_0 10^0$  şeklinde bir polinom halinde yazmak mümkündür. Bu işleme sayı çözümleme denmektedir. Oysa biz aynı doğal sayıyı  $a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$  şeklinde ifade ederiz. Şu halde kullanılan normal gösterimde  $a_n$ 'lerin çarpanı konumundaki  $10^n$ 'ler gizlenmiş durumdadır. Örneğin 287 sayısında 8 rakamı  $8 \times 10^1$ ; 2 de  $2 \times 10^2$  şeklinde okunmalıdır.
- Bir başka neden sayı sistemimizin yazı dilinde ve sözel dilde uyumsuzluk göstermesidir. Sayıları yazarken 0'dan 9'a kadar olan rakamlarla yetiniriz. Oysa sözel dilde bu rakamlara ilave olarak on ve onun katları (yirmi, kırk, ... yüz, bin, milyon, ...) için farklı kelimeler kullanırız. Oysa bu kullanım BD kavramını göz ardı etmemize yol açar. Örneğin 1111 sayısı sözel dilde *bin yüz on bir* şeklinde ifade edilmektedir. Görüldüğü gibi sözel söylemde BD'ye atıfta bulunan hiçbir ibare yoktur.
- Diğer yandan sayılar günlük dilde ifade edilirken, toplama ve çarpma işlemleri kullanılarak yukarıdaki kelimelerden yeni sayılar da türetilmektedir. Böylece günlük dilde bazı sayılar bir çarpım sonucu ortaya çıkarken (beş yüz =  $5 \times 100$ ) bazı sayılar da toplama sonucu (yüz elli =  $100 + 50$ ) ortaya çıkar. Bazı sayılar ise her iki işlem sonucunda ortaya çıkmaktadır: İki yüz elli =  $2 \times 100 + 50$ . Görüldüğü gibi bu durumda da BD ihmal edilmektedir.
- Sayıların sözel ifadesi ile rakamlarla yazımı arasındaki bir diğer uyumsuzluk da 0 rakamından kaynaklanmaktadır (Chambris, 2008). Günlük dilde 0 sayısı hiçbir zaman söylenmezken yazılı dilde ise çok önemli bir yer tutar. Örneğin, 7 005 001 sayısını sözel dilde *yedi milyon sıfır sıfır beş bin sıfır sıfır bir* şeklinde değil de *yedi milyon beş bin bir* şeklinde söyleriz. Bu söyleyiş tarzında da BD kavramı ihmal edilmiştir.

Yukarıda verilen bilgiler BD kavramının öğretim-öğreniminde yaşanan zorlukları ve bu zorlukların muhtemel nedenlerinden bazılarını gözler önüne sermektedir. Bu durumda akla şöyle bir soru gelmektedir: BD kavramını meydana getiren bilgiler veya öğrencinin BD'yi daha iyi anlayabilmesi için sahip olması gereken "örtük" bilgi ve beceriler nelerdir? Okuyucuya bir fikir vermesi ve kavramın gerçekte ne kadar karmaşık olduğunun bilinmesi açısından bunların bir kısmının sıralanması uygun olacaktır:

- Bir sayıda görünmeyen sütunlar (hane) vardır ve her sütunun değeri farklıdır. Sayıda sola doğru hareket edildikçe sütunların değeri artar, sağa doğru gidildikçe de azalır.
- Bir sayıdaki bir rakam bir hane sola alındığında değeri  $10$ 'la çarpılır, sağa alındığında da değeri  $10$ 'a bölünür.
- Bir sayıdaki bir rakamın "sayı değeri" ve "basamak değeri" vardır. Bir rakamın sayı değeri her zaman aynıyken, BD sayı içerisindeki yerine göre değişir.
- Sayıdaki bir rakamın BD, o rakamın sayı değeriyle bulunduğu hanenin değerinin çarpımı sonucu bulunur.
- Bir sayının değeri rakamlarının BD'leri toplamına eşittir. Örneğin,  $1974 = 1 \times 1000 + 9 \times 100 + 7 \times 10 + 4$ .

- Her sayının bir çokluk değeri vardır. Örneğin 75 sayısının çokluk değeri 70 ve 5; 1250 sayısının çokluk değeri de 1000, 200 ve 50 sayılarının toplamına eşittir.
- Sayıdaki herhangi bir hanede bulunan bir rakama 10 değerini aşacak bir sayı eklendiğinde 10'u aşan kısım o haneye yazılır ve soldaki haneye 1 eklenir.
- Bir sayıda farklı adette birlik, onluk, yüzlük, ... vardır ve bu nedenle bu sayı birlik, onluk, yüzlük, ... cinsinden farklı şekillerde ifade edilebilir. Örneğin; 1783 sayısında 1783 tane birlik veya 178 tane onluk 3 birlik veya 17 tane yüzlük 8 tane onluk 3 birlik gibi... vardır.
- Bir sayı 10 ile çarpıldığında basamaklarındaki her bir rakamın değeri de 10 ile çarpılmıştır. Yani 78 sayısında 7 onluk ve 8 birlik varken  $78 \times 10$  sayısında 7 yüzlük, 8 onluk vardır.
- Bir sayıda yer alan 0 rakamı anlamsız değildir ve yer tutucu görevi görerek solundaki rakamların değerini arttırır. Örneğin 3 rakamının sağına 0 eklediğimiz zaman bu rakamı 10 ile çarpmış oluruz.

Yukarıda verilen ve öğrencilerin sahip olması gereken bu "örtük" bilgiler BD kavramının bir yandan önemini diğer yandan karmaşıklığını ortaya koymaktadır. Kavramı oluşturan ve yukarıda bir kısmı sıralanan bilgilerden birinin eksik olması durumunda öğrencinin BD'yi kavramsal manada sahiplenemediği söylenebilir.

### 1.3. Basamak Değeri Kavramı Ne Zaman Öğretilmelidir?

#### (When must Place Value be Taught?)

Yukarıda bir kısmı sıralanan bilgiler BD'nin geniş bir alana yayıldığını ortaya koymaktadır. Bu bilgilerden birinin eksik olması durumunda BD ile ilgili kavramsal öğrenmenin gerçekleşemediği söylenebilir. Bu durumda şu soruların tartışılması gerekmektedir: BD kavramı ne zaman öğretilmeye başlamalıdır? Öğrenciler BD ile ilgili yukarıda bir kısmı verilen bilgileri ne zaman ve ne sürede kazanabileceklerdir? Temel matematik alanında uzman olduğu düşünülen bir öğretmenin aşağıdaki görüşleri\* bu sorulara cevap vermeyi kolaylaştıracaktır:

"BD kavramı hemen değil de peyderpey öğrenilecek bir kavramdır. Öğrenci, önce saymayı ve iki rakamlı sayıları tanır. Ardından matematikte basamağın ne anlama geldiğini ve basamakların ismini öğrenir. Daha sonra bu basamaklar arasındaki ilişkiyi keşfeder: Bir onluk 10 tane bire eşit gibi. Bu arada her basamağın kendine has değeri olduğunu da keşfeder. Bu nedenle onlara "bu rakam neyi ifade eder?" gibi sorular sorulmalıdır. Öğrenciler de birler basamağındaki 2'nin 2 birlik, onlar basamağındakinin 2 onluk, ... olduğunu yavaş yavaş kavramaya başlarlar. Sonraları, öğrenciler *eldesiz toplama* ve *çıkarma* işlemlerini öğrendiklerinde BD kavramı biraz daha anlamlı olmaya başlar ve böylece aynı değere sahip rakamları alt alta sıralayabilirler. Öğrenciler *eldeli toplama* ve *çıkarmayı* öğrendiklerinde de bir basamağı bir üst basamak cinsinden ifade etmeyi öğrenirler. Çarpma işlemini öğrenince BD kavramının yeni bir boyutunu keşfederler. Örneğin  $(200=)20$  onluk  $(13500=)135$  yüzlük olduğu gibi" (Ma, 1999; Akt. Chambris, 2008).

Yukarıdaki ifadeler BD kavramının diğer kavramlarla ilişkili olarak geliştiğini ve bu nedenle öğretiminin yıllara yayılması gerektiğini ortaya koymaktadır. Gerçekten de bazı araştırmacılar (Thompson, 2000; Thompson ve Bramald, 2002), bu kavramın öğrencilere çok erken yaşlarda verildiğini ve öğretiminin geciktirilmesi gerektiğini ortaya koymuşlardır. Hatta Kamii ve Joseph (1988) bir takım araştırmalara dayanarak ilköğretimin ilk yıllarındaki öğrencilerin BD kavramını anlayamayacaklarını belirtmişlerdir.

\* Bir öğretmene atfedilen bu sözler, anlaşılmasını ve fikirlerin takibini kolaylaştırmak amacıyla motamot bir tercüme yerine yazarlar tarafından düzenlenerek verilmiş ve bazı yerler italik olarak verilmiştir.

Thompson (2000) ve Thompson ve Bramald (2002) bu kavramın iki ana öğeden oluştuğunu ifade etmektedir: Çokluk değeri (*quantity value*) ve sıra değeri (*column value*). Sayıların sözel ifadesine daha yakın olan birincisi, 135 sayısının 100, 30 ve 5 şeklinde ayrılarak parçaların toplanması esasına dayanır. Bilinen formel BD kavramına daha yakın olan ikincisi ise 135 sayısının 1 yüzlük, 3 onluk ve 7 birlikten oluştuğunun bilinmesidir.

Thompson ve Bramald'e (2002) göre çokluk değeri kavramı öğrencilerde sıra değerinden önce gelişir ve sıra değerinin oluşumuna zemin hazırlar. Bu nedenle çokluk değeri kavramı, sıra değeri kavramının okullarda daha geç bir zamanda öğretilmesine imkan tanıyarak bir nevi onun geçici olarak görevini yürütür. Bu nedenle Thompson ve Bramald (2002) sıra değeri öğretiminin, temel işlemlerle ilgili algoritmalar öğretilene kadar ertelenmesinin uygun olacağını ifade etmektedirler. Gerçekten de çokluk değerinin sayıların sözel ifadesine daha yakın olduğu göz önünde bulundurulursa bu tespitin anlamlı olduğu düşünülebilir. Diğer yandan, yapılan bazı araştırmalar bu iddiayı destekler niteliktedir. Örneğin, Keys, Harris ve Fernandes (1996) Hollanda'nın -ilköğretimin ilk yıllarında BD kavramına diğer ülkelere oranla daha az yer vermesine rağmen- TIMMS'te Avrupa ülkeleri arasında en başarılı olduğunu ifade etmektedirler (Akt. Thompson ve Bramald, 2002).

Literatüre dayalı olarak ve buraya kadar verilen bilgilerden hareketle, BD kavramının -özellikle ilköğretimin başında olan- öğrenciler için soyut ve karmaşık bir kavram olduğu, öğretiminin mümkün olduğunca geciktirilmesi ve sürece yayılması gerektiği söylenebilir. BD kavramının öğretiminin geciktirilmesi durumunda sayıların çokluk değeri onun yerini tutabilir. Ayrıca oldukça soyut olan bu kavramın öğretimi esnasında imkanlar ölçüsünde farklı materyal ve etkinlikten faydalanılması gerektiği, BD kavramının başta aritmetik işlemler olmak üzere farklı konularla ilişkilendirilmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır.

## 2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Sayı sistemimizin en önemli özelliklerinden olan BD başta aritmetik olmak üzere matematiğin tüm alt dalları için büyük öneme sahiptir. Sayıların diğer bilim dallarındaki yeri dikkate alındığında BD'nin bilimin gelişmesinde rol oynadığı söylenebilir. Örneğin BD kavramını kullanmayan Romaluların kendi rakamlarını kullanarak uzunca gösterebildikleri DCCCXXXIII sayısını, kullandığımız rakamlar ve BD kavramı sayesinde yalın bir şekilde (833) göstermek mümkündür. Basamak kavramını ihtiva eden bu yazım tarzı, basitliğin yanında işlemlerde de büyük kolaylıklar sağlamaktadır. Diğer bir ifade ile BD kavramı sayesinde aritmetik işlemler daha kolay bir şekilde yapılabilir. İşlemlerde nasıl bir kolaylık sağladığını göstermek için basamak değer özelliğine sahip olmayan Romen sayı sisteminde CCCXCI (391) sayısını XVII'ye (17) bölme işlemi ele alalım. Kullandığımız sayı sisteminde, ilköğretim öğrencisinin rahatlıkla yapabileceği 391 sayısını 17'ye bölme işlemi Romen sayı sisteminde düşünüldüğünde zorlukla yapılabilir. Daha büyük sayılarda durumun daha da karmaşıklaşacağı açıktır. Dikkatle bakıldığında bu zorluğun alışkanlıktan kaynaklanmadığı ve karmaşıklığın temelinde BD'nin yokluğunun yattığı ortaya çıkar.

İşte bu nedenle BD, ilköğretimden başlayarak okul matematiğinde önemli bir yer tutar. Örnek olarak ilköğretim müfredatında önemli bir yer tutan temel aritmetik işlemler veya zihinden hesap işlemleri alt öğrenme alanları incelenebilir. 43-27 işleminin yapılabilmesi için sayıların sırasıyla 4 onluk ile 3 birlik ve 2 onluk ile 7 birlikten meydana geldiğinin bilinmesi gerekir. Şu halde çıkarma işlemi esnasında 3 birlikten 7 çıkmayacağından, 4 onluktan biri alınarak elde edilen 12 birlikten 7'si çıkarılır.

Aslında öğrencinin temel birçok kavramı anlaması için BD kavramını özümsemiş olması gerekir. Bunu örneklandırmek için, öğrencilerin aşına

oldukları ve genellikle "otomatik" olarak yaptıkları çarpma işlemi ele alınabilir. Örneğin, 235x143 işleminde 4 ile 235 çarpımının sonucu ikinci satıra yazılırken neden bir üstteki satırdaki ilk rakamın altından değil de soldan ikinci basamağın altından başlanır? Bu durum aşağıdaki paragrafta açıklanmıştır:

<b>235x143=?</b>	235
Yandaki şekilde görüldüğü gibi, 235x143	X 143
işlemini yaparken ilk olarak 3 <b>birlik</b> ile	
235'in çarpımından elde ettiğimiz 705 tane	705...(birlik)
birliği birinci satıra yazarız. Benzer şekilde	940...(onluk)
4 <b>onluk</b> la 235'in çarpımından elde ettiğimiz	+235...(yüzlük)
940 onluğu (yani 9400) ikinci satıra ve 235	33605
<b>yüzlüğü</b> de üçüncü satıra yazarız.	

BD kavramı ilköğretim seviyesiyle sınırlı kalmayıp ortaöğretim ve hatta daha yüksek seviyede de önemli rol oynamaktadır. Örneğin, BD çoklukların gruplanması esasına dayalı olduğundan taban aritmetiğinde de önemli bir yere sahiptir. Nasıl ki 10 tabanında yazılan *abc* sayısında *c* birlikleri ( $10^0$ ), *b* onlukları ( $10^1$ ) ve *a* da yüzlükleri ( $10^2$ ) simgeliyorsa; 6 tabanında yazılan (*def*)<sub>6</sub> sayısında da *f* birlikleri ( $6^0$ ), *e* altılıkları ( $6^1$ ) ve *d* de otuzaltılıkları ( $6^2$ ) simgelemektedir. İşte bu nedenle BD'yi anlamayan bir bireyin taban aritmetiğini anlaması beklenemez.

Yukarıda kısaca hatırlatılan bilgilerden de anlaşılacağı üzere BD kavramı sayılar için önemli rol oynamakta ve sayılar üzerinde birçok işlem ancak bu kavram sayesinde mümkün olabilmektedir. Oysa sayılar, matematiğin diğer alanlarında (analiz, istatistik-olasılık,...) olduğu gibi bilimin hemen hemen her alanında (kimya, fizik, astronomi, vs.) önemli rol oynamaktadır. Bu durumda, BD kavramı olmadan analiz, cebir, ... gibi matematiğin temel alanları bir yana astronomi, fen ve bilimin diğer alanlarında yaşanan gelişimin bu denli hızlı gerçekleşmiş olması beklenemezdi. BD kavramının gücünü Data (2002) şu sözlerle açıklamaktadır: "*Hintliler, insanlığa, gücünü 'BD ve sıfır gibi iki dahiyane fikirden alan onluk sayı sistemi' gibi çok değerli bir hediye sunmuşlardır*" (Akt. Roy, 2003).

Bu durumda başta matematik olmak üzere sayıların rol oynadığı diğer tüm alanlar için önemli olan BD'nin öğretiminin ele alınması gerekmektedir. Bu nedenle bu çalışmada BD'nin ilköğretim I. kademe nasıl ve ne zaman öğretildiğini ders kitapları ve müfredat analizleri ile öğretmen görüşlerine dayalı olarak detaylı bir şekilde incelemek amaçlanmıştır. Çalışmanın araştırma soruları aşağıdaki gibidir:

- BD kavramı ilköğretim I. kademe matematik müfredatında ne zaman ve nasıl ele alınmaktadır?
- BD kavramı ilköğretim I. kademe matematik ders kitaplarında ne zaman ve nasıl ele alınmaktadır?
- BD kavramının öğretimi ile ilgili öğretmen görüşleri nelerdir?

### 3. YÖNTEM (METHOD)

Bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşım kapsamında öncelikle ilköğretim 1-5 sınıf matematik müfredatı ve ders kitapları incelenmiştir. Ayrıca BD ile ilgili 11 açık uçlu sorudan oluşan bir anket formu geliştirilmiştir. Ankette yer alan sorular genel olarak öğretmenlerin BD'yi ne zaman, nasıl öğrettiklerini, öğretirken ne tür etkinlik ve materyallerden faydalandıklarını ortaya koymaya çalışmaktadır. Sorular Bulgular bölümünün ilgili yerlerinde tanıtılacaktır.

Bu anket formu, 1. sınıftan başlayarak her sınıftan 10 olmak üzere toplam 50 sınıf öğretmenine uygulanmıştır. Müfredat ve ders kitaplarındaki BD ile ilgili kısımlar örnek verilerek açıklanırken, anket formundaki sorulara verilen cevaplar ise tablolar halinde sunulmuş ve katılımcıların cevaplarından alıntılar verilmiştir. Anket formunun uygulandığı öğretmenlerin mesleki deneyimleri Tablo 1'de verilmiştir.



Tablo 1. Katılımcıların mesleki deneyimleri  
(Table 1. Professional experiences of participants)

Mesleki Deneyim	0-5 Yıl	5-10 Yıl	10-15 Yıl	15-20 Yıl	20-25 Yıl	25-30 Yıl	Toplam
Frekans	12	11	8	9	4	6	50

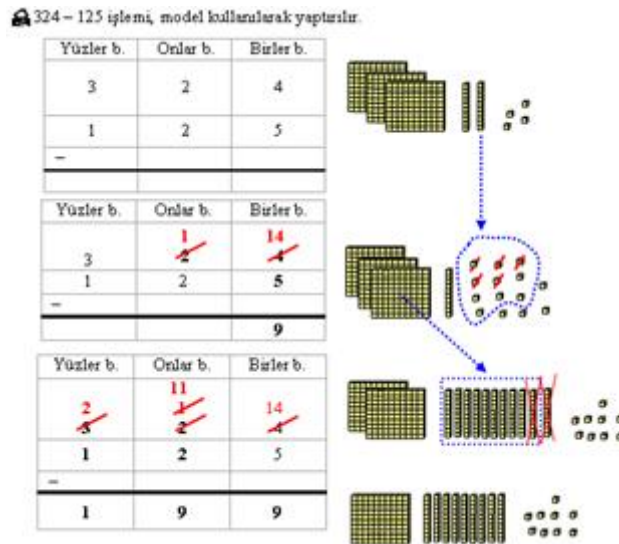
#### 4. BULGULAR (FINDINGS)

Çalışmanın bu bölümünde, BD kavramıyla ilgili olarak ilköğretim 1-5. sınıf matematik programı ile 1-5. sınıf matematik ders kitapları incelenmesinden ve sınıf öğretmenlerinin bu kavramla ilgili açık uçlu anket sorularına verdikleri cevaplardan elde edilen bulgulara yer verilecektir:

##### 4.1. Öğretim Programından Elde Edilen Bulgular (Findings Obtained From the Curriculum)

İlköğretim matematik müfredatında (MEB, 2005), BD kavramı 1. sınıfa kadar uzanmakta ve sarmal olarak üst sınıflara kadar çıkmaktadır. 1. sınıfta öğrencinin "miktarı 10 ile 20 arasında olan bir grup nesneyi, onluk ve birliklerine ayırarak" göstermesi ve "bu nesnelere karşılık gelen sayıyı rakamlarla" yazıp okuması; "toplamları 20'ye kadar olan iki doğal sayıyı zihinden" toplaması; "20'ye kadar olan iki doğal sayının farkını zihinden" bulması beklenmektedir (MEB, 2005). 5. sınıfta ise öğrencinin 9 basamaklı doğal sayıları okuyup yazması ve 5 basamaklı sayılarla işlem yapması beklenmektedir.

BD ile ilgili kazanımlar incelendiğinde, 1-5. sınıfa yönelik öğretim programlarında genel olarak konuyla direkt ilişkili olan şu kazanımlara rastlanmaktadır: Bir çokluğu onluk ve birliklere ayırma; bir sayıyı okuma ve yazma; bir sayının bölüklerini, basamaklarını ve rakamlarının BD'lerini söyleme; sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlama; eldeli ve eldesiz toplama işlemi yapma; çıkarma işlemi yapma (onluk, yüzlük bozma); çarpma ve bölme işlemleri; zihinden toplama ve çıkarma; doğal sayıları çözümleme; ondalık kesirler ve bunlarla yapılan işlemler; onluk, yüzlük taban blokları kullanarak yapılan işlemler; sayıları karşılaştırma ve sıralama. Şekil 1'de bir çıkarma işleminin sayı taban blokları kullanılarak gerçekleştirilmesine yönelik verilen tablo örnek olması açısından verilmiştir.



Şekil 1. Uygulamadaki ilköğretim müfredatından BD'nin öğretiminde taban blokları kullanmaya ilişkin bir örnek  
(Figure 1. An example about using base blocks in teaching PV in primary education curriculum)

Eğitim sistemimizde sıra-çokluk değeri ayırımı ve çokluk değerinin sıra değerinden önce verilmesi konusuna ne derece dikkat edildiğini ortaya koymak amacıyla ilköğretim matematik programı (MEB, 2005) incelendiğinde buna uyulmadığı göze çarpmaktadır. 2. sınıf programında yer alan "100'den küçük doğal sayıların basamaklarını adlandırır, basamaklardaki rakamların BD'lerini belirtir" kazanımı buna örnek olarak verilebilir. Ayrıca 1. sınıfta öğrencilerin 20'ye kadar olan sayıları tanıması ve birli ve onlu gruplara ayırması istenmekte ve dolayısıyla daha 1. sınıfta iken öğrencinin sıra değerini öğrenmesi beklenmektedir. Bu nedenle, öğrenci henüz sayıların çokluk değerini öğrenmediğinden müfredatta çokluk değerinin sıra değerinden önce verilmesi hususuna yeterince dikkat edilmediği ortaya çıkmaktadır.

Müfredatlarda ayrıca 'en çok üç basamaklı doğal sayıları 10, 100 ve 1000'in en çok dokuz katı olan doğal sayılarla çarpma'; 'en çok üç basamaklı doğal sayıları 10, 100 ve 1000 ile zihinden çarpma'; 'ondalık kesirler ve bunlarla yapılan işlemler'; 'bir doğal sayıyı bir başka doğal sayıya bölme'; 'onluk taban blokları kullanılarak 9'u 3'e bölüp birlikleri paylaşma'; '40'ı 4'e bölüp onlukları paylaşma'; '42'yi 3'e bölüp onluk ve birlikleri paylaşma'; '11'i 4'e ve 35'i 2'ye kalanlı bölme'; 'sayıları karşılaştırma ve küçükten büyüğe sıralama' gibi BD ile dolaylı olarak ilişkili olan kazanımlar da mevcuttur.

#### **4.2. Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular (Findings Obtained From Mathematics Textbooks)**

İlköğretim ders kitapları incelendiğinde ise içeriğin yukarıda sayılan kazanımlarla örtüştüğü ve daha da genişlediği görülebilir. Bunu anlamak amacıyla yürürlükteki öğretim programına uygun olarak hazırlanmış olan bazı matematik ders kitapları örnek olarak incelenmiştir: Mamaç, Ünsal ve Yavuz (2007); Dörttepe vd. (2007); Aktaş vd. (2007); Duatepe vd. (2007); Eden (2008). Bu kitaplarda BD kavramı veya kullanımıyla ilişkili olarak farklı etkinlik ve uygulamaların varlığı göze çarpmaktadır. Analiz yapılırken ders kitaplarında BD ile ilgili yer alan etkinlikler -ders kitabı tarafından BD ile ilişkilendirilsin veya ilişkilendirilmesin- üzerinde durulmuştur. Ders kitapları arasında bir karşılaştırma amacı güdülmendiğinden hangi tür etkinliğin hangi ders kitabında yer aldığı hususu üzerinde durulmamıştır. Aşağıda bu etkinliklerden bazıları kısaca tanıtılacaktır:

##### **4.2.1. Hesaplarda Kullanım (Usage in Calculations)**

Daha önceden de belirtildiği gibi 4 temel aritmetiksel işlemle BD kavramı arasında sıkı bir ilişki bulunmaktadır. Konuyla ilişkili olarak incelenen ders kitaplarından birinde bölme işlemi ile BD arasındaki ilişki şu şekilde kurulmaktadır (Dörttepe vd., 2007, s. 61): 476 sandalyeye sahip bir konferans salonunun 3 eşit parçaya bölünmek istendiği bir problem durumu ele alınarak 476 sayısı sayı taban bloklarıyla, 4 tane yüzlük 7 tane onluk ve 6 tane birlik şeklinde modelleniyor. Sonuç YOB (Yüzlük-Onlar-Birler) şeklinde 3 basamaklı bir sayıdır. Yüzlük bloktaki parçalardan 3'ü bölümlere eşit dağıtılsa 1'er tane düşeceğinden bölüm 10B halini alır. Böylece kalan sandalye sayısı 1 yüzlük 7 onluk ve 6 birlik yani 17 onluk ve 6 birliktir. Benzer şekilde onluklar 3 gruba eşit paylaşılırsa her gruba 5 tane düşer ve 2 onluk da artar. Bu durumda bölüm 15B ve kalan bloklar da 2 onluk 6 birlik yani 26 birliktir. Benzer işlem, birlikler için de yapılırsa bölüm 158 olur ve 2 sandalye de artar.

##### **4.2.2. Zihinden Hesap (Calculation in Mind)**

Dört işlemde olduğu gibi bu işlemlerin zihinden yapılması esnasında da BD kavramının önemi büyüktür. Örneğin 555 sayısından 300 çıkarılması ile ilgili olarak, öncelikle yüzlüklerin farkının bulunması  $500-300=200$  ve ardından bu farka 55'in eklenmesi tavsiye edilmektedir ki (Dörttepe vd., 2007) bu da BD ile ilişkilidir. Herhangi bir sayıdan yüzün katları



çıkarılırken sayının birler ve onlar basamağının değişmediğinin keşfettirilmesi etkinliği de (Duatepe, 2007, s. 72) bu konuda verilebilecek bir başka örnektir.

#### 4.2.3. Sayıları Modelleme (Numbers Modelling)

Onluk, yüzlük ve binlik taban blokları kullanılarak sayıların modellenmesi ve bu modelleme neticesinde sayılarla işlem yapılması kitaplarda karşılaşılan bir başka etkinlik türüdür. Örneğin, ardışık iki günde dikilen ağaç sayısı sırasıyla 1369 ve 1620 olarak verilmekte ve bu sayılar ile bunların toplamı Şekil 2'deki gibi modellenmektedir (Dörttepe, 2007, s. 47):



Şekil 2. Modelleme BD ilişkisi  
(Figure 2. Relation between modelling and PV)

#### 4.2.4. Verilen Sayının Basamaklarını, Bölüklerini vs. Söyleme veya Basamak Değerleri Verilen Sayıyı Yazma (Reading Digits, Parts etc. of a Given Number or Writing Place Values of Given Numbers)

Bilindiği gibi basamakların üçerli gruplanmasıyla bölükler oluşmaktadır. Ders kitaplarında basamak isimlerinin ifade edilmesini isteyen etkinliklerin yanında hem basamak hem de bölükleri belirlemeyi amaçlayan etkinlikler de mevcuttur. Ayrıca bunun tersi olarak nitelendirebilecek olan bir başka etkinlik türü olan "BD'leri verilen sayıyı yazma" etkinliği de kitaplarda yer almaktadır. Örneğin; "3 587 221 sayısını bölüklerine, basamaklarına ayırma ve değerlerini ifade etme"; "BD'leri 300, 2, 70 000 ve 90 olan sayıyı yazma" gibi veya 186 524 sayısı verilerek "...yüz binlik+ ...on binlik+ ...binlik+ ...yüzlük + ...onluk+ ...birlik" ifadesindeki boşlukların doldurulmasının istendiği etkinlikler (Duatepe vd., 2007, s. 15) örnek olarak verilebilir.

#### 4.2.5. Sayıyı Söyleme ve Yazma (Reading and Writing Numbers)

Rakamlarla ifade edilen bir sayıyı yazılı veya sözlü söyleme veya yazıyla verilen bir sayıyı rakamlarla yazma da, BD ile ilişkili olarak ders kitaplarında yer alan bir etkinlik türüdür. Altı adet 7, 8 ve 9 basamaklı sayı ile bunların okunuşları, karışık bir şekilde verilerek öğrencilerin doğru eşleştirmeyi yapmalarının (Eden, 2008, s. 7) istendiği etkinlik buna örnek olarak verilebilir.

#### 4.2.6. Sayı Sıralama (Ordering Numbers)

Verilen birkaç sayının küçükten büyüğe veya büyükten küçüğe sıralanmasının yanında verilen bir grafiği okuyarak en büyük, en küçük sayıyı söyleme gibi etkinlikler de BD kavramını ihtiva eden etkinlikler olup ders kitaplarında bu tür etkinliklere rastlanmaktadır. Örneğin "461 602; 4520; 43 521; 481 602 ve 40 520 sayılarını sembol kullanarak büyükten

küçüğe doğru sıralayınız." (Dörttepe vd., 2007, s. 45) örnek olarak verilebilir.

#### **4.2.7. Sayılar Arasındaki İlişkiyi Fark Etme (To Recognize the Relationship Among Numbers)**

Farklı zamanlarda gerçekleşen olayların yıllarıyla beraber bir listesi verildikten sonra olaylar arasında ilişki kurulmasının istenmesinde olduğu gibi sayılar arasındaki ilişkiyi fark etme etkinlikleri de ders kitaplarında yer almaktadır. Etkinlikle ilişkili olarak "A olayı gerçekleştikten kaç sene sonra B olayı gerçekleşmiştir? C olayı gerçekleştiğinde B olayının gerçekleşmesine kaç yıl vardı?" şeklindeki sorulara yer verilmektedir.

#### **4.2.8. Belirli Özelliklere Sahip Bir Doğal Sayının Yazılması ve Okunması (Reading and Writing of a Natural Number with Specific Properties)**

Herhangi bir sayının farklı basamaklarının veya bu basamakların taşıdığı bazı özelliklerin verilerek sayının bulunmasının istendiği etkinliklerde ders kitaplarında yer almaktadır. Örneğin, "binler bölümü bir haftadaki gün sayısının 22 katı", "onlar basamağı 0" veya "birler basamağı bir üçgenin kenar sayısı" olan sayıların yazılmasının istenmesi örnek olarak verilebilir.

Bu etkinlik türüne verilebilecek bir diğer örnek şu şekildedir: *Onlar basamağındaki rakam, birler basamağındaki rakamdan küçük; birler ve onlar basamağındaki rakamların toplamı, yüzler ve binler basamağındaki rakamların toplamına eşit; rakamları farklı ve rakamlarının toplamı 8 olan dört basamaklı sayının bulunması* etkinliği (Dörttepe, 2007, s. 45).

#### **4.2.9. Bir Sayının Farklı Basamakları Arasındaki İlişkinin Keşfettirilmesi (To Make Discover the Relations Among Different Digits of a Number)**

İncelenen ders kitaplarında herhangi bir sayının BD'leri ile farklı basamakları arasındaki ilişkiyi öğrenciye kazandırmak amacıyla tasarlanan etkinliklere de rastlanmıştır. Bu duruma şu etkinlik örnek olarak verilebilir: *8645 sayısı 8000, 600, 40 ve 5 şeklinde tabloda gösterilip sayının BD'leri arasındaki ilişkinin ve sağa doğru BD'lerinin nasıl değiştiğinin keşfedilmesi amacıyla tablonun incelenmesinin istenmesi* (Duartepe vd., 2007, s.184). Bir diğer örnek de şu şekildedir: *2, 3, 4, 5, 6 ve 9 rakamları birer kez kullanılarak öyle 3 ve 2 basamaklı sayılar oluşturulsun ki bu sayıların farkı en küçük olması için 3 ve 2 basamaklı sayıların bulunması* etkinliği (Aktaş vd., 2007, s.179). Ayrıca "1, 3, 0, 7, 9 ve 8 rakamları kullanılarak oluşturulabilecek dört rakamlı **i)** en büyük sayı, **ii)** en küçük çift sayı ve **iii)** 5000'den büyük 3 sayı"nın bulunması etkinliği (Duartepe vd., 2007, s. 21) bu duruma örnek olarak verilebilir.

#### **4.2.10. Ölçü Birimleriyle Yapılan İşlemler (Operations Done with Measuring Units)**

Her ne kadar ilişkili gibi görünmese de ölçü birimleri arasındaki dönüşüm de BD kavramıyla yakından ilişkilidir. Ders kitaplarında bu duruma uygun etkinlikler de yer almaktadır. Örneğin 2L + 75 mL'nin 2075 mL ye eşit olduğunun anlaşılması ile (1L = 1000 mL olduğundan) 2075 sayısının 2 binlik 75 birlik (Dörttepe vd., 2007, s. 73) olarak algılanması arasında bir paralellik olduğu açıktır.

#### **4.2.11. Verilen Bir Sayıyı En Yakın Onluğa veya Yüzlüğe Yuvarlama (Evaluating a Given Number into the Nearest Tenths or Hundredths)**

Herhangi bir sayıyı en yakın onluk, yüzlük, ... vs. yuvarlama ile BD kavramı arasında da yakın bir ilişki vardır. Zira 2457 sayısının en yakın

yüzlüğe yuvarlanması bu sayıda yer alan yüzler basamağının tanınmasını gerekli kılar. İncelenen ders kitaplarında bu tür etkinliklere yer verilmektedir. Örneğin, 3125, 4336, 5147, ... sayılarının en yakın yüzlüğe yuvarlanması (Dörttepe vd., 2007, s. 83) ve en yakın yüzlüğe yuvarlandığında 2600 eden 5 sayının yazılmasının (Dörttepe vd., 2007, s. 83) istendiği etkinlikler örnek olarak verilebilir.

#### 4.2.12. Verilen Bir Sayıda Ne Kadar 10'luk, 100'lük vs. Olduğunu Söyleme (Saying the Number of Tenths or Hundreths etc. in a Given Number)

Verilen bir sayıda yer alan onluk, yüzlük, ... sayısı da BD kavramıyla ilişkilidir. Örneğin, "4500 TL'ye sahip olmak için kaç 100 TL veya 10 TL'ye ihtiyaç vardır?" gibi sorulara cevap vermek BD kavramını anlamış olmayı gerektirir. Ders kitaplarında şu tür etkinlikler de mevcuttur: 90 000 sayısında kaç tane on binlik; 300 000 sayısında kaç tane yüz binlik (Dörttepe vd., 2007, s. 41); 1 tane yüz binliğin kaç binlik, kaç yüzlük ve kaç onluktan oluştuğunu söyleme (Dörttepe vd., 2007, s. 41) gibi.

#### 4.2.13. Sayıyı Çözümleme veya Çözümlemiş Bir Sayıyı 10'luk Tabanda Yazma (Numerical Analysis or Writing a Number in Base 10)

Sayı çözümleme veya çözümlenmiş bir sayıyı ifade etme BD'yi anlamış olmayı kaçınılmaz kılar. İncelenen ders kitaplarında bu bağlamda şu örneklerle rastlanmıştır: Verilen üç basamaklı altı adet sayının yüzler, onlar ve birler basamağının yazılması etkinliği (Mamaç, Ünsal ve Yavuz, 2007, s. 30) ve çözümlenmiş olarak verilen 7 yüz binlik + 3 yüzlük + 2 birlik ile  $50\ 000 + 3000 + 400 + 80 + 2$ ;  $900 + 10\ 000 + 5 + 70$  sayılarının rakamlarla yazılıp okunması (Dörttepe vd., 2007, s. 43).

Ders kitabı analizlerinden elde edilen bulgular incelendiğinde, BD öğretiminin 1. sınıftan 5. sınıfa uzandığı ve ders kitaplarının bu kavramı çok farklı konularla ilişkilendirerek zengin etkinlik örnekleri sunduğu söylenebilir. Bununla birlikte ders kitaplarında yer alan etkinliklerde sayıların çokluk değerinden ziyade sayı değerinin ön plana çıkarıldığı ortaya çıkmıştır.

#### 4.3. Anket Formundan Elde Edilen Bulgular (Findings Obtained from Questionnaire Form)

Anket formunda 11 soru yer almaktadır. Sorular hazırlanırken literatürde BD kavramıyla ilgili olarak elde edilen sonuçlardan ve müfredat ile ders kitabı analizlerinin bulgularından yararlanılmıştır. Soruların ilk ikisi BD'nin öğretim zamanıyla ilgili iken 3. soru BD öğretiminin süreciyle ilgili olarak öğretmenlerin neler düşündüklerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Anketin 4. sorusu BD kavramını -varsa- 3 veya 4 gibi ileri bir sınıfta öğretmeyi benimseyen öğretmenlerin bunun yerini tutacak (çokluk değeri gibi) bir bilgi öğretip öğretmediklerini araştırmaktadır. 5, 6 ve 7. sorular öğretmenlerin BD kavramını öğretirken ne tür etkinlik ve materyallerden faydalandıklarını, 8. soru ise öğretmenlerin öğrencilerini BD açısından yeterli görüp görmediklerini ve öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları tespit etmeyi amaçlamaktadır. 9. soru öğretmenlerin BD öğretimi esnasında ilişkilendirmeye başvurup başvurmadıklarını ölçerken son iki soru ise ders kitaplarını kullanıp kullanmadıklarını ve bu kitapları BD açısından yeterli görüp görmediklerini ortaya koymayı amaçlamaktadır.

- "BD kavramını kaçınıcı sınıfta öğretiyorsunuz?" sorusuna 14 öğretmen "1. Sınıf", 36 öğretmen de "2. Sınıf" cevabını vermişlerdir.
- "Sizce BD kaçınıcı sınıfta öğretilmeye başlanmalıdır? Bu durumda BD'nin öğrencilerinize erken veya geç öğretildiğini düşünüyor musunuz?" sorusuna verilen cevapların frekansları Tablo 2'teki gibidir.

Tablo 2. BD kaçınıcı sınıfta öğretilmeye başlanmalıdır?  
(Table 2. Answers about on which class PV must be taught)

Sınıf	1. Sınıf	2. Sınıf	3. Sınıf	4. Sınıf	5. Sınıf
Frekans	18	26	4	2	-

Tablo 2 incelendiğinde, öğretmenlerin büyük bir çoğunluğunun BD'nin 2. sınıfta öğretilmeye başlanması gerektiğini düşündükleri görülmektedir.

BD'nin 1. sınıfta öğretilmeye başlaması gerektiğini düşünen öğretmenlerin bir kısmı 1. sınıfın sonlarına doğru sezdirilmesinin yeterli olacağını düşünürken bazı öğretmenler de 1. sınıf öğrencilerinin BD kavramını anlayabilecek yeterlikte olduklarını düşünmektedirler. Bu iki görüş aşağıda örneklendirilmiştir:

- o 1. sınıfın son dönemlerinde sezdirme yoluyla kavratılmaya çalışılır.
- o 1. sınıfta öğretilir. Günümüzde öğrenciler 1. sınıfa gelene kadar sayılarla haşır neşir oluyorlar. Bu yüzden zamandır.

BD'nin 2. sınıfta öğretilmeye başlaması gerektiğini düşünen öğretmenlerin bazıları 2. sınıfı en ideal zaman olarak görürken bazıları da öğrencilerin hazır olmaları koşuluyla BD öğretiminin 2. sınıfta başlayabileceğini aksi takdirde öğretimin ileri sınıflara kayabileceğini ifade etmişlerdir:

- o 2. sınıfta öğretiliyor. Daha erken veya geç olmasının olumsuz olacağını düşünüyorum.
- o Sınıf seviyesine göre 2. sınıftan itibaren öğretilir.

BD'nin 3. sınıfta öğretilmeye başlanması gerektiğini düşünen katılımcıların verdikleri cevapların bazıları şu şekildedir:

- o 3. sınıfta başlanmalıdır. Erken öğretiliyor.
- o Bence BD normalde 3. sınıfta öğretilmeye başlanmalı. Ancak 2. sınıfta hissettirilmeli.

BD'nin 4. sınıfta öğretilmeye başlanması gerektiğini savunan öğretmenlerden biri görüşünü şu şekilde desteklemektedir :

- o Özellikle köylerde öğrenciler soyut düşünmeye, şehirdekilere göre daha geç başlıyorlar. Bu nedenle 3. sınıf onlar için erken.

- **"Sizce BD kısa bir sürede öğretilir mi yoksa uzun bir sürece mi yayılmalıdır? Neden?"** sorusuna 13 öğretmen "evet kısa bir sürede öğretilir" cevabını verirken 33 öğretmen de BD öğretiminin uzun bir süreç gerektirdiğini söylemiştir. 4 öğretmen ise BD öğretimin öğrencinin seviyesine göre değişebileceğini ifade etmişlerdir. Bu 4 öğretmenden 2'nin görüşü aşağıdaki gibidir:

- o Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyine göre değişir.
- o Kısa bir sürede öğretebilmek için öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri önemli. Kimi öğrenci 2 derste olayı kavrarken kimi öğrenci 1 dönemde dahi anlamıyor.

Buna göre, katılımcıların çoğu BD kavramının öğretiminin uzun bir periyoda yayılması gerektiğini düşünmektedirler. Bu öğretmenlerden bazılarının konuyla ilgili düşünceleri aşağıdaki gibidir:

- o Kısa sürede öğretimi çocuğun gelişim düzeyine uygun olmadığından bu asla mümkün değildir.
- o BD uzun sürece ve her üniteye serpiştirilerek yapılmalı.
- o Bu konu, öğrencilerin her sınıf seviyesindeki anlama kapasitesine göre tekrar ele alınmalıdır.

BD öğretiminin kısa bir sürede yapılabileceğini düşünen katılımcıların cevaplarından bazıları aşağıdaki gibidir:

- o Projeksiyon ve basamak tabloları gibi etkin materyallerle çok kısa bir zamana öğretilir.
- o Kısa bir sürede öğretilir, ancak diğer matematik konularında da BD'leri konusuna zaman zaman değinilmesi kaydıyla, kısaca tekrarlara önem verilmeli.

- **"Eğer BD'yi 1. sınıfta değil de daha sonra öğretiyorsanız onun yerini tutacak herhangi bir bilgi veriyor musunuz?"** sorusuna katılımcıların verdikleri cevaplardan örnekler aşağıdaki gibidir:
  - 1'den 20'ye kadar olan sayılar üzerinde çalışarak birlik ve onluk kavramlarını öğretme
  - BD kavramını sezdirilmeye çalışma
  - Sayıları bir ve iki basamaklı olarak adlandırma
  - BD kavramına hazırlık olarak onluk ve deste kavramlarıyla ilgili çalışmalar yapıyoruz.
  - Basamak adlarını söylüyoruz. Sayı tek basamaklı mı, çift basamaklı mı, onu kavratmaya çalışıyoruz.
  - Sadece onluk ve birliklerden bahsediyorum ve sayıların onluk ve birliklere göre nasıl okunduğu gösterdim.
- **"BD'yi öğretirken ne tür etkinliklerden faydalanıyorsunuz?"** sorusuna cevaben katılımcılar, sayı blokları, tablolar, abaküs, sayı kartları, sayı çubukları, birim küpler, paket-koli analogisi, para, boncuk, kibrit çöpleri vb. materyallerden yararlanarak aşağıdaki etkinliklerden faydalandıklarını ifade etmişlerdir:
  - 1'er 1'er ve 10'ar 10'ar ritmik sayma yapma
  - Drama yaptırma, Oyun oynatma
  - Basamak tablosunda basamak çözümü etkinliği yaparak
  - Sayıların okunuşu ve yazılışıyla ilgili örneklerden sonra öğrencilerin seviyesine uygun ve içinde rakamların geçtiği basit hikayeler anlatarak
  - Örneklerle basamak tanımı yapıldıktan sonra basamağın anlamını günlük hayattaki makamlarla ilişkilendirerek
  - Bir apartmanın katlarını veya merdivenin basamaklarını basamaklarla ilişkilendirerek
  - Çeşitli varlıklarla birlik ve onluk bloklar oluşturarak.
  - ... basamaklarda bulunan sayı kadar birlik, onluk ya da yüzük olduğunu onluk bloklarla gösteriyoruz. Sonra kaç tane onluk blok varsa, onların kaç ettiğini buluyoruz. Bulduğumuz sayının BD olduğunu belirtiyoruz.
  - BD kavramını öğretirken paket ve kolilerden yararlanıyorum. 10 paketin bir koli oluşturduğunu uygulamalı olarak gösterip yaparak yaşayarak öğretimi gerçekleştiriyorum. Ayrıca paralardan ve farklı renk boncuklardan oluşan abaküs çalışmasını kullanıyorum.
  - Küçük sayılarla başlayıp, sayının değeri kadar kibrit çöpü kullanarak kolay yöntemlerle göstererek anlatıldı.
- **"BD öğretiminde farklı materyallerden faydalanıyor musunuz? Cevabınız evetse ne tür materyallerden ve nasıl faydalanıyorsunuz?"** sorusuna cevaben katılımcılar, yukarıda sayılanların haricinde teknolojik araç-gereç (projeksiyon, sunu, CD, film vb.), çalışma yaprakları, Onluk-birlik evi, sayı doğrusu, vb. materyallerden faydalandıklarını ifade etmişlerdir. Bununla birlikte iki öğretmen farklı materyal kullanmadıklarını veya ihtiyaç duymadıklarını ifade etmişlerdir:
  - Hayır. Fazla materyal kullanmıyorum. Çünkü öğretmen kılavuz kitabında genelde yukarıda bahsettiğim materyalleri örnek gösteriyorum.
  - Sınıf içindeki materyallerden yararlanılabilir. Farklı ve sınıf dışı materyallere gerek yoktur.
- **"BD'nin öğretiminde aritmetik işlemlerden faydalanıyor musunuz? Cevabınız evetse lütfen nasıl faydalandığınızı açıklayınız."** sorusuna 40 öğretmen "evet", 19 öğretmen de "hayır" cevabını verirken 1 öğretmen de soruya cevap vermemiştir. Aritmetik işlemlerden yararlandığını söyleyen bazı katılımcılar kullanma şekillerini şu şekilde tanımlamışlardır:

- o Sınıf seviyesine uygun toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinden yararlanma.
- o Şöyle ki; diyelim ki 3 tane onluk var. BD'yi hem toplama hem de çarpma işleminden yararlanarak bulabiliriz.  $10+10+10=30$  ya da  $3 \times 10=30$  şeklinde.
- o Pekiştirici çalışmalar [yapmak] amacıyla değişik basamaklardaki sayıların BD toplamı, farkı ve çarpımlarını bulma çalışmaları yapıyorum.
- o Örneğin yüzler basamağında bulunan 7 sayısının BD nedir? Yüzler kutusunun değeri "100" idi. Buraya yerleşen sayı (rakam) kaçtır?  $7 \times 100=700$  diye ifade ediliyor. Her basamağın birim değeri o basamağın başına yazılıyor. Oraya gelen sayı ile çarpılıyor.
- o Toplama ve çıkarma işlemlerinden yararlanılır. Basamaklara sayı eklenir veya çıkarılır değişiklikler gösterilir.
- **"Öğrencilerinizi BD açısından yeterli görüyor musunuz? Bu konuyla ilgili öğrencilerinizin ne tür öğrenme zorluklarına sahip olduklarını yazınız."** sorusuna 21 öğretmen "evet", 10 öğretmen "hayır" cevabını verirken 19 öğretmen de bazı öğrencilerini yeterli gördüklerini, bazılarını yeterli görmediklerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerini BD açısından yeterli gören katılımcıların cevaplarından örnekler aşağıdaki gibidir:
  - o Öğrencilerim şu an 4. sınıfta oldukları için 4 ve 5 basamaklı sayıları rahatlıkla BD'lerine ayırabilmektedirler.
  - o Hemen hemen hepsi BD'yi kavramış durumdalar.
  - o Yeterli görüyoruz. Kısa zamanda öğreniyorlar.
  - o Öğrencileri BD açısından yeterli görüyorum. Tekrar yapmayan öğrenciler her derste olduğu gibi bu konuda da zorluk çekerler.BD açısından öğrencilerin bazılarını yeterli gören katılımcıların cevaplarından örnekler aşağıda verilmiştir.
  - o Seviyeye göre değişiyor. Çok iyi olan da var. Öğrenme zorluğu çeken de var.
  - o Şu aşamada %80'ini yeterli, %20'sini ise yetersiz görüyorum.
  - o Bazıları yeterli, bazıları yetersiz. Kavramlar, birlikler, onluklar, yüzlükler vs. tam oturmamışsa zorluklar çıkıyor.BD açısından öğrencileri yeterli görmeyen katılımcıların cevaplarından örnekler aşağıdaki gibidir.
  - o Yeterli görmüyorum. [...] Öğrenciler basamak isimlerini öğrenmekte zorlanıyorlar. BD kavramını da anlamıyorlar. Anlayanlar da ezber şeklinde kavriyorlar.
  - o Hayır. Çocuklara ne kadar anlatsak da, şekille göstersek de çocuk çok zor anlıyor.BD'nin öğretiminde karşılaşılan zorluklara ilişkin katılımcılar, "BD ile sayı değerini karıştırma", "Onluk kavramını yeterince anlayamama", "2 basamaklı sayılarda birlik ve onlukların yerini karıştırma", "basamaklardaki sıfır sayısını karıştırma", "BD'leri unutma", "öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeylerinin düşük olması", "BD kavramını anlamadan ezberleme", "BD ile basamak adlarını karıştırma" gibi zorluklarla karşılaştıklarını ifade etmişlerdir.
- **"Başka konuları / kavramları -örneğin ölçme- öğretirken BD ile ilişkilendirme yapıyor musunuz?"** sorusuna 38 katılımcı "evet" cevabını verirken 4 öğretmen "hayır" cevabını vermiştir. 8 öğretmen de bu soruya cevap vermemiştir. İlişkilendirme yaptığını söyleyen katılımcıların cevaplarından örnekler aşağıda verilmiştir.
  - o Dört işlemle BD'yi ilişkilendirme
  - o Uzunluk ölçülerinde ve problem çözümlerinde BD'yi kullanma
  - o Ağırlık ölçülerini birbirine çevirirken BD'yi kullanma



- o Yeri geldiğinde değişik konularla ilişkilendirme yapıyorum. Örneğin; eldeli toplama ve onluk bozarak yapılan çalışmalarda BD'den yararlanıyoruz.
- **"BD öğretiminde ders kitabını takip ediyor musunuz? Neden?"** sorusuna 45 öğretmen "evet" 5 öğretmen de "hayır" cevabını vermişlerdir. Ders kitaplarından yararlandığını belirten katılımcılardan bazıları aşağıdaki açıklamaları yapmışlardır:
  - o Evet ediyorum. Çalışma kitaplarındaki etkinlikler öğrenmeyi kolaylaştırıyor.
  - o Ders kitabını takip ediyorum. Yöntem ve teknikleri çocukların anlayabileceği şekilde uyarlıyorum.Ders kitaplarından BD'yi öğretirken yararlanmadığını belirten katılımcılar genelde gerekçe olarak ders kitaplarındaki etkinliklerin karmaşıklığını dile getirmişlerdir:
  - o Ders kitapları oldukça karışık düzenlenmiştir. Öğrencilerin kafası karışmaktadır. Kendi yöntemimi kullanmayı tercih ettim.
  - o Hayır. Kendi yöntemim daha iyi. Kitap karışık anlatıyor.
  - o Hayır. Çünkü hazırlanan daha doğrusu bizim kullandığımız yayınevi etkinlikleri çok karmaşık vermiş. O nedenle ben kendi hazırladığım etkinlikleri yaptırmayı tercih ediyorum.
- **"Kullandığınız ders kitabını BD açısından yeterli buluyor musunuz?"** sorusuna katılımcıların verdikleri cevapların frekansları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3. Ders kitaplarını BD açısından yeterli bulup bulmama  
(Table 3. Finding whether the textbooks about PV are efficient)

Yeterlilik	Frekans
Yeterli	20
Yeterli değil	15
Kısmen yeterli	9
Yayınevine göre değişir.	3
Boş	3

Ders kitaplarını BD ile ilgili olarak yeterli bulunduğunu söyleyen katılımcıların cevaplarından örnekler aşağıda verilmiştir:

- o Evet. Çocukların kavraması için güzel etkinlikler var. Özellikle toplama ve çıkarma işlemlerinde bloklar kullanılıyor.
- o Evet yeterli buluyorum. Güzel anlatılmış, bol örneklerle pekiştirilmiş.
- o Evet, kesinlikle yeterli. Alternatif etkinlikler çok. Öğrenci derste aktif durumda. Başarılı buluyorum.

BD ile ilgili olarak ders kitaplarını yeterli bulmadığını söyleyen katılımcılar genelde örnek yetersizliğini veya etkinliklerin karmaşıklığını dile getirmişlerdir:

Hayır yeterli değil. Yeterince örnek yok.

Hayır. Daha çok etkinliğe yer verilmelidir.

Hayır yeterli bulmuyorum. Program kağıt üzerinde iyi ama bu konuda hazırlanan etkinlikler çok kötü.

Hayır. Daha anlaşılır anlatılmalı.

BD ile ilgili olarak ders kitaplarını kısmen yeterli bulunduğunu söyleyen katılımcıların cevaplarından örnekler aşağıda verilmiştir.

- o Öğretim yöntemi olarak yeterli sayılır. Ancak BD konusuyla ilgili öğrencilerin karşılaşacağı problemler, sorular ders kitaplarımızda fazla yok. Yardımcı kaynaklardan alıştırma ile takviye etmeye çalışıyorum.
- o Konuyu işlemesi bakımından yeterli bulmakla beraber kitapların sarmal yapıda olmaması ve örnek çeşitliliği bakımından geliştirilmelidir. Görüldüğü gibi öğretmenler genel olarak BD kavramını 1. veya 2. sınıfta öğretirken çok az bir kısmı haricindekiler zamanın uygun olduğunu

düşünmektedirler. BD öğretiminin bir sürece yayılması gerektiğini savunan öğretmenler derslerinde farklı materyal ve etkinliklerden istifade etmekte ve bu kavramı matematiğin farklı konularıyla ilişkilendirmektedirler. Öğrencilerin önemli bir bölümü öğrencilerini BD açısından yeterli görürken öğrencilerin farklı zorluklarla karşılaştıklarının da altını çizmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin neredeyse hepsi matematik ders kitaplarını kullanırken öğretmenlerin ancak yarısı ders kitaplarını BD açısından yeterli veya kısmen yeterli görmektedir.

##### 5. SONUÇ VE ÖNERİLER (RESULT AND SUGGESTIONS)

Yapılan araştırmalar öğrencilerin BD ile ilgili öğrenme güçlüğüne sahip olduklarını ve sayılarla ilgili zorluklarının temelinde BD'nin yeterince kavranmamış olmasının yattığını ortaya koymaktadır. Bu güçlüklerle çözüm bulmak amacıyla farklı çalışmalar gerçekleştirilmiş ve araştırmacılar tarafından farklı öneriler ortaya atılmıştır. Bu öneriler, BD kavramının öğrenciler için karmaşık bir kavram olduğunu ve öğretiminin mümkün olduğunca geciktirilerek sürece yayılması gerektiğini ifade etmektedir. Ayrıca oldukça soyut olan bu kavramın öğretimi esnasında imkanlar ölçüsünde farklı materyal ve etkinlikten faydalanılması gerektiği, BD kavramının başta aritmetik işlemler olmak üzere farklı konularla ilişkilendirilmesinin gerekliliği de önerilmektedir.

Türkiye'deki BD öğretiminin genel olarak bu önerilere ne oranda uyduğunu araştıran bu çalışmada, ilköğretim I. kademedeki matematik dersi müfredatı, ders kitapları ve 50 sınıf öğretmenin görüşleri alınarak durum değerlendirilmesi yapılmaya çalışılmıştır. Çalışmada farklı kanallardan elde edilen veriler arasında genel olarak bir paralellik göze çarpmakta ve her üç kanaldan elde edilen veriler birbirini destekler mahiyettedir.

Buna göre, BD öğretimi daha ilköğretimin ilk yıllarında başlamakta ve sürece yayılmaktadır. Ayrıca soyut ve öğrenilmesi zor olan bu kavramı öğretmek için abaküsten sayı bloklarına kadar farklı materyaller kullanılmakta ve BD kavramı ölçme, geometri başta olmak üzere matematiğin farklı öğrenme alanı ve kavramlarıyla ilişkilendirilmektedir.

Ayrıca öğretmenlerin çoğunluğu öğrencilerinin BD'yi kavramada yeterli olduklarını düşünmekle beraber bu öğrencilerin söz konusu kavramla ilgili önemli zorluklar yaşadıklarını da ifade etmişlerdir. Bu zorluklar arasında "BD ile sayı değerini karıştırma", "Onluk kavramını yeterince anlayamama", "2 basamaklı sayılarda birlik ve onlukların yerini karıştırma", "BD kavramını anlamadan ezberleme", "BD ile basamak adlarını karıştırma" gibi zorlukların altı çizilmiştir.

Son olarak öğretmenlerin büyük çoğunluğu ders kitabını takip ettiklerini ifade etmekle beraber çoğunluk ders kitabını yeterli görmemekte veya kısmen yeterli görmektedir. Öğretmenler genelde etkinliklerin sayıca veya nitelik açısından yeterli olmadığını ifade etmişlerdir.

Bu çalışmanın sonuçlarına ve mevcut literatüre dayalı olarak BD'nin etkili bir şekilde öğretimi için aşağıdaki öneriler sunulabilir:

İlköğretimin ilk yıllarında -ve özellikle 1. sınıf öğrencileri- BD'yi anlayamayacaklarından, öğrencilere BD öğretilmemelidir. Bu dönemde BD yerine çokluk değeri kavramı üzerinde durulmalıdır.

BD'nin öğretimi sürece yayılmalıdır. Öğrenci diğer bazı kavramları öğrendiğinde BD'nin bazı özelliklerini keşfedecektir. BD, aritmetik işlemlerden ayrı olarak öğretilemez.

Materyal kullanımı BD'nin öğretiminde her zaman etkili olmayabilir. Bunun yerine aritmetik işlemlerle BD'nin kendiliğinden gelişmesi tercih edilmelidir. BD kavramı başka kavramlarla (örneğin ölçme) ilişkilendirilmelidir.

#### KAYNAKÇA (REFERENCES)

1. Arslan, S. ve Ubuz, B., (2009). Sayılarda basamak değeri kavramı ve öğrencilerin yaşadığı zorluklar. In E. Bingölbalı ve M.F. Özmantar (Eds). İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri, Ankara: PegemA Yayıncılık.
2. Aydan, K.H., (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin "basamak" ve "basamak değeri" kavramları ile ilgili zihinsel yapılarının incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
3. Bowers, J., (1996). *Children's emerging conceptions of place value in a technology-enriched classroom*. Unpublished Doctoral Dissertation, Peabody College of Vanderbilt University, Nashville.
4. Bowers, J., Cobb, P., and McClain, K., (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction*, 17, 25-64.
5. Carpenter, T.P. and Moser, J.M., (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
6. Carpenter, T., Blume, G., Hiebert, J., Anick, C., and Pimm, D., (1982). A review of research on addition and subtraction (Working Paper No. 330). Madison: Wisconsin Center for Education Research.
7. Cauley, K., (1988). Construction of logical knowledge: Study of borrowing in subtraction. *Journal of Educational Psychology*, 80, 202-205.
8. Chambris, C., (2008). Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20e siècle. Connaissances des élèves actuels. Unpublished Doctoral Dissertation. Denis Diderot (PARIS University, Paris, France.
9. Chick, H.L., (2003). Pre-service teachers' explanations of two mathematical concepts. *Australian Association for Research in Education Konferansı bildiriler kitabı*. 29 Kasım-3 Aralık, Auckland, Yeni Zelanda. <http://www.aare.edu.au/03pap/chi03413.pdf>.
10. Cobb, P. and Wheatley, G., (1988). Children's initial understandings of ten. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 10(3), 1-28.
11. Cobb, P., Yackel, E. and Wood, T., (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 2-33.
12. Dinç, A.P. ve Tarım, K., (2006). İlköğretim öğrencilerinin basamak değer kavramını anlama düzeyleri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 2(1), 26-36.
13. Dörttepe, C., Göğün, Y., Mamaç, N.H. ve Ocağ, H. vd., (2007). İlköğretim matematik 4 öğrenci ders kitabı. Ankara: MEB Yayınları.
14. Duatepe, A., Umay, A., Eke, N. ve Avşar, O., vd., (2007). İlköğretim matematik 4 ders kitabı. Ankara: Koza Yayın Dağıtım.
15. Eden, H., (2008). İlköğretim matematik ders kitabı: 5. İstanbul: Meram Yayıncılık.
16. Fuson, K., (1986). Roles of representations and verbalization in the teaching of multi-digit addition and subtraction. *European Journal of Psychology of Education*, 1, 35-36.
17. Fuson, K., (1990). A forum for researchers: Issues in place-value and multidigit addition and subtraction learning and teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 273-280.
18. Fuson, K. and Briars, D., (1990). Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first- and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 180-206.

19. Hiebert, J. and Wearne, D., (1992). Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 98-122.
20. Hiebert, J. and Wearne, D., (1996). Instruction, understanding, and skill in multidigit addition and subtraction. *Cognition and Instruction*, 14, 251-283.
21. Kamii, C. and Joseph, L., (1988). Teaching place value and double-column addition. *Arithmetic Teacher*, 35(6), 45-52.
22. Kamii, C., Lewis, B., and Livingston, S., (1993). Primary arithmetic: Children inventing their own procedures. *Arithmetic Teacher*, 41, 200-203.
23. Keys, W., Harris, S., and Fernandes, C., (1996). Third international mathematics and science study: First national report, Part 1 (Slough, NFER).
24. Mamaç, H.N., Ünsal, N. ve Yavuz, F.D., (2007). İlköğretim matematik 3 öğrenci çalışma kitabı. Ankara: MEB Devlet Kitapları.
25. McClain, K., (2003). Supporting preservice teachers' understanding of place value and multidigit arithmetic. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(4), 281-306.
26. McClain, K., Cobb, P., and Bowers, J., (1998). A contextual investigation of three-digit addition and subtraction. In L. Morrow (Ed.), *Teaching and learning of algorithms in school mathematics* (pp. 141-150). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
27. MEB. (2005). İlköğretim matematik dersi öğretim program ve kılavuzu (1-5. sınıflar). Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
28. Sowder, J. and Schappelle, B., (1994). Number sense-making. *Arithmetic Teacher*, 41, 342-345.
29. Steffe, L.P., Cobb, P., and von Glasersfeld, E., (1988). *Young children's construction of arithmetical meanings and strategies*. New York: Springer-Verlag.
30. Thompson, I., (2000). Teaching place value in the UK: Time for a reappraisal? *Educational Review*, 52(3), 291-297.
31. Thompson, I. and Bramald, R., (2002). An investigation of the relationship between young children's understanding of the concept of place value and their competence at mental addition. Report for the Nuffield Foundation Department of Education University of Newcastleupon Tyne.