



**ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN ÜÇGENLER KONUSUNDAKİ
TEMEL HATALARI VE KAVRAM YANILGILARI**

ÖZET

Geometri bilgisi, matematiğin önemli alt dallarından biridir. Kavram ise, nesnelere ya da olayların ortak özelliklerini kapsayan ve ortak ad altında toplayan soyut ve genel fikirdir. Doğru da açı ve üçgende açı konusunda yapılabilecek kavram yanılması, ileriki geometrik bilgileri doğrudan etkileyebilecek niteliktedir. Araştırmanın amacını gerçekleştirmek için, 2007-2008 öğretim yılında Elbistan Özel Altinküre Lisesi'nde okuyan 10. sınıflardan 5 şube olmak üzere toplam 95 öğrenci örnekleme alınmıştır. Veriler, 10 tane açık uçlu soru içeren sınavdan elde edilmiştir. Çalışmada, 10 soru içinden seçilen 5 soru üzerinde durulmaktadır. Elde edilen bulgular sonucunda hataların nedenleri şöyle özetlenebilir: Öğrenciler, sorularda doğru da açı, üçgende açı-açı-kenar kavramları arasında bağlantı kuramamakta, bazı özellikleri uygulamakta zorlanmakta ve sorulardaki verileri iyi analiz edememektedirler.

Anahtar Kelimeler: Geometri, Doğru, Açı, Üçgen, Kenar,
Kavram Yanılması, Hata Analizi

**MISCONCEPTIONS AND MAIN ERRORS OF SECONDARY EDUCATION
IN TRIANGLE SUBJECT**

ABSTRACT

The knowledge Geometry is one of the important secondary branches of Maths. Concept which includes the common features of events and objects and gathers them under a certain name is an abstract and common idea. Misconceptions about triangle knowledge have the quality which affects directly to the geometric knowledge. The purpose of this research is to examine the sample includes 95 students that is three 10th grade selected from the High School of Altinküre in Elbistan 2007-2008 academic year. Data are collected through a test including 10 open-ended questions. Data had been taken including 10 open-ending questions. In this study 5 of the 10 questions were taken into consideration. The reason of the errors can be summarized as follows: Students can not make contact with the concepts of angle in straight line, angle-angle-edge in triangle, students are forced themselves to practise some properties in angle concepts, data with questions of angle are not analyzed well.

Keywords: Geometry, Straight Line, Angle, Triangle, Edge,
Misconceptions, Error Analysis



1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Öğrenciler, küçük yaşlardan itibaren geometri öğrenimi ile çevrelerindeki fiziksel dünyayı görmeye, bilmeye ve anlamaya başlar ve ileriki yaşlara doğru tümevarımlı veya tümdengelimli sistemin içinde gelişen yüksek düzeyde geometriksel düşünme ile öğrenimlerini sürdürürler. Geometrik düşünmenin nasıl geliştiğine ilişkin bir çalışma Hollandalı eğitimciler Pierre Van Hiele ve Dina Van Hiele Geldof tarafından yapılmış ve çalışmada geometrik düşünmenin gelişimi beş düzeyde gösterilmiştir. Buna göre, lise düzeyi mantıksal çıkarım düzeyi olup; bu düzeydeki öğrenci, aksiyomatik yapıyı kullanabilir, teorem ve tanımlara dayalı olarak yapılan ispatın anlam ve önemini kavrayabilir, daha önce kanıtlanmış teoremlerden ve aksiyomlardan yararlanarak tümdengelimle başka teoremleri ispatlayabilir. Geometrinin kuruluşundaki aksiyomatik yapının sezdirilmesiyle de, öğrencide olumlu bir tutumun geliştirilebilir (Altun, 2000; Ubuz, 1999).

NCTM standartlarına göre, geometri dersinde öğrenciler geometrik şekil ve yapılarla bunların karakteristik özelliklerini ve birbirleriyle olan ilişkilerini öğrenirler. Bununla birlikte uzamsal görselleştirme (spatial visualization), bir geometrik şekli iki veya üç boyutlu uzayda akıldan oluşturabilmenin ve değişik açılardan bakabilmenin geometrik düşünmenin en önemli parçası olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca, geometri; uzun bir süredir öğrencilerin usavurmaya öğrendikleri ve matematiğin belitsel (axiomatic) yapısını gördükleri tanım ve gerçeklerden yola çıkarak kanıt yapılmasına odaklandığı açıklanmıştır (Ersoy, 2003).

İnsanlar, yeni şeyler öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ederler ve sahip oldukları bu ön kavramlar bazen yeni kavramların öğrenilmesinde zorluk çıkarır ve böylece yanlış öğrenilmeye neden olurlar. Ayrıca, daha önce sınırlı bir ortamda doğru olan bir kavram, ortam genişletildiği zaman rahatlıkla kavram yanlışlığına dönüşebilir. Kavram yanlışlığı öğrenmeye engel oluşturan kavramsal engeller anlamında kullanılırken, "Hata", yanıtlardaki yanlışlıklar olarak ele alınmaktadır (Baki ve Bell 1997; Ubuz, 1999).

Genel olarak öğrenme, çevresel koşulların değişmesiyle bireyin davranışlarında meydana gelen değişme olarak ve kavram öğrenme ise, uyarıların belli kategorilere ayırarak, zihinde bilgiler oluşturma olarak tanımlanmıştır. Ayrıca, yeterli bir öğrenmede bu bilgilerin davranışlarla bütünleşmesi gerekir. Kavram bilgisi, birey tarafından içsel olarak oluşturulmuş anlamlı ilişkilerdir. Kavramsal bilgide anlam önemli olup, birey var olan bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi zihninde yapılandırır, yeni bilgiyle bütünleştirilerek birey tarafından içselleştirilir (Ersoy, 2003; Ülgen, 2001).

Ubuz, çalışmasında, temel geometri konularındaki hata ve kavram yanlışlıklarını cinsiyet açısından incelemiş ve çalışmada açık uçlu sorular kullanmıştır (Ubuz, 1999).

Yapılan literatür taraması ile geometri öğretimi, kavram ve hata bilgisi ile ilgili birçok çalışmaya ulaşıldıkça, ülkemizde üçgen konusunda önemli yanlış ve hataları konu edinen çalışmalara rastlanmaktadır. Bu nedenle çalışmanın amacı, 10. sınıf F (Fen) ve TM (Türkçe-Matematik) şubelerindeki öğrencilerin, geometri dersinde üçgende açılar konusunu kavramaları esnasında ortaya koydukları hata ve kavram yanlışlıklarını, iki farklı şubenin karşılaştırılarak, hata analizlerinin yapılmasıdır.

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Geometrinin bir konusu olan, doğrudan açılar ve üçgenler ile ilgili kavramlar öğrencilere ilköğretimin üçüncü sınıfından itibaren



verilmeye başlanmakta olup, sonrasında 7. sınıflarda gösterilmektedir. Ortaöğretimde ise, lise 2. sınıf düzeyinde Geometri I. Dersinin müfredatında olan üçgenler bilgisi, Fen şubelerinde haftada 3 saat, TM (Türkçe-Matematik) şubelerinde haftada 4 saat olarak verilmektedir. Araştırmada ortaöğretim öğrencilerinin geometri dersinde üçgende açılar konusunda öğrenme düzeyleri, hatalar ve kavram yanlışları açısından incelenmiş ve öğretmenlere bazı önerilerde bulunulmuştur. Öğrencilerin, geometrik düşünme yeteneklerinin geliştirilmesi için, öncelikle kavramlar arasındaki bağıntıların ayrıntılı açıklanması gerekmektedir. İyi planlanmış etkinlikler, uygun araçlar ve öğretmen desteğiyle öğrenciler, geometriyle ilgili kuralları keşfedebilirler ve geometrik düşünceleri usavurmayı öğrenerek kavram yanlışlarını giderebilirler.

3. YÖNTEM (METHOD)

Bu çalışmada, lise ikinci sınıf öğrencilerinin geometri dersinde Van Hiele Düzeylerinin 4. düzeyi olan mantıksal çıkarım düzeyinde olup olmadıkları araştırılmış ve doğrudan açılar ve üçgende açılar konusundaki hata ve kavram yanlışlarını öğrenmek amacıyla, 10 adet açık uçlu sorunun bulunduğu bir sınav yapılmıştır. Bu sınav, 2007-2008 Öğretim yılında Elbistan Özel Altinküre Lisesinde okuyan lise ikinci sınıf öğrencilerinden F (Fen) şubelerinden 40 ve TM (Türkçe-Matematik) şubelerinden 55 öğrenci olmak üzere toplam 95 öğrenciye uygulanmıştır.

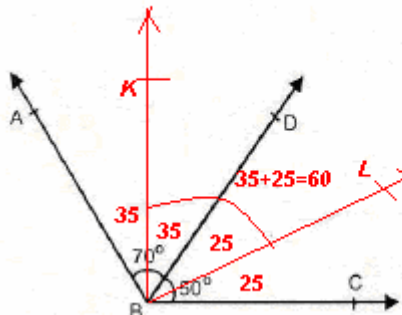
Öğrencilerden alınan sonuçlar, cevapsız, yanlış ve doğru olmak üzere üç grupta incelenmiş ve yüzde grafikleri alınmıştır. Bunun yanında yanlış görülen cevaplar, ayrıntılı bir şekilde değerlendirilmiş ve öğrenci cevap kağıtlarında yapılan kavram yanlışları sonucundaki hata analizleri tablolarda gösterilmiştir.

4. BULGULAR (FINDINGS)

Bu bölümde, öğrencilere sorulan soruların değerlendirilmesi tablo yardımı ile verilmeye çalışılmıştır. İlk olarak verilen tablolar, sorudaki yapılan hatalar yardımı ile ne tür kavram yanlışlarının oluştuğunu, sonrasındaki tablolar ise öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların dağılımını ve yüzdesini göstermektedir.

Birinci soru aşağıda verilmiş olup, bu soruda açıortayın bulunduğu açıyı iki eş parçaya ayırdığı ve komşu iki açıortayın arasındaki açıyı bulurken eş açılarının toplamından faydalanıldığı görülmek istenmiştir.

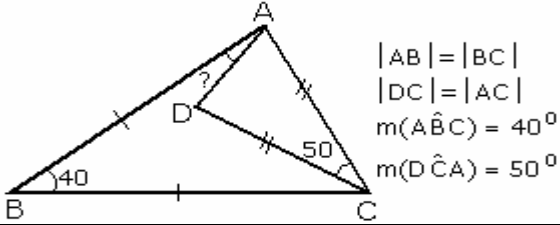
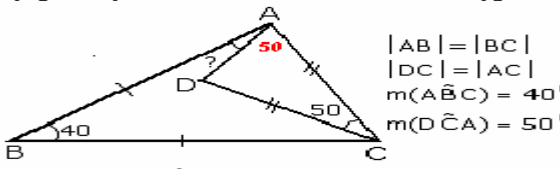
Tablo 1. Soru 1'de yapılan hata ve yanlışlığı örnek tablosu
(Table 1. The example table of error having made at the
questions 1st)

Soru 1:			
Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
1.1	 <p>Şekilde; $m(\hat{A}BD)$ ile $m(\hat{A}BC)$ açılarının açıortayları arasındaki açı kaç derecedir?</p>	<p>ABD açısının açıortayı [BK] olup $m(KBD)=35$ DBC açısının açıortayı [BL] olup $m(DBL)=25$ ise istenilen açı $25+35=60$ olur.</p>	52 (EA) 38 (SAY)

Birinci soruda açıortayların, bulunduğu açıyı iki eş parçaya ayırdığı ve istenilen açının aradaki açıların toplamı olduğunun görülmesi beklenmiştir. Tablo 1 incelendiğinde 15 öğrencinin $m(\hat{A}BC)$ yerine $m(\hat{B}DC)$ nin açıortayını aldığı yani soruyu tam analiz etmedikleri görülmüş ve hatalı işlem yaptıkları görülmüştür.

İkinci soruda öğrencilerin ikizkenar üçgende taban açılarının eşit olduğunu görmeleri ve üçgenin iç açıları toplamının 180° olduğunu kullanmaları beklenmiştir.

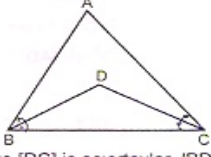
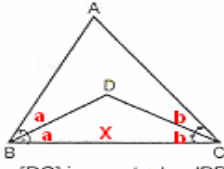
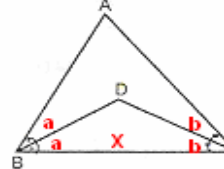
Tablo 2. Soru 2’de yapılan hata ve yanlış örnek tablosu
 (Table 2. The example table of error having made at the questions 2nd)

Soru 2: Aşağıdaki şekilde ABC ve ADC ikizkenar üçgendir.			
 <p> $AB = BC$ $DC = AC$ $m(\widehat{ABC}) = 40^\circ$ $m(\widehat{DCA}) = 50^\circ$ </p>			
Buna göre $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?			
Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
2.1	<p>Aşağıdaki şekilde ABC ve ADC ikizkenar üçgendir.</p>  <p> $AB = BC$ $DC = AC$ $m(\widehat{ABC}) = 40^\circ$ $m(\widehat{DCA}) = 50^\circ$ </p> <p>Buna göre $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?</p>	<p>ADC ikizkenar üçgen olup $m(\widehat{DAC}) = 50$ olur. ABC ikizkenar üçgen olup $m(\widehat{B}) = 40$ old. $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = 70$ olacağından $? = 70 - 50 = 20$ olur.</p>	5 (SAY) 15 (EA)

Tablo 2 incelendiğinde $m(\widehat{CAD})$ ve $m(\widehat{ADC})$ 'nin eşit olduğunun görülmesi ve büyük ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC})$ ve $m(\widehat{ACB})$ 'nin eşit olduğunu görmeleri beklenmiştir. Tablo incelendiğinde 15 öğrencinin ikizkenar üçgenin eşit olan taban açılarını kavramadığı ve karıştırdığı görülmüştür.

Üçüncü soruda öğrencilerin üçgende açı konusundaki komşu iki açının açılırtayı arasındaki açının $90 + A/2$ yani geniş açı olduğunu görmeleri beklenmiştir.

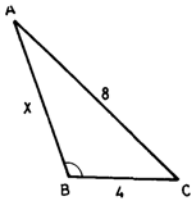
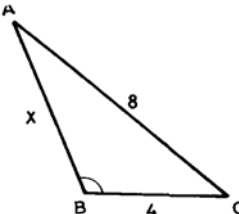
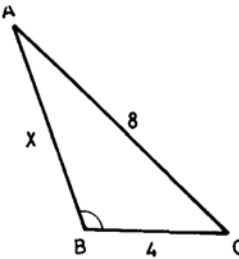
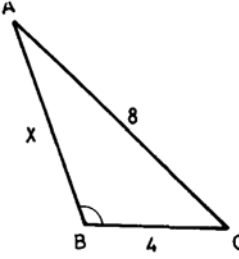
Tablo 3. Soru 3'te yapılan hata ve yanılğı örnek tablosu
(Table 3. The example table of error having made at the
questions 3rd)

Soru 3:			
 <p>Şekilde [BD] ve [DC] iç açıortaylar, $IBDI = 8$ cm, $IDCI = 10$ cm ise $IBCI$ kaç farklı tamsayı değeri alır?</p>			
Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
3.1	 <p>Şekilde [BD] ve [DC] iç açıortaylar, $IBDI = 8$ cm, $IDCI = 10$ cm ise $IBCI$ kaç farklı tamsayı değeri alır?</p>	$10-8 < x < 10+8$ ise $2 < x < 18$	15 (EA) 13 (SAY)
3.2	 <p>Şekilde [BD] ve [DC] iç açıortaylar, $IBDI = 8$ cm, $IDCI = 10$ cm ise $IBCI$ kaç farklı tamsayı değeri alır?</p>	$\frac{10+8}{2} > x > 2$ ise $9 > x > 2$	4 (SAY)

Tablo 3 incelendiğinde 13 öğrencinin üçgen eşitsizliğini kullanıp geniş açıyı kullanmadıkları görülmüştür. Dört öğrencinin ise kenarortay kuralını uygulamaya çalıştığı görülmüştür.

Sekizinci soruda öğrencilerin üçgen eşitsizliğinin yanında geniş açıyı kullanıp soruyu çözmeleri beklenmiştir.

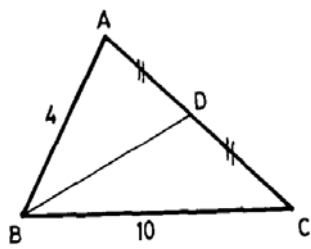
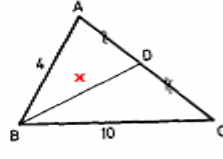
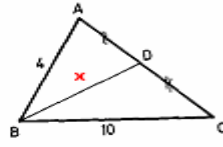
Tablo 4. Soru 8'de yapılan hata ve yanılğı örnek tablosu
 (Table 4. The example table of error having made at the
 questions 8th)

Soru 8:			
<p>$x \in \mathbb{Z}^+$ ve $\hat{m}B > 90^\circ$ dir. x in alabileceği en büyük değer nedir?</p> 			
Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
8.1	<p>$x \in \mathbb{Z}^+$ ve $\hat{m}B > 90^\circ$ dir. x in alabileceği en büyük değer nedir?</p> 	<p>$8+4 > x > 8-4$ $12 > x > 4$</p> <p>ve</p> <p>$8^2 > 4^2 + x^2$ ise $48 > x$</p>	<p>5 (SAY) 13 (EA)</p>
8.2	<p>$x \in \mathbb{Z}^+$ ve $\hat{m}B > 90^\circ$ dir. x in alabileceği en büyük değer nedir?</p> 	<p>$8+4 > x > 8-4$ $12 > x > 4$</p> <p>ve</p> <p>$8^2 > 4^2 + x^2$ ise $x^2 > 48$</p>	<p>12 (EA)</p>
8.3	<p>$x \in \mathbb{Z}^+$ ve $\hat{m}B > 90^\circ$ dir. x in alabileceği en büyük değer nedir?</p> 	<p>$8+4 > x > 8-4$ $12 > x > 4$</p> <p>ve</p> <p>$x^2 > 8^2 + 4^2$ ise $x^2 > 80$ ise $x > 8$</p>	<p>15 (EA)</p>

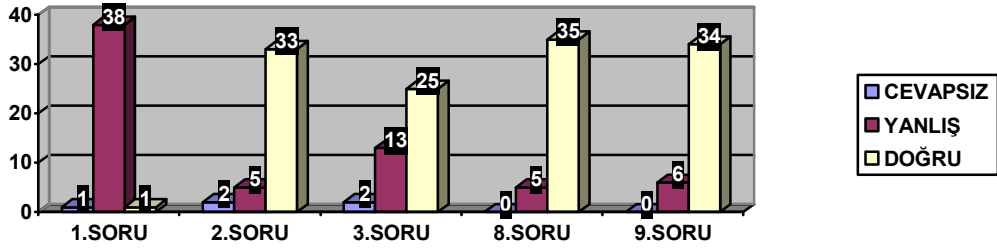
Tablo 4 incelendiğinde ilk hata yapan gruptaki öğrencilerin kök alma işleminde problem yaşadığı görülmüştür, ikinci gruptaki öğrencilerin eşitsizliği yanlış çözdüğü görülüyor, son gruptaki öğrencilerin ise yine kök alma işleminde problem yaşadıkları tespit edilmiştir.

Dokuzuncu soruda öğrencilerin açı-kenar sorularında kenarortayla ilgili özelliği kullanmaları beklenmiştir.

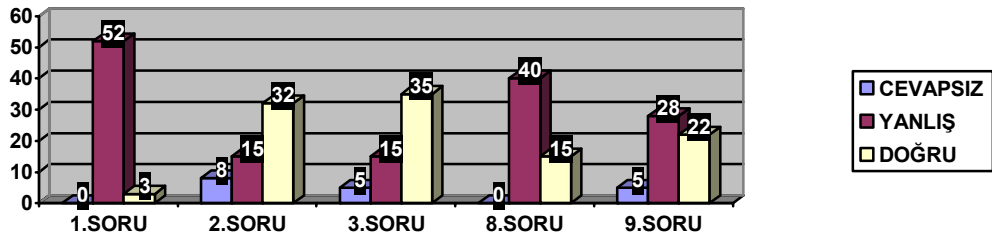
Tablo 5. Soru 9'da yapılan hata ve yanılğı örnek tablosu
(Table 5. The example table of error having made at the
questions 9th)

Soru 9:			
<p>$AB = 4$ birim $BC = 10$ birim $AD = DC$ olduğuna göre IBDI nin alabileceği tam-sayıların toplamı nedir?</p> 			
Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
9.1	<p>$AB = 4$ birim $BC = 10$ birim $AD = DC$ olduğuna göre IBDI nin alabileceği tam-sayıların toplamı nedir?</p> 	$10-4 < x < 10+4$ ise $6 < x < 14$	6 (SAY) 14 (EA)
9.2	<p>$AB = 4$ birim $BC = 10$ birim $AD = DC$ olduğuna göre IBDI nin alabileceği tam-sayıların toplamı nedir?</p> 	$x^2 = 4^2 + 10^2$ ise $x^2 = 116$	14 (EA)

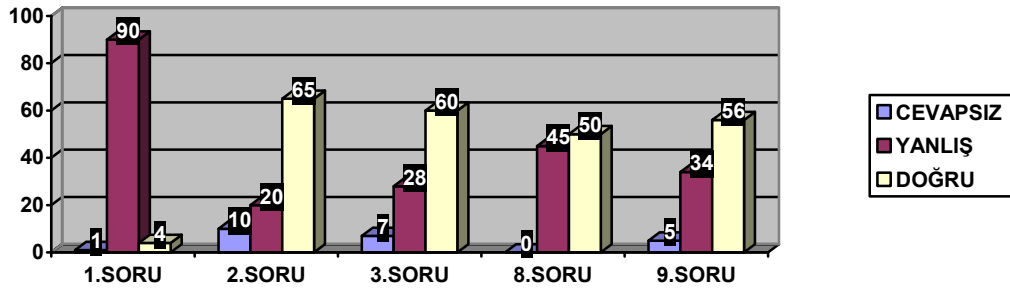
Tablo 5 incelendiğinde 1.gruptaki öğrencilerin sadece üçgen eşitsizliğini yazdıkları görülmüş, ikinci grupta ise geniş açı varmış gibi kabul edilerek farklı bir çözüm yaptıkları görülmüştür.



Şekil 6. Fen şubelerindeki öğrenci cevaplarının yüzdeleri
(Figure 6. The percentage of the student answer at science class)



Şekil 7. TM şubelerindeki öğrenci cevaplarının yüzdeleri
(Figure 7. The percentage of the student answer at TM class)



Şekil 8. Tüm şubelerdeki öğrenci cevaplarının yüzdeleri
(Figure 8. The percentage of the student answer at total class)

5. SONUÇ VE ÖNERİLER (CONCLUSION AND SUGGESTIONS)

Bu çalışmada, öğrencilerin doğrudan açılar, üçgende açılar ve açı-kenar konusundaki hataları ve kavram yanlışları açısından incelenmiştir. Sorulara verilen cevaplar incelendiğinde (Şekil 6 ve Şekil 7), özellikle Fen şubelerindeki öğrencilerin TM (Türkçe-Matematik) şubelerindeki öğrencilere göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Bunun nedeni ise, lise birinci sınıftan sonra lise ikinci sınıfa gelen öğrenci, matematik ve geometri düzeyindeki başarı durumunu göz önüne alarak yukarıda belirtilen alanı seçmek zorundadır. Bu aşamadan sonra TM bölümlerindeki öğrencilerde geometri başarı düzeyi oldukça yavaş yükselmektedir.

Yapılan sınav tüm öğrenciler açısından değerlendirildiğinde, ortaöğretim öğrencilerinin doğrudan açılar, üçgende açılar ve açı-kenar konusunda birçok işlem hatası yaptıkları tespit edilmiştir. Bu konudaki kavram yanlışlarının çoğu, doğrudan açı ile üçgende açının özelliklerinin karıştırılması ile gerçekleşmiştir. Ayrıca, öğrenci sorulardaki verileri iyi analiz edememekte, doğrudan açının özelliklerini üçgende açığa uyarlamakta, üçgende açının özellikleri



ile üçgende açı-kenar bağıntısına uyarlamakta zorluk çektiği görülmüştür.

Öğrencilerde saptanan hata ve kavram yanlışlarının nedenleri arasında, öğrencilerin Van Hiele'in dördüncü düzeyi olarak bilinen mantıksal çıkarım düzeyinde açıklanan geometrik ispatları yaparken aksiyomatik yapıyı ve geometrik şekillerdeki özellikleri uygun biçimde kullanmamaları alınabilir.

Yukarıdaki bulgu ve yorumların karşılaştırılmasını sağlamak amacıyla, benzer çalışmaların daha geniş örneklem seçilerek yapılmasına ihtiyaç vardır. Bu tür çalışmalar ile, Fen ve TM alanlarındaki geometri düzeyi Van Hiele düzey belirleme yöntemi ile ölçülerek, hata ve kavram yanlışlarının giderilmesinde gerekli yöntemler bulunabilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Altun, M., (2000). Matematik Öğretimi. Bursa: Alfa yayıncılık, ss:349-355.
- Baki, A. ve Bell, A., (1997). Ortaöğretim Matematik Öğretimi. Y.Ö.K yayınları.
- Ersoy, Y., (2003). Matematik Okur Yazarlığı II.: Hedefler, Geliştirilecek Yetiler ve Beceriler. <http://www.matder.org.tr> (2003, Ekim 24).
- NCTM, (2000). <http://standards.nctm.org/document/chapter7/geom.htm>. (2003, Ekim 24).
- Özsoy, N. ve Kemankaşlı, N., (2004). Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları ve Kavram Yanlışları, TOJET October 2004, ISSN: 1303-6521, Volume:3, Issue:4, Article:19.
- Ubuz, B., (1999). 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları ve Kavram Yanlışları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16-17, ss:95-104.
- Ülgen, G., (2001). Kavram geliştirme. Ankara: Pegem Yayıncılık, 109.