



ISSN:1306-3111

e-Journal of New World Sciences Academy
2011, Volume: 6, Number: 1, Article Number: 1A0154

ENGINEERING SCIENCES

Received: October 2010
Accepted: January 2011
Series : 1A
ISSN : 1308-7231
© 2010 www.newwsa.com

**Selçuk Emiroğlu
Yılmaz Uyaroğlu**

Sakarya University
selcukemiroglu@sakarya.edu.tr
uyaroglu@sakarya.edu.tr
Sakarya-Turkey

KAOTİK BURKE-SHAW ÇEKİCİSİNİN AKTİF KONTROL İLE SENKRONİZASYONU

ÖZET

Bu çalışmada, farklı başlangıç noktasına sahip olan iki Burke-Shaw sistemini senkronize etmek için aktif kontrol tekniği uygulanmıştır. İki aynı Burke-Shaw sisteminin senkronizasyonu sağlamak için sisteme aktif kontrol teorisi tabanlı kontrolör kullanılmıştır. Kontrolörler hata dinamik sisteminin kararlı olması için kapalı çevrim sisteminin özdeğerleri negatif olacak şekilde tasarlanmıştır. Tasarlanan aktif kontrolörler sisteme eklenmiştir ve sürücü ve cevap sistemi arasındaki hatanın sifıra yakınsadığı bilgisayar benzetimleri ile görülmüştür. Böylelikle iki Burke-Shaw sisteminin senkronizasyonun sağlandığı teorik ve görsel olarak gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kaotik Sistemler, Burke-Shaw Çekicisi,
Senkronizasyon, Aktif Kontrol,
Güvenli Haberleşme

SYNCHRONIZATION OF CHAOTIC BURKE-SHAW ATTRACTOR VIA ACTIVE CONTROL

ABSTRACT

In this study, the active control technique is applied to synchronize two Burke-Shaw systems which have different initial conditions. The controller is used to provide the synchronization of two identical Burke-Shaw systems based on active control theory. The controllers are designed to be negative eigenvalues of closed loop system, in order to provide the stability of error dynamic system. The designed active controllers are added to the system and numerical simulations show that error between drive system and response system converges to zero. So, the synchronization of two Burke-Shaw systems presented as theoretically and graphically.

Keywords: Chaotic Systems, Burke-Shaw Attractor,
Synchronization, Active Control, Secure Communication

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Pecora ve Carroll farklı başlangıç şartlarına sahip iki aynı kaotik sistemin senkronizasyonu için bir yöntem [1] tanıttıktan sonra, kaos senkronizasyon son yıllarda çok fazla ilgi çeken bir konu haline gelmiş ve gelişmiştir. Kaotik sistemlerin senkronizasyonu için doğrusal ve doğrusal olmayan geri beslemeli kontrol [2 ve 3], uyarlamalı kontrol [4], pasif kontrol [5], aktif kontrol [6 ve 8] gibi birçok yöntem önerilmiştir.

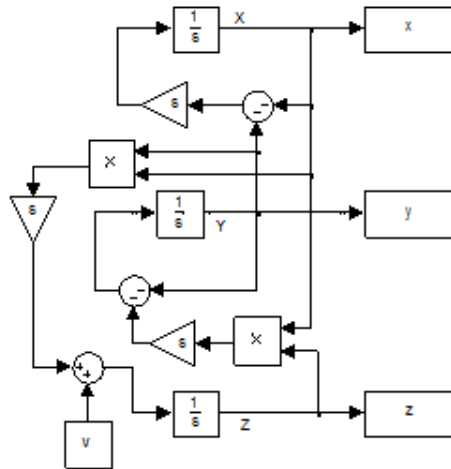
Kontrol metotlarının geliştirilmesiyle, kaotik sistemler arasındaki senkronizasyon araştırmacılar tarafından çok fazla ilgi çeken bir konu haline gelmiş ve haberleşme uygulamalarında kullanılmıştır. Güvenli haberleşme ve bilgi gizleme için kaotik senkronizasyon bir çok uygulamada çeşitli sistemler kullanılmıştır. Güvenli haberleşme için kullanılacak birçok sistem geliştirilmiştir [9].

Bu çalışmada, Burke-Shaw sistemi tanıtılmıştır ve iki farklı başlangıç noktasına sahip olan Burke-Shaw kaotik sisteminin aktif kontrol yöntemi uygulanarak senkronizasyonu yapılmıştır. Burke-Shaw kaotik çekicisinin kaotik davranış gösterdiği ve hata sinyalinin sifıra yakınsadığı görülerek senkronizasyonun sağlandığı bilgisayar benzetimleri ile gösterilmiştir.

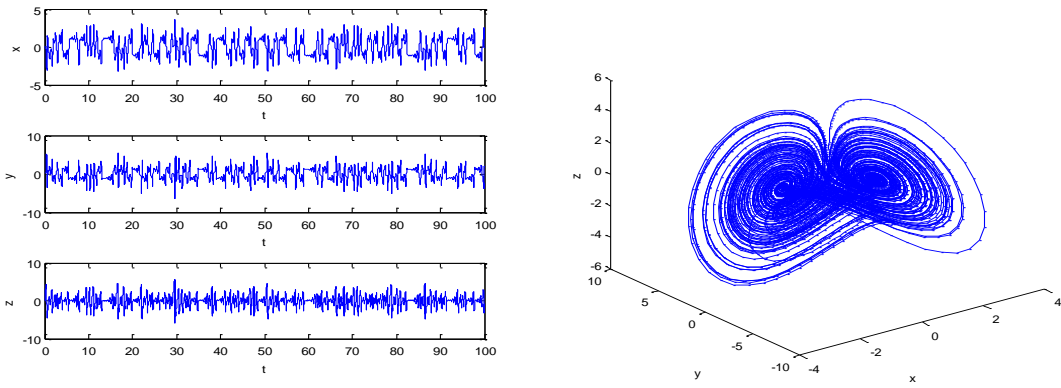
Burke-Shaw sistemi [10] Bill Burke ve Robert Shaw tarafından Lorenz denklemlerinden türetilmiştir. Burke-Shaw kaotik sistemi aşağıdaki denklem takımıyla tanımlanmaktadır:

$$\begin{cases} \dot{x} = -s(x + y), \\ \dot{y} = -y - sxz, \\ \dot{z} = sxy + V. \end{cases} \quad (1)$$

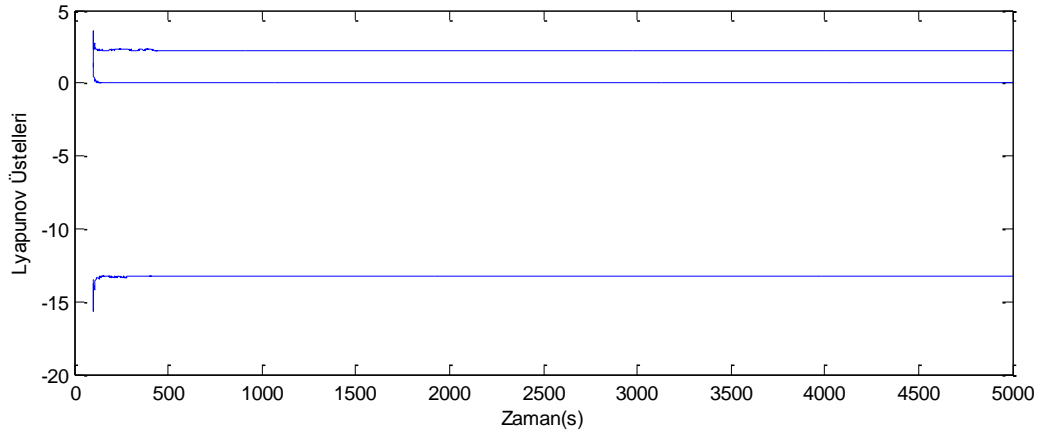
Burada s , V sistem parametreleri ve x , y , z durum değişkenleridir. Denklemlerden görüldüğü gibi bu kaotik sistem, çarpım terimleriyle nonlineerliği sağlayan 3. dereceden bir sistemdir. Burke-Shaw çekicisinin şekil 1' de verilen Matlab-Simulink modeli kullanılarak x , y , z , zaman serileri ve xyz düzlemi faz portreleri şekil 2' deki gibi elde edilmiştir. Burke-Shaw sisteminde $s=10$ ve $V=13$ parametreleri için hesaplanan Lyapunov üstelleri şekil 3' te görülmektedir. Şekil 3' ten görüldüğü gibi Lyapunov üstelleri $\lambda_1 = 2.24 < 0$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -13.24 < 0$ olarak hesaplanmıştır. Böylelikle Lyapunov üstellerinden biri pozitif, diğeri sıfır ve üçüncüsü ise negatif olduğundan Burke-Shaw sistemi kaotik davranış göstermektedir.



Şekil 1. Burke-Shaw çekicisinin Matlab-Simulink modeli
(Figure 1. Matlab-Simulink model of Burke-Shaw system)



Şekil 2. Burke-Shaw çekicisinin x, y, z zaman serileri ve faz portresi
(Figure 2. x, y, z time series and phase portrait of Burke-Shaw attractor)



Şekil 3. Burke-Shaw Sisteminin Lyapunov spektrumu
(Figure 3. Lyapunov spectrum of Burke-Shaw system)

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Bu çalışmada Burke-Shaw kaotik sisteminin zaman serileri, faz portreleri ve iki farklı başlangıç şartına sahip Burke-Shaw sistemlerinin senkronizasyonu MATLAB programı kullanılarak benzetimi yapılmıştır. Senkronizasyonun sağlanması için aktif kontrol metodu kullanılarak uygun kontrolörler seçilmiştir. Aktif kontrolörlerin eklenmesiyle sistemlerin senkronize olduğu bilgisayar benzetimleri ile gösterilmiştir.

3. KAOTİK BURKE-SHAW SİSTEMİNİN SENKRONİZASYONU (THE SYNCHRONIZATION OF CHAOTIC BURKE-SHAW SYSTEM)

İki tane aynı Burke-Shaw sisteminin senkronizasyonu için aktif kontrol metodu uygulanmıştır.

Sürücü sistem denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -s(x_1 + y_1), \\ \dot{y}_1 = -y_1 - sx_1z_1, \\ \dot{z}_1 = sx_1y_1 + V. \end{cases} \quad (2)$$

Ve cevap sistemi aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -s(x_2 + y_2) + u_1(t), \\ \dot{y}_2 = -y_2 - sx_2z_2 + u_2(t), \\ \dot{z}_2 = sx_2y_2 + V + u_3(t). \end{cases} \quad (3)$$

Burada $u_1(t)$, $u_2(t)$ ve $u_3(t)$ sistem 2 ve sistem 3 arasındaki senkronizasyonu sağlamak için kullanılan kontrol fonksiyonlarıdır.

İki sistem arasındaki hata

$$e_1 = x_2 - x_1, e_2 = y_2 - y_1, e_3 = z_2 - z_1 \quad (4)$$

olarak tanımlanır.

Cevap sisteminden (3) sürücü sistemi (2) çıkartılarak hata dinamik sistemi aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -s(e_1 + e_2) + u_1(t), \\ \dot{e}_2 = -e_2 - sx_2z_2 + sx_1z_1 + u_2(t), \\ \dot{e}_3 = sx_2y_2 - sx_1y_1 + u_3(t), \end{cases} \quad (5)$$

$u_1(t)$, $u_2(t)$ ve $u_3(t)$ kontrol fonksiyonlarını aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{cases} u_1(t) = v_1(t), \\ u_2(t) = sx_2z_2 - sx_1z_1 + v_2(t), \\ u_3(t) = sx_1y_1 - sx_2y_2 + v_3(t). \end{cases} \quad (6)$$

Burada $v_1(t)$, $v_2(t)$ ve $v_3(t)$ kontrol girişleridir.

Kontrol fonksiyonlarını denklem 5' te yerine koyarsak hata denklemleri aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -s(e_1 + e_2) + v_1(t), \\ \dot{e}_2 = -e_2 + v_2(t), \\ \dot{e}_3 = v_3(t). \end{cases} \quad (7)$$

Hata sistemini kontrol eden $v_1(t)$, $v_2(t)$ ve $v_3(t)$ kontrol girişleri hatanın sifira yakınsamasını sağlar ve buda senkronizasyonun sağlandığını gösterir. $v_1(t)$, $v_2(t)$ ve $v_3(t)$ kontrol girişlerini aşağıdaki gibi seçilir.

$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

B 3×3 ' lük sabit bir matristir. Sistem 7' nin asimptotik kararlı olabilmesi için tüm özdeğerleri negatif olması gerekir. B matrisini sistemin özdeğerleri negatif olacak şekilde seçilir.

$$B = \begin{bmatrix} s-1 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Hata dinamik sistemi aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -e_1, \\ \dot{e}_2 = -e_2, \\ \dot{e}_3 = -e_3. \end{cases} \quad (10)$$

Sistem (10) için aşağıdaki gibi uygun Lyapunov fonksiyonu seçilir.

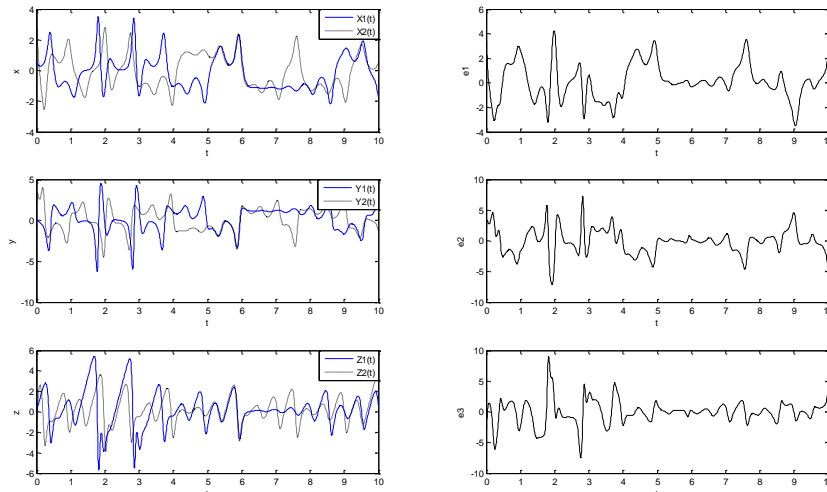
$$V(e_1, e_2, e_3) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2) \quad (11)$$

Lyapunov fonksiyonunun türevi alınırsa,

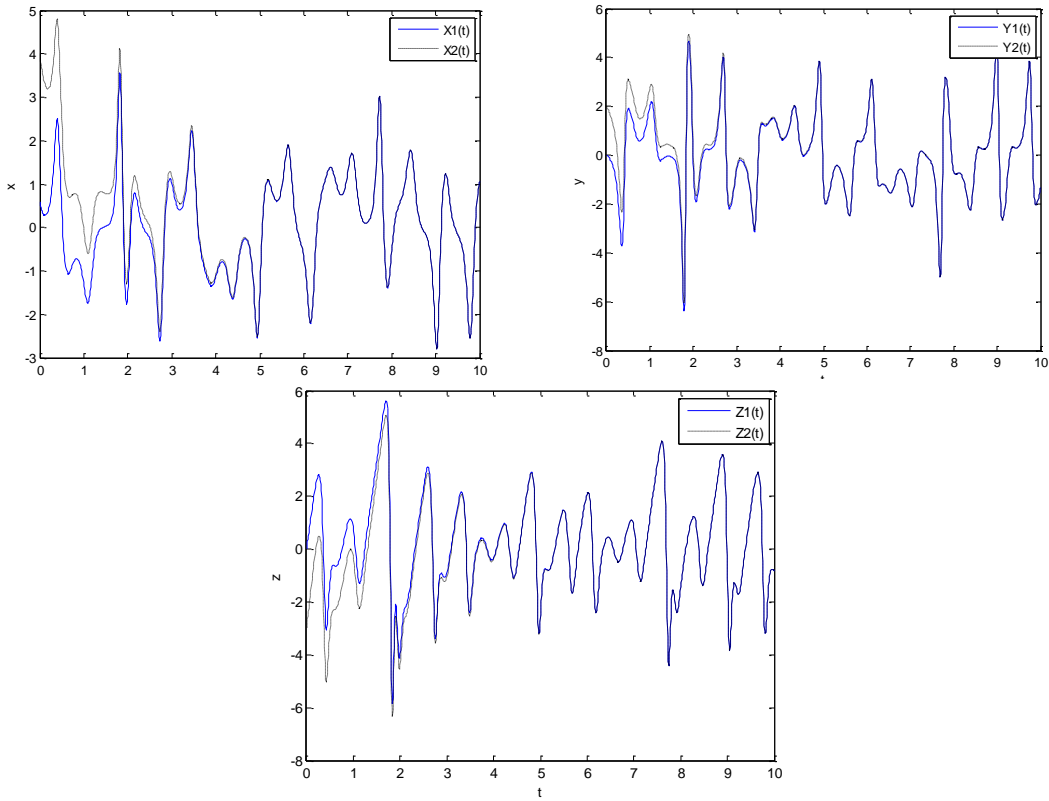
$$\frac{dV}{dt} = -(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2). \quad (12)$$

\dot{V} kesin negatif olduğundan sistem asimptotik kararlıdır. Bu yzden sistemlerin senkronize olduğu kanıtlanmıştır.

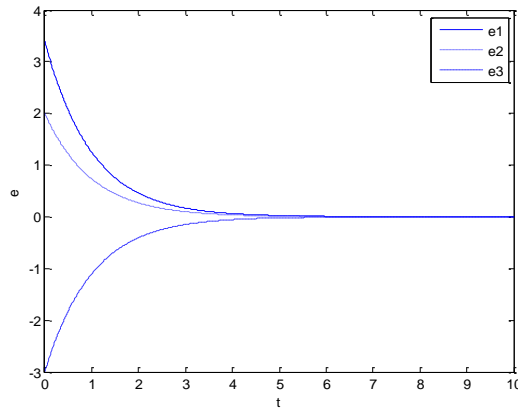
Bilgisayar benzetimlerinde, sdrücü (2) ve cevap (3) sisteminin başlangıç Őartları sırasıyla $x_1(0)=0.6, y_1(0)=0, z_1(0)=0$ ve $x_2(0)=4, y_2(0)=2, z_2(0)=-3$ alınmıştır. Şekil 4 senkronizasyondan önceki sdrücü (2) ve cevap (3) sisteminin zaman serilerini ve iki sistem arasındaki hata işaretini gstermektedir. Kontrolrler $t=0$ anında sisteme uygulanmasından sonraki sdrücü ve cevap sistemi zaman serileri Şekil 5' te gsterilmektedir. Şekil 6 ise kontrolrler aktif iken sdrücü ve cevap sistemi arasındaki senkronizasyon hatasını gstermektedir. Şekil 5 ve Şekil 6' ten sdrücü sistemin ve cevap sisteminin senkronize olduğu gsrmlenmektedir.



Şekil 4. Senkronizasyondan önceki zaman serileri ve hata iřareti
(kontrolrler uygulanmadan)
(Figure 4. Time series and error signal before
synchronization(controller is not activated))



Şekil 5. Kontrolör aktif iken sürücü ve cevap sistemlerinin zaman serileri
(Figure 5. Time series of drive and response systems when controller is activated)



Şekil 6. Kontrolör aktif iken sürücü ve cevap sistemlerinin arasındaki senkronizasyon hatası
(Figure 6. Error signal between drive and response systems when controller is activated)

4. SONUÇ (CONCLUSION)

Bu çalışmada iki farklı başlangıç şartlarına sahip üç boyutlu Burke-Shaw sisteminin senkronizasyonu için aktif kontrol uygulanmıştır. Aktif kontrol teorisine göre kapalı çevrim sistemin özdeğerleri -1 olacak şekilde doğrusal olmayan kontrolörler tasarlanmıştır. Bu tasarlanan aktif kontrolörler $t=0$ anında sisteme

eklenmiştir. Kontrolörler aktif edildikten sonra sistemlerin senkronize olduğu görülmüştür. Kontrolörler sisteme uygulandıktan sonra hata dinamik sisteminin kararlı olduğu Lyapunov kararlılık teorisi ile de kanıtlanmıştır.

Bilgisayar benzetimleri ile iki farklı başlangıç noktasına sahip üç boyutlu Burke-Shaw sisteminin aktif kontrol ile senkronizasyonu sağlandığı gösterilmiştir.

NOT (NOTICE)

Bu çalışma, 14-16 Ekim 2010 tarihinde Dicle Üniversitesinde tamamlanan Bilimde Modern Yöntemler Sempozyumunda (BUMAT2010) sözlü sunumu yapılmış ve NWSA yazım esaslarına göre yeniden düzenlenmiştir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Pecora, L.M., Carroll, T.L., (1990). Synchronization in chaotic systems. Phys Rev Lett: 64(8):821.
2. Huang, L., Feng, R., Wang, M., (2004). Synchronization of chaotic systems via nonlinear control. Phys Lett A: 320:271.
3. Park, J.H., (2005). Chaos synchronization of a chaotic system via nonlinear control. Chaos, Solitons & Fractals: 25:57984.
4. LiaoT, L. and LinS, H., (1999). Adaptive control and synchronization of Lorenz systems. J Franklin Inst:336:925.
5. Faqiang, W., Chongxin, L., (2007). Synchronization of unified chaotic system based on passive control, Physica D: 225 55-60.
6. Yassen, M.T., (2003). Chaos synchronization between two different chaotic systems using active control. Chaos, Solitons and Fractals: 15:27183.
7. Lei, Y., Xu, W., Zhang, H., (2005). Synchronization of two chaotic nonlinear gyros using active control. Phys Lett A: 343:1538.
8. Uçar, A., Lonngren, K.E., and Bai, E.W., (2006). Synchronization of the unified chaotic systems via active control. Chaos, Solitons & Fractals: 27:12927.
9. Pehlivan, İ., Uyaroğlu, Y., Yalçın, M.A. ve Ferikođlu, A., (2007). Sprott_94_A Kaotik Sisteminin Senkronizasyonu ve Bilgi Gizlemede Kullanılması. Uluslararası Katılımlı Bilgi güvenliği ve Kriptoloji Konferansı.
10. Shaw, R., (1981). Strange attractor, chaotic behavior and information flow. Zeitschrift für Naturforsch A: 36, 80-112,