



ISSN:1306-3111
e-Journal of New World Sciences Academy
2007, Volume: 2, Number: 1
Article Number: A0013

NATURAL AND APPLIED SCIENCES
TURKISH (Abstract: ENGLISH)
Received: November 2006
Accepted: January 2007
© 2007 www.newwsa.com

Ali Çalhan
Celal Çeken
İsmail Ertürk
University of Kocaeli
ali.calhan@kou.edu.tr
Kocaeli-Turkey

İLERİ HATA DÜZELTME TEKNİKLERİNİN RESİM İLETİMİNDE KARŞILAŞTIRILMALI OLARAK İNCELENMESİ

ÖZET

Yüksek bit hata oranına sahip kablosuz haberleşme ortamı, veri iletiminde genellikle ileri hata düzeltme tekniklerinden olan katlamalı kodlama tekniklerini kullanır. Katlamalı kodlar özellikle gerçek zamanlı hata düzeltme uygulamalarında güçlü matematik yapıları sayesinde eşleniklerine göre üstünlük sağlarlar. Katlamalı kodlar için ana kod çözme stratejisi Viterbi algoritmasıdır. Katlamalı kodların yaygın olarak kullanılması, farklı kod çözme yöntemlerinin geliştirilmesini sağlamıştır. Bu çalışmalar Turbo kod olarak adlandırılan yeni hata düzeltme kodunu ortaya çıkartmıştır. Bu çalışmada, ileri hata düzeltme tekniklerinin temel kod çözme algoritması olan Viterbi kod çözme algoritması ve Turbo kod çözme algoritmalarından Log-MAP ve SOVA algoritmaları MATLAB yazılımı ile gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, bu tekniklerin karşılaştırmalı başarımların analizi örnek bir resim iletim uygulaması ile sunulmuştur. Simulasyon sonuçları, Log-MAP kod çözme algoritmasının Viterbi algoritmasına göre özellikle artan SNR değerlerinde 100 kat daha iyi BER başarımına sahip olduğunu göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Katlamalı Kod, SOVA ve Log-MAP Algoritmaları, Viterbi Kod Çözme, Turbo Kodlama, İleri Hata Düzeltme.

COMPARATIVE ANALYSIS OF FORWARD ERROR CORRECTION TECHNIQUES IN IMAGE TRANSFER APPLICATION

ABSTRACT

High bit error rates of the wireless communication medium require employing forward error correction techniques on the data transferred, where usually convolutional coding techniques are utilized. As a result of their strong mathematical structure these codes are superior to their counterparts in especially real time error correction applications. The main decoding strategy for convolutional codes is the Viterbi algorithm. Common use of convolutional codes has boosted provided to development of different decoding schemes. These studies have been resulted in a new error correcting code called Turbo code. In this research work, Viterbi decoding algorithm which is the fundamental forward error correction technique and Turbo decoding algorithms; Log-MAP and SOVA are studied using MATLAB software. An example image transfer application has also been realized for comparative performance analysis of these techniques. The simulation results obtained shows that the Log-MAP decoding algorithm achieves up to 100 times better BER performance especially for increasing SNR values than that of Viterbi algorithm.

Keywords: Convolutional Code, SOVA and Log-MAP Algorithms, Viterbi Decoding, Turbo Code, Forward Error Correction.



1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Kablosuz ortamlar, kablo kullanan eşleniklerinden farklı olarak hareketlilik, üretkenlik, düşük maliyet, kurulum kolaylığı ve ölçeklenebilirlik gibi birçok avantajı da beraberinde getirmektedir. Bununla birlikte, kablosuz ortamın doğasından kaynaklanan bir takım sınırlamalar ve dezavantajlar bulunmaktadır. Verici tarafından gönderilen sinyaller yansıma (reflection), kırılma (diffraction) ve dağılma (scattering) gibi etkiler nedeniyle alıcıya birçok kanalı kullanarak farklı güçlerde ve farklı zaman gecikmeleriyle ulaşabilirler (multipath) [1]. Ayrıca, kablosuz ortamların bit hata oranı nispeten çok yüksektir. Bu sınırlamalar ve dezavantajlar kablosuz veri iletim başarımını olumsuz yönde etkilemektedir. Bu nedenle kablosuz veri iletiminde hata kontrolü zorunludur.

Sayısal veri iletimi ve depolama işlemleri sırasında başarım ölçütü olarak çoğunlukla bit hata oranı (BER, Bit Error Rate) kullanılır. BER genellikle, hatalı olarak iletilen bit sayısının toplam bit sayısına oranı olarak tanımlanmaktadır. Ortamda bulunan gürültü, sinyalin gücünü bastırarak, sinyalde bozulmalara neden olur. Sinyal ile gürültü arasındaki ilişki SNR (signal-to-noise ratio) ile açıklanır. SNR, sinyal gücünün gürültü gücüne oranı olarak ifade edilir ve BER ile ters orantılıdır [2]. Verilerin vericiden alıcıya en az hata ile gönderilmesi için kanal kodlama işlemi yapılır ve kablosuz veri iletiminde ileri hata düzeltme (FEC, Forward Error Correction) tekniği kullanılmaktadır. FEC tekniğinde kanal kodlama genel olarak, blok kodlama ve katlamalı (convolutional) kodlama olarak iki şekilde yapılmaktadır [3]. Blok kodlar çok fazla sonlu alan aritmetiği ve soyut matematik gerektirir [3] ve bu yüzden genellikle katlamalı kodlar kullanılmaktadır. Katlamalı kodların temel kod çözme algoritması Viterbi kod çözme algoritmasıdır. Günümüzde en iyi hata düzeltme tekniği olarak Turbo kodlar gösterilmektedir. Bu hata düzeltme kodu yardımıyla, bilgiyi kanal üzerinden sifıra çok yakın hatayla iletmek mümkün olabilmektedir [2]. Turbo kod, iki katlamalı kodun birbirlerinden bir serpiştirici ile ayrılarak paralel bağlanmasından meydana gelir. Turbo kod çözme algoritması, Shannon sınırına çok yakın bir başarım göstermektedir [4]. Bu bildiride Viterbi algoritması ile Turbo kod algoritmalarından olan SOVA (Soft Output Viterbi Algorithm) ve Log-MAP (Logarithmic-Maximum A Posteriori) algoritmalarının başarım analizi karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

2. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

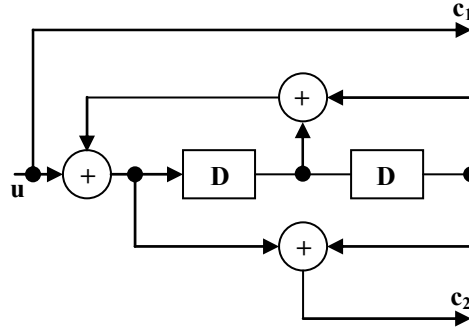
Kablolu ortamdaki farklı olarak kablosuz ortam, fiziksel yapısı nedeniyle yüksek bit hata oranına sahiptir. Bu nedenle, kablosuz ortamdaki iletilen veriler üzerinde hata kontrolünün yapılması zorunludur. Bu araştırma çalışmasında, veri iletiminde yaygın olarak kullanılan ileri hata düzeltme tekniklerinin matematiksel yapıları ile hesaplama karmaşıklıkları ele alınarak karşılaştırmalı başarım analizleri sunulmaktadır. Yapılan benzetimlerden elde edilen sonuçlara göre, SOVA ve Log-MAP algoritmalarının Viterbi algoritmasından daha iyi olduğu anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, Log-MAP algoritması SOVA algoritmasına göre daha karmaşık yapıya sahip olmasına rağmen özellikle düşük SNR değerlerinde daha iyi sonuçlar vermiştir.

3. VİTERBİ, SOVA VE LOG-MAP KOD ÇÖZME ALGORİTMALARI (VITERBI, SOVA AND LOG-MAP DECODING ALGORITHMS)

Viterbi kod çözme algoritması, katlamalı kodlar için en çok uygulanan kod çözme algoritmasıdır ve en büyük olabilirlik (ML, Maximum Likelihood) kod çözme tekniğini kullanır [5].

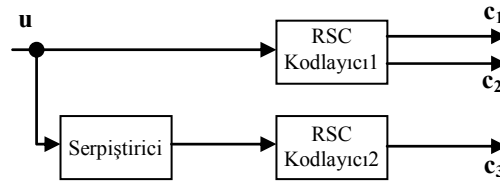
Şekil 1'de $\frac{1}{2}$ kod oranına sahip katlamalı kodlayıcı gösterilmektedir. Bu kodlayıcı yardımıyla gönderilecek veri bitleri

kodlanarak iletim kanalından kod çözücüye gönderilmektedir. Viterbi kod çözme algoritması genel olarak iki farklı şekilde kullanılır. Bu farklılık kodlanmış bilginin alıcıya gelme şeklinden kaynaklanır. Kodlanmış bilgiler alıcıya, sıfır-bir kararlı ve yumuşak kararlı olmak üzere iki şekilde gelmektedir. Sıfır-bir kararlı işlemde kodlanmış bilgiler, kod çözücüde ± 1 şeklinde ifade edilir. Yumuşak kararlı işlemde ise kodlanmış bilgiler çoklu seviyede ifade edilir [5]. Genel olarak, gauss kanalında, yumuşak kararlı kod çözme sıfır-bir kararlı kod çözme yöntemine göre yaklaşık olarak 2 dB daha fazla kodlama kazancı sağlar [6].



Şekil 1. Katlamalı kodlayıcı devresi
(Figure 1. Convolutional coder scheme)

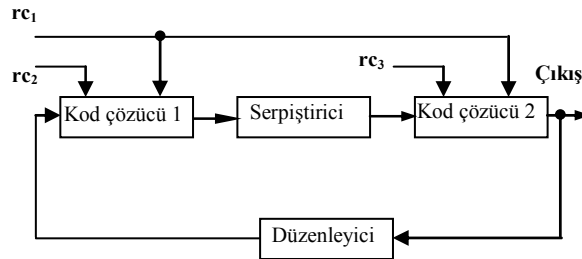
Katlamalı kodlayıcılar birbirlerine bağlanarak uzun boyutlu kodlar oluşturulur. Temel Turbo kod kodlayıcısı, iki aynı özyineli sistematik katlamalı (Recursive Systematic Convolutional, RSC) kodlayıcının paralel bağlanmasından oluşur [2]. Bir RSC katlamalı kodlayıcı, tipik olarak 1/2 kod oranına sahiptir. Turbo kod kodlayıcı yapısında iki RSC kodlayıcı bir serpiştirici ile ayrılır. Serpiştirici giriş bilgi dizisinin sıralanışını bir kurala göre değiştirmektedir. Bu çalışmada giriş bilgi dizisinin sıralanışı rasgele değiştiren serpiştirici kullanılmıştır. Kodlayıcı çıkışlarından iletilmek üzere, Şekil 2'de görüldüğü gibi ilk RSC kodlayıcının sistematik (c_1) ve eşlik kontrol çıkışı (c_2), diğer RSC kodlayıcının sadece eşlik kontrol çıkışı (c_3) kullanılarak kodlayıcı çıkış dizisi oluşturulmuştur. Şekil 2'de temel Turbo kod kodlayıcısı (birleştirilmiş kodlayıcı) gösterilmektedir.



Şekil 2. Temel Turbo Kodlayıcısı
(Figure 2. Basic Turbo coder)

Şekil 2'de 1/3 kod oranına sahip kodlayıcı görülmektedir. Bu kodlayıcıyı 1/2 kod oranlı şekle dönüştürmek için kodlayıcı çıkışlarına delikleme (puncturing) işlemi uygulanır. Turbo kod çözümler, Viterbi algoritması temel alınıp, bu algoritmanın kod çözme başarımı artırılarak gerçekleştirilmiştir. Turbo kod çözümleri iki adet kod çözümlerin seri bağlanmasından meydana gelmektedir. Seri bağlı bu kod çözümler arasında tahmini çıkış bit dizisi döngülü bir şekilde iletilmektedir. Döngülü Turbo kod çözümleri için Log-MAP ve SOVA algoritmaları geliştirilmiştir.

Viterbi algoritması, katlamalı kodlar için en büyük olasılıklı (ML) çıkış dizisini üretir. Bu algoritma tek aşamalı katlamalı kodlar için en uygun olası çıkış dizisini üretmektedir. Viterbi algoritmasının birleştirilmiş (çok aşamalı) katlamalı kodlar için, iki dezavantajı vardır [5]. İlk olarak içteki Viterbi kod çözücü, dıştaki Viterbi kod çözücünün başarımını düşüren patlama hataları (burst error) meydana getirir [5]. İkinci olarak içteki Viterbi kod çözücü, dıştaki Viterbi kod çözücünün yumuşak kararlılığından türetilmiş faydalarını engelleyerek sıfır-bir kararlı çıkışlar üretir. Eğer Viterbi kod çözücü doğru kararlar (yumuşak çıkış) üretebilirse, birleştirilmiş kod çözücünün başarımı artırılabilir ve bu iki dezavantaj azaltılabilir [7]. Şekil 3'de görüldüğü üzere bir kod çözücünün çıkışı, öncelikli bilgi olarak diğer kod çözücüye geçerek kod çözme başarımını artırır. Bu değiştirilmiş Viterbi kod çözücü, yumuşak çıkışlı Viterbi kod çözücü (SOVA) olarak isimlendirilir. Şekil 3'de SOVA ve log-MAP algoritmalarının kullanıldığı birleştirilmiş kod çözücünün genel şeması gösterilmektedir.



Şekil 3. Turbo kod çözme şeması
(Figure 3. Turbo decoding scheme)

Şekil 3'deki düzenleyici, serpiştirici tarafından dağıtılan veri dizilerini kod çözme işlemini gerçekleştirebilmek için tekrar düzenlemektedir. SOVA kod çözücüsü, Viterbi algoritmasının iki kere işletilmesi ile gerçekleştirilir [8]. Bu işlemin ileri yönlü aşamasında klasik Viterbi algoritması kullanılır. Geri yönlü aşama ve yumuşak kararların hesaplanması aynı anda yapılmaktadır. İleri ve geri yönlü aşamaların bitiminde yumuşak çıkışların hesaplanması gerekir. Yumuşak çıkışlar, logaritmik olabilirlik oranı (log-likelihood ratio) olarak hesaplanır.

Log-MAP (logarithmic-maximum a posteriori) algoritması SOVA kod çözme algoritmasına benzemektedir. Her ikisi de, ileri ve geri yönlü özyineleme işlemlerini gerçekleştirir. Log-MAP algoritması MAP algoritmasının basitleştirilmiş şeklidir. Kod çözme algoritmasında kullanılan metriklerin logaritmasının alınması sebebiyle bu ismi almıştır.

Turbo kod çözme işlemi, her veri biti için sonsal olasılıkların (A Posteriori Probability, APP) oluşturulması ile başlar ve bunu o veri bitine karşılık gelen en büyük sonsal olasılığın (maximum a posteriori, MAP) seçimi takip eder. Bozulmuş kod-bit dizisinin alınması üzerine, APP değerleri ile karar verme işlemi başlar ve en büyük sonsal kod çözme algoritması, iletilmiş olan her bit için en doğru bilgiyi saptar. Bununla birlikte MAP kod çözme algoritmasında bazı metriklerin hesaplanması gerekmektedir. MAP algoritması yapısından kaynaklanan hesaplama karmaşıklığına (doğrusal olmayan fonksiyonlar, çok sayıda toplama ve çarpım işlemleri) sahiptir. MAP algoritmasından logaritmik alanda türetilen algoritmalar, MAP algoritmasının sayısal problemlerini ve hesaplama karmaşıklığını çözmektedir. Bununla birlikte, özellikle düşük SNR değerlerinde (Max-

Log-MAP, max fonksiyonu kullanmasından dolayı bu duruma bir örnektir), MAP algoritması kadar iyi sonuçlar verememektedir [9]. MAP algoritmasının bir diğer basitleştirilmiş şekli de aslında SOVA algoritmasıdır. Max-Log-MAP algoritmasının düşük SNR değerlerindeki dezavantajını gidermek, MAP algoritmasına eşit bir şekilde sonuçlar üretmek ve MAP algoritmasının pratik uygulamalarda da kullanılmasını sağlamak amacıyla Log-MAP algoritması geliştirilmiştir.

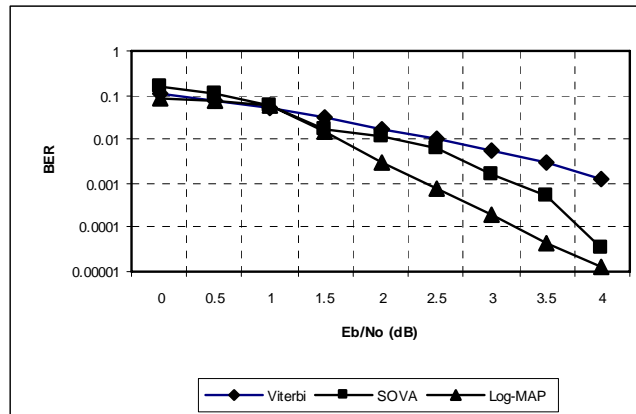
SOVA algoritmasında MAP algoritmasından farklı olarak, APP değerleri her veri biti için elde edilemez. Bunun yerine SOVA algoritması, iletilmiş olan veri dizisi için en doğru diziyi (ML) bulmaktadır. Bununla birlikte, her iki algoritmanın işletilmesinde benzerlikler vardır. Kodu çözülmüş bit hata olasılığı P_B , küçük olduğunda, MAP ve SOVA algoritmalarının arasında çok az bir başarımlık farkı vardır. MAP algoritması, küçük E_b/N_0 ve yüksek P_B değerlerinde, SOVA algoritmasına göre en az 0.5 dB daha iyi başarımlık göstermektedir [10]. Turbo kodlar için, bu durum ilk kod çözme döngüsünden itibaren zayıf hata başarımlık sağladığı için çok önemlidir.

MAP algoritmasının gerçekleştirilmesi, bir kod bloğu üzerinde iki yönlü şekilde Viterbi algoritmasının yürütülmesi olarak ifade edilebilir. Bu kod bloğu için iki yönlü hesaplama, durum ve dal metriklerini meydana getirir ve bloktaki her veri biti için APP değerleri ve MAP elde edilir.

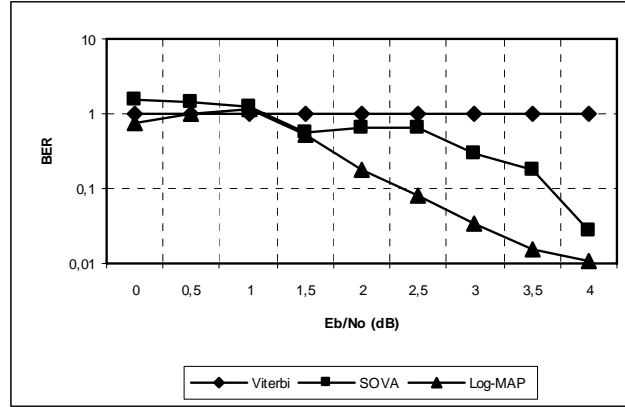
4. BİLGİSAYAR BENZETİMİ VE BAŞARIM ANALİZİ (COMPUTER SIMULATION AND PERFORMANCE ANALYSIS)

Bu bölümde Turbo kod çözme ve Viterbi kod çözme algoritmalarının bilgisayar benzetim modelleri açıklanarak, bit hata oranı (BER) ve hesaplama karmaşıklığına göre karşılaştırılmalı başarımlık analizleri yapılmaktadır. Kablosuz ortamdan iletilecek trafikler AWGN (Additive White Gaussian Noise) kanal üzerinden ve BPSK (Binary Phase Shift Keying) modülasyon tekniği kullanılarak 100 bit uzunluğundaki veri paketleri şeklinde 50 bilgi bloğu olarak gönderilmektedir. Kodlama oranı olarak 1/2 seçilmiştir.

Modellerin benzetimleri süresince SNR değerleri 0 ile 4 arasında değiştirilerek, Viterbi, SOVA ve Log-MAP hata düzeltme algoritmalarının her birisi için elde edilen BER değerleri Şekil 4'de gösterilmiştir. Ayrıca, Şekil 5'de Viterbi algoritmasına göre normalize edilmiş SOVA ve Log-MAP algoritmaları için BER başarımlık sonuçları sunulmaktadır. Normalizasyon işlemi, Viterbi algoritmasının BER değerleri 1 kabul edilerek diğer algoritmaların BER sonuçları göreceli olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4. Hata düzeltme tekniklerinin BER başarımlık sonuçları
(Figure 4. BER performance results of error correction techniques)



Şekil 5. Turbo kod çözme algoritmalarının normalize edilmiş BER başarımları
(Figure 5. Normalized BER performance results of Turbo decoding algorithms)

Turbo kod çözme algoritmaları, şekillerden de görülebileceği gibi, özellikle SNR değeri arttığında, daha iyi BER başarımı sağlamıştır. Viterbi kod çözme algoritmasında en iyi durumda yaklaşık 10^{-3} civarında BER değeri elde edilirken, Turbo kod çözme algoritmasında (Log-MAP) bu oran 10^{-5} 'lere kadar düşmektedir. Buradan da anlaşılacağı üzere Turbo kodlar en iyi durumda yaklaşık olarak 100 kat daha iyi sonuç vermektedir.

Bununla birlikte, Turbo kod çözme algoritmaları için daha karmaşık işlemler gerekmektedir. Turbo kod çözme algoritmalarından biri olan SOVA algoritması, Viterbi algoritmasından iki kat daha karmaşıktır. Bunun nedeni, Turbo kod çözme algoritmasında iki adet SOVA kod çözücüsüne ihtiyaç vardır ve döngülü kod çözmeye dayalı bir algoritma olduğu için karmaşık hesaplama gerektirir. Döngü sayısı artışına bağlı olarak da işlem karmaşıklığı da artar. BER sonuçları elde edilirken Turbo kod çözme algoritmaları için döngü sayısı 5 olarak alınmıştır. Döngü sayısının artışı BER başarımını da arttırmaktadır. Diğer bir Turbo kod çözme algoritması olan Log-MAP algoritması ise, SOVA algoritmasından daha çok matematiksel işlem gerektirmektedir. Bu nedenle Log-MAP algoritması SOVA algoritmasından daha iyi BER başarımı göstermiştir. Kod çözme işleminde gecikme daha önemli ise SOVA, bit hata oranı daha önemli ise Log-MAP algoritmasının kullanılması daha iyi sonuçlar vermektedir.

Turbo kodlar uzun veri bloklarına uygulanırsa daha iyi sonuçlar verebilmektedir. Bununla birlikte, uzun veri bloklarında yapılan kodlama/kod çözme işlemleri oldukça uzun sürebilmektedir. Bu ise, özellikle, gecikmeye ve gecikme değişimine duyarlı gerçek zamanlı uygulamalar için uygun değildir. Bu çalışmada geçerli ve kullanılabilir bir başarımların analizi yapabilmek amacıyla veri blokları ve blok uzunlukları kısa tutulmuştur.

Turbo kod algoritmaları da kendi aralarında karşılaştırıldığında; Log-MAP algoritması, kullandığı karmaşık hesaplama ve MAP kod çözme algoritmasına yakın başarımlar gösterdiği için SOVA algoritmasından daha iyi sonuçlar vermiştir. Benzetim süresi ve hesaplama karmaşıklığı nedeniyle 5 döngü sayısı dikkate alındığında Log-MAP algoritması Viterbi algoritmasından 20 kat ve SOVA algoritmasından 2 kat daha karmaşık yapıdadır.

Kod çözme algoritmalarının başarımını test etmek için aşağıdaki resim iletim uygulaması gerçekleştirilmiştir (döngü sayısı=5 ve SNR=4 dB değerleri için). Şekil 6'da tüm kod çözme algoritmaları için resim iletim uygulamasının başarımları gösterilmektedir. Resimlerin

yaklaşık BER sonuçları yumuşak kararlı Viterbi için 2.6×10^{-4} , SOVA için 1.9×10^{-5} ve Log-MAP için 2.6×10^{-6} olarak elde edilmiştir.



a) Viterbi



b) SOVA



c) Log-MAP

Şekil 6. Resim iletimi başarımları sonuçları
(Figure 6. Performance results of image transfer)



5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada, kablosuz veri iletimi sırasında meydana gelebilecek olası hataları düzeltmek amacıyla yaygın olarak kullanılan katlamalı kodların MATLAB yazılımı yardımıyla gerçekleştirilen karşılaştırmalı başarımlar değerlendirilmiştir.

Benzer parametreler kullanılarak gerçekleştirilen benzetim sonuçlarına göre, Turbo kod çözme algoritmalarının, özellikle SNR değeri arttığında, Viterbi algoritmasına göre daha iyi BER başarımları sağladığı saptanmıştır (SNR değeri 4 dB iken yaklaşık olarak 100 kat daha iyi sonuç elde edilmiştir). Turbo kodlar uzun veri bloklarına uygulandığında daha iyi sonuçlar verirken, yapılan kodlama/kod çözme işlemleri çok uzun süreler alabilmektedir. Bu ise, özellikle, gecikmeye ve gecikme değişimine duyarlı gerçek zamanlı uygulamalar için kabul edilemeyecek bir durumdur. Ayrıca, benzetim süresi ve hesaplama karmaşıklığı faktörleri gözönüne alındığında Log-MAP algoritması, Viterbi algoritmasından 20 kat, SOVA algoritmasından ise 2 kat daha karmaşık yapıdadır.

SEMBOLLER (SYMBOLS)

c_1	: Kodlayıcının birinci çıkışı
c_2	: Kodlayıcının ikinci çıkışı
c_3	: Kodlayıcının üçüncü çıkışı
rc_1	: Kodçözücünün birinci girişi
rc_2	: Kodçözücünün ikinci girişi
rc_3	: Kodçözücünün üçüncü girişi
u	: Kodlayıcı girişi

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Çeken, C., (2004). Kablosuz ATM kullanarak servis kalitesi desteği sağlanmış gerçek zamanlı veri transferi. Doktora Tezi, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
2. Proakis, J.G., (1995). Digital Communications. 3rd ed., New York, McGraw-Hill.
3. Daniel, J., and Costello JR., (1983). Error control coding, fundamentals and applications. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.
4. Berrou, C., Glavieux, A., and Thitimajshima, P., (1993). Near shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes. PROCEEDINGS OF ICC 1993, Geneva, Switzerland, May, pp:1064-1070.
5. Hagenauer, J. and Hoeher, P., (1989). A viterbi algorithm with soft-decision outputs and its applications. GLOBECOM 1989, Dallas, Texas, November, pp:1680-1686.
6. Wicker, S.B., (1995). Error control systems for digital communication and storage. New Jersey, Prentice-Hall.
7. Berrou, C., Adde, P., Angui, E., and Faudeil, S., (1993). A low complexity soft-output viterbi decoder architecture. PROCEEDINGS OF ICC 1993, Geneva, Switzerland, May, pp:737-740.
8. Kouraichi, M., Ben Belghith, O., Kachouri, A., and Kamoun, L., (2004). Evaluation of sova algorithm in turbo code. IEEE PROC., pp:659-663.
9. Robertson, P., Villebrun, E., and Hoeher, P., (1995). A comparison of optimal and sub-optimal map decoding algorithms operating in the log domain. PROCEEDINGS OF ICC'95, Seattle, Washington, June, pp:1009-1013.
10. Pietrobon, S.S., (1998). Implementation and performance of a turbo/NAP decoder. INT'L. J. Satellite Communications, Jan.-Feb. Vol:15, pp:23-46.