



GRİ TAHMİN GM (1,1) MODELİ İLE BİR BÜYÜKŞEHİR BELEDİYESİNDE GELİR TAHMİNİ*

ESTIMATION OF REVENUES IN A METROPOLITAN MUNICIPALITY WITH GRAY ESTIMATED GM (1,1) MODEL

Seda SAYIM¹, Vesile ÖMÜRBEK²



- yosungoz1706@gmail.com,
<https://orcid.org/0000-0003-1430-7030>
- Prof. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü,
vesileomurbek@sdu.edu.tr,
<https://orcid.org/0000-0001-8647-1708>

Makale Türü Article Type
Araştırma Makalesi Research Article

Başvuru Tarihi Application Date
04.08.2021 08.04.2021

Yayına Kabul Tarihi Admission Date
07.10.2021 10.07.2021

DOI
<https://doi.org/10.30798/makuiibf.978524>

* Sayım S., (2020). “GM(1,1) Modeli İle Gelir Tahmini: Bir Büyükşehir Belediyesinde Uygulama”, Süleyman Demirel Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Basılmamış Yüksek Lisans Tezinden türetilmiştir.

Öz

Kamu sektörünün önemli unsurlarından biri olan Belediyeler, toplumun taleplerini yerine getirmede büyük önem arz etmektedir. Bu talepler doğrultusunda, minimum harcamayla doğru ihtiyaçların karşılanabilmesi hedeflenmektedir. Yapılan harcamalar ve elde edilen gelirlerin sonucunda bir strateji belirlenerek gelecek döneme ilişkin mali durum ve beklentiler raporu hazırlanmaktadır. Bu çalışmada, GM (1,1) yöntemi kullanılarak bir büyükşehir belediyesinin gelirleri ele alınarak geleceğe yönelik gelir tahminleri yapılacaktır. Bir büyükşehir belediyesinin 2019-2023 yıllarına ait gelirleri; “Vergi Gelirleri, Teşebbüs Ve Mülkiyet Gelirleri, Alınan Bağış Ve Yardımlar, Diğer Gelirler, Sermaye Gelirleri, Alacaklardan Tahsilatlar, Red ve İadeler ve Gelir Toplamı” olmak üzere GM (1,1) yöntemi ile tahmin edilmiştir. Tahminleme sonucunda; “Vergi Gelirleri, Teşebbüs Ve Mülkiyet Gelirleri, Alınan Bağış Ve Yardımlar, Diğer Gelirler ve gelirler toplamı” için 2019-2023 gelecek dönem tahmini değerlerinde bir artış eğilimi görülmektedir. Ancak “Sermaye Gelirleri” için 2019-2023 gelecek dönem tahmini değerlerinde bir azalış eğilimi görülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Belediye, Performans Değerleme, Gri Tahminleme.

Abstract

Municipalities, one of the important elements of the public sector, are of great importance in meeting the demands of the society. In line with these demands, it is aimed to meet the right needs with minimum expenditure. A strategy is determined as a result of the expenses incurred and the revenues obtained, and a report on financial status and expectations for the upcoming period is prepared. In this study, future revenue estimates will be made by considering the revenues of a metropolitan municipality using the GM (1,1) method. The revenues of the metropolitan municipality for the years 2019-2023; Tax Revenues, Enterprise and Property Revenues, Donations and Aids Received, Other Revenues, Capital Revenues, Collections from Receivables, Rejection and Refunds and Revenue Total were estimated by GM (1.1) method. As a result of the estimation; For the total of Tax Revenues, Enterprise and Property Revenues, Donations and Aids Received, Other Revenues and revenues, there is an increasing trend in the estimated values of 2019-2023 future period. However, there is a decreasing trend in the estimated values of 2019-2023 future period for Capital Incomes.

Keywords: Municipality, Performance Appraisal, Gray Estimation.

EXTENDED SUMMARY

Research Problem

The aim of the study is to help to have an idea about the future for similar data in the municipality field and to shed light on the information obtained from a wider perspective.

Research Questions

Can estimates be made to municipalities within public institutions using the GM (1,1) method?
How can the GM (1,1) method contribute?

Literature Review

Ju-Lung took the first steps of this method in 1982 to analyze and resolve unknown variables and incomplete information. The basic principle in this gray system modeling is to make predictions about how systems move with limited data usage. Gray estimation method is one of the methods to predict "chaotic, complex and uncertain" systems. Compared to other estimation methods, this method has advantages such as needing less information and obtaining reliable estimation results. The fact that there are many studies about gray prediction in the national literature reveals that the gray estimation method is a functional and highly accurate tool.

Methodology

In the study, the GM (1,1) method, which is among the gray estimation models, was selected and the compatibility of municipal revenues and expenditures with this model was tested. As a result of this model, it has been determined that the municipal expenditures are not suitable for the model. As a result, it has been determined that there is no balance between income and expenditures by using the Trend Analysis method for municipal expenditures.

Results and Conclusions

In line with the analyzes made in this study, generally data with an average relative error margin of less than 10% were obtained and predictions for the next period were made. With these estimates, which are among the main sources of income of the municipalities in the public sector area; By making an estimation of "tax revenues, enterprise and property revenues, donations and aids received, other revenues, capital revenues, collections from receivables, refusal and returns, and total revenues", predictions were made about the changes that may occur in the basic revenues of the municipalities in the future periods.

1. GİRİŞ

Belediyeler, toplumun istekleri ve ihtiyaçları doğrultusunda en iyi hizmeti verebilmek ve hizmetlerini sürekli güncelleyerek toplum yaşamını kolaylaştırmaya yönelik faaliyetler sunmaktadır. Bir belediyenin gerekli hizmet faaliyetlerini sunabilmesi için; yeterli gelir kaynaklarına sahip olmanın yanı sıra belediye öz gelirlerinin yerel gelirler içindeki payının da büyük olması gerekmektedir (Çetinkaya ve Demirbaş, 2010).

Belediyenin gelir kaynakları içerisinde yer alan “vergiler, harçlar, harcamalara katılma payları, genel bütçe ve devlet gelirlerinden ayrılan paylar, genel ve özel bütçeli idarelerden yapılacak devlet yardımlarından elde edilecek tutar” ne kadar yüksek olursa, belediyenin elde edeceği gelir bütçesi de bu doğrultuda artmaktadır. Elde edilen gelirler, belediyelerin sunacakları hizmetin kalitesini artırmakta ve geleceğe yönelik bir stratejik plan oluşturmaya öncü olmaktadır.

Beklenen hizmetler ve ihtiyaçlar doğrultusunda belediyelerin gelirleri kadar giderleri de büyük önem arz etmektedir. Faaliyetleri gerçekleştirmek için katlanılan harcamalar belediye bütçesini etkilemektedir. Gelir ve giderlerin birbirine paralel olarak işleyiş göstermesi sunulacak hizmetlerin de gerçekleşmesini etkilemektedir. Dolayısıyla belediyeler, gelir ve giderlerinin doğru orantıda işleyiş göstermesini dikkate alarak hareket etmeli ve buna göre stratejik plan oluşturmalarıdır.

Bu çalışmadaki amaç; bir büyükşehir belediyesinin gelir kaynakları içerisinde yer alan “*vergi gelirleri, teşebbüs ve mülkiyet gelirleri, alınan bağış ve yardımlar, diğer gelirler, sermaye gelirleri, alacaklardan tahsilatlar, red ve iadeler*” ve “*gelir toplamları*” ele alınarak gelecek dönemler için tahmin yapabilmektir. Gelir tahmini için, GM (1,1) yöntemi kullanılmıştır ve bir büyükşehir belediyesinin ilan etmiş olduğu 2014-2018 yılları arasındaki bilgileri doğrultusunda 2019-2023 yılları arası elde edilmesi beklenen gelirlerin gelecek dönem tahmini yapılmıştır. Çalışmada ilk olarak Gri Tahmin Yöntemi detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Daha sonrasında 2014-2018 yılları arasındaki veriler Gri Tahmin Yöntemi ile tahmin edilmiş ve tahmindeki hata payı hesaplanarak güvenilirliği test edilmiştir. Daha sonra bu verilere dayalı olarak elde edilen güvenilirlik testleri neticesinde geleceğe yönelik tahminler yapılmıştır.

2. GRİ SİSTEM TEORİSİ

Gerçek hayatta süre kısıtı, mali problemler ve veri sayılarının azlığı gibi nedenlerle birçok alandaki kararların yetersiz ya da sınırlı veriler kullanılarak verildiği bilinmektedir (Kurt, 2008). Bu şekilde alınan kararlar doğrultusunda, yapılan çalışmaların güvenilirliği de düşüktür. Özellikle, veri sayılarındaki yetersizlik ya da verilerin kesin değerlerinin bilinmemesi karar sürecinde belirsiz bir ortamın oluşmasına sebep olmaktadır. Oluşan bu belirsizlik sebebiyle ortaya çıkabilecek herhangi bir sorunu çözebilmek için olasılık, istatistik, bulanık mantık vb. yöntemler sıklıkla kullanılmaktadır (Çelik, 2016).

Gri Sistem Teorisi (GST) de ismini renklerin yorumlanmasından almaktadır. Bu renklerin koyuluğu, bilginin netliğini belirtebilmek amacıyla kullanılır (Sifeng, 2006). Bu sistemde, siyah ve beyaz terimleri kullanılarak, belirsizliği olan veriler siyah ve belirsizliğin olmadığı veriler ise beyaz olarak tanımlanmaktadır. Bu iki terim arasında kalan ve az sayıda bilgiye yer verilen yöntem, gri sistem olarak tanımlanmaktadır (Kaya ve Taşçı, 2015).

“Gri Sistem Teorisi”, belirlenemeyen bilginin ölçülebilmesi için tercih edilen yöntemlerden biridir (Köse, Aylak ve Kabak, 2015). Ju-Lung bilinmeyen değişkenler ve noksan bilgilerin analiz edilip, çözümlenebilmesi için bu yöntemin ilk adımlarını 1982 yılında atmıştır (Deng, 1982). Oluşturulan bu gri sistem modellemesinde temel esas, sınırlı veri kullanımıyla birlikte sistemlerin nasıl hareket ettiğine dair tahminlerin yapılabilmesidir.

GST'nin üstünlükleri; neticenin asıl bilgilere dayandırılması, hesaplamaların kolay bir şekilde idrak edilebilir olması ve işletmelerin bulunduğu ortamda hüküm verebilmeleri için tercih edilen yöntemlerden birisidir (Sofyalıoğlu, 2011).

3. GRİ TAHMİN YÖNTEMİ

Gri tahmin yöntemi, “kaotik, karmaşık ve belirsiz olan” sistemleri tahmin edebilmek adına çıkarılmış yöntemlerden biridir. Bu yöntem diğer tahmin yöntemleriyle karşılaştırıldığında az sayıda bilgiye gereksinim duyulması ve güvenilir tahmin sonuçları elde etme gibi avantajlara sahiptir (Akay ve Atak, 2007).

Gri tahmin yöntemi, sistemlerin gelecekte ortaya çıkabilecek durumlarla ilgili tahminlerde bulunmak ve sistemlerin belirsizlik özelliklerini anlayabilmek için dizi operatörlerinden faydalanılarak ham veri setlerini kullanarak tahmin yapmaktadır (Liu ve Lin, 2010).

Gri sistemler teorisi ise birçok farklı alanda başarılı bir şekilde kullanılmış olup gri tahmin teorisi, gri sistemler teorisinin önemli bir dalıdır. Beş temel gri tahmin kategorisi bulunmaktadır. Bunlar; “*zaman serileri tahmini, afet tahmini, mevsimsel afet tahmini, topolojik tahmin ve sistematik tahmindir*”. GM (1,1) modeli, tahmin teorisinin ana modelidir. Birinci dereceden gri model, az sayıda veriyle (en az dört veya daha fazla) oluşturulan ve oldukça tutarlı sonuçlar üreten tek değişkendir. GM (1,1) modeli, gri sistemde oldukça yaygın bir şekilde kullanılan yöntemlerden birisidir (Xie ve Liu, 2009).

“Gri” kelimesi, kesinlik bildirmeyen ve eksik olan bilgilerin tanımlanmasında yardımcı olmaktadır. “Gri sistem teorisi”, verilerin sınırlı ve eksik olduğu şartlarda bile sonuç verebilecek bir tutum ortaya çıkarmaktadır (Akay, 2011). Bu terimle alakalı ayrıntılı bilgi Tablo 1’de görülmektedir.

Tablo 1. Siyah, Beyaz ve Gri Tanımlamaları

Durum/ Konsept	Siyah	Beyaz	Gri
Bilgi Bakımından	Bilinmeyen	Kesinlikle Biliniyor	Yetersiz
Görünüş Bakımından	Koyu	Açık, net	Buğulu
Süreç Bakımından	Yeni	Eski	Değişken
Özellik Bakımından	Düzensiz	Sıralanmış	Değişken
Yöntem Bakımından	Ret	Kabul	Değişken
Davranış Bakımından	Gitmesine izin verme	Katı	Toleranslı
Çıkanlar Bakımından	Çözumsuz	Tek Çözümlü	Çok Çözümlü

Kaynak: (Erden ve Ceviz, 2015)

Tablo 1.'de görüldüğü gibi, birçok durum “gri” kelimesi ile tanımlanabilir ve modellenilebilir. Gerçek hayattaki bilgilerle kıyaslandığında mevcut bilgiler genellikle gri bilgilerdir ve çoğu zaman doğru bir şekilde ifade etmek olanaksızdır. Ayrıca, eksik olan bilgiler gri bilgi olarak tanımlanabilmekte ve herhangi bir geleneksel yöntemle işlenememektedir. Eksik bilgiler ya tam olarak doldurulmalı ya da bu eksik bilgilere onay verecek yöntemlerle faaliyete geçirilmesi gerekmektedir. Bu koşulda 4 çeşit eksik bilgi ortaya çıkmaktadır. Bunlar; değişkenlere ait eksik bilgiler, sistemin yapısındaki eksik bilgiler, sistem sınırlarının sahip olduğu eksik bilgiler ve sistem davranışındaki eksik bilgilerdir (Tsai vd., 2003).

GST’nde gerekli hipotezlerden yararlanılarak birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu metotlar;

Gri Modelleme (Gray Modeling): Bu modelleme yöntemiyle gri ilişki denklemleri ve gri diferansiyel denklemler oluşturulur. Gerçekleşen bu sürece beyazlatma işlemi denir. Gri model, “GM (n, h)” hipotezine dayanmaktadır ve burada “n (Değişken) h için (diferansiyel denklemin sırası)”nı ifade etmektedir. Bu Gri ilişkisi sınırlı bilginin kullanılmasına fayda sağlamaktadır. Araştırmacılar, bu modelle sonuca daha rahat ulaşabilmek adına GM (1,1) modelini öncelik olarak seçmektedir. Bu modelleme türünde zaman serisi kısıtlamaları vardır (Mei, 2007).

Gri Tahminleme (Grey Prediction): Beyazlatma adımlarını izleyerek az sayıda olan veriden yeni verilerin tahmininin yapılması işlemidir. Özellikle, zaman serilerindeki verilerden faydalanılarak oluşturulan verilerden yapılacak çıkarımlarda Gri modellemenin tanımlarından faydalanılmaktadır (Tsai vd., 2003).

Gri Karar (Grey Decision): Karar alma sürecindeki alternatiflerin içerisinde bir tanesinin teşhis edilmesi veya yeni bir seçim yapılması olarak bilinmektedir. Karar alma süreci yalnızca idari faaliyetler kapsamında olmayıp, her bireyin günlük yaşantısında da önem taşır. Model, gri tanımların veya yöntemlerin kullanılmasıyla ilgilidir. Bu yöntemde, bir tasarımın belirlenme ve yürütülme aşamaları izlenilmektedir (Erden ve Ceviz, 2015).

GM (1,1), yalnızca bir değişkeni olan birinci dereceden türevlenebilir eşitliklerin bulunduğu gri modelin tanımlanabilmesi için başvurulan yöntemlerdendir (Liu ve Lin, 2010). Gri tahmin modeli, tahmin modeli için zaman dizisidir. GM (1,1) yönteminin diferansiyel denklemleri zamanla değişkenlik

gösteren katsayılarla sahiptir (Mostafaei ve Kordnoori, 2012). Esas GM (1,1) modeli aşağıda belirtilen adımlardan oluşmaktadır (Liu ve Lin, 2010).

Adım 1: Tek girdi ve çıktılı bir sistemde çıktıların zaman dizisi n örneklem büyüklüğüne sahip olan $x^{(0)}$ dizisi olsun. Oluşan bu seri ham veri seti dizisi olarak adlandırılmaktadır.

$$x^{(0)} = (x^{(0)}_1, x^{(0)}_2, x^{(0)}_3, \dots, x^{(0)}_n) \quad n \geq 4$$

Adım 2: Bu diziyeye “Birikim Üretme İşlemi” uygulanarak monoton artan $x^{(1)}$ dizisi elde edilir.

$$x^{(1)}(k) = (x^{(1)}_1, x^{(1)}_2, x^{(1)}_3, \dots, x^{(1)}_n) \quad n \geq 4,$$

$x^{(1)}$ serisi oluşturulduktan sonra,

$x^{(0)}_k + ax^{(1)}(k) = b$ eşitliği elde edilir. Bu eşitlik orijinal GM (1,1) modeli olarak adlandırılır.

Adım 3: Elde edilen $x^{(1)}$ serisi kullanılarak $z^{(1)}$ serisi aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$Z^{(1)}(k) = \frac{1}{2} (x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)), \quad k=2,3,\dots, n$$

$Z^{(1)}(k)$ serisi ardışık olan iki verinin ortalamasını gösteren bir seridir.

$Z^{(1)}$ serisi oluşturulduktan sonra,

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$$

GM(1,1) modelinin temel hali oluşturulur.

Adım 4: $X^{(1)}$ ve $Z^{(1)}$ serileri oluşturulduktan sonra eğer $\hat{a} = (a, b)^T$ parametrelerinin dizilimiye

ve

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \text{ ise,}$$

En küçük kareler yöntemiyle tahmin edebilmek için;

$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ eşitliği kullanılarak GM (1,1)'in parametrelerine karşılık olan \hat{a} vektörü

hesaplanır.

$\hat{a} = (a, b)^T$ aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}$$

Adım 5: Eğer $(\mathbf{a}, \mathbf{b})^T = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}$ ise,

$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$, şeklinde birinci dereceden türevlenebilir eşitlik elde edilir.

$x^{(1)}(t) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-at} + \frac{b}{a}$ ile verilir. Yani;

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

Adım 6: Elde edilen birinci dereceden türevlenebilir eşitliğe ters kümülatif işlemi uygulanır ve sonra tahmin değerleri aşağıdaki model yardımıyla elde edilir.

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = a^{(1)} \hat{x}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^{-a}) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Adım 7: Üretilecek tahmin değerleri için hata payları hesaplanır ve modelin gelecek tahmini için uygun olup olmadığı tespit edilir. $X^{(0)}$ ham veri setinin herhangi bir k elemanı için tahmin hatası $\varepsilon^{(0)}(k)$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Liu ve Lin, 2010).

$$\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(n)) = (x^{(0)}(1) - \hat{x}(1), x^{(0)}(2) - \hat{x}(2), \dots, x^{(0)}(n) - \hat{x}(n))$$

$X^{(0)}$ ham veri setinin herhangi bir k elemanı için hata oranı Δ_k ile gösterilir ve aşağıdaki gibi hesaplanıp yüzdesi alınarak ifade edilir.

$$\Delta_k = \left(\left| \frac{\varepsilon(1)}{x^{(0)}(1)} \right|, \left| \frac{\varepsilon(2)}{x^{(0)}(2)} \right|, \dots, \left| \frac{\varepsilon(n)}{x^{(0)}(n)} \right| \right) = \{\Delta_k\}_1^n$$

Ortalama görelî hata ise; $\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Delta_k$ olarak hesaplanmaktadır. Ortalama görelî hata değeri modelin test doğruluk çizelgesinde kontrol edilir.

Tablo 2. Model Test Etmek İçin Doğruluk Çizelgesi

Eşik	Görelî Hata
Doğruluk Ölçeği	α
1.Seviye	0,01
2.Seviye	0,05
3.Seviye	0,10
4.Seviye	0,20

Kaynak: (Liu ve Lin, 2010)

Eğer $\bar{\Delta} < \alpha$ ise, gelecek tahmininde bulunulabilir ve $1 - \bar{\Delta}$ ise modelin güvenilirlik oranını verir.

4. BİR BÜYÜKŞEHİR BELEDİYESİNDE GELİRLERİN GRİ TAHMİN GM (1,1) YÖNTEMİ İLE TAHMİNİ

Bu çalışmada, GM (1,1) yöntemi ile bir büyükşehir belediyesinin gelirleri ele alınarak geleceğe yönelik gelir tahminleri yapılacaktır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait gelirleri; “Vergi Gelirleri, Teşebbüs Ve Mülkiyet Gelirleri, Alınan Bağış Ve Yardımlar, Diğer Gelirler, Sermaye Gelirleri, Alacaklardan Tahsilatlar ve Red ve İadeler” olmak üzere yedi grupta incelenerek, bu gelir gruplarına ilişkin gelir tahmini ayrı ayrı yapılmıştır. Son olarak da bu gelir gruplarından oluşan Gelir Toplamı GM (1,1) yöntemi ile tahmin edilmiştir.

4.1. Vergi Gelirlerinin Tahmini

Büyükşehir belediyesinin vergi gelirleri “emlak vergisi, ilan ve reklam vergisi, eğlence vergisi, haberleşme vergisi, elektrik ve havagazı tüketim vergisi, yangın sigorta vergisi, çevre temizlik vergisi ve harçlardan” oluşmaktadır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait vergi gelirleri Tablo 3.’de verilmiştir.

Tablo 3. Büyükşehir Belediyesinin Yıllara Göre Vergi Gelirleri

Yıllar	Vergi Geliri (TL)
2014	111.624.016
2015	113.431.870
2016	118.523.304
2017	124.888.460
2018	133.135.521

Büyükşehir Belediyesinde vergi gelirleri tutarının gelecek yıllar tahmini için çözüm aşamaları aşağıdaki gibidir;

Ham Veri Seti:

$$X^{(0)} = (111.624.016, 113.431.870, 118.523.304, 124.888.460, 133.135.521)$$

$X^{(0)}$ dizisinin kümülatif toplamaları alınarak $X^{(1)}$ dizisi oluşturulur;

$$X^{(1)} = (111.624.016, 225.055.886, 343.579.190, 468.467.650, 601.603.171)$$

Oluşturulan setler için $X^{(0)}$ dizisi için yarı düzgünlük (quasi-smooth) kontrolü yapılmaktadır (Liu ve Lin, 2010);

$$p(4) = \frac{x_{(4)}^{(0)}}{x_{(3)}^{(1)}} = \frac{124.888.460}{343.579.190} \cong 0,363492504$$

$$p(5) = \frac{x_{(5)}^{(0)}}{x_{(4)}^{(1)}} = \frac{133.135.521}{468.467.650} \cong 0,284193628$$

Yarı düzgünlük kontrolünün sağlanabilmesi için: $k > 3$ olduğunda değerlerin 0,5'den küçük olması gerekmektedir.

Bu koşulda, $p(4)$ ve $p(5) < 0,5$ şartı sağlandığı için $X^{(0)}$ yarı düzgünlük kuralına uymaktadır.

Oluşturulan setler için $X^{(1)}$ dizisi için yarı üssellik (quasi- exponentiality) kontrolü gibi yapılmaktadır (Liu ve Lin, 2010);

$$\sigma^{(1)}(4) = \frac{x_{(4)}^{(1)}}{x_{(3)}^{(1)}} = \frac{468.467.650}{343.579.190} \cong 1,363492504$$

$$\sigma^{(1)}(5) = \frac{x_{(5)}^{(1)}}{x_{(4)}^{(1)}} = \frac{601.603.171}{468.467.650} \cong 1,284193628$$

Yarı üssellik kontrolünün sağlanabilmesi için koşul: $k > 3$ olduğu durumda $\sigma^{(1)}(k) \in [1, 1.5]$ olmalıdır ve $\sigma^{(1)}(4)$ ve $\sigma^{(1)}(5) \in [1, 1.5]$ olduğu için $X^{(1)}$ dizisi yarı üssellik kuralına uygundur.

Yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından vergi gelirleri için GM(1,1) modeli kurulabilir.

$X^{(1)}$ dizisindeki veriler kullanılarak $Z^{(1)}$ dizisi oluşturulur.

$$Z^{(1)} = (111.624.016, 168.339.951, 284.317.538, 406.023.420, 535.035.410,5)$$

GM (1,1) parametreleri aşağıdaki gibidir;

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ x^{(0)}(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 113.431.870 \\ 118.523.304 \\ 124.888.460 \\ 133.135.521 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ -z^{(1)}(5) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -168.339.951 \\ -284.317.538 \\ -406.023.420 \\ -535.035.410,5 \end{bmatrix}$$

a ve b parametreleri;

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0,053697979 \\ 103784851,2 \end{bmatrix}$$

Elde edilen parametreler kullanılarak model oluşturulmuştur;

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + 0,053697979x^{(1)} = 103784851,2$$

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} = 2.044.375.535 e^{-0,053697979k} - 1.932.751.519$$

Oluşturulan model kullanılarak aşağıda gösterildiği gibi hesaplanmıştır;

$$\hat{x}^{(1)} = (\hat{x}^{(1)}(1), \hat{x}^{(1)}(2), \hat{x}^{(1)}(3) \dots \hat{x}^{(1)}(n))$$

$$\hat{x}^{(1)} = (111.624.016, 224.403.775,4, 343.405.128,7, 468.971.295,3, 601.464.429,1)$$

Bu adımda ters kümülatif işlemi yapılarak hesaplanan $X^{(0)}$ tahmini değerleri aşağıdaki gibidir;

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = a^{(1)} \hat{x}^{(1)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^{-a}) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak}$$

$$\hat{x}^{(0)} = (111.624.016, 112.779.759,4, 119.001.353,2, 125.566.166,7, 132.493.133,8)$$

Tahmin değerleri hesaplandıktan sonra hata payı ve hata oranı belirlenerek modelin doğruluk kontrolü Tablo 4’de gösterildiği gibi yapılmaktadır.

Tablo 4. Vergi Gelirleri İçin Modelin Hata Payı ve Görel Hata Oranı

	Ham Veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görel Hatalar%
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)$	$\Delta_{(k)} = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2014	111.624.016	111.624.016	0	0
2015	113.431.870	112.779.759,4	652.111	0,574891842
2016	118.523.304	119.001.353,2	-478.049	0,403337748
2017	124.888.460	125.566.166,7	-677.707	0,542649548
2018	133.135.521	132.493.133,8	642.387	0,482506272

Ortalama görel hata;

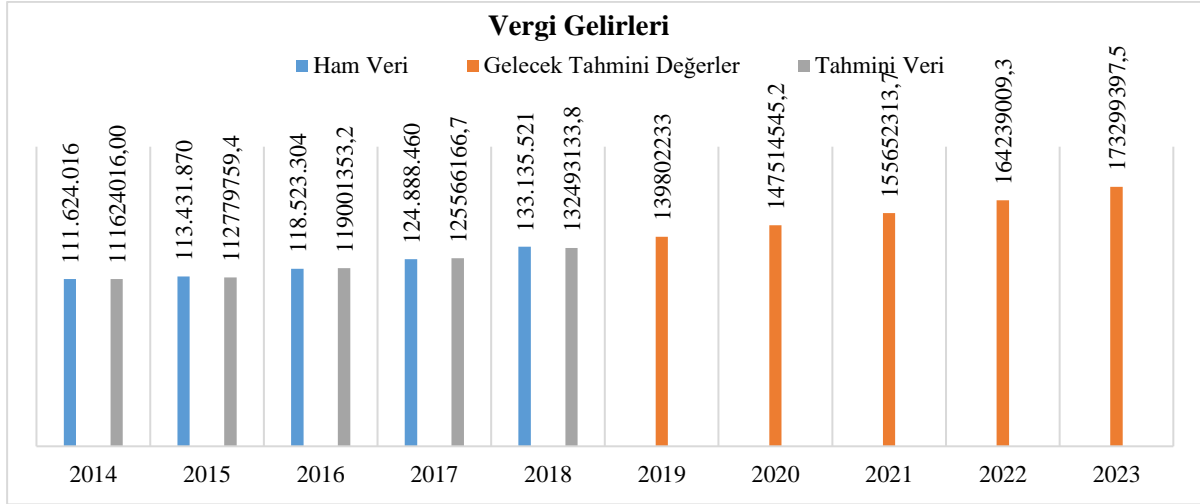
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{4} \sum_{k=2}^5 \Delta_k = \% 0,500846352$$

Model doğruluk testi için Tablo 2’ye bakıldığında $\bar{\Delta} < \alpha$ olduğundan bu model için gelecek tahmini yapılabilir. Tablo 5’de ise 2023 yılına kadar hesaplanan tahmin değerleri görülmektedir.

Tablo 5. Gelecek Dönemler İçin Vergi Gelirleri Tahmin Değerleri

	2019	2020	2021	2022	2023
Gelecek Tahmini Değerler	139.802.233	147.514.545,2	155.652.313,7	164.239.009,3	173.299.397,5

Grafik 1. Vergi Gelirleri; Gerçek ve Tahmini Veriler



Grafik 1'e bakıldığında 2014-2018 yılları içerisinde vergi gelirlerinde ham veri ve tahmini veriler kıyaslandığında birbirlerine çok yakın değerler olduğu görülmektedir. Tablo 5'e bakıldığında ise, vergi gelirleri için 2019-2023 gelecek dönem tahmini değerlerinde bir artış eğilimi görülmektedir.

“Teşebbüs Ve Mülkiyet Gelirleri, Alınan Bağış Ve Yardımlar, Diğer Gelirler, Sermaye Gelirleri, Alacaklardan Tahsilatlar ve Red ve İadelerin” de benzer şekilde tahminleri yapılmıştır.

4.2. Teşebbüs ve Mülkiyet Gelirlerinin Tahmini

Büyükşehir belediyesinin teşebbüs ve mülkiyet gelirleri “mal ve hizmet satışından oluşan gelirler, kurum karları ve kira gelirlerinden” oluşmaktadır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait Teşebbüs ve Mülkiyet Gelirleri Tablo 6'da görülmektedir.

Tablo 6. Büyükşehir Belediyesinin Yıllara Göre Teşebbüs ve Mülkiyet Gelirleri

Yıllar	Teşebbüs ve Mülkiyet Geliri (TL)
2014	1.313.167.527
2015	1.486.988.190
2016	1.312.467.382
2017	3.008.690.093
2018	2.364.527.927

Büyükşehir Belediyesinde teşebbüs ve mülkiyet gelirleri tutarının gelecek dönem tahmini için çözüm adımlarında yarı düzgünlük kontrollerinde $p(4)$ ve $P(5) < 0,5$ şartı sağlanmaktadır. Ayrıca yarı üssellik kontrolünde de $\sigma^{(1)}(4)$ ve $\sigma^{(1)}(5)$, $\sigma^{(1)}(5) \in [1, 1.5]$ kuralına uygun sonuç bulunmuştur.

Yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından dolayı teşebbüs ve mülkiyet gelirleri için oluşturulan GM (1,1) modeli sonucunda hesaplanan tahmin değerleri, hata payları ve hata oranları Tablo 7'de görülmektedir.

Tablo 7. Teşebbüs ve Mülkiyet Gelirleri İçin Modelin Hata Payı ve Görel Hata Oranı

	Ham Veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görel Hatalar%
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_k = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2014	1.313.167.527	1.313.167.527	0	0
2015	1.486.988.190	1.481.111.216	5.876.974	0,395226644
2016	1.312.467.382	1.806.618.666	494.151.284	-37,65055734
2017	3.008.690.093	2.203.663.688	805.026.405	26,75670742
2018	2.364.527.927	2.687.968.269	-323.440.342	13,67885479

Ortalama görel hata;

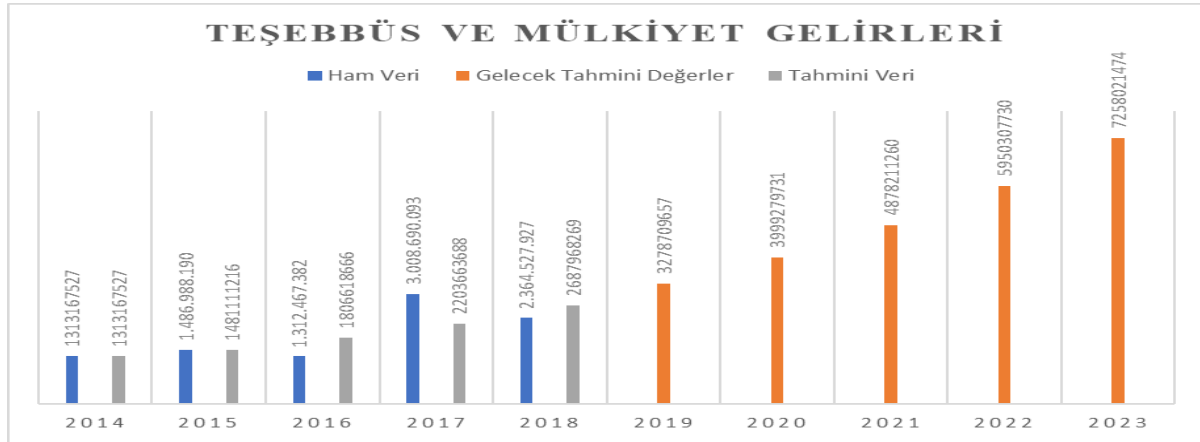
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{4} \sum_{k=2}^5 \Delta_k = \% 19,62033655$$

Model doğruluk testi için Tablo 2'ye bakıldığında $\bar{\Delta} < \alpha$ olduğundan bu model için gelecek tahmini yapılabilir. Tablo 8'de ise 2023 yılına kadar hesaplanan tahmin değerleri görülmektedir.

Tablo 8. Gelecek Dönemler İçin Teşebbüs ve Mülkiyet Gelirleri Tahmin Değerleri

	2019	2020	2021	2022	2023
Gelecek Tahmini Değerler	3.278.709.657	3.999.279.731	4.878.211.260	5.950.307.730	7.258.021.474

Grafik 2. Teşebbüs ve Mülkiyet Gelirleri; Gerçek ve Tahmini Veriler



Grafik 2'ye bakıldığında 2014-2018 yılları içerisinde teşebbüs ve mülkiyet gelirlerinde ham veri ve tahmini veriler kıyaslandığında 2017 yılındaki azalmanın haricinde değerlerin birbirleriyle orantılı olduğu görülmektedir. Tablo 8'e bakıldığında ise, teşebbüs ve mülkiyet gelirleri için gelecek dönem tahmini değerlerinde bir artış eğilimi görülmektedir.

4.3. Alınan Bağış ve Yardımların Tahmini

Büyükşehir belediyesinin alınan bağış ve yardımları "hazine yardımları, muhtelif kurum veya kişilerden alınan bağış ve yardımlardan" oluşmaktadır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait Alınan Bağış ve Yardımları Tablo 9'da görülmektedir.

Tablo 9. Büyükşehir Belediyesinin Yıllara Göre Alınan Bağış ve Yardımları

Yıllar	Alınan Bağış ve Yardımlar (TL)
2014	12.968.029
2015	7.082.584
2016	7.345.930
2017	9.278.167
2018	11.774.783

Büyükşehir Belediyesinde alınan bağış ve yardımların tutarının gelecek dönem tahmini için çözüm adımlarında yarı düzgünlük kontrollerinde $p(4)$ ve $P(5) < 0,5$ şartı sağlanmaktadır. Ayrıca yarı üssellik kontrolünde de $\sigma^{(1)}(4)$ ve $\sigma^{(1)}(5)$, $\sigma^{(1)}(5) \in [1, 1.5]$ kuralına uygun sonuç bulunmuştur.

Yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından dolayı alınan bağış ve yardımların tutarı için oluşturulan GM (1,1) modeli sonucunda hesaplanan tahmin değerleri, hata payları ve hata oranları Tablo 10'da görülmektedir.

Tablo 10. Alınan Bağış ve Yardımlar İçin Modelin Hata Payı ve Görel Hata Oranı

	Ham Veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görel Hatalar%
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_{(k)} = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2014	12.968.029	12.968.029	0	0
2015	7.082.584	6.496.465,251	586.119	8,275493077
2016	7.345.930	7.844.102,699	-498.173	6,781615113
2017	9.278.167	9.471.296,278	-193.129	2,081545607
2018	11.774.783	11.436.037,57	338.745	2,876871946

Ortalama görel hata;

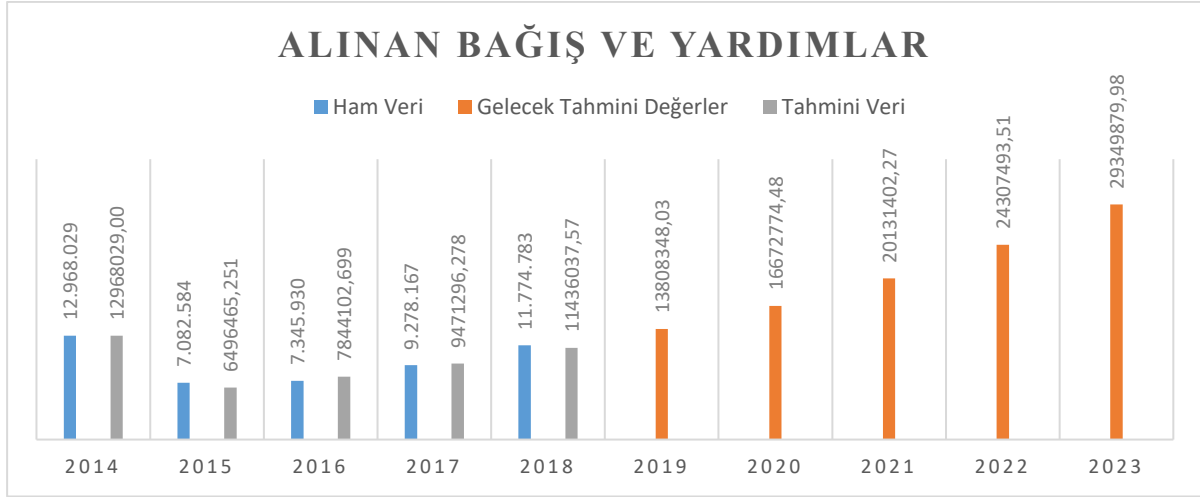
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{4} \sum_{k=2}^5 \Delta_k = \% 5,003881436$$

Model doğruluk testi için Tablo 2'ye bakıldığında $\bar{\Delta} < \alpha$ olduğundan bu model için gelecek tahmini üretilebilir. Tablo 11'de ise 2023 yılına kadar hesaplanan tahmin değerleri görülmektedir.

Tablo 11. Gelecek Dönemler İçin Alınan Bağış ve Yardımlar Tahmin Değerleri

	2019	2020	2021	2022	2023
Gelecek Tahmini Değerler	13.808.348,03	16.672.774,48	20.131.402,27	24.307.493,51	29.349.879,98

Grafik 3. Alınan Bağış ve Yardımlar; Gerçek ve Tahmini Veriler



Grafik 3'e bakıldığında 2014-2018 yılları içerisinde alınan bağış ve yardımlarda ham veri ve tahmini veriler kıyaslandığında birbirlerine çok yakın değerler olduğu görülmektedir. Tablo 11'e bakıldığında ise, alınan bağış ve yardımlar için 2019-2023 gelecek dönem tahmini değerlerinde bir artış eğilimi görülmektedir.

4.4. Diğer Gelirlerin Tahmini

Büyükşehir belediyesinin diğer gelirlerin toplam gelirler içindeki en büyük kısmı “*genel bütçe vergi gelirlerinden alınan paylar*” oluşturmaktadır. Bunun yanı sıra; “*kurumlardan alınan paylar, faizler ve ceza gelirleri*” de bu kalem içinde yer almaktadır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait diğer gelirleri Tablo 12'de görülmektedir.

Tablo 12. Büyükşehir Belediyesinin Yıllara Göre Diğer Gelirleri

Yıllar	Diğer Gelirler (TL)
2014	7.452.897.983
2015	8.475.217.717
2016	9.521.027.391
2017	11.085.332.191
2018	13.109.081.352

Büyükşehir Belediyesinde diğer gelirler tutarının gelecek dönem tahmini için çözüm adımlarında yarı düzgünlük kontrollerinde $p(4)$ ve $P(5) < 0,5$ şartı sağlanmaktadır. Ayrıca yarı üssellik kontrolünde de $\sigma^{(1)}(4)$ ve $\sigma^{(1)}(5)$, $\sigma^{(1)}(5) \in [1, 1.5]$ kuralına uygun sonuç bulunmuştur.

Yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından dolayı diğer gelirler tutarı için oluşturulan GM (1,1) modeli sonucunda hesaplanan tahmin değerleri, hata payları ve hata oranları Tablo 13'de görülmektedir.

Tablo 13. Diğer Gelirler İçin Modelin Hata Payı ve Görelî Hata Oranı

	Ham Veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görelî Hatalar%
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_{(k)} = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2014	7.452.897.983	7.452.897.983	0	0
2015	8.475.217.717	8.299.615.461	175.602.256	2,071949799
2016	9.521.027.391	9.630.525.198	-109.497.807	1,150062929
2017	11.085.332.191	11.174.856.958	-89.524.767	0,807596613
2018	13.109.081.352	12.966.834.672	142.246.680	1,085100294

Ortalama görelî hata;

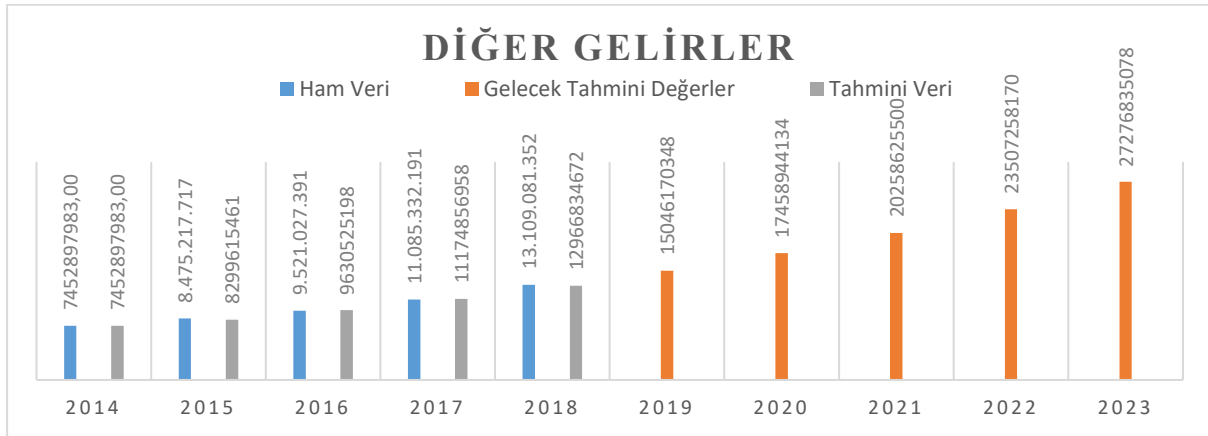
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{4} \sum_{k=2}^5 \Delta_k = \% 1,278677409$$

Model doğruluk testi için Tablo 2'ye bakıldığında $\bar{\Delta} < \alpha$ olduğundan bu model için gelecek tahmini üretilebilir. Tablo 14'de ise 2023 yılına kadar hesaplanan tahmin değerleri görülmektedir.

Tablo 14. Gelecek Yıllar İçin Diğer Gelirler Tahmin Değerleri

	2019	2020	2021	2022	2023
Gelecek Tahmini Değerler	15.046.170.348	17.458.944.134	20.258.625.500	23.507.258.170	27.276.835.078

Grafik 4. Diğer Gelirler; Gerçek ve Tahmini Veriler



Grafik 4'e bakıldığında 2014-2018 yılları içerisinde diğer gelirlerde ham veri ve tahmini veriler kıyaslandığında birbirlerine çok yakın değerler olduğu görülmektedir. Tablo 14'e bakıldığında ise, diğer gelirler için 2019-2023 gelecek dönem tahmini değerlerinde bir artış eğilimi görülmektedir.

4.5. Sermaye Gelirlerinin Tahmini

Büyükşehir belediyesinin sermaye gelirleri “taşınır ve taşınmaz malların satışından doğan gelirlerden” oluşmaktadır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait Sermaye Gelirleri Tablo 15'de görülmektedir.

Tablo 15. Büyükşehir Belediyesinin Yıllara Göre Sermaye Gelirleri

Yıllar	Sermaye Gelirleri (TL)
2014	212.498.045
2015	312.241.642
2016	291.987.606
2017	227.609.330
2018	272.185.059

Büyükşehir Belediyesinde sermaye gelirleri tutarının gelecek dönem tahmini için çözüm adımlarında yarı düzgünlük kontrollerinde $p(4)$ ve $P(5) < 0,5$ şartı sağlanmaktadır. Ayrıca yarı üssellik kontrolünde de $\sigma^{(1)}(4)$ ve $\sigma^{(1)}(5)$, $\sigma^{(1)}(5) \in [1, 1.5]$ kuralına uygun sonuç bulunmuştur.

Yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından dolayı sermaye gelirleri tutarı için oluşturulan GM (1,1) modeli sonucunda hesaplanan tahmin değerleri, hata payları ve hata oranları Tablo 16'da görülmektedir.

Tablo 16. Sermaye Gelirleri İçin Modelin Hata Payı ve Görel Hata Oranı

	Ham Veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görel Hatalar%
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_{(k)} = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2014	212.498.045	212.498.045	0	0
2015	312.241.642	305.437.159,8	6.804.482	2,179235991
2016	291.987.606	284.794.086,1	7.193.520	2,463638796
2017	227.609.330	265.546.181,5	-37.936.851	16,66752917
2018	272.185.059	247.599.153	24.585.906	9,032790434

Ortalama görel hata;

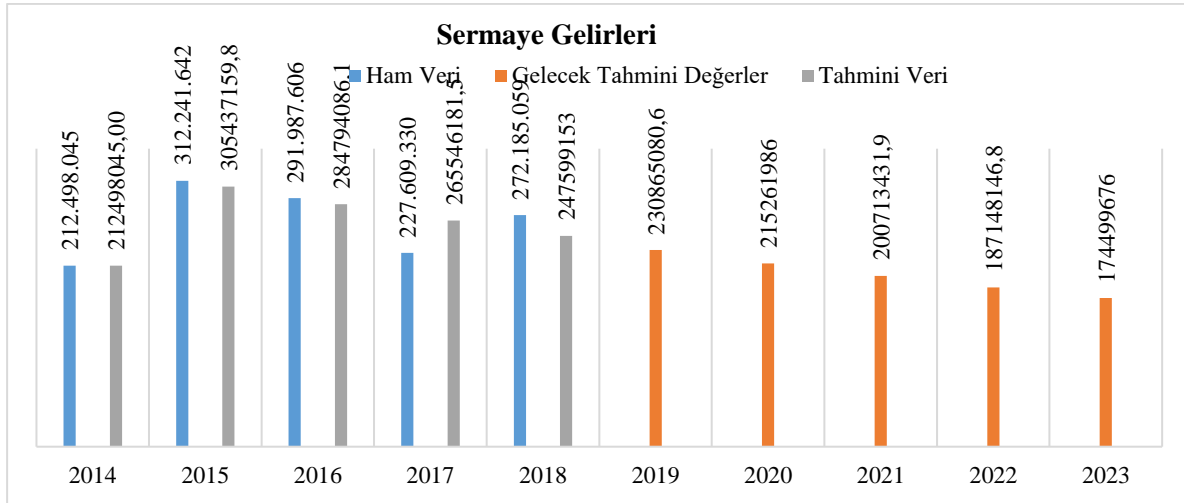
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{4} \sum_{k=2}^5 \Delta_k = \% 7,585798598$$

Model doğruluk testi için Tablo 2'ye bakıldığında $\bar{\Delta} < \alpha$ olduğundan bu model için gelecek tahmini üretilebilir. Tablo 17'de ise 2023 yılına kadar hesaplanan tahmin değerleri görülmektedir.

Tablo 17. Gelecek Yıllar İçin Sermaye Gelirleri Tahmin Değerleri

	2019	2020	2021	2022	2023
Gelecek Tahmini Değerler	230.865.080,6	215.261.986	200.713.431,9	187.148.146,8	174.499.676

Grafik 5. Sermaye Gelirleri; Gerçek ve Tahmini Veriler



Grafik 5'e bakıldığında 2014-2018 yılları içerisinde sermaye gelirlerinde ham veri ve tahmini veriler kıyaslandığında artış ve azalışların sıklık gösterdiği ve tam bir denge sağlanamadığı görülmektedir. Tablo 17'e bakıldığında ise, sermaye gelirleri için 2019-2023 gelecek dönem tahmini değerlerinde bir azalış eğilimi görülmektedir.

4.6. Alacaklardan Tahsilatların Tahmini

Büyükşehir belediyesinin alacaklardan tahsilatları, “bağlı kurumların ya da kuruluşların borçlarından yapılan tahsilatlardan” oluşmaktadır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait alacaklardan tahsilatları Tablo 18'de görülmektedir.

Tablo 18. Büyükşehir Belediyesinin Yıllara Göre Alacaklardan Tahsilatları

Yıllar	Alacaklardan Tahsilatları (TL)
2014	3.183.761.071
2015	131.202.599
2016	550.732.969
2017	166.192.242
2018	106.771.139

Büyükşehir Belediyesinde alacaklardan tahsilatlar tutarının gelecek dönem tahmini için çözüm adımlarında yarı düzgünlük kontrollerinde $p(4)$ ve $P(5) < 0,5$ şartı sağlanmaktadır. Ayrıca yarı üssellik kontrolünde de $\sigma^{(1)}(4)$ ve $\sigma^{(1)}(5)$, $\sigma^{(1)}(5) \in [1, 1.5]$ kuralına uygun sonuç bulunmuştur.

Yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından dolayı alacaklardan tahsilatlar tutarı için oluşturulan GM (1,1) modeli sonucunda hesaplanan tahmin değerleri, hata payları ve hata oranları Tablo 19'da görülmektedir.

Tablo 19. Alacaklardan Tahsilatlar İçin Modelin Hata Payı ve Görel Hata Oranı

	Ham Veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görel Hatalar%
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_{(k)} = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2014	3.183.761.071	3.183.761.071	0	0
2015	131.202.599	288.629.471,9	-157.426.873	119,9876177
2016	550.732.969	253.732.194,6	297.000.774	53,92827217
2017	166.192.242	223.054.236,7	-56.861.995	34,21459031
2018	106.771.139	196.085.453,8	-89.314.315	83,65024077

Ortalama görel hata;

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{4} \sum_{k=2}^5 \Delta_k = \% 72,94518024$$

Model doğruluk testi için yaygın olarak kullanılan ölçek değerlerine Tablo 2'ye bakıldığında $\bar{\Delta} > \alpha$ olduğu için bu modelde gelecek tahmin değerleri üretilemez.

4.7. Red ve İadelerin Tahmini

Büyükşehir belediyesinin red ve iadeleri “bütçe gelirlerinden yapılacak red ve iadelerin bütçe gideri olarak gösterilmeyerek, iadesi gereken tutarların bütçe gelirlerinden düşülmesinden” oluşmaktadır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait gerçekleşen red ve iadeleri Tablo 20’de görülmektedir.

Tablo 20. Büyükşehir Belediyesinin Yıllara Göre Red ve İadeleri

Yıllar	Red ve İadeler (TL)
2014	10.490.124
2015	11.638.355
2016	84.419.647
2017	11.527.201
2018	22.193.484

Büyükşehir Belediyesinde red ve iadeler tutarının gelecek dönem tahmini için çözüm adımlarında yarı düzgünlük kontrollerinde $p(4)$ ve $P(5) < 0,5$ şartı sağlanmaktadır. Ayrıca yarı üssellik kontrolünde de $\sigma^{(1)}(4)$ ve $\sigma^{(1)}(5)$, $\sigma^{(1)}(5) \in [1, 1.5]$ kuralına uygun sonuç bulunmuştur.

Yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından dolayı red ve iadeler tutarı için oluşturulan GM (1,1) modeli sonucunda hesaplanan tahmin değerleri, hata payları ve hata oranları Tablo 21’de görülmektedir.

Tablo 21. Red ve İadeler İçin Modelin Hata Payı ve Görelî Hata Oranı

	Ham Veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görelî Hatalar%
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_{(k)} = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2014	10.490.124	10.490.124	0	0
2015	11.638.355	36.868.289,35	-25.229.934	216,7826497
2016	84.419.647	33.824.831,66	50.594.815	59,93251232
2017	11.527.201	31.032.609,78	-19.505.409	169,2120124
2018	22.193.484	28.470.884,34	-6.277.400	28,28488009

Ortalama görelî hata;

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{4} \sum_{k=2}^5 \Delta_k = \% 118,5530136$$

Model doğruluk testi için Tablo 2'ye bakıldığında $\bar{\Delta} > \alpha$ olduğu için bu modelde gelecek tahmin değerleri üretilemez.

4.8. Gelir Toplamı Tahmini

Büyükşehir belediyesinin toplam geliri; yukarıda bahsedilen; “Vergi Gelirleri, Teşebbüs ve Mülkiyet Gelirleri, Alınan Bağış ve Yardımlar, Diğer Gelirler, Sermaye Gelirleri, Alacaklardan Tahsilatlar ve Red ve İadeler”den oluşmaktadır. Büyükşehir belediyesinin 2014-2018 yıllarına ait gelir toplamları Tablo 22’de görülmektedir.

Tablo 22. Büyükşehir Belediyesinin Yıllara Göre Gelir Toplamı

Yıllar	Gelir Toplamı (TL)
2014	12.276.426.547
2015	10.514.526.248
2016	11.717.664.936
2017	14.610.463.282
2018	16.019.669.265

Büyükşehir Belediyesinde gelir toplamı gelecek yılların tahmini için çözüm aşamaları aşağıdaki gibidir;

Ham Veri Seti;

$$X^{(0)} = (12.276.426.547, 10.514.526.248, 11.717.664.936, 14.610.463.282, 16.019.669.265)$$

$X^{(0)}$ dizisinin kümülatif toplamları alınarak $X^{(1)}$ dizisi oluşturulur;

$$X^{(1)} = (12.276.426.547, 22.790.952.795, 34.508.617.731, 49.119.081.013, 65.138.750.278)$$

Oluşturulan setler için $X^{(0)}$ dizisi için yarı düzgünlük (quasi-smooth) kontrolü yapılmaktadır (Liu ve Lin, 2010:113);

$$p(4) = \frac{x_{(4)}^{(0)}}{x_{(3)}^{(1)}} = \frac{14.610.463.282}{34.508.617.731} \cong 0,423385932$$

$$p(5) = \frac{x^{(0)}(5)}{x^{(1)}(4)} = \frac{16.019.669.265}{49.119.081.013} \cong 0,326139434$$

Yarı düzgünlük kontrolünün sağlanabilmesi için: $k > 3$ olduğu durumlarda değerler 0,5'den küçük olmak zorundadır.

Bu koşulda, $p(4)$ ve $p(5) < 0,5$ şartını sağladığı için $X^{(0)}$ yarı düzgünlük kuralına uymaktadır.

Oluşturulan setler için $X^{(1)}$ dizisi için yarı üssellik (quasi- exponentiality) kontrolü yapılmaktadır (Liu ve Lin, 2010:133)

$$\sigma^{(1)}(4) = \frac{x^{(1)}(4)}{x^{(1)}(3)} = \frac{49.119.081.013}{34.508.617.731} \cong 1,423385932$$

$$\sigma^{(1)}(5) = \frac{x^{(1)}(5)}{x^{(1)}(4)} = \frac{65.128.750.278}{49.119.081.013} \cong 1,326139434$$

Yarı üssellik kontrolünün sağlanabilmesi için koşul: $k > 3$ olduğu durumda $\sigma^{(1)}(k) \in [1, 1.5]$ olmalıdır ve $\sigma^{(1)}(4)$ ve $\sigma^{(1)}(5) \in [1, 1.5]$ olduğu için $X^{(1)}$ dizisi yarı üssellik kuralına uygundur.

Yarı düzgünlük ve yarı üssellik koşulları sağlandığından gelir toplamı için GM(1,1) modeli kurulabilir.

$X^{(1)}$ dizisindeki veriler kullanılarak $Z^{(1)}$ dizisi oluşturulur.

$$Z^{(1)} = (12.276.426.547, 17.533.689.671, 28.649.785.263, 41.813.849.372, 57.128.915.646)$$

GM(1,1) parametreleri aşağıdaki gibidir;

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ x^{(0)}(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.514.526.248 \\ 11.717.664.936 \\ 14.610.463.282 \\ 16.019.669.265 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ -z^{(1)}(5) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17.533.689.671 \\ -28.649.785.263 \\ -41.813.849.372 \\ -57.128.915.646 \end{bmatrix}$$

a ve b parametreleri;

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0,146575484 \\ 7897593724 \end{bmatrix}$$

Elde edilen parametreler kullanılarak model oluşturulmuştur;

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + 0,146575484x^{(1)} = 7897593724$$

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak} + \frac{b}{a} = 66157154203 e^{-0.146575484k} - 53880727656$$

Oluşturulan model kullanılarak aşağıda gösterildiği gibi hesaplanmıştır;

$$\hat{x}^{(1)} = (\hat{x}^{(1)}(1), \hat{x}^{(1)}(2), \hat{x}^{(1)}(3) \dots \hat{x}^{(1)}(n))$$

$$\hat{x}^{(1)} = (12.276.426.547, 22.720.148.882, 34.812.541.532, 48.813.867.429, 65.025.475.218)$$

Bu adımda ters kümülatif işlemi yapılarak $X^{(0)}$ tahmini değerleri hesaplanmıştır ve bu değerler aşağıdaki gibidir;

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = a^{(1)} \hat{x}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^a) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak}$$

$$\hat{x}^{(0)} = (12.276.426.547, 10.443.722.335, 12.092.392.650, 14.001.325.897, 16.211.607.789)$$

Tahmin değerleri hesaplandıktan sonra hata payı ve hata oranı belirlenerek modelin doğruluk kontrolü Tablo 23'de gösterildiği gibi yapılmaktadır.

Tablo 23. Gelir Toplamı İçin Modelin Hata Payı ve Görelî Hata Oranı

	Ham Veri	Tahmini Veri	Hatalar	Görelî Hatalar%
	$x^{(0)}(k)$	$\hat{x}^{(0)}(k)$	$\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}(k)$	$\Delta_{(k)} = \frac{ \varepsilon(k) }{x^{(0)}(k)}$
2014	12.276.426.547	12.276.426.547	0	0
2015	10.514.526.248	10.443.722.335	70.803.913	0,673391374
2016	11.717.664.936	12.092.392.650	-374.727.714	3,197972596
2017	14.610.463.282	14.001.325.897	609.137.385	4,169185969
2018	16.019.669.265	16.211.607.789	-191.938.524	1,198142865

Ortalama görelî hata;

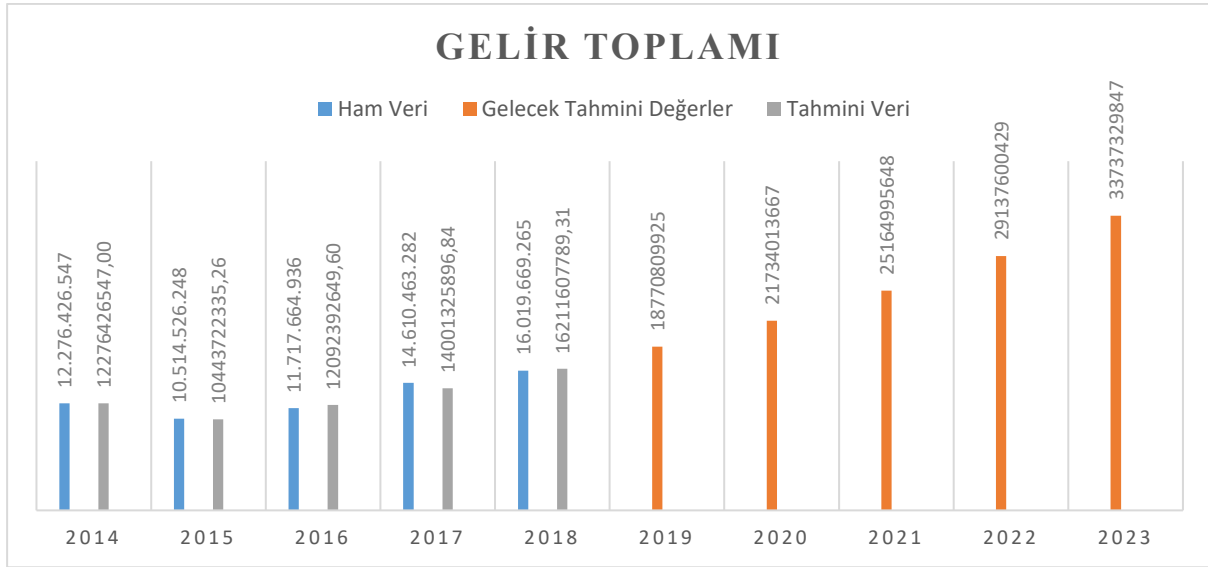
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{4} \sum_{k=2}^5 \Delta_k = \% 2,309673201$$

Model doğruluk testi için Tablo 2'ye bakıldığında $\bar{\Delta} < \alpha$ olduğundan bu model için gelecek tahmini üretilebilir. Tablo 24'de ise 2023 yılına kadar hesaplanan tahmin değerleri görülmektedir.

Tablo 24. Gelecek Yıllar İçin Gelir Toplamı Tahmin Değerleri

	2019	2020	2021	2022	2023
Gelecek Tahmini Değerler	18.770.809.925	21.734.013.667	25.164.995.648	29.137.600.429	33.737.329.847

Grafik 6. Gelir Toplamı; Gerçek ve Tahmini Veriler



Grafik 6'ya bakıldığında 2014-2018 yılları içerisinde gelir toplamında ham veri ve tahmini veriler kıyaslandığında birbirlerine çok yakın değerler olduğu görülmektedir. Tablo 24'e bakıldığında ise, gelir toplamı için 2019-2023 gelecek dönem tahmini değerlerinde bir artış eğilimi görülmektedir.

5. SONUÇ, DEĞERLENDİRME VE ÖNERİLER

Şehirlerde meydana gelen nüfus artışına bağlı olarak, yerel hizmetlerde artışın gözlemlenmesi, yerel hizmet sunumunda belediyelerin görev alanlarını ve karşılaşılan sorunların artmasına sebep olmuştur. 1980'lerden bu yana belediyelerin şehir idarelerindeki sorumlulukları artmış olup büyükşehir belediyeleri de şehir yönetimde ayrı bir yönetim birimi olarak merkezde yer almaya başlamıştır. 2000'li yıllarda ise yerel idare birimleri alanında gerekli düzenlemeler yapılarak “5393 sayılı Belediye Kanunu” ve “5216 sayılı Büyükşehir Belediye Kanunu” ile belediyelerin yetki ve mesuliyet alanları daha kapsamlı hale getirilmiştir (Arıkboğa, 2016).

Belediyelerin esas gelir kaynakları içerisinde yer alan; “*Vergiler, Harçlar, Harcamalara Katılma Payları, Genel Bütçe ve Devlet Gelirlerinden Ayrılan Paylar ve Genel ve Özel Bütçeli İdarelerden Yapılacak Devlet Yardımları*” belediyeleri mali ve özerklik açısından etkileyen kalemlerdir. Bu doğrultuda kamu kurumları adı altında yer alan belediyeler mali açıdan ne kadar güçlüyse faaliyet ve hizmetleri de o kadar kuvvetli olur. Bu kapsamda bir büyükşehir belediyesinin gelir yapıları ele alınarak geleceğe yönelik öngörü sağlanmaya çalışılmıştır.

GM(1,1) yöntemi başta ekonomi olmak üzere birçok alanda geleceği tahmin etmek için kullanılan önemli bir yöntemdir. Geleceğin belirsizliğini güvenilir bir tahmin yöntemiyle elde etmek için son yıllarda sıkça başvurulan yöntemlerden biri olmuştur. Bu yöntem esas alınarak 2014-2018 yıllarına ait gerekli veriler elde edilerek uygulanmıştır.

Bu çalışmada yapılan analizler doğrultusunda genel olarak %10 un altında ortalama göreli hata payına sahip veriler elde edilmiş ve gelecek yıllara ilişkin tahminler yapılmıştır. Yapılan bu tahminlerle kamu sektörü alanındaki belediyelerin esas gelir kaynaklarından olan; “vergi gelirleri, teşebbüs ve mülkiyet gelirleri, alınan bağış ve yardımlar, diğer gelirler, sermaye gelirleri, alacaklardan tahsilatlar, red ve iadeler ve gelir toplamları” tahmini yapılarak gelecek dönemlerde belediyelerin esas gelirlerinde meydana gelebilecek değişimler hakkında öngörü sahibi olunması amaçlanmıştır.

Çalışma sonucunda kamu sektörü alanında olan büyükşehir belediyelerinin GM(1,1) yöntemi ile gelir tahmini yapılabileceği sonucu ortaya çıkmıştır.

GM(1,1) analiz yöntemi uygulandıktan sonra da görülmektedir ki gelir kaynaklarının büyük bir kısmını diğer gelirler kalemi oluşturmaktadır. Bu doğrultuda diğer gelirler kalemi altında yer alan; “genel bütçe vergi gelirlerinden alınan paylar, kurumlardan alınan paylar, faizler ve ceza gelirleri”nden elde edilen kazançlarla doğru orantılı olarak artış göstermesi beklenmektedir.

Bu çalışmada yapılan analiz sonucunda bir büyükşehir belediyesinin gelir kalemlerinde 2019-2023 yılları arasında bir artışın meydana geleceği tespit edilmiştir. Bu artış sonucunda hedeflenen hizmetlerin de paralel olarak artış göstereceği öngörülmektedir.

Çalışmada belediye alanındaki benzer veriler için gelecek hakkında fikir sahibi olunmasına yardımcı olmak için daha geniş bir perspektiften bakılarak elde edilen bilgilerin konuya ışık tutması beklenmektedir. Aynı zamanda, uygulamanın her belediyede uygulanmasının, belediyelerin gelecekteki plan ve stratejilerinin belirlenmesine katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

- Akay, D., (2011). Grey relational analysis based on instance based learning approach for classification of risks of occupational low back disorders. *Safety Science*, 49(8-9), 1277-1282.
- Akay, D., ve Atak, M., (2007). Grey prediction with rolling mechanism for electricity demand forecasting of Turkey. *Energy*, 32(9), 1670-1675.
- Arikboğa, Ü., (2016). Türkiye'de Belediyelerin Gelir Yapıları: Sorunlar ve Çözüm Önerileri. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 13 (33), 276-297.
- Çelik, Ş., (2016). *Isparta İli İçin Doğal Gaz Talep Tahmini*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Süleyman Demirel Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Çetinkaya, Ö., ve Demirbaş, T.,(2010). *Belediye gelirlerinin analizi ve mali özerklik açısından değerlendirilmesi*. İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Maliye Araştırma Merkezi Konferansları, 53.Seri, 1-18.
- Deng, J.L., (1982). Control problems of grey systems. *System & Control Letters*, 1(5), 288-294.
- Erden, C., ve Ceviz E., (2015). Gri sistem teorisi kullanılarak Türkiye'nin büyüme oranı faktörlerinin analizi. *Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Dergisi*, 19(3), 361-369.

- Kaya, K., ve Taşçı, L., (2015). TUTGA ve C Dereceli Nokta Koordinatlarının Gri Sistem ile Tahmin Edilmesi. Ankara: TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 15. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 25-28 Mart 2015, Ankara.
- Köse, E., Aplaç H.S., ve Kabak M. (2015). Yetersiz veri ortamında tahminler için örnek bir uygulama: gri tahmin yöntemi. *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 31(1), 82-88.
- Kurt, G., (2008). Gri ilişki çözümlemesi ve ridit çözümlemesi kullanılarak üniversite öğrencilerinin çeşitli kaygılarının değerlendirilmesi. *Akademik Bakış, Uluslararası Hakemli Sosyal Bilimler E-Dergisi*, (14), 1-10.
- Liu, S., ve Lin F., (2010). *Grey systems theory and applications*. Springer.
- Mei, D., (2007). *Software reliability estimation in grey system theory*. China.
- Mostafaei, H., ve Kordnoori, S.,(2012). Hybrid grey forecasting model for Iran's energy. *International Journal of Energy Economics and Policy*, 2(3), 97-102.
- Sifeng, L.Y., (2006). *Grey information: Theory and practical applications*. United States of America: Springer.
- Sofyalıoğlu, Ç., (2011). Süreç hata modu etki analizini gri değerlendirme. *Ege Akademik Bakış Dergisi*, 11(1), 155-164.
- Tsai, C.H., Chang C.L., ve Chen, L., (2003). Applying grey relational analysis to the vendor evaluation model. *International Journal of The Computer, The Internet and Management*, 11(3), 45-53.
- Xie, N.M., ve Liu, S.F. (2009). Discrete grey forecasting model and its optimization. *Applied Mathematical Modelling*, 33(2), 1173-1186.