

# DİELEKTRİK KAPLANMIŞ SİLİNDİRİK BİR YÜZEYDEN SAÇILAN ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN FİZİKSEL OPTİK YAKLAŞIMIYLA ASİMPOTİK HESABI

Uğur YALÇIN

Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Görükle / Bursa

Geliş Tarihi : 21.04.2003

## ÖZET

Bu çalışmada, sonlu kaynaklı elektromagnetik dalgaların, dielektrik kaplanmış silindirik bir yüzeyden optik gibi saçılması Fiziksel Optik (FO) yaklaşımı ile incelenmiştir. Sonlu kaynak, çizgisel elektrik akım kaynağı olarak seçilmiştir. Silindirik yüzeye ait yansıma katsayısı, Kırınımın Geometrik Teorisi (KGT) yaklaşımı kullanılarak bulunmuştur. Elde edilen bu katsayı kullanılarak yüzeyden saçılan alanlar ifade edilmiştir. Alan ifadeleri FO yaklaşımında kullanılmış ve yüzeye ait saçılma integrali belirlenmiştir. Bu integralin asimptotik olarak değerlendirilmesi sonucunda yüzeyden yansıyan alanlar ile yüzeye ait diverjans katsayısı hesaplanmıştır. Neticede, çalışmada elde edilen sonuçlar nümerik olarak değerlendirilmiş ve yüzey empedansının saçılan alanlara etkileri incelenmiştir. Yapılan çalışmada zaman faktörü  $e^{j\omega t}$  alınmıştır.

**Anahtar Kelimeler** : Fiziksel optik yaklaşımı, Kırınımın geometrik teorisi, Dielektrik kaplanmış yüzeyler

## ASYMPTOTICAL CALCULATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES SCATTERED FROM A DIELECTRIC COATED CYLINDRICAL SURFACE WITH PHYSICAL OPTICS APPROACH

## ABSTRACT

In this study, quasi-optical scattering of finite source electromagnetic waves from a dielectric coated cylindrical surface is analysed with Physical Optics (PO) approach. A linear electrical current source is chosen as the finite source. Reflection coefficient of the cylindrical surface is derived by using Geometrical Theory of Diffraction (GTD). Then, with the help of this coefficient, fields scattered from the surface are obtained. These field expressions are used in PO approach and surface scattering integral is determined. Evaluating this integral asymptotically, fields reflected from the surface and surface divergence coefficient are calculated. Finally, results obtained in this study are evaluated numerically and effects of the surface impedance to scattered fields are analysed. The time factor is taken as  $e^{j\omega t}$  in this study.

**Key Words** : Physical optics approach, Geometrical theory of diffraction, Dielectric-coated surfaces

## 1. GİRİŞ

Son yıllarda elektromagnetik saçılma problemleri için önemli bir araştırma konusu, dielektrik kaplanmış yüzeyler ve bu yüzeylerden kırınım

problemleri olmuştur (Akduman ve Yapar, 2001; Ling and Ufimtsev, 2001). Bu popüleritenin nedeninin teknoloji ve buna paralel olarak harp sanayinin hızlı bir gelişimi olduğu söylenebilir. Dielektrik bir yüzeyden saçılma problemine ilişkin

örnek bir uygulama radar ile tespit edilmeye çalışılan görünmez uçak fenomeni verilebilir. En basit olarak, görünmez bir uçak ince bir dielektrik tabaka ile kaplanmış mükemmel iletken yarım bir düzlem ile modellenilebilir. İnce bir dielektrik tabaka ile kaplanmış Z empedansına sahip iletken metal bir yüzey,  $\mu = \mu_0$  özel hali için rezistif bir empedansa sahip olmakta ve “Rezistif dielektrik yüzey” olarak adlandırılmaktadır. Yüzey empedansı  $\varepsilon = \varepsilon_0$  özel hali için ise, ilk durumun elektromagnetik duali olmaktadır. Bu durumda Z empedansı magnetik özellik göstermekte ve bu yüzeyde “Rezistif magnetik yüzey” olarak adlandırılmaktadır (Uzgören ve Büyükaksoy, 1999). Literatürde her iki yüzeyi de dielektrik bir tabaka ile kaplanmış sonsuz uzun ince bir mükemmel iletkenine ait sınır koşulların elde edildiği bir çalışma yapılmıştır (Büyükaksoy ve İdemen, 1990). Bu gelişimi takiben her iki yüzeyi de Z empedansına sahip silindirik bir yüzey üzerinde indüklenen akımların asimptotik olarak değerlendirildiği başka bir çalışma Akduman ve Büyükaksoy (1995), tarafından yapılmıştır. Kaplanmış saçıcı cisimlere ait empedans sınır koşullarının yüksek terimlerin incelendiği konuya ilişkin değerli bir çalışma da literatürde göze çarpmaktadır (Hoppe and Rahmat-Sami, 1994). Optik gibi çözümlerin bir zaafı olarak bilinen gölge bölgesi akımlarının analiz edildiği bir empedans silindirin ait çözümler konuya ait bilimsel gelişime katkı sağlamıştır (Osipov et al., 1998). Son yıllarda yapılan bir başka çalışma ise ince kayıplı magnetik kaplı mükemmel iletken bir silindirden saçılan alanların nümerik olarak hesaplandığı problemidir (Strifors and Gaunaurd, 2000). Yukarıda adı geçen çalışmaların ışığında bu çalışmada FO yaklaşımı kullanılarak “Dielektrik Kaplanmış Silindirik Bir Yüzeyden Saçılan Elektromagnetik Dalgalar” asimptotik olarak hesap edilmiştir.

## 2. FİZİKSEL OPTİK YAKLAŞIMI

İletken ve iletken olmayan saçıcı yüzeylerden saçılan alan hesabını yapmak için kullanılan bu yaklaşım, uygulama kolaylığı ve pratiklik açısından iyi neticeler vermektedir. Dielektrik saçıcı bir yüzey için  $\vec{n}$  yüzeyin normal birim vektörü olmak üzere, FO yüzey akımları

$$\vec{J}_{es} = \begin{cases} \vec{n} \times \vec{H}_T & , \text{ aydınlatılmış bölgede} \\ 0 & , \text{ gölge bölgesinde} \end{cases} \quad (1a)$$

$$\vec{J}_{ms} = \begin{cases} -(\vec{n} \times \vec{E}_T) & , \text{ aydınlatılmış bölgede} \\ 0 & , \text{ gölge bölgesinde} \end{cases} \quad (1b)$$

şeklinde verilebilir (Jenn, 1995). FO yüzey akımları göz önüne alınarak, saçılan alan için elektrik ve magnetik Hertz vektörleri ikinci skaler Green teoremi yardımıyla,

$$\vec{\pi}_e = \frac{1}{4\pi j\omega\varepsilon_0} \iint_s (\vec{n} \times \vec{H}_T) \Big|_s G(\vec{r}, \vec{r}') ds' \quad (2a)$$

$$\vec{\pi}_m = \frac{-1}{4\pi j\omega\mu_0} \iint_s (\vec{n} \times \vec{E}_T) \Big|_s G(\vec{r}, \vec{r}') ds' \quad (2b)$$

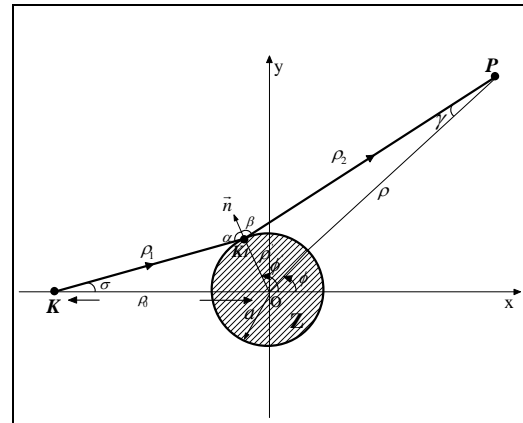
olarak ifade edilebilir. (2) integral ifadelerinden dielektrik bir yüzeye ait saçılan alan ifadeleri elde edilebilir. Bu eşitliklerdeki

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR}}{R}, \quad R = \|\vec{R}\| = \|\vec{r} - \vec{r}'\|$$

boş uzay Green fonksiyonudur.

## 3. DIELEKTRİK KAPLI YÜZEYİN YANSIMA KATSAYISININ HESABI

Bu bölümde,  $(\rho = \rho_0, \phi = \pi, z)$  koordinatlarına yerleştirilmiş bir elektrik çizgisel akım kaynağının alanında bulunan, z eksenine paralel sonsuz uzun dielektrik kaplanmış silindirik bir yüzeye ait yansımaya katsayısı hesaplanacaktır. Bu hesap, KGT yaklaşımına dayandırılarak yapılacak ve probleme ait Şekil 1'deki geometri göz önüne alınacaktır. Dielektrik kaplanmış silindirik yüzeyinin kutupsal denklemi ve normal birim vektörü,



Şekil 1. Dielektrik silindirik yüzey ve probleme ait geometri

$$\rho' = a, \quad \vec{n} = \vec{e}_\rho \quad (3)$$

olarak ifade edilebilir. Şekil 1'den,

$$\rho_1 = [a^2 + \rho_0^2 + 2a\rho_0 \cos \phi']^{1/2} \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir. Bir elektrik çizgisel akım kaynağından ışyan alanlara ait vektör potansiyel ifadesi ise,

$$A_z \approx \frac{\mu_0 I}{4j} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jk\rho_1 + j\pi/4}}{\sqrt{k\rho_1}} \quad (5)$$

olarak verilebilir (Bayrakçı, 1991). Silindirik koordinatlar sisteminde ışyan elektrik ve magnetik uzak alan bileşenleri

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (6)$$

olmak üzere,

$$\vec{E}_0 = \vec{e}_z \cdot -\frac{\omega\mu_0 I}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jk\rho_1 + j\pi/4}}{\sqrt{k\rho_1}} \quad (7a)$$

$$\vec{H}_0 = -\frac{1}{Z_0} [\vec{e}_\rho \cdot \sin \alpha - \vec{e}_\phi \cdot \cos \alpha] E_z \quad (7b)$$

şeklinde ifade edilebilir (Yalçın, 2002). Silindirik yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşeni KGT yaklaşımı kullanılarak gelen alanlar cinsinden

$$\begin{aligned} E_z|_S & \text{, gelen alanın yüzeydeki değeri} \\ \mathfrak{R}(\alpha, \beta) & \text{, yüzey yansımaya katsayısı} \\ D(f, \rho_2) & \text{, yüzey diverjans katsayısı} \end{aligned} \quad (8)$$

olmak üzere,

$$\vec{E}_1 = -\vec{e}_z E_z \mathfrak{R}(\alpha, \beta) D(f, \rho_2) e^{-jk\rho_2} = \vec{e}_z E_{1z} \quad (9)$$

şeklinde ifade edilebilir (Stutzman and Thiele, 1998). Şekil 1'den,  $\rho_2$  ve  $\gamma$  için,

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \rho \cos \gamma - \rho' \cos \beta \\ \gamma &= \phi - \phi' + \beta \end{aligned} \quad (10)$$

eşitlikleri yazılabilir. Maxwell-Faraday denkleminde yansıyan magnetik alan bileşeni için,

$$\vec{H}_1 = \frac{-1}{j\omega\mu_0} \frac{1}{\rho} [\vec{e}_\rho \frac{\partial E_{1z}}{\partial \phi} - \rho \vec{e}_\phi \frac{\partial E_{1z}}{\partial \rho}] \quad (11)$$

ifadesi yazılabilir. İlk olarak,

$$\frac{\partial E_{1z}}{\partial \rho} = -E_z \mathfrak{R}(\alpha, \beta) \frac{\partial}{\partial \rho} [D(f, \rho_2) e^{-jk\rho_2}] \quad (12a)$$

$$\frac{\partial E_{1z}}{\partial \phi} = -E_z \mathfrak{R}(\alpha, \beta) \frac{\partial}{\partial \phi} [D(f, \rho_2) e^{-jk\rho_2}] \quad (12b)$$

ifadeleri göz önüne alınsın.  $\rho_2$ 'nin  $\rho$  ve  $\phi$ 'ye bağlı kısmi türevleri (10) eşitliği kullanılarak,

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial \rho} = \cos \gamma = \cos(\phi - \phi' + \beta) \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial \phi} = -\rho' \sin \beta$$

olarak bulunabilir. (12) eşitliklerinin sağ tarafında görülen kısmi türevler hesaplanır ve (11) eşitliği düzenlenirse, yansıyan magnetik alan bileşeni,

$$\begin{aligned} \vec{H}_1 &= -\frac{1}{Z_0 \rho} [\vec{e}_\rho \rho' \sin(\frac{\phi'}{2} + \beta) + \vec{e}_\phi \rho \cos(\phi + \beta - \frac{\phi'}{2})] \\ &\times E_z|_S \mathfrak{R}(\alpha, \beta) D(f, \rho_2) e^{-jk\rho_2} \end{aligned} \quad (13)$$

şeklinde elde edilebilir. Dielektrik bir yüzey için sınır koşulu ifadesi

$$\vec{n} \times \vec{E}_T|_S = Z(\vec{n} \times \vec{n} \times \vec{H}_T)|_S \quad (14)$$

olarak verilebilir (Anastassiou et al., 2002). Yüzey empedansı

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad \mu = \mu_0 \text{ ve } \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (15)$$

dielektrik özellik göstermektedir. Şekil 1'deki geometride gözlem noktası  $P \rightarrow K_1$  taşıdığında  $\rho \rightarrow \rho'$ ,  $\phi \rightarrow \phi'$  değişir ve yüzey üzerinde,

$$\rho_2 = 0, \quad D(f, \rho_2) = 1$$

şeklinde bulunabilir. Bu ifadeler göz önüne alınarak, (9) ve (13) ile verilen yüzeyden yansıyan elektrik ve magnetik alan bileşenleri,

$$\begin{aligned} \vec{E}_1|_S &= -\vec{e}_z \cdot E_z \mathfrak{R}(\alpha, \beta) \\ \vec{H}_1|_S &= \frac{1}{Z_0} [\vec{e}_\rho \cdot \sin \beta + \vec{e}_\phi \cdot \cos \beta] E_z \mathfrak{R}(\alpha, \beta) \end{aligned}$$

olarak ifade edilebilir. Neticede, yüzey üzerindeki toplam elektrik ve magnetik alan bileşenleri,

$$\begin{aligned} \vec{E}_T|_S &= \vec{e}_z \cdot E_z [1 - \mathfrak{R}(\alpha, \beta)] \\ \vec{H}_T|_S &= -\frac{E_z}{Z_0} \{ [\vec{e}_\rho \cdot \sin \alpha - \vec{e}_\phi \cdot \cos \alpha] - [\vec{e}_\rho \cdot \sin \beta + \vec{e}_\phi \cdot \cos \beta] \mathfrak{R}(\alpha, \beta) \} \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanabilir. (13) ifadesinin sol ve sağ tarafında görülen vektörel çarpımlar

$$\begin{aligned}\vec{n} \times \vec{E}_T|_S &= -\vec{e}_\phi [1 - \Re(\alpha, \beta)] E_z \\ \vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{H}_T)|_S &= -\vec{e}_\phi \frac{1}{Z_0} [\cos \alpha + \cos \beta \Re(\alpha, \beta)] E_z\end{aligned}$$

olarak bulunabilir. Bu eşitlikler (14) sınır koşulunda yerlerine yazılırsa normalize yüzey empedansı  $\zeta = \frac{Z}{Z_0}$  olmak üzere, silindirik yüzeye ait yansıma katsayısı

$$\Re(\alpha, \beta) = \frac{1 - \zeta \cos \alpha}{1 + \zeta \cos \beta} \quad (16)$$

şeklinde elde edilebilir.

#### 4. DİELEKTRİK KAPLI YÜZEYDEN SAÇILAN ALANLARIN HESABI

Bu bölümde (2) ile verilen integral ifadeleri yardımıyla, dielektrik kaplanmış silindirik yüzeyden saçılan alanlar asimptotik olarak hesaplanacaktır. Bu amaçla, Green fonksiyonu uygun bir şekilde ifade edilecektir. (2) eşitliklerinin öncelikle  $z'$  katlarına ait integraller alınacak ve  $\phi'$  katları ise, asimptotik olarak değerlendirilecektir. Netice olarak, yüzeyden saçılan alanlar (yansıyan alanlar) hesap edilecektir. Konum vektörü,

$$R = \|\vec{r} - \vec{r}'\| = [(\rho_2)^2 + (z - z')^2]^{1/2}$$

şeklinde tanımlanabilir (Bayrakçı, 2001). Green fonksiyonu için

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR}}{R} = \frac{1}{2j} \int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(\sqrt{k^2 - \eta^2} \rho_2) e^{-j\eta(z-z')} d\eta$$

eşitliği yazılabilir (Harrington, 1961). Kaynak bölgesi için yüzey elemanı ise,

$$ds' = a d\phi' dz'$$

olarak ifade edilebilir.  $\vec{n}$  yüzeyin normal birim vektörü kullanılarak,

$$\vec{n} \times \vec{E}_T|_S = -\vec{e}_\phi [1 - \Re(\alpha, \beta)] E_z \quad (17a)$$

$$\vec{n} \times \vec{H}_T|_S = \vec{e}_z \frac{1}{Z_0} \{[\cos \alpha + \cos \beta \Re(\alpha, \beta)]\} E_z \quad (17b)$$

vektörel çarpımları bulunabilir. (2) ile verilen FO integrallerinde (17) ifadeleri, Green fonksiyonu ve  $ds'$  yerlerine yazılırsa Hertz vektörlerine ait

$$\begin{aligned}\vec{\pi}_e &= \frac{-\vec{e}_z a}{8\pi\omega\epsilon_0 Z_0} \int_{\phi'=0}^{2\pi} \int_{z'=-\infty}^{\infty} E_z [\cos \alpha + \cos \beta \Re(\alpha, \beta)] \\ &\quad \times \left[ \int_{\eta=-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(\sqrt{k^2 - \eta^2} \rho_2) e^{-j\eta(z-z')} d\eta \right] d\phi' dz' \\ \vec{\pi}_m &= \frac{-\vec{e}_\phi}{8\pi\omega\mu_0} \int_{\phi'=0}^{2\pi} \int_{z'=-\infty}^{\infty} E_z [1 - \Re(\alpha, \beta)] \\ &\quad \times \left[ \int_{\eta=-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(\sqrt{k^2 - \eta^2} \rho_2) e^{-j\eta(z-z')} d\eta \right] d\phi' dz'\end{aligned} \quad (18)$$

ifadeleri elde edilebilir. Hertz vektörlerine ait bu integral ifadelerinin  $z'$  katı hesaplanır ve Hankel fonksiyonunun Debye asimptotik açılımı (Bayrakçı, 1991) ve aşağıdaki eşitlik

$$E_z = -\frac{\omega\mu_0 I}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jk\rho_1 + j\pi/4}}{\sqrt{k\rho_1}}$$

göz önüne alınarak, integrallerin  $\eta$  katları da hesap edilip eşitlikler yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned}\vec{\pi}_e &= \vec{e}_z \frac{jZ_0 I a}{8k\pi} \int_{\phi'=0}^{2\pi} [\cos \alpha + \cos \beta \Re(\alpha, \beta)] \frac{e^{-jk(\rho_1 + \rho_2)}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} d\phi' \\ \vec{\pi}_m &= \vec{e}_\phi \frac{jI a}{8k\pi} \int_{\phi'=0}^{2\pi} [1 - \Re(\alpha, \beta)] \frac{e^{-jk(\rho_1 + \rho_2)}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} d\phi'\end{aligned} \quad (19)$$

integral eşitlikleri elde edilebilir. Neticede, silindirik yüzeye ait saçılma integrali,

$$I_S = \int_{\phi'=0}^{2\pi} f(\phi') e^{-jk\psi(\phi')} d\phi' \quad (20)$$

olarak tanımlanabilir. İntegralde genlik ve faz fonksiyonları,

$$f_1(\phi') = \frac{[\cos \alpha + \cos \beta \Re(\alpha, \beta)]}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}, \quad f_2(\phi') = \frac{[1 - \Re(\alpha, \beta)]}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}$$

$$\psi(\phi') = \psi_1(\phi') = \psi_2(\phi') = \rho_1 + \rho_2$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (20) saçılma integraline stasyoneryaz yönteminin uygulanmasıyla,

$$\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{jk\psi''(\phi'_s)}}$$

olmak üzere,

$$I_0 \approx f(\phi'_s) e^{-jk\psi''(\phi'_s)} \sqrt{\frac{2\pi}{jk\psi''(\phi'_s)}} \quad (21)$$

ifadesi elde edilebilir (James, 1976).  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  büyüklükleri için Şekil 1'de ki geometriden,

$$\rho_1 = \rho_0 \cos \sigma - a \cos \alpha$$

$$\rho_2 = \rho \cos \gamma - a \cos \beta$$

ifadeleri yazılabilir. Bu eşitliklerden integrallere ait faz fonksiyonu

$$\psi(\phi') = \rho_1 + \rho_2 = \rho_0 \cos \sigma - a \cos \alpha + \rho \cos \gamma - a \cos \beta$$

olarak bulunabilir. Faz fonksiyonunun birinci türevi

$$\psi'(\phi') = -\rho_0 \sin \sigma \frac{d\sigma}{d\phi'} + a \sin \alpha \frac{d\alpha}{d\phi'} - \rho \sin \gamma \frac{d\gamma}{d\phi'} + a \sin \beta \frac{d\beta}{d\phi'}$$

şeklinindedir. Şekil 1 deki geometriden

$$\sigma + \pi - \alpha + \pi - \phi' = \pi$$

$$\gamma - \phi + \phi' - \beta = 0$$

eşitlikleri yazılabilir. Bu ifadelerin  $\phi'$ 'ne göre kısmi türevleri alınır ve eşitlikler düzenlenirse

$$\frac{d\sigma}{d\phi'} = 1 + \frac{d\alpha}{d\phi'}, \quad \frac{d\gamma}{d\phi'} = \frac{d\beta}{d\phi'} - 1 \quad (22)$$

ifadeleri elde edilebilir. Aynı geometriden iki ayrı üçgene sinüs teoremi uygulanırsa,

$$\frac{\rho_0}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \sigma}, \quad \frac{\rho}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \gamma} \quad (23)$$

eşitlikleri yazılabilir. Faz fonksiyonunun birinci türevinde (22) ve (23) kullanılırsa,

$$\psi'(\phi') = -a \sin \alpha + a \sin \beta$$

ifadesi elde edilebilir. Bu ifadeden semer noktası

$$\psi'(\phi') = 0, \quad \sin \alpha = \sin \beta \quad (24)$$

$$\alpha = \beta$$

şeklinde hesaplanabilir. Faz fonksiyonunun ikinci türevi alınacak olursa

$$\psi''(\phi') = a \left[ -\cos \alpha \frac{d\alpha}{d\phi'} + \cos \beta \frac{d\beta}{d\phi'} \right]$$

elde edilebilir.  $\frac{d\alpha}{d\phi'}$ ,  $\frac{d\beta}{d\phi'}$  terimleri (Yalçın, 2002a)

göz önüne alınarak, yerlerine yazılırsa

$$\psi''(\phi') = a \left[ \cos \alpha \left( 1 + \frac{a}{\rho_1} \cos \alpha \right) + \cos \beta \left( 1 + \frac{a}{\rho_2} \cos \beta \right) \right]$$

eşitliğine ulaşılır. Semer noktasında,

$$\rho_1 \Big|_s = I_0 = (\rho_0 \cos \sigma - a \cos \alpha) \Big|_s$$

$$\rho_2 \Big|_s = I_1 = (-a \cos \beta + \rho \cos \gamma) \Big|_s$$

$$\Re(\alpha, \beta) \Big|_s = \frac{1 - \zeta \cos \alpha}{1 + \zeta \cos \alpha}$$

olarak ifade edilebilir. Bu ifadeler göz önüne alınarak genlik fonksiyonları semer noktasında,

$$f_1(\phi'_s) = \frac{2 \cos \alpha}{(1 + \zeta \cos \alpha) \sqrt{I_0 I_1}}$$

$$f_2(\phi'_s) = \frac{2 \zeta \cos \alpha}{(1 + \zeta \cos \alpha) \sqrt{I_0 I_1}}$$

ve faz fonksiyonu ise,

$$\psi(\phi') = \psi_1(\phi') = \psi_2(\phi') = I_0 + I_1$$

şeklinde bulunabilir. Faz fonksiyonunun ikinci türevinin semer noktasındaki değeri ise,

$$\psi''(\phi'_s) = a \cos \alpha \left[ \frac{2I_0 I_1 + a \cos \alpha (I_0 + I_1)}{I_0 I_1} \right]$$

olarak ifade edilebilir. Genlik, faz fonksiyonları ve ikinci türevlerinin semer noktasındaki değerleri, (21) ifadesinde kullanılarak,

$$I_{01} = \sqrt{\frac{2\pi}{jk}} \frac{2}{a(1 + \zeta \cos \alpha)} \times \sqrt{\frac{a \cos \alpha (I_0 + I_1)}{2I_0 I_1 + a \cos \alpha (I_0 + I_1)}} \frac{e^{-jk(I_0 + I_1)}}{\sqrt{I_0 + I_1}} \quad (25)$$

$$I_{02} = \sqrt{\frac{2\pi}{jk}} \frac{2\zeta}{a(1 + \zeta \cos \alpha)} \times \sqrt{\frac{a \cos \alpha (I_0 + I_1)}{2I_0 I_1 + a \cos \alpha (I_0 + I_1)}} \frac{e^{-jk(I_0 + I_1)}}{\sqrt{I_0 + I_1}}$$

ifadeleri elde edilebilir. Yüzeyin diverjans katsayısı

$$D(\alpha) = \sqrt{\frac{a \cos \alpha (l_0 + l_1)}{2l_0 l_1 + a \cos \alpha (l_0 + l_1)}}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Netice olarak, yüzeye ait elektrik ve magnetik Hertz vektörleri, (25) ifadelerinin (19) eşitliklerinde kullanılmasıyla,

$$\begin{aligned} \vec{\pi}_e &= \vec{e}_z \frac{jZ_0 I}{8k\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{k}} D(\alpha) \frac{2}{(1 + \zeta \cos \alpha)} \\ &\times \frac{e^{-jk(l_0 + l_1) - j\pi/4}}{\sqrt{(l_0 + l_1)}} \\ \vec{\pi}_m &= \vec{e}_\phi \frac{jI}{8k\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{k}} D(\alpha) \frac{2\zeta}{(1 + \zeta \cos \alpha)} \\ &\times \frac{e^{-jk(l_0 + l_1) - j\pi/4}}{\sqrt{(l_0 + l_1)}} \end{aligned} \quad (26)$$

olarak elde edilebilir.

## 5. SAÇILAN ALANLARIN ANALİZİ VE NÜMERİK SONUÇLAR

Dielektrik kaplanmış silindirik yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşeni,

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \nabla \times \nabla \times \vec{\pi}_e - j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{\pi}_m \\ &= k^2 \vec{\pi}_e - j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{\pi}_m \end{aligned} \quad (27)$$

şeklinde hesaplanabilir. İfadede görülen ilk terim

$$\nabla \times \nabla \times \vec{\pi}_e = \vec{e}_z \frac{jZ_0 kI}{8} \sqrt{\frac{2}{\pi}} D(\alpha) \frac{2}{(1 + \zeta \cos \alpha)} \frac{e^{-jk(l_0 + l_1) - j\pi/4}}{\sqrt{k(l_0 + l_1)}} \quad (28)$$

olarak bulunabilir.

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{e^{-jk l_1}}{\sqrt{l_1}} \right) \cong -jk\rho \cos(\phi - \phi' + \alpha) \frac{e^{-jk l_1}}{\sqrt{l_1}}, \quad (k\rho \gg 1)$$

$$\omega\mu_0 = kZ_0$$

olmak üzere, (27) ifadesinde ki ikinci terim ise,

$$-j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{\pi}_m = -\vec{e}_z j\omega\mu_0 \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \pi_{m\phi}) \right]$$

eşitliğinden,

$$\begin{aligned} -j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{\pi}_m &= -\vec{e}_z \frac{jZ_0 kI}{8} \sqrt{\frac{2}{\pi}} D(\alpha) \cos(\phi - \phi' + \alpha) \\ &\times \frac{2\zeta}{(1 + \zeta \cos \alpha)} \frac{e^{-jk(l_0 + l_1) - j\pi/4}}{\sqrt{k(l_0 + l_1)}} \\ &\times \frac{2\zeta}{(1 + \zeta \cos \alpha)} \frac{e^{-jk(l_0 + l_1) - j\pi/4}}{\sqrt{k(l_0 + l_1)}} \end{aligned} \quad (29)$$

şeklinde bulunabilir. Netice olarak, (27) eşitliğinde (28) ve (29) ifadelerinin kullanılmasıyla silindirik yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşeni,

$$\begin{aligned} \vec{E}_{FO} &= \vec{e}_z \frac{jZ_0 kI}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} D(\alpha) \frac{[1 - \zeta \cos(\phi - \phi' + \alpha)]}{(1 + \zeta \cos \alpha)} \\ &\times \frac{e^{-jk(l_0 + l_1) - j\pi/4}}{\sqrt{k(l_0 + l_1)}} \end{aligned} \quad (30)$$

olarak elde edilebilir. Son eşitlik  $\zeta = 0$  için,

$$\vec{E}_{FO} = \vec{e}_z \frac{jZ_0 kI}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} D(\alpha) \frac{e^{-jk(l_0 + l_1) - j\pi/4}}{\sqrt{k(l_0 + l_1)}} \quad (31)$$

şeklini almaktadır. (31) ifadesi ise, mükemmel iletken silindirik bir yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşenidir (Uzgören, 1982).  $\vec{n}$  yüzeyin normal birim vektörü ile toplam elektrik ve magnetik alan bileşenlerinin vektörel çarpımları

$$\begin{aligned} \vec{n} \times \vec{E}_T|_S &= -\vec{e}_\phi [1 - \Re(\alpha, \beta)] E_z \\ \vec{n} \times \vec{H}_T|_S &= \vec{e}_z \frac{1}{Z_0} [\cos \alpha + \cos \beta \Re(\alpha, \beta)] E_z \end{aligned}$$

olarak bulunabilir. Bu eşitlikler ve yüzey yansıma katsayısı kullanılarak, (1) ile verilen FO yüzeyel akım yoğunlukları aydınlatılmış bölge için

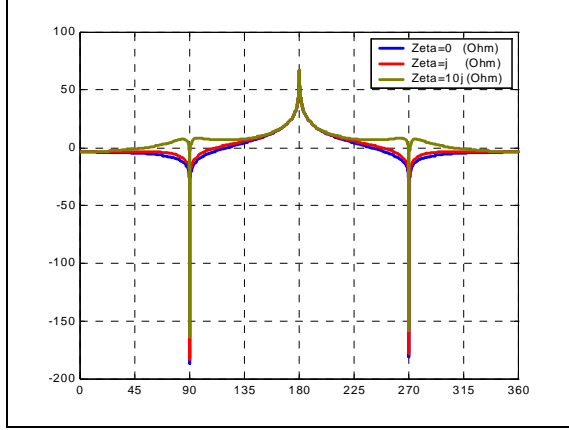
$$\vec{J}_{es}^{FO} = \vec{e}_z \frac{1}{Z_0} \left[ \frac{2 \cos \alpha}{1 + \zeta \cos \beta} \right] E_z|_S \quad (32a)$$

$$\vec{J}_{es}^{FO} = \vec{e}_z \frac{1}{Z_0} \left[ \frac{2 \cos \alpha}{1 + \zeta \cos \beta} \right] E_z|_S \quad (32b)$$

şeklinde bulunabilir. Çalışmada elde edilen (30) ve (32) eşitliklerine ilişkin çizdirilen tüm eğriler, yansıma teoremi uyarınca  $\alpha = \beta$  alınarak;  $E_z = 1$ ;  $Z_0 = 120\pi$ ;  $l_0 = l_1 = l = a = 1$ ;  $k = 20$ ; değerleri için elde edilmiştir.

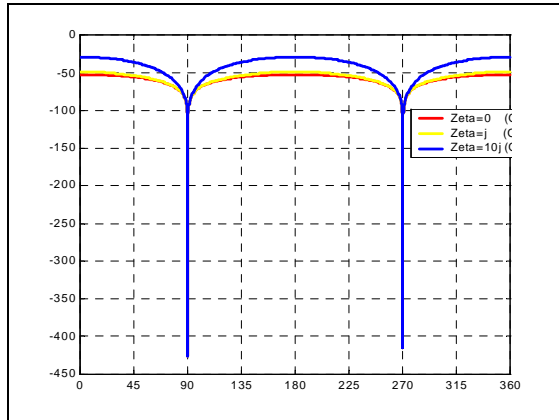
Şekil 2'de silindirik yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşeninin, normalize yüzey empedansının çeşitli değerleri için  $\alpha$  ile değişimi verilmiştir.  $\zeta$  ;

kompleks olarak arttıkça yansıyan elektrik alan bileşeninin genliği bozulmaya uğramaktadır. Özellikle,  $\alpha = 90.270$  değerlerinde süreksizlikler de görülmektedir.



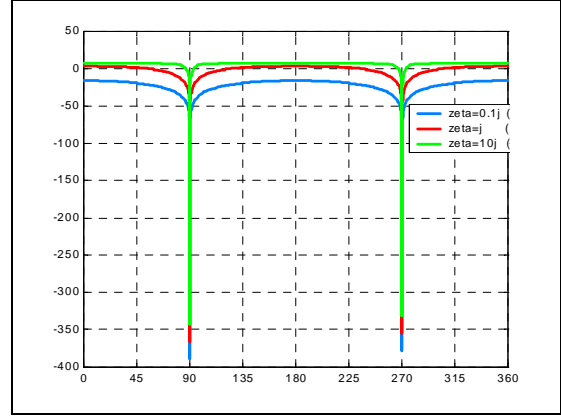
Şekil 2. Silindirik yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşeninin  $\alpha$  ile değişimi

Şekil 3'de normalize elektriksel FO yüzey akımının, normalize yüzey empedansının çeşitli kritik değerleri için  $\alpha$  ile değişimi incelenmiştir.  $\zeta$ ; kompleks olarak arttıkça FO yüzey akımının genliği de artmaktadır. Bununla birlikte,  $\zeta$ 'nin artan değerleri için  $\alpha = 90.270$  değerleri için süreksizlikler de görülmektedir.



Şekil 3. Normalize elektrik FO yüzeysel akım yoğunluğunun  $\alpha$  ile değişimi

Şekil 4'de normalize magnetiksel FO yüzey akımının, normalize yüzey empedansının çeşitli kritik değerleri için  $\alpha$  ile değişimi incelenmiştir.  $\zeta$ ; arttıkça FO yüzey akımının genliği de artmaktadır. Fakat,  $\zeta$ 'nin artan değerleri için  $\alpha = 90.270$  için süreksizlikler görülmektedir.



Şekil 4. Normalize magnetik FO yüzeysel akım yoğunluğunun  $\alpha$  ile değişimi

## 6. TARTIŞMA VE SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Bu çalışmada, eğrilik yarıçapı  $R(\rho', \phi', z')$  sabit, yöresel bir empedans yüzeyinden saçılan alanlar FO yaklaşımı kullanılarak hesaplanmıştır. Problemin analizi için kullanılan FO integrallerinin hesabı ise asimptotik olarak yapılmıştır. Çalışmada, kullanılan yaklaşımla FO integralleri literatürden farklı olarak değerlendirilmiştir. Bu değerlendirme, FO integrallerinin  $\phi'$  katlarının hesabı yapılırken, saçıcı yüzey üzerine gelen alanın yüzey normali ile yaptığı açının, yüzeyden yansıyan alanın yüzey normali ile yaptığı açıdan farklı alınması prensibine dayanmaktadır (Yalçın 2002). Netice olarak, stasyonier faz yöntemi uygulanırken faz fonksiyonunun birinci türevinin sıfıra eşitlenmesiyle, bu açıların birbirine eşit olduğu (24) eşitliği ile gösterilmiş ve hesaplanan sonucun yansıma teoremini de doğruladığı görülmüştür.

Literatürde ise FO yaklaşımı uygulanırken bu açılar birbirine eşit kabul edilmektedir (Şafak 1980; Ishimaru, 1991; Stutzman and Thiele 1998). Bu açılar birbirine eşit olarak kabul edildiğinde, elde edilen asimptotik çözümler kenar kırınım problemi için hatalı sonuç vermektedir. Böyle bir durumda bu çalışmada önerilen yaklaşımın kullanılması daha doğru olacaktır.

Literatürde, saçıcı bir yüzeyden saçılan alanların hesabı için FO yaklaşımı kullanılarak yapılan en son çalışmalardan biri, yöresel olmayan mükemmel iletken bir yüzeyden saçılma probleminin asimptotik olarak değerlendirilmesidir (Goto and Ishihara 2000). Bu çalışmada ise, dielektrik yöresel saçıcı bir empedans yüzeyinden saçılan alanların hesabı FO

yaklaşımı kullanılarak asimptotik olarak elde edilmiştir. Yukarıda (30) eşitliği ile verilen silindirik bir empedans yüzeyinden yansıyan elektrik alan bileşeni,  $\zeta = 0$  mükemmel iletken özel hali için değerlendirilmiş ve neticede elde edilen (31) ifadesinin, mükemmel iletken silindirik bir yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşenine eşit olduğu görülmüştür (Uzgören, 1982). Bu sonuç elde edilen saçılan alan ifadesinin doğruluğunu da kanıtlamaktadır. Sonuç olarak, literatürden farklı bir değerlendirme ile yöresel saçıcı bir empedans yüzeyinden (yüzeyin dielektrik olması hali için) saçılan alanların hesabı FO yaklaşımı kullanılarak asimptotik olarak elde edilmiştir.

## 7. SONUÇLAR

Bu çalışmada, sonlu kaynaklı elektromagnetik dalgaların dielektrik kaplanmış silindirik bir yüzeyden optik gibi saçılması Fiziksel Optik (FO) yaklaşımı ile incelenmiştir. FO yaklaşımı kullanılarak, yüzeye ait saçılma integrali elde edilmiş ve bu integral asimptotik olarak değerlendirilmiştir. Yüzeyden yansıyan alanlar ile yüzeye ait diverjans katsayısı hesaplanmıştır. Ayrıca çalışmada elde edilen silindirik yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşeni,  $\zeta = 0$  mükemmel iletken hal için değerlendirilmiş ve mükemmel iletken silindirik bir yüzeyden yansıyan elektrik alan bileşeni ile aynı olduğu da görülmüştür. Neticede, çalışmada elde edilen sonuçlar nümerik olarak değerlendirilmiş ve normalize yüzey empedansının saçılan alanlara etkileri incelenmiştir.

## 8. KAYNAKLAR

Akduman, İ., Büyükkaksoy, A. 1995. Asymptotic Expressions for the Surface Currents Induced on a Cylindrically Curved Impedance Strip, *Anten. & Prop. IEEE Trans. on*, 43 (5), 453-463.

Akduman, İ., Yapar, A. 2001. Surface Impedance Determination of Planar Boundary by the Use of Scattering Data, *Anten. & Prop., IEEE Trans. on*, 49 (2), 304-307.

Anastassiou, H. T., Kaklamani D. I., Economou D. P. and Breinbjerg O. 2002. Electromagnetic Scattering Analysis of Coated Conductors With Edges Using the Method of Auxiliary Sources (MAS) in Conjunction With the Standard Impedance Boundary Condition (SIBC), *Anten. & Prop., IEEE Trans. on*, 50 (1), 59-65.

Bayrakçı, H. E. 1991. Lineer Sistemlerin Mühendislik Matematiği, 336 s. Çağlayan Kitabevi., İstanbul.

Bayrakçı, H. E. 2001. Elektromagnetik Dalga Teorisi, 413 s. Birsen Yayınevi, İstanbul.

Büyükkaksoy, A., İdemen, M. 1990. Generalised Boundary Conditions for a Material Sheet with Both Sides Coated by a Dielectric Layer, *Electronics Letters*, 26 (23), 1967-1969.

Goto, K., Ishihara T. 2000. A Uniform Physical Optics Analysis of Scattered Electromagnetic Field by the Edge of Concave Conducting Surface, *Electronics and Communications in Japan, Part 2*. 83 (6), 32-42.

Harrington, R. F. 1961. Time-Harmonic Electromagnetic Fields, 480 s. McGraw-Hill Co., Newyork.

Hoppe, D. J., Rahmat-Sami, Y. 1994. Higher Order Impedance Boundary Conditions Applied to Scattering by Coated Bodies of Revolution. *Anten. & Prop., IEEE Trans. on*, 42 (12), 1600-1611.

Ishimaru, A. 1991. Electromagnetic Wave Propagation, Radiation and Scattering, 635 p. Prentice Hall, New Jersey.

James, G. L. 1976. Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves, 250 s. IEE Peter Peregrinus Ltd., London.

Jenn, D. C. 1995. Radar and Laser Cross Section Engineering, AIAA Education Series, Air Force Institute of Technology Wright-Patterson Air Force Base., Ohio.

Ling, R. T., Ufimtsev, P. Y. 2001. Scattering of Electromagnetic Waves by a Metallic Object Partially Immersed in a Semi-Infinite Dielectric Medium, *Anten. & Prop., IEEE Trans. on*, 49 (2), 223-233.

Osipov, A. V., Kobayashi, H. ve Hongo K. 1998. Shadow Boundary Currents in the Problem of High-Frequency Electromagnetic Diffraction by a Circular Impedance Cylinder, *IEICE Trans. on*, E81-C (10), 1655-1666.

Safak, M. 1980. "High-Frequency Scattering from a Focus-Fed Paraboloid", *METU Symposium Proc.* p. 280-318.

Strifors, H. C., Gaunard, G. C. 2000. Scattering of Electromagnetic Waves by a Perfectly Conducting



Cylinder with a Thin Lossy Magnetic Coating, Anten. & Prp., IEEE Trans. on, 48 (10), 1528-1532.  
Stutzman, W. L., Thiele, G. A. 1998. Antenna Theory and Design, 548 s. John Wiley & Sons., Inc., Newyork.

Uzgören, G. 1982. Bir Çizgisel Kaynağın Yarattığı Dalgaların Bir Silindirik Reflektörden Saçılması, Doktora Tezi, 67 s., İTÜ, İstanbul.

Uzgören, G., Büyükaksoy, A. 1999. Kırınım Problemleri, 258 s. GYTE Yayınları, No: 4, Gebze.

Yalçın, U. 2002. “İçbükey İletken Bir Yüzeyin Kenarından Kırınan Elektromagnetik Dalgaların Fiziksel Optik Yaklaşımıyla Asimptotik Hesabı”, URSI-TÜRKİYE’2002 Union Radio Science International Birinci Ulusal Kongresi, İstanbul.

Yalçın, U. 2002. “Silindirik Bir Reflektörün Kenarından Kırınan Alana Ait Düzeltme Faktörü İçin Yaklaşım Analizleri”, ELECO’2002 Elektrik, Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu, TÜBİTAK, Bursa, Türkiye.