



SABİT EĞİLME MOMENTİ ETKİSİNDE DAİRESEL DELİKLİ BASİT BİR KİRİŞTE GERİLME DAĞILIMLARI VE GERİLME KONSANTRASYON KATSAYILARI

Seçil ERİM*, Mesut UYANER**

*Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, İzmir

**Selçuk Üniversitesi, Sarayönü Meslek Yüksek Okulu, Konya

ÖZET

Bu çalışmada, enine ekseninde dairesel delik bulunan bir kiriş, basit eğilme etkisinde Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle incelenmiştir. Delik, sözü edilen eksen boyunca kaydırılmış ve kiriş için hem izotrop (çelik) hem de ortotrop (Grafit-Epoksi) malzeme kullanılmıştır. Bu suretle değişik her durum için delik civarındaki gerilme dağılımı ve gerilme yığılma katsayıları belirlenmiştir. Öte yandan fiber takviye açısındaki değişimin gerilme dağılımı üzerinde etkisini ortaya çıkarmak amacıyla inceleme, kompozit kirişte 0° ile 90° arasındaki muhtelif takviye açılarındaki tekrarlanmıştır. Delik merkezinden kiriş eksenine kadar olan mesafe b olmak üzere, incelenen her b mesafesi için en büyük teorik eğilme gerilmesini doğuracak kritik delik çapı değeri Sonlu Elemanlar Yöntemi ile belirlenmiştir. Ayrıca 10 mm'lik sabit delik çapı için yine en büyük teorik eğilme gerilmesini doğuracak kritik b mesafesi çelik ve her değişik takviye açısındaki kompozit kiriş için hesaplanmıştır.

Anahtar Kelimeler : Gerilme konsantrasyon katsayısı, Kompozit kiriş, Dört düğümlü izoparametrik eleman

STRESS DISTRIBUTIONS AND STRESS CONCENTRATION FACTORS IN A SIMPLE BEAM WITH A CIRCULAR HOLE SUBJECTED TO CONSTANT BENDING MOMENT

ABSTRACT

In this study, a beam subjected to pure bending with a circular hole on its transverse axis, is analyzed by the Finite Element Method. The hole is shifted to various locations along the transverse axis and two different materials, namely isotropic (steel) and orthotropic (graphite-epoxy), are used as beam material. Stress distribution and stress concentration factors around the hole are determined for each case. In order to establish the effect of fiber reinforcing angle on the stress distribution, the examination is repeated at various reinforcing angles between 0° and 90° for graphite-epoxy. Denoting the distance between the longitudinal axis and the center of the hole as b , the value of the critical hole diameter which leads to the maximum theoretical bending moment is determined by using the Finite Element Method. Furthermore, the critical distance b which will create the maximum theoretical bending moment for a constant hole diameter of 10 mm, is calculated for steel and each reinforcing angle of the composite beam.

Key Words : Stress concentration factor, Composite beam, A four node isoparametric element

1. GİRİŞ

Gerilme yığılma katsayıları ile ilgili çalışmalar oldukça eskiye dayanmaktadır. Bu konuda kuramsal,

sayısal ve deneysel olarak gerçekleştirilmiş birçok araştırma vardır. Frocht (1936) üzerinde yarı dairesel çentik bulunan izotropik plaklarda gerilmeleri fotoelastik metodla bulmuştur. Fessler ve

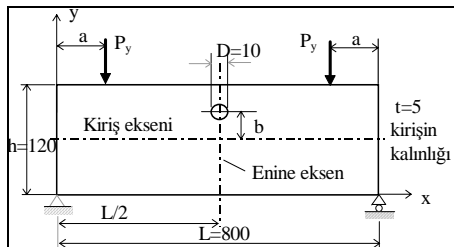
ark. (1980) değişik çentik ve yükleme şartlarında plaklardaki gerilmeler üzerinde çalışmıştır. Raylender ve ark. (1960) fotoelastik metodla eğilme, burulma ve bunların çeşitli bileşik etkisi altındaki dairesel kesitli çubuklarda gerilme yığılma katsayılarını araştırmıştır. Hasabe ve Horinchi (1978), Atsumi (1957) ve Theocaris ve Iokimidis (1979) kompleks fonksiyonları kullanarak değişik çentikli plaklarda gerilme yığılma katsayılarını hesaplamıştır. Kato (1981) elektriksel benzeşim metodu ile burulmaya maruz yuvarlak kesitli millerde gerilme yığılma faktörlerini belirlemiş ve diğer metodlar yardımıyla bulunan sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Kompozit malzemelerden mamul elemanlarda da gerilme dağılımları ve gerilme yığılma faktörleri üzerinde değişik çalışmalar rapor edilmiştir. Belingardi ve ark. (1979) ile Günay ve ark. (1988) dönen ortotropik diskte gerilme dağılımını incelemiştir. Theo de Jong (1981) dikdörtgen delikli ortotropik plaklarda delik civarındaki gerilmeleri bulmuştur. Hoff (1981) yuvarlak delikli dairesel kompozit plakta gerilme yığılmalarını belirlemiştir. Sayman ve ark.(1989) ile Okur ve ark. (1993) kompozit plaklarda gerilme yığılmalarını araştırmışlardır.

Bu çalışmada, enine ekseninde dairesel delik bulunan, sabit eğilme momentine maruz basit kirişte gerilme dağılımları ve gerilme yığılma katsayıları sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir. Sonlu eleman olarak dört düğümlü izoparametrik eleman kullanılmıştır. Ağ bölümü otomatik olarak gerçekleştirilmiş (Zienkiewics ve Philips, 1971), hassas çözüm için delik çevresinde daha küçük elemanlar alınarak hesaplama yapılmıştır.

2. TEORİK İNCELEME

İncelenen kiriş Şekil 1’de görülmektedir.



Şekil 1. Delikli kiriş

Bu çalışmada, incelenen kiriş iki tekil kesme kuvveti etkisindedir. Böylece delik civarında sabit bir moment oluşturulmuştur. Kompozit kiriş 0°, 30°, 45°, 60° ve 90° açılarında takviyelendirilmiştir. Takviye açısı 0° ve 90°den farklı olduğu zaman

kompozit kirişte genel ortotropik durum meydana gelir ve gerilme dağılımı simetrik olmaz. Bu nedenle çalışma boyunca kirişin tamamı gözönüne alınmıştır. Karşılaştırma kolaylığı açısından çelik malzeme için yapılan incelemede de kirişin tümü alınmıştır.

Kullanılan çelik ve kompozit malzeme özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Mühendislik Sabitleri

| Malzeme | E _L (GPa) | E _T (GPa) | v _{LT} | G _{LT} (GPa) |
|--------------------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------------|
| G _r /E _p | 181 | 10.3 | 0.28 | 7.17 |
| Çelik | 200 | 200 | 0.3 | 76.92 |

3. GERİLME YIĞILMA KATSAYILARI

Kirişte enine eksen ve delik civarında gerilme yığılma katsayısı şu şekilde tanımlanmıştır:

$$SCF = \frac{\sigma_1}{\sigma_{xth}} \quad (1)$$

Burada s₁, herhangi bir noktada meydana gelen en büyük asal gerilme, s_{xth} ise aynı noktada kirişin deliksiz olması halinde basit eğilme formülü ile hesaplanan teorik eğilme gerilmesidir. Her nokta için asal gerilmeler (s₁ ve s₂) düzlem gerilme hali dikkate alınarak hesaplanmıştır.

Delik civarında gözönüne alınan her noktada mutlak değerce büyük asal gerilme, (|σ₁| > |σ₂|) yine aynı noktadaki teorik eğilme gerilmesine bölünerek o nokta için yerel gerilme yığılma katsayısı elde edilmiştir. Bunlar arasından en büyüğü yerel maksimum gerilme yığılma katsayısı (SCF_{Locmax}) olarak seçilmiş ve

$$SCF_{Loc\ max} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{xth}} \right)_{\max} \quad (2)$$

bağıntısıyla tanımlanmıştır.

Diğer yandan, gözönüne alınan tüm noktalarda hesaplanan mutlak değerce büyük asal gerilmelerden en büyüğü, gerçekleştiği noktadaki teorik eğilme gerilmesine bölünmesiyle elde edilen değer, kritik gerilme yığılma katsayısı olarak tanımlanmış ve aşağıdaki bağıntıyla belirtilmiştir:

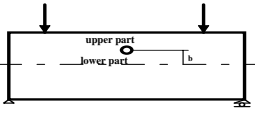
$$SCF_{cr} = \frac{(\sigma_1)_{\max}}{\sigma_{xth}} \quad (3)$$

Malzemede hasar ya da tahribata sebebiyet vermesi yönünden en büyük asal gerilmenin tayin edici rolü gözönüne alınarak (3) bağıntısıyla tanımlanan gerilme yığılma katsayısına kritik sıfatı uygun görülmüştür.

SCF_{Locmax} , oranların en büyüğü alınarak belirlenirken (2), SCF_{cr} ise delik civarında meydana gelen en büyük asal gerilmenin etkisi gözönüne alınarak hesaplanmaktadır. Delik civarında SCF_{Locmax} değerine karşılık, daha düşük bir SCF_{cr} değerinin gerçekleştiği noktada en büyük asal gerilme meydana gelebilmektedir. Delik merkezinin boylamasına eksene yakın olduğu yerlerde, nispeten düşük eğilme gerilmeleri meydana gelmektedir. Fakat aynı noktalarda s_{xth} çok daha küçük olduğundan SCF yükselmektedir. Teorik olarak, s_{xth} sifıra yaklaştığında SCF matematiksel olarak sonsuza gider. Bu sebepten bütün hesaplamalar $|s_{xth}| > 1$ MPa şartında gerçekleştirilmiştir.

SCF, kirişin deliksiz olması durumundaki s_{xth} değeri için hesaplanmıştır. Çok hassas sonuçlar için hesap yapılan yerdeki kirişin net alanı dikkate alınmalıdır. Çünkü dairesel delik, alan atalet momentini küçültüp nötr eksenin yerini değiştirecektir. Bu ikisine bağlı olarak s_{xth} değeri deliksiz alana nazaran daha büyük olur. Bu da SCF'yi düşürür. Gerek delik hesaba katılmadan belirlenen s_{xth} ve SCF, gerekse delik gözönüne alınarak hesaplanan s_{xth} ve SCF'lerin ikisinde de aynı s_1 'e ulaşılacaktır. Kabulün farklı olmasıyla sonuç değişmeyeceğinden uygulamadaki kolaylığı açısından birinci yaklaşım benimsenmiştir. İkinci halde belirlenen SCF'nin uygulayıcı tarafından kullanılabilmesi için, deliğin herhangi bir ve her teorik eğilme konumunda gerilmesi hesaplanırken eğilme formülündeki y ve I değerleri söz konusu konum için yeniden belirlenmelidir. Ayrıca, çelik kirişteki delik civarında SCF_{cr} 'nin belirlendiği noktalarda s_x yanında s_1 asal gerilme değerleri de hesaplanmış ve iki gerilme doğrultusu arasındaki açının genel olarak 1° civarında olduğu görülmüştür. Deliğin, kirişin üst kenarına yakın konumlarında bu açı en fazla 3.2° 'lik bir değer almaktadır. SCF_{cr} hesaplarında asal gerilme s_1 esas alınmıştır.

Tablo 2. Çelik Kirişte Elde Edilen Nümerik Değerler

|  | | b (mm) | | | | | |
|---|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| Upper Part | σ_x (MPa) | -2.45 | -10.50 | -18.88 | -27.65 | -36.86 | -41.42 |
| | σ_{xth} (MPa) | -1.53 | -4.43 | -7.34 | -10.24 | -13.14 | -16.04 |
| | σ_x / σ_{xth} | 1.60 | 2.37 | 2.57 | 2.70 | 2.81 | 2.58 |
| | σ_1 / σ_{xth} | 1.60 | 3.94 | 3.05 | 2.87 | 2.79 | 2.74 |
| Lower Part | σ_x (MPa) | 2.41 | -5.39 | -13.02 | -20.58 | -28.05 | -35.56 |
| | σ_{xth} (MPa) | 1.53 | -1.37 | -4.27 | -7.17 | -10.07 | -12.97 |
| | σ_x / σ_{xth} | 1.57 | 3.93 | 3.05 | 2.87 | 2.78 | 2.74 |
| | σ_1 / σ_{xth} | 1.62 | 2.37 | 2.57 | 2.70 | 2.81 | 2.59 |

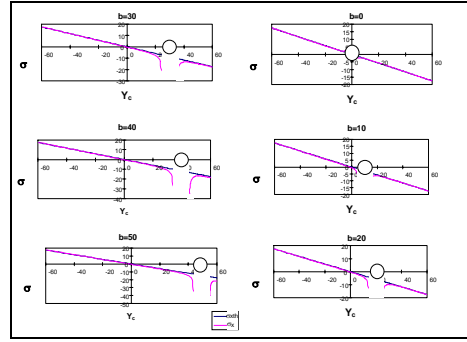
Grafit-epoksi kiriş için yukarıda sözü edilen açı $10^\circ \sim 15^\circ$ arasında değişmektedir.

4. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

4. 1. Gerilmeler

4. 1. 1. Çelik

Şekil 2'den görüldüğü üzere;

Şekil 2. Çelik kiriş için σ_x , $\sigma_{xth} - Y_c$ grafiği

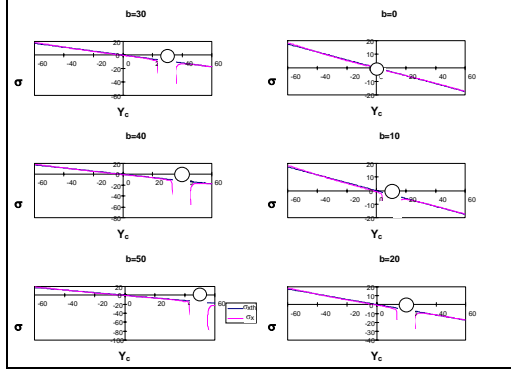
- $b = 0$ pozisyonunda, deliğe kadar olan yerlerde σ_x ve σ_{xth} aynı değerleri almaktadır.
- b mesafesi arttıkça, σ_x derece derece σ_{xth} 'den daha büyük değerleri almaktadır. Bu artış deliğin alt ve üst tarafında belirli noktalarda başlamakta ve deliğin iki tarafına kadar devam etmektedir.
- $b = 20$ mm pozisyonunda deliğin hemen üzerindeki gerilme, maksimum teorik eğilme gerilmesine erişmektedir.
- $b = 30$ mm, $b = 40$ mm ve $b = 50$ mm hallerinde deliğin hemen üstündeki gerilme, $(\sigma_{xth})_{max}$ 'dan giderek daha büyük değerler almaktadır.

Delğin üzerindeki σ_x değerleri, delğin altındakilerden daima büyük olmaktadır.

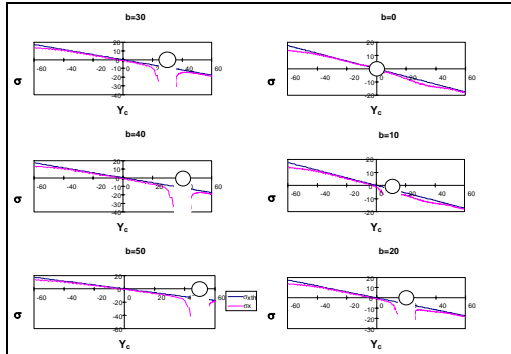
Çelik kiriş için elde edilen sayısal değerler ayrıca Tablo 2' de verilmiştir.

4. 1. 2. Grafit-Epoksi

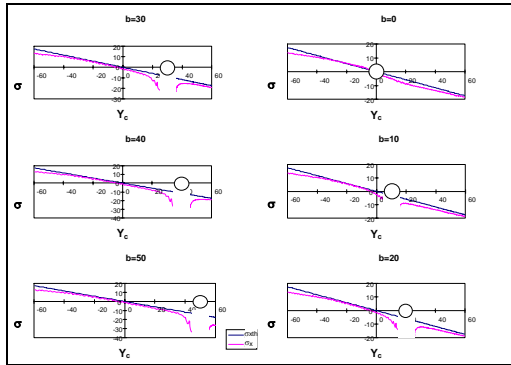
Şekil 3a, b, c, d, e'deki grafiklerden görüldüğü üzere;



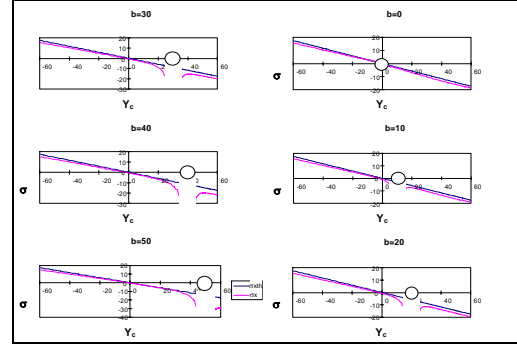
Şekil 3a. Grafit-epoksi kirişte $\theta = 0^\circ$ takviye açısı için σ_x ve $\sigma_{xth} - Y_c$ grafikleri



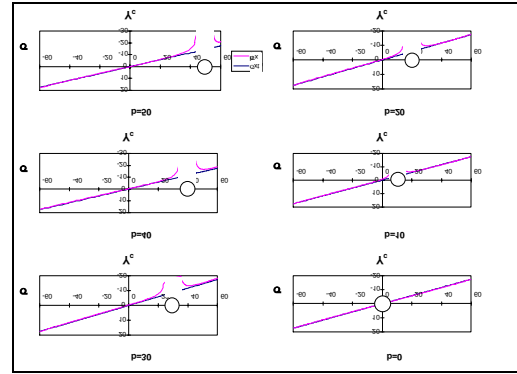
Şekil 3b. Grafit-epoksi kirişte $\theta=30^\circ$ takviye açısı için σ_x ve $\sigma_{xth} - Y_c$ grafikleri



Şekil 3c. Grafit-epoksi kirişte $\theta = 45^\circ$ takviye açısı için σ_x ve $\sigma_{xth} - Y_c$ grafikleri



Şekil 3d. Grafit-epoksi kirişte $\theta = 60^\circ$ takviye açısı için σ_x ve $\sigma_{xth} - Y_c$ grafikleri



Şekil 3e. Grafit-epoksi kirişte $\theta = 90^\circ$ takviye açısı için σ_x ve $\sigma_{xth} - Y_c$ grafikleri

$\theta = 0^\circ$ ve 90° için :

Bu takviye açılarında, çizilen grafikler her bir b mesafesinde çelik için çizilenler ile gerilmelerin seyri itibarıyla büyük bir benzerlik arz etmektedir.

$\theta = 30^\circ, 45^\circ, \text{ ve } 60^\circ$ için:

Bu takviye açılarında ise, delğin üst kısımlarında, s_x daima s_{xth} 'den daha büyük değer almaktadır. Delğin alt kısmında ise bu durumun tamamen tersi gerçekleşmektedir. $\theta = 60^\circ$ takviye açısında, $b = 30$ mm pozisyonunda delğin hemen üstündeki gerilme $(\sigma_{xth})_{max}$ ' dan büyük olmaktadır. Grafit-epoksi kiriş için elde edilen sayısal değerler Tablo 3'te verilmiştir.

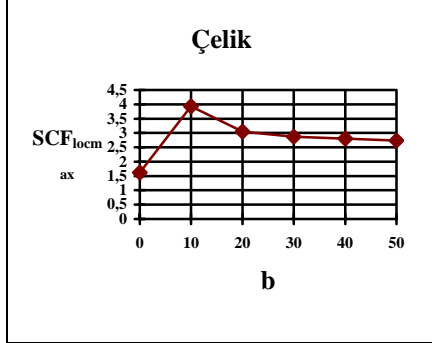
4. 2. Gerilme Yığılma Katsayıları

Şekil 4a' da görüldüğü gibi SCF_{locmax} , $b = 10$ mm noktasına kadar artmakta ve en büyük değeri olan 3. 9' a ulaşmaktadır. Bu noktadan itibaren, SCF_{locmax} b arttıkça azalmakta ve $b = 50$ mm'de 2.7 değerine kadar düşmektedir.

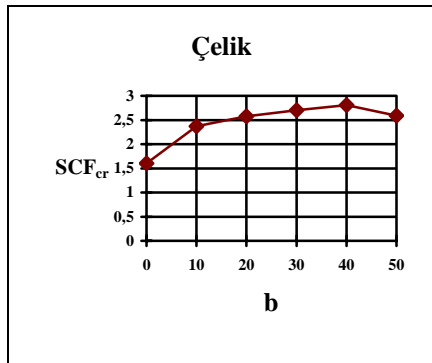
Şekil 4b' de ise $b = 40$ mm'ye kadar SCF_{cr} de küçük bir düşme gözlenmektedir. düzenli olarak artmaktadır. Bu noktadan sonra

Tablo 3. Grafit-Epoksi Kiriş İçin Elde Edilen Nümerik Değerler

| | | Takviye Açısı θ | | | | | Max. Değer | Min. Değer |
|-----------|---------------------------|------------------------|------|------|------|------|------------|------------|
| | | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | | |
| b = 0 mm | σ_x / σ_{xth} | 1.12 | 1.54 | 1.10 | 1.22 | 1.18 | 30° | 45° |
| | SCF_{locmax} | 2.97 | 2.06 | 3.08 | 1.71 | 1.23 | 45° | 90° |
| | SCF_{cr} | 2.97 | 2.06 | 2.82 | 1.71 | 1.23 | 0° | 90° |
| b = 10 mm | σ_x / σ_{xth} | 6.65 | 6.65 | 7.74 | 4.31 | 2.98 | 45° | 90° |
| | SCF_{locmax} | 6.65 | 5.28 | 5.28 | 3.54 | 2.98 | 0° | 90° |
| | SCF_{cr} | 3.73 | 3.66 | 4.60 | 2.35 | 1.78 | 45° | 90° |
| b = 20 mm | σ_x / σ_{xth} | 4.65 | 3.70 | 3.28 | 2.56 | 2.30 | 0° | 90° |
| | SCF_{locmax} | 4.65 | 4.86 | 5.42 | 3.14 | 2.30 | 45° | 90° |
| | SCF_{cr} | 4.07 | 4.20 | 4.45 | 2.73 | 1.90 | 45° | 90° |
| b = 30 mm | σ_x / σ_{xth} | 4.13 | 3.54 | 2.95 | 2.38 | 2.19 | 0° | 90° |
| | SCF_{locmax} | 4.32 | 4.72 | 4.34 | 3.07 | 2.19 | 30° | 90° |
| | SCF_{cr} | 4.32 | 4.69 | 4.30 | 3.07 | 1.96 | 30° | 90° |
| b = 40 mm | σ_x / σ_{xth} | 4.00 | 3.42 | 2.74 | 2.32 | 2.06 | 0° | 90° |
| | SCF_{locmax} | 4.74 | 4.75 | 4.44 | 3.35 | 2.06 | 30° | 90° |
| | SCF_{cr} | 4.74 | 4.75 | 4.44 | 3.32 | 1.93 | 30° | 90° |
| b = 50 mm | σ_x / σ_{xth} | 3.90 | 3.26 | 2.58 | 2.24 | 2.08 | 0° | 90° |
| | SCF_{locmax} | 5.06 | 5.67 | 4.45 | 4.31 | 2.36 | 30 | 90° |
| | SCF_{cr} | 5.06 | 5.67 | 4.45 | 4.31 | 2.36 | 30° | 90° |



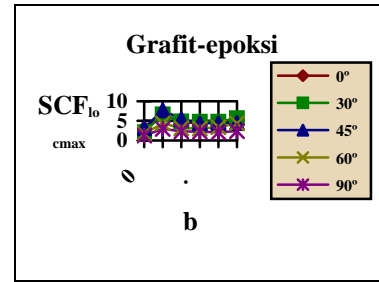
(a)



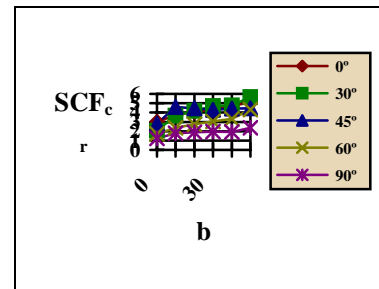
(b)

Şekil 4a.b. Çelik kirişte SCF_{locmax} -b ve SCF_{cr} -b grafikleri

Şekil 5a'da bütün takviye açılarında Grafit-Epoksi için çizilen SCF_{locmax} -b grafiği Şekil 4a' daki çelik kiriş için çizilene benzemektedir.



(a)

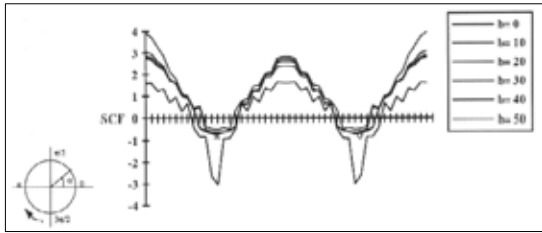


(b)

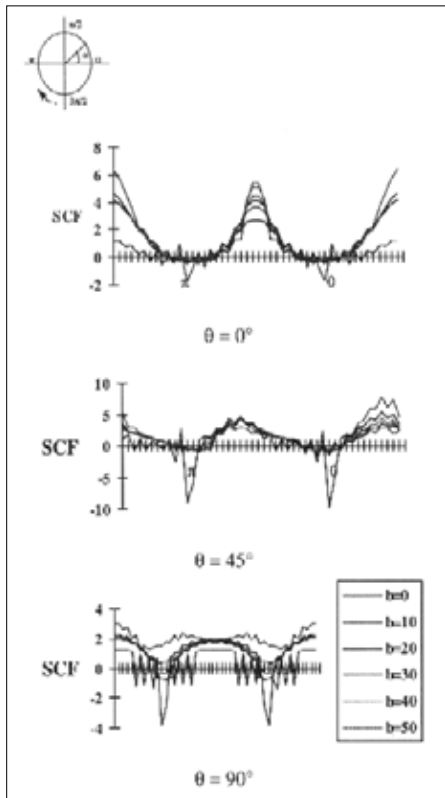
Şekil 5a. b. Grafit-epoksi kiriş için SCF_{locmax} -b ve SCF_{cr} -b grafikleri

Şekil 5b' de de görüldüğü gibi, çelik kirişten farklı olarak, her bir takviye açısı için grafit-epoksinin SCF_{cr} grafiği düzenli olarak artmaktadır. $\theta = 45^\circ$ takviye açısında elde edilen, diğerlerinden bir miktar farklılık göstermektedir. Bu durum FEM'in bu takviye açısında yetersizliğinden kaynaklanmaktadır.

Delik civarındaki SCF'nin değişimi Şekil 6'da çelik kiriş için, Şekil 7'de ise değişik takviye açılarındaki grafit-epoksi kiriş için verilmiştir.



Şekil 6. Çelik kiriş için delik civarındaki SCF'nin değişimi



Şekil 7. Grafit-Epoksi kiriş için değişik takviye açılarındaki delik civarındaki SCF'nin değişimi

4. 3. Kritik Değerler

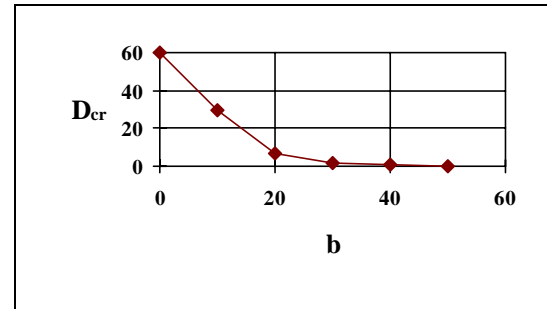
Bu çalışmada iki kritik büyüklük tanımlanmıştır. Bunlardan birincisi için delik çapının sabit kalması

koşuluyla, merkezden uzaklaştığı durumlarda delik civarındaki gerilmenin giderek arttığı ve $b = 50$ mm ekstrem konumda bu değer, s_x , en büyük teorik eğilme gerilmesi, $(s_{xth})_{max}$ 'ın 2.5~3 katı değerine ulaştığı belirlenmiştir. İşte s_x ' in $(s_{xth})_{max}$ ' a eksenden itibaren ulaştığı ilk noktaya denk gelen b mesafesi b_{cr} olarak tanımlanmıştır. İkinci olarak altı değişik b mesafesinin her birinde delik çapının sıfırdan başlayarak ulaştığı öyle bir D_{cr} çapı tanımlanmıştır ki bu çapta delik civarındaki en büyük gerilme $(\sigma_{xth})_{max}$ ' a ilk kez ulaşmaktadır.

$b < b_{cr}$ halinde delik civarında oluşan gerilmeler, $(s_{xth})_{max}$ ' a ulaşmadığından pratikte bir önem taşımayacaktır. Bu durumda kiriş dizaynı için doğrudan $(s_{xth})_{max}$ ' ın dikkate alınması yeterli olacaktır. Aynı durum $D < D_{cr}$ halinde de geçerlidir.

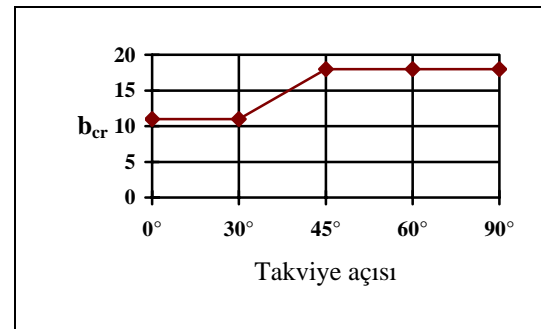
Kritik b mesafesi ve kritik delik çapı tanımlamalarının gösterdiği özellikler çelik ve grafit-epoksi örneklerinde benzerlik arz etmektedir.

Üzerine 10 mm çaplı delik açılmış bir çelik kirişte b_{cr} değeri 18 mm olarak bulunmuştur. Gene çelik örnek için D_{cr} 'nin b'ye bağlı olarak değişimi Şekil 8' de verilmiştir.



Şekil 8. Çelik kiriş için D_{cr} - b grafiği

Grafit-epoksi için kritik b mesafesinin takviye açılara göre değişimi Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. 10 mm çaplı deliğe sahip grafit-epoksi kiriş için kritik b mesafeleri

5. KAYNAKLAR

Atsumi, A. 1957. Stress Concentrations in a Strip Under Tension and Containing Two Pairs of Semi Circular Notches Placed on the Edges Symmetrically, Journal of Applied Mechanics.

Belingardi, G., Genta, G., and Gola, M. 1979. A Study of the Stress Distribution in Rotating, Orthotropic Discs, Composites, IPC Business Press, 77.

Fessler, H., and Woods, P. J. 1980. Stress Concentrations at Axially Loaded Projections of Flat Bars, Journal of Strain Analysis 15 (3), 137.

Frocht, M. 1936. Photoelastic Studies in Stress Concentration, Mechanical Engineering. 485.

Günay, D., Tekelioglu, M., and Sayman, O. 1988. "Stress Analysis of Fiber Composite Rotating Discs" **International Modelling and Simulation Conference** (AMSE), June 29-July 1, 1988, Istanbul.

Hasabe, N., and Horinchi, Y. 1978. Stress Analysis for a Strip with Semi-Elliptical Notches or Cracks on Both Sides by Means of Rotational Mapping Function, Ingenieur Archiv 47, 169.

Hoff, N. J. 1981. Stress Concentrations in Cylindrically Orthotropic Composite Plates With a Circular Hole, Journal of Applied Mechanics,

Vol. 48, 563.

Kato, A. 1981. Stress Concentration Factors of Semi Circular Grooves in Torsion, Bulletin of the ASME, Vol. 24 (194), 1341.

Okur, A., Sayman, O., and Karakuzu, R. 1993. Stress Concentrations At axially Loaded Projections of Composite Flat Plates, Modelling, Measurement and Control, B, AMSE Press, 49 (2), 57.

Rylander, H. G., Rocha, P. M. A., Kreisle, L. F. 1960. and Vaughn, C. J., Stress Concentration Factors in Shouldered Shafts Subjected to Combinations of Flexure and Torsion, Journal of Engineering for Industry, 301.

Sayman, O., Savran, M., Günay. D. 1989. Stress Concentration Factors on Unidirectional Composite Plates, Modelling, Simulation and Control, B, AMSE Press, 49 (2), 35.

Theo de Jong 1981. Stresses Around Rectangular Holes in Orthotropic Plates, Journal of Composite Materials, 15, 311.

Theocaris, P. S., and Iokimidis, N. 1979. The V. Notched Elastic Half-Plane Problem, Acta Mechanica.

Zienkiewics, O. C., and Philips, D. V. 1971. An Automatic Mesh Generation Scheme for Plane and Curved Surfaces by "isoparametric" coordinates. Int. J. Numerical Methods In Engineering 3, 519.