

*Araştırma Makalesi - Research Article*

# Süperkritik Bir Nükleer Reaktörde İki-Nokta Kinetik Modelin İteratif Çözümü

## Iterative Solution of a Two-point Kinetic Model for a Supercritical Nuclear Reactor

Ali İhsan Göker<sup>1\*</sup>, Mehtap Arslan<sup>2</sup>

*Geliş / Received: 17/08/2021*

*Revize / Revised: 13/09/2021*

*Kabul / Accepted: 15/09/2021*

### ÖZ

Nükleer enerji, kesintisiz güç sağladığı için yenilenebilir enerji kaynaklarına göre geçerli bir alternatif oluşturmaktadır. Nükleer enerjinin ticari kullanımı ise nükleer reaktörlerde gerçekleşen kontrollü fisyon reaksiyonu yoluyla gerçekleşmektedir. Bu çalışmada, fisyon reaksiyonunu tetikleyen nötronlar çabuk ve geciken nötronlar olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Süperkritik bir reaktör için, iki-nokta kinetik model numerik ve iteratif olarak çözülmüştür. Reaktivitenin lineer olarak arttığı durum için çekirdek, reflektör ve geciken nötron sayıları ilk değerler seçilerek zamanın fonksiyonu olarak hesaplanmıştır. Sonuçlarımız, artan geciken nötron oranı  $\beta$ 'nin çekirdek ve reflektördeki nötron sayılarının üstel artış trendini kırdığını göstermektedir.  $\beta=0.5$  değerine ulaşıldığında çekirdek ve reflektördeki nötron sayıları stabilleşmekte,  $\beta>0.5$  bölgesinde ise asimptotik olarak sıfıra yakınsamaktadır. Geciken nötronlar  $\beta<0.5$  iken üstel olarak artarken,  $\beta=0.5$  olduğunda lineer olarak artmaktadır.  $\beta>0.5$  olduğunda geciken nötron sayısı sıfırdan farklı bir değere asimptotik olarak yakınsamaktadır. Bu şekilde, geciken nötron oranını artırarak süperkritik bir reaktörde fisyon reaksiyonunun kontrol altında tutulabileceği gözlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler-** Nükleer Enerji, Kritiklik, Geciken Nötron, Fisyon

### ABSTRACT

Nuclear energy constitutes a viable alternative to the renewable energy sources since it provides uninterrupted power. Commercial use of nuclear power takes place via the controlled fission reaction that takes place within nuclear reactors. In this work, neutrons that trigger the fission reaction are separated into two as prompt and delayed neutrons. Two-point kinetic model is solved numerically and iteratively for a supercritical reactor. Core, reflector, and delayed neutron numbers are computed as a function of time by selecting initial values for a situation where the reactivity increases linearly. Our results show that growing delayed neutron fraction  $\beta$  breaks the exponential growth trend of the core and reflector neutron numbers. When  $\beta=0.5$  value is reached, core and reflector neutron numbers stabilize, while they converge to zero asymptotically in  $\beta>0.5$  region. While delayed neutrons increase exponentially when  $\beta<0.5$ , they grow linearly when  $\beta=0.5$ . When  $\beta>0.5$ , delayed neutron number asymptotically converges to a finite value. In this manner, it is observed that the fission reaction can be kept under control in a supercritical reactor by ramping up the delayed neutron fraction.

**Keywords-** Nuclear Energy, Criticality, Delayed Neutron, Fission

<sup>1\*</sup>Sorumlu yazar iletişim: [aihsan.goker@bilecik.edu.tr](mailto:aihsan.goker@bilecik.edu.tr) (<https://orcid.org/0000-0001-8645-4617>)  
Fizik Bölümü, Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, 11100, Merkez, Bilecik, Türkiye  
<sup>2</sup>İletişim: [marслан1705@gmail.com](mailto:marслан1705@gmail.com) (<https://orcid.org/0000-0001-7463-1866>)  
Fizik Bölümü, Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, 11100, Merkez, Bilecik, Türkiye

## I. GİRİŞ

Küresel ısınmaya yol açan CO<sub>2</sub> salımına insanların katkısının hızla arttığına dair giderek artan bir konsensüs oluşmuştur. İnsanların taşıma ve enerji üretiminde yaygın olarak kullandığı ve CO<sub>2</sub> salımının çok fazla olduğu fosil yakıtlardan yenilenebilir enerji kaynaklarına geçiş yaparak küresel ısınmanın etkilerinin azaltılması hedeflenmektedir [1,2]. Yenilenebilir enerji kaynaklarıysa düşük verim ve kapasite oranlarıyla sanayinin ihtiyaçlarını karşılamaktan çok uzakta kalmaktadır. Bu noktada, nükleer enerji yüksek verim ve kapasite oranıyla önemli bir alternatif teşkil etmektedir. Nükleer santrallerde meydana gelebilecek olası radyoaktif sızıntı ihtimali ise kamuoyunun nükleer enerjiye olan ilgisini sınırlayıcı bir faktör olarak karşımızda durmaktadır [3]. Nükleer enerjiye duyulan tereddüdün aşılabilmesi için güvenlik kaygılarının tatmin edici bir şekilde ele alınması şarttır [4,5]. Bundan dolayı, reaktörde gerçekleşen fisyon reaksiyonunun kontrol altında tutulabilmesi hayati önem taşımaktadır.

Nokta reaktör kinetik denklemleri reaktör ve geciken nötronların zamana bağlı gelişimini veren eşleşmiş diferansiyel denklemlerdir. Nokta kinetik denklemler çıkarılırken, nötron denge denklemlerinin uzaya bağımlılığı ortadan kaldırılır ve bütün reaktör efektif nötron oluşum zamanına sahip bir nokta ortam olarak kabul edilir. Deneysel sonuçlar geleneksel tek nokta reaktör kinetik modelinin kalın bir yansıtıcı tarafından çevrelenmiş küçük bir çekirdekte oluşan reaktörlerde yetersiz kaldığını göstermiştir. Bundan dolayı, yansımali reaktörlerin davranışını açıklayabilmek için iki-nokta reaktör kinetik modeli ortaya atılmıştır [6,7]. Bu modelde, çekirdekte reflektöre kaçan ve reflektörden çekirdeğe geri dönen nötron kesirleri vasıtasıyla reaktör içerisindeki nötron göçü hesaba katılır.

Kaynak terimi olmadan iki nokta reaktör kinetik modelinin çözümü için üstel fonksiyonlardan oluşan baz fonksiyonu analitik çözümü, temel matris metodu gibi teknikler kullanılmıştır [8, 9]. Yine kaynak terimi olmaksızın sabit kinetik parametreler içeren iki nokta kinetik modelin analitik çözümünde belirli bir limitte iki nokta ve tek nokta reaktör kinetik modellerin eşdeğer olduğu gösterilmiştir. Bu çalışmada ise iki nokta reaktör kinetik modelini sonlu farklar yöntemiyle iteratif olarak ilk değer problemi haline getireceğiz. Elde ettiğimiz kesikli denklem setiniyse süperkritik bir reaktörde lineer artan reaktivite için değişik geciken nötron oranları ile çözerek reaktör, reflektör ve geciken nötron sayılarının zamana göre gelişimini hesaplayacağız.

## II. MATERYAL VE METOT

Bir grup geciken nötronlar için iki noktalı reaktör kinetik modeli

$$\frac{dN_c}{dt} = \frac{\rho - \beta - a_{cr} a_{rc}}{\Lambda_c} N_c + \frac{a_{rc}}{l_r} N_r + \lambda C + S \quad (1)$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda_c} N_c - \lambda C \quad (2)$$

$$\frac{dN_r}{dt} = \frac{a_{cr}}{\Lambda_c} N_c - \frac{N_r}{l_r} \quad (3)$$

denklemleri ile verilir [6,7]. Burada  $N_c$  çekirdekteki nötron sayısı,  $N_r$  reflektördeki nötron sayısı,  $C$  ise geciken nötron sayısına karşılık gelmektedir. Fisyon reaksiyonunda nötronlar iki gruba ayrılır: fisyon reaksiyonundan hemen sonra ( $10^{-14}$  s mertebesinde) salınan çabuk nötronlar ve fisyon reaksiyonundan sonraki radyoaktif bozunma sonucu milisaniyeler ve dakikalar sonra salınan geciken nötronlar. Dolayısıyla nötronların çoğalmasına çabuk ve geciken nötronların tamamen farklı zaman tepkileri gösterilir.  $\Lambda_c$  sonsuz bir çekirdek için nötron oluşum zamanını,  $l_r$  reflektördeki nötron ömrünü,  $a_{rc}$  reflektör nötronlarının çekirdeğe akanlarının oranını,  $a_{cr}$  fisyon reaksiyonu sonucu oluşan nötronlardan reflektöre kaçanların oranını,  $\rho$  çekirdek reaktivitesini,  $\lambda$  geciken nötron grubun bozunma sabitini ve  $\beta$  geciken nötron grubunun oranını temsil etmektedir.  $S$  ise dış nötron kaynağına karşılık gelmektedir. Bu çalışmada dış nötron kaynağı olmadığını varsayacağız. Bu diferansiyel denklem grubunu sonlu farklar yöntemiyle kesikleştirirsek

$$N_c(t + \Delta t) = N_c(t) + \frac{\rho - \beta - a_{cr} a_{rc}}{\Lambda_c} N_c(t) \Delta t + \frac{a_{rc}}{l_r} N_r(t) \Delta t + \lambda C(t) \Delta t \quad (4)$$

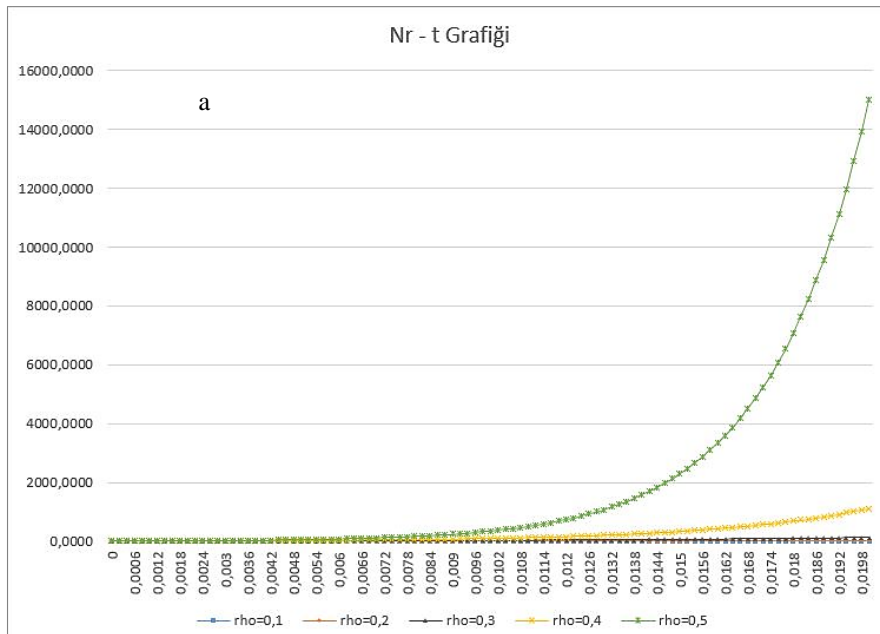
$$C(t + \Delta t) = C(t) + \frac{\beta}{\Lambda_c} N_c(t) \Delta t - \lambda C(t) \Delta t \quad (5)$$

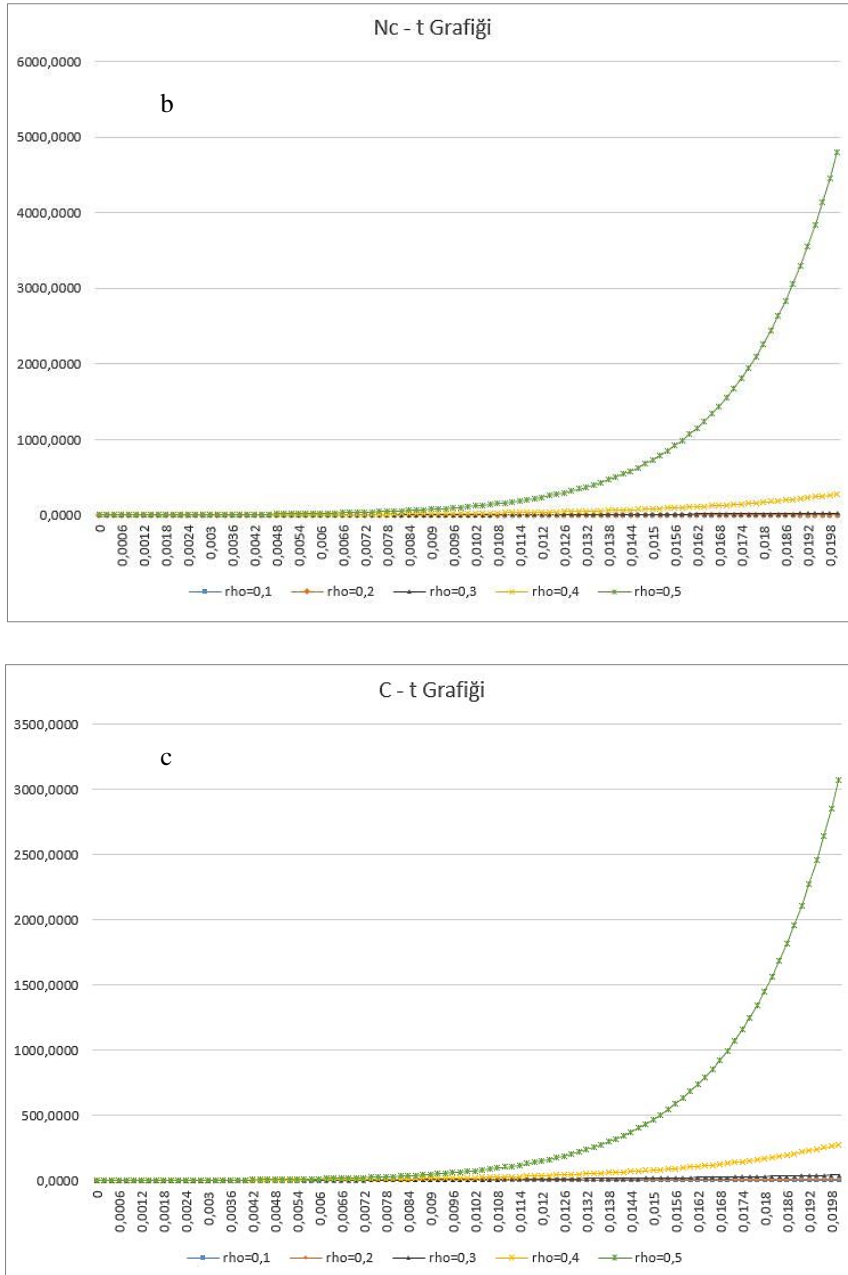
$$N_r(t + \Delta t) = N_r(t) + \frac{a_{cr}}{\Lambda_c} N_c(t) \Delta t - \frac{N_r(t)}{l_r} \Delta t \quad (6)$$

denklem setine ulaşırız [11]. Bu ilk değer problemi olup, verilen  $N_c(t_0)$ ,  $N_r(t_0)$  ve  $C(t_0)$  eşitliklerin sağ tarafına yerleştirilerek  $N_c(t_0 + \Delta t)$ ,  $N_r(t_0 + \Delta t)$  ve  $C(t_0 + \Delta t)$  değerleri elde edilir. Bunlar tekrar eşitliklerin sağ tarafına yazılarak hesaplama yapılırca bir sonraki değerler elde edilir ve bu iterasyon istenen zaman değerine ulaşınca kadar devam ettirilir.

### III. BULGULAR VE TARTIŞMA

Hesaplamalarımızda zaman adımı olarak  $\Delta t = 0.2$  ms değerini kullandık. Bunun altındaki zaman adımları için iterasyon sonucunda elde ettiğimiz değerlerde bir değişiklik olmamıştır ve bu zaman adımı hesaplamada kullandığımız diğer zaman ölçeklerinin hepsinden çok daha küçük olduğu için yaptığımız hesaplamaların tümü bu zaman adımıyla gerçekleştirilmiştir.





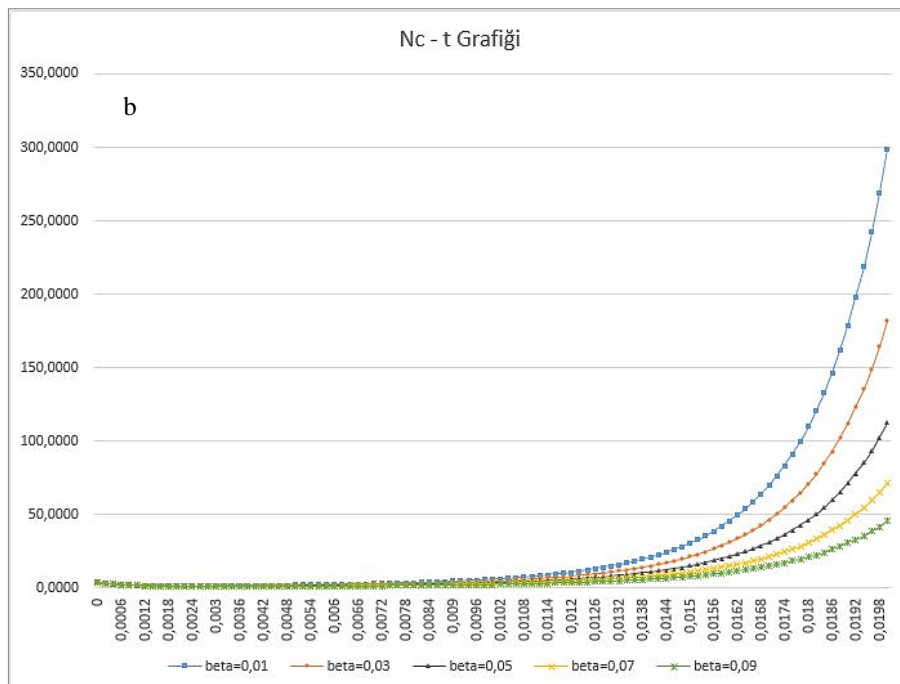
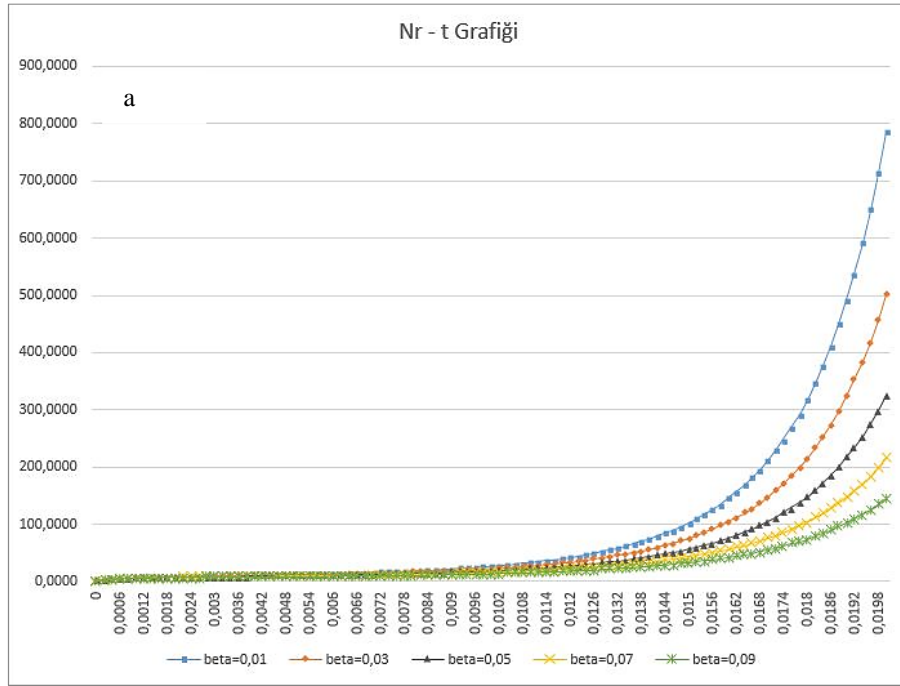
**Şekil 1.**  $\beta=0.1$ ,  $\Lambda_c=0.4$  ms,  $t_r=4$  ms,  $\lambda=0.1$  s<sup>-1</sup>,  $a_n=0.5$ ,  $a_{cr}=0.8$  ve  $N_c(0)=4$ ,  $N_r(0)=1$ ,  $C(0)=2$  ilk değerleri ve farklı  $\rho$  değerleri için  $N_r$  (panel a),  $N_c$  (panel b) ve  $C$ 'nin (panel c) zamana bağlı değişimi

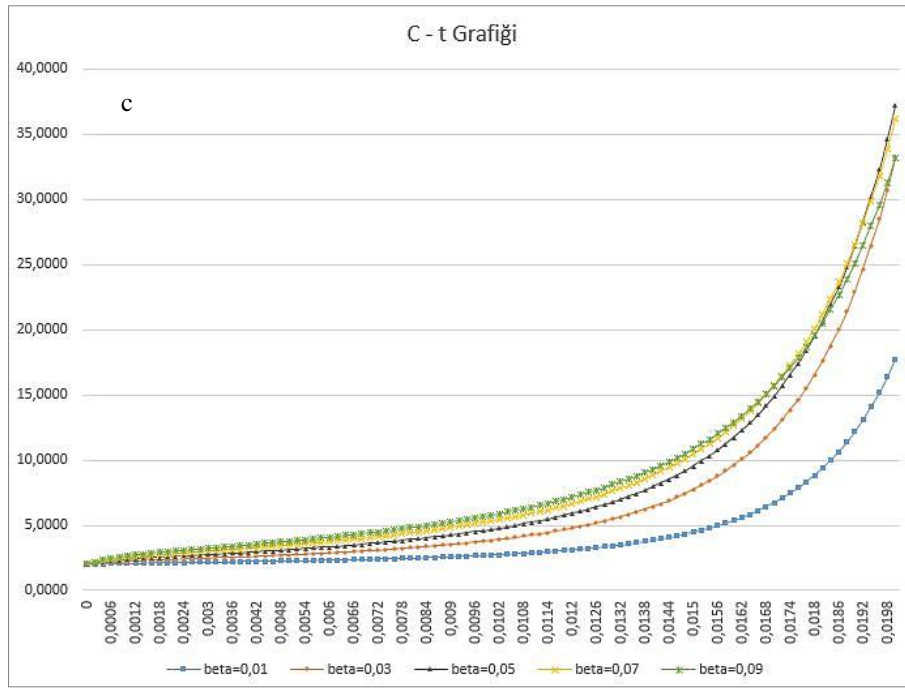
Şekil 1'de seçilen ilk değerler için  $N_r$ ,  $N_c$  ve  $C$ 'nin farklı  $\rho$  değerleri için zamana bağlı gelişimi gösterilmiştir.  $\rho=0$  kritik bir reaktöre karşılık gelmekte olup, hesaplama yaptığımız  $\rho$  değerleri süperkritik reaktöre tekabül etmektedir. Grafiklerden görüldüğü gibi  $\rho$  arttıkça  $N_r$ ,  $N_c$  ve  $C$  üstel artış davranışı göstermektedir. Zincirleme reaksiyon başladığı için bu tamamen beklenen bir durumdur. Dolayısıyla bu şekil, yaptığımız hesaplamamızın doğruluğunu teyit eder niteliktedir.

Bundan sonraki aşamada reaktiviteyi lineer olarak  $\rho = 0.1 + 20t$  olacak şekilde artırırken,  $N_r$ ,  $N_c$  ve  $C$ 'nin zamana göre gelişimini yine Şekil 1'deki ilk değerleri kullanarak farklı geciken nötron oranı  $\beta$  değerleri için hesapladık. Elde ettiğimiz sonuçlar Şekil 2 ve 3'te gösterilmiştir. Bu grafiklerden iki farklı trend yakalamaktayız.

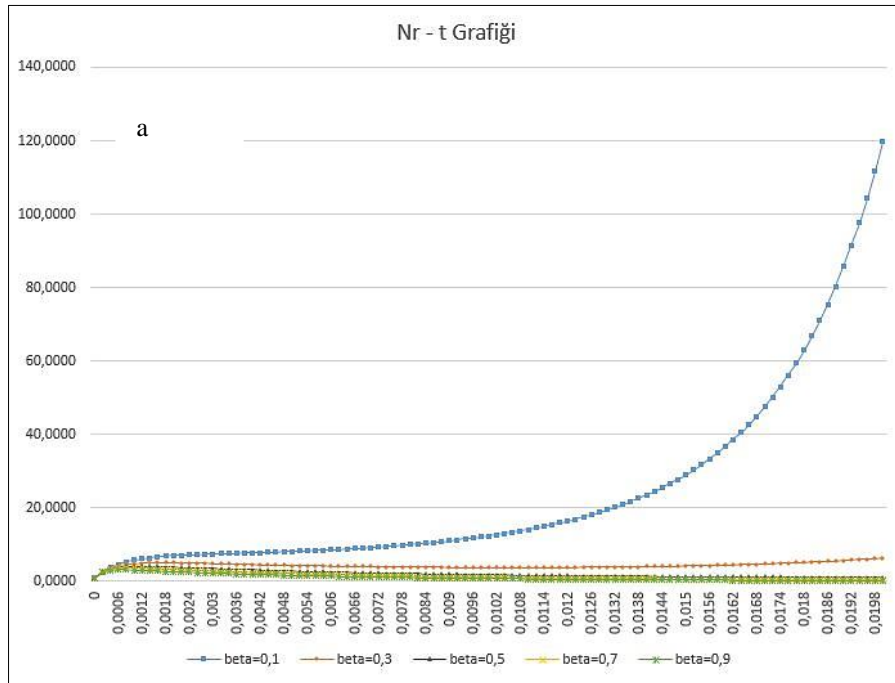
Birincisi,  $N_r$ ,  $N_c$  reaktivite süperkritik durumda giderek arttığı için düşük  $\beta$  değerleri için beklendiği gibi üstel artış davranışı göstermektedir. Fakat  $\beta$  artmaya başladıkça ve özellikle  $\beta > 0.1$  bölgesinde üstel artış trendinin giderek kırıldığı görülmektedir.  $\beta = 0.5$  değerine ulaştığında,  $N_r$ ,  $N_c$  değerler istabilleşmekte,  $\beta > 0.5$  bölgesinde ise  $N_r$ ,  $N_c$  asimptotik olarak sifıra yakınsamaktadır.

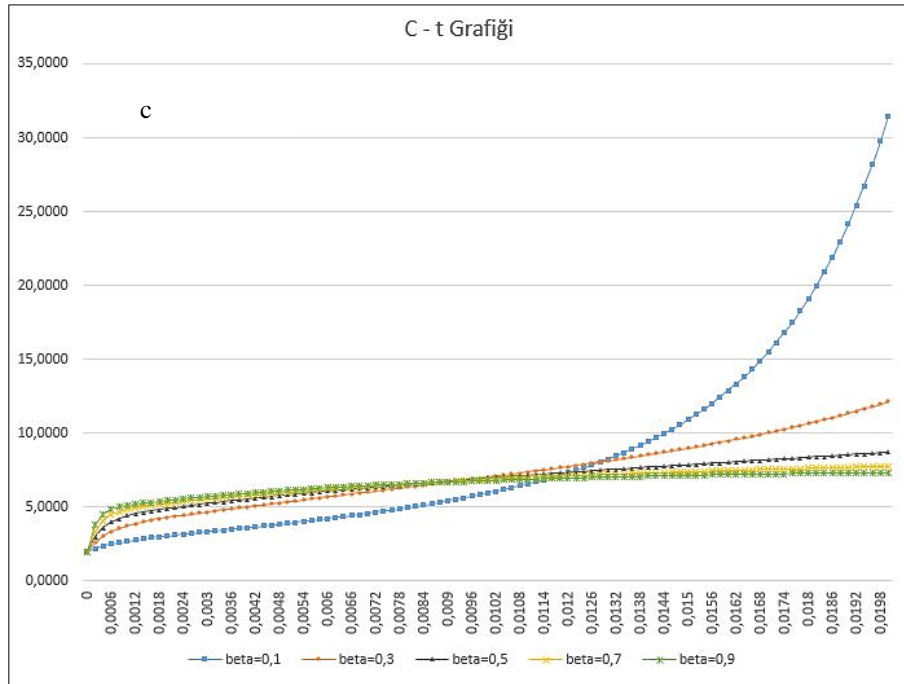
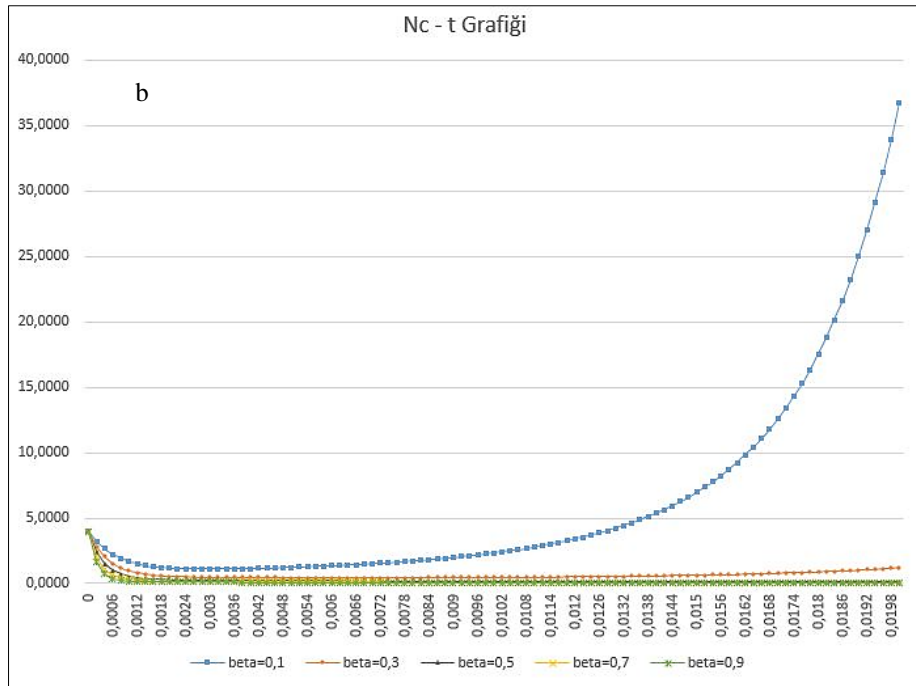
İkinci trend ise  $C$ 'nin davranışında görülmektedir.  $\beta < 0.1$  iken  $C$ 'nin üstel artış davranışı gösterdiği Şekil 2'de görülmektedir. Bu bölgede artan  $\beta$  değerleri  $C$  değerlerini artırmaktadır. Fakat, bu durum  $\beta \approx 0.1$  iken değişmeye başlar ve  $\beta = 0.5$  değerine ulaştığında üstel artış Şekil 3'de yerini lineer artışa bırakmaktadır.  $\beta > 0.5$  olduğunda ise Şekil 3'de  $C$  sıfırdan farklı bir değere asimptotik olarak yakınsamaktadır.





Şekil 2.  $\rho=0.1+20t$ ,  $\Lambda_c=0.4$  ms,  $l_r=4$  ms,  $\lambda=0.1$  s<sup>-1</sup>,  $a_{rc}=0.5$ ,  $a_{cr}=0.8$  ve  $N_c(0)=4$ ,  $N_r(0)=1$ ,  $C(0)=2$  ilk değerleri ile farklı  $\beta$  (beta=0.01, beta=0.03, beta=0.05, beta=0.07, beta=0.09) değerleri için  $N_r$  (panel a),  $N_c$  (panel b) ve  $C$ 'nin (panel c) zamana bağlı değişimi

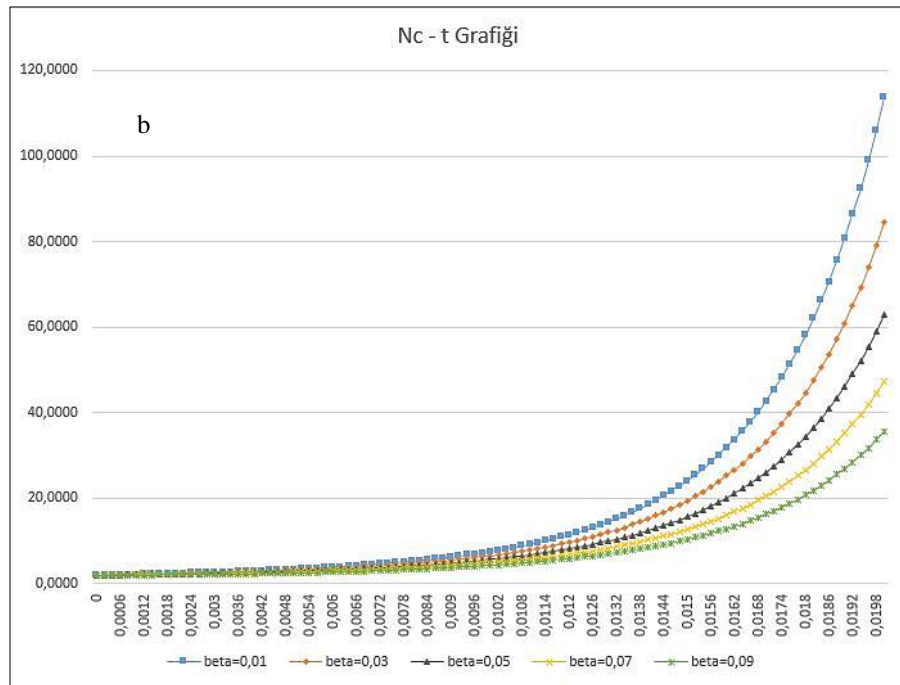
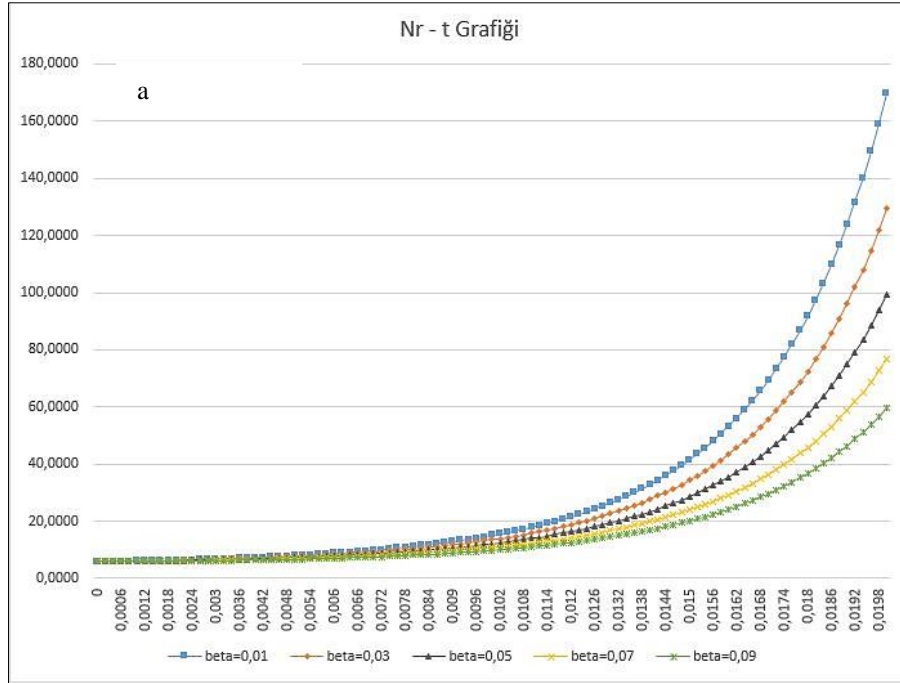




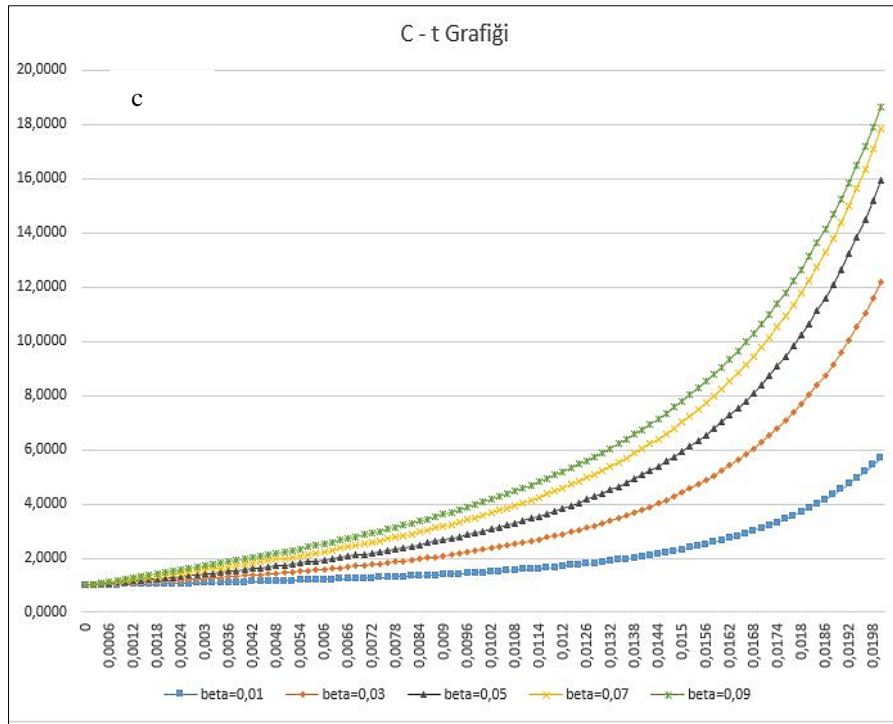
**Şekil 3.**  $\rho=0.1+20t$ ,  $\Lambda_c=0.4$  ms,  $l_r=4$  ms,  $\lambda=0.1$  s<sup>-1</sup>,  $a_{rc}=0.5$ ,  $a_{cr}=0.8$  ve  $N_c(0)=4$ ,  $N_r(0)=1$ ,  $C(0)=2$  ilk değerleri ile farklı  $\beta$  (beta=0.1, beta=0.3, beta=0.5, beta=0.7, beta=0.9) değerleri için  $N_r$  (panel a),  $N_c$  (panel b) ve  $C$ 'nin zamana bağlı değişimi

Elde ettiğimiz sonuçların seçtiğimiz ilk değerlere bağlı olup olmadığını tespit etmek için hesaplamalarımızı farklı ilk değerler seçerek tekrarladık. Elde ettiğimiz sonuçlar Şekil 4 ve 5'te gösterilmiştir. Burada da görüldüğü üzere  $N_r$ ,  $N_c$  ve  $C$ 'nin zamana bağlı gelişimi Şekil 2 ve 3'tekine çok benzerdir. Tek fark, Şekil 4'te görüldüğü gibi  $C$ 'nin  $\beta < 0.1$  bölgesinde artan değerleri için Şekil 2'ye göre artışının daha monotonic olmasıdır. Bunun haricinde Şekil 2 ve 3 için ulaştığımız sonuçların hepsi Şekil 4 ve 5 için de geçerlidir. Bu da, yaptığımız

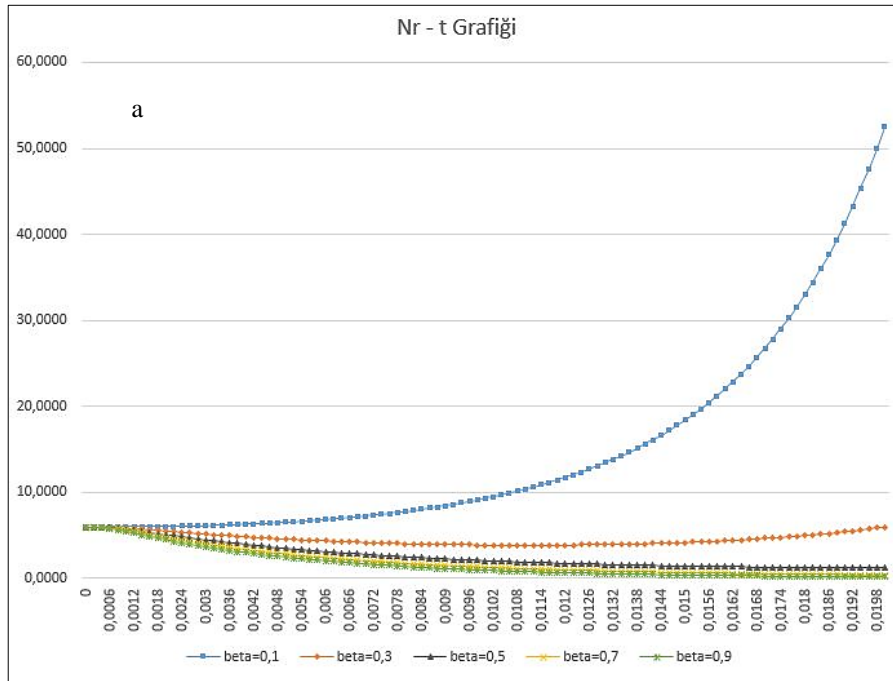
hesaplamalar sonucu elde ettiğimiz  $N_r$ ,  $N_c$  ve  $C$ 'nin zamana bağlı gelişimindeki trendlerin seçilen ilk değerlerden bağımsız olduğunu kanıtlamaktadır.

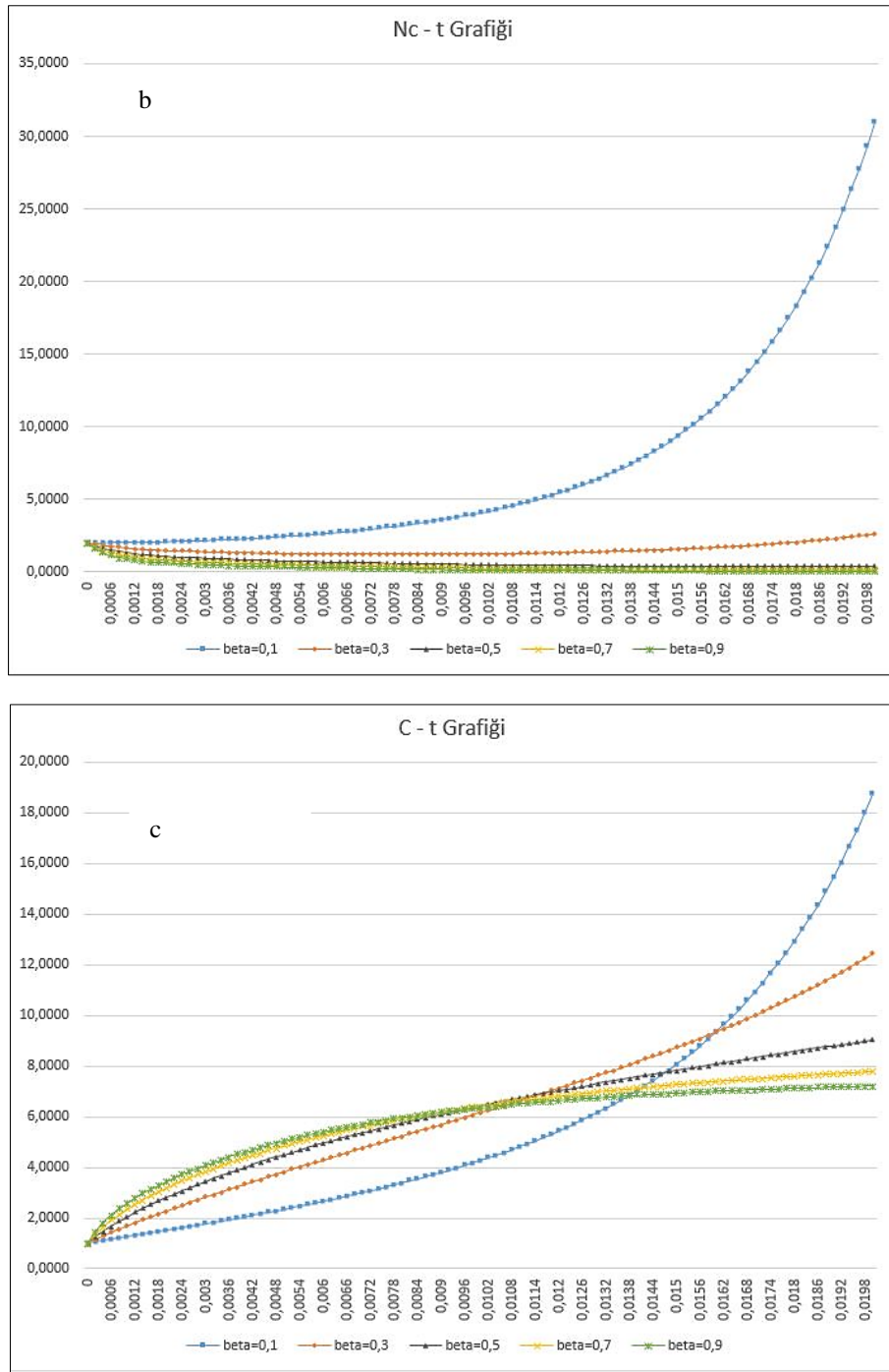






Şekil 4.  $\rho=0.1+20t$ ,  $\Lambda_c=0.8\text{ms}$ ,  $l_r=3\text{ms}$ ,  $\lambda=0.1\text{ s}^{-1}$ ,  $a_{rc}=0.5$ ,  $a_{cr}=0.8$  ve  $N_c(0)=2$ ,  $N_r(0)=6$ ,  $C(0)=1$  ilk değerleri ile farklı  $\beta$  ( $\beta=0.01$ ,  $\beta=0.03$ ,  $\beta=0.05$ ,  $\beta=0.07$ ,  $\beta=0.09$ ) değerleri için  $N_r$  (panel a),  $N_c$  (panel b) ve  $C$ 'nin zamana bağlı değişimi





Şekil 5.  $\rho=0.1+20t$ ,  $\Lambda_c=0.8ms$ ,  $l_r=3ms$ ,  $\lambda=0.1 s^{-1}$ ,  $a_{rc}=0.5$ ,  $a_{cr}=0.8$  ve  $N_r(0)=2$ ,  $N_c(0)=6$ ,  $C(0)=1$  ilk değerleri ile farklı  $\beta$  ( $\beta=0.1$ ,  $\beta=0.3$ ,  $\beta=0.5$ ,  $\beta=0.7$ ,  $\beta=0.9$ ) değerleri için  $N_r$  (panel a),  $N_c$  (panel b) ve  $C$ 'nin (panel c) zamana bağlı değişimi

#### IV. SONUÇLAR

Bu makalede süperkritik bir nükleer reaktörde çekirdek, reflektör ve geciken nötron sayılarının zamana bağlı gelişimini süperkritik bir nükleer reaktörde iki nokta kinetik modeli iteratif olarak numerik çözümlerle hesapladık. Elde ettiğimiz sonuçlar reaktivite zamana bağlı olarak lineer artarken, geciken nötron oranını artırmanın çekirdek ve reflektördeki nötron sayısının üstel artışını durdurduğunu ve hatta sıfıra indirebildiğini göstermektedir. Geciken nötron sayısı ise yine artan geciken nötron oranıyla üstel artıştan asimptotik yakınsamaya

gitmektedir. Bu şekilde, bu makale ile reaktivite artsa bile geciken nötron oranını artırarak zincirleme reaksiyon oluşumunun önüne geçilebileceğini göstermiş olduk. Gelecekteki çalışmalarda bu probleme zamana bağlı bir nötron kaynağı ekleyerek sonuca etkisini hesaplamayı planlıyoruz.

#### KAYNAKLAR

- [1] Mitchell, C. (2016). Momentum is increasing towards a flexible electricity system based on renewables. *Nature Energy*, 1(15030), 1-6.
- [2] Meckling, J., Sterner, T. & Wagner, G. (2017). Policy sequencing towards decarbonization. *Nature Energy*, 2(12), 918-922.
- [3] Bunn, M. & Heinonen, O. (2011). Preventing the next Fukushima, *Science*, 333(6049), 1580-1581.
- [4] Dai, J, Li, S., Bi, J. & Ma, Z. (2019). The health risk-benefit feasibility of nuclear power development, *Journal of Cleaner Production*, 224, 198-206.
- [5] Qi-Zhen, Y. E. (2016). Safety and effective developing nuclear power to realize green and low-carbon development. *Advances in Climate Change Research*, 7, 10-16.
- [6] Van Dam, H. (1996). In hour equation and kinetic distortion in a two-point reactor kinetic model. *Annals of Nuclear Energy*, 23(14), 1127-1142.
- [7] Spriggs, G. D., Busch, R. D., & Williams, J. G. (1997). Two-region kinetic model for reflected reactors. *Annals of Nuclear Energy*, 24(3), 205-250.
- [8] Aboanber, A. E., & Nahla, A. A. (2018). Mathematical treatment for two-point reactor kinetics model of reflected systems. *Progress in Nuclear Energy*, 105, 287-293.
- [9] Aboanber, A. E.. (2009). Exact solution for the non-linear two-point kinetic model of reflected reactors. *Progress in Nuclear Energy*, 51(6-7), 719-726.
- [10] Holschuh, T. V., Marcum, W. R., & Palmer, T. S. (2017). One-group analytical solution to two-region reactor kinetic model. *Annals of Nuclear Energy*, 99, 199-205.
- [11] Lewis, E. E., & Miller, Jr. W. F. (1984). Computational methods of neutron transport.