

PETRİ AĞLARI İLE MODELLEME ESASLARI

Emin Gündoğar - Mümtaz İpek

*Endüstri Mühendisliği Bölümü
Sakarya Üniversitesi, Sakarya, Türkiye*

Özet - Petri ağları sistemlerin incelenmesi için bir araçtır. Petri ağı teorisi, sistemin bir matematiksel gösterimi şeklinde modellenmesine izin verir. Petri ağının analizi modellenen sistemin dinamik davranışı ve yapısı hakkında önemli bilgiler sağlar. Bu bilgiler modellenen sistemin değerlendirilmesi ve gelişme veya değişiklikler önerilmesinde kullanılabilir. Bu çalışmada, Temel Petri ağları, Renkli Petri ağları ve Zamanlı Renkli Petri ağları incelenmiş ve Petri Ağları ile bir planlama modeli açıklayıcı örnek olarak sunulmuştur..

1. GİRİŞ

Birçok mühendislik alanında olduğu gibi, imalat sistemlerinin tasarımı, modeller kullanılarak incelenebilir. Petri ağları modellerin yapısının doğruluk ve etkin analiz için uygun olmasını sağlar. Üstelik birçok farklı teknik (donanım, mikro-programlı, yazılım) kullanılarak uygulanabilir. Ağ modellerinin grafiksel doğasından dolayı, tasarımcı ve kullanıcılar arasındaki iletişimi kolaylaştıran, çoğunlukla kendinden dökümanteli spesifikasyonlardır. [1].

Bir imalat prosesinde, iş parçası gibi nesnel sıralı, sırasız veya paralel bir akış gösterirler. Çeşitli iş istasyonlarında operasyonlar, malzemenin taşındığı, ısıl işlem operasyonlarının yapıldığı ve parçaların monte edildiği nesnelere ile gerçekleştirilir. Tipik nesnelere makina takımları, robotlar veya insangücüdür. Petri ağları işparçasının bir imalat sistemi boyunca akışının modellenmesi ve sırasıyla onun operasyonlarının gösterimi için basit bir araçtır [2].

2. PETRİ AĞLARI

Petri Ağlarının Temelleri

Petri ağlarının özel bir sınıfı *şart'olay* Petri ağlarıdır (Condition/Event Petri net, CEP). Sıklıkla imalat sistemlerinin modellenmesi için kullanılır [2]. Bir CEP dört parametrelidir.

$$N = (P, T, F, M_0) \quad \text{Burada;}$$

- (1) P yerleşimlerinin kümesi
- (2) T geçişlerin kümesi
- (3) $S \cap T = \{ \}$
- (4) Bir akış ilişkisi $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$
- (5) M_0 başlangıç işaretleme'yi ifade eder.

P_i , t_j geçişinin giriş yerleşimi, eğer $(P_i, t_j) \in F$ ise
 P_o , t_j geçişinin çıkış yerleşimi, eğer $(t_j, P_o) \in F$ ise
 $P_i(t_j)$ t_j 'nin tüm giriş yerleşimlerini gösterir.
 $P_o(t_j)$ t_j 'nin tüm çıkış yerleşimlerini gösterir.

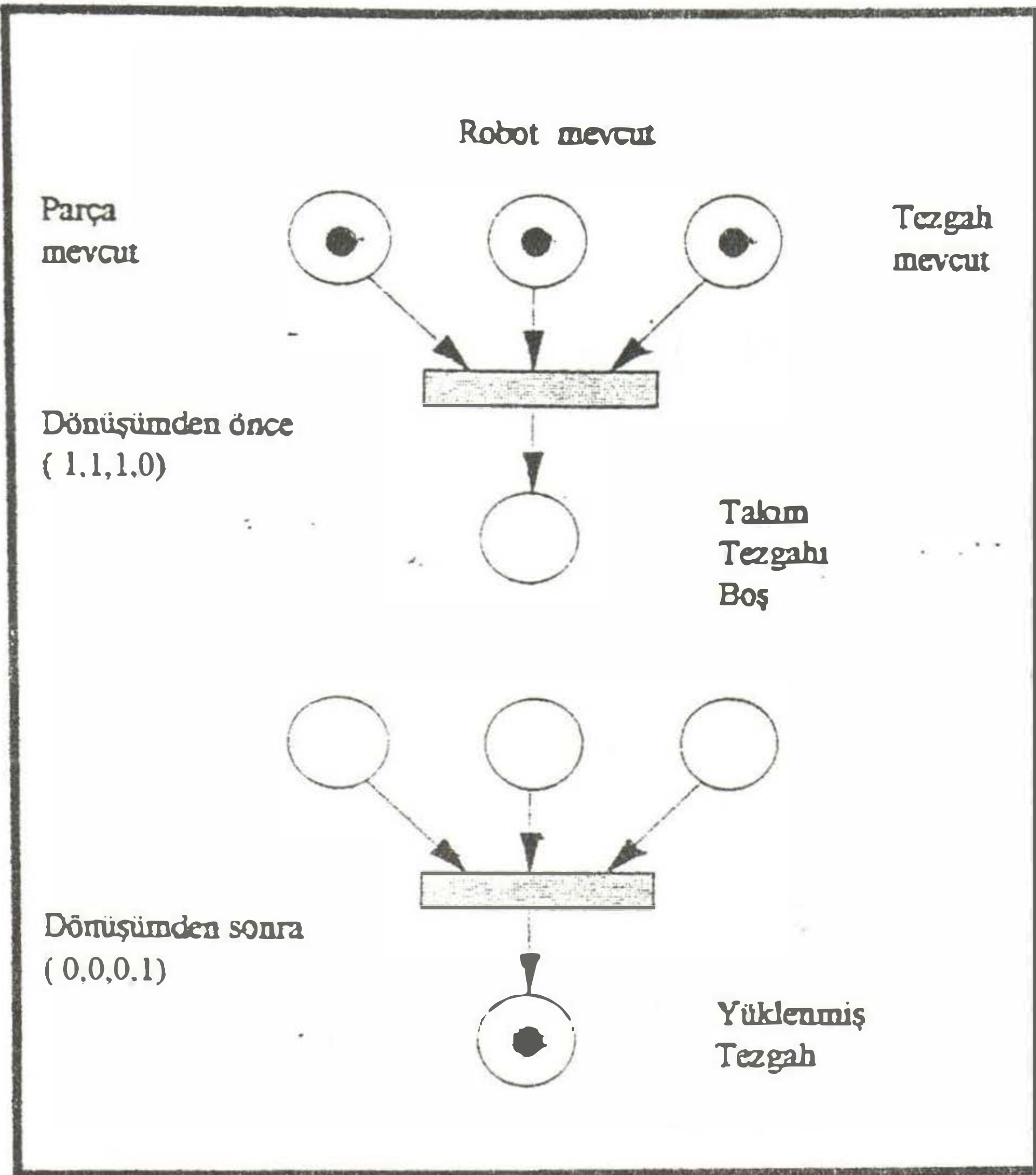
Yerleşimler ve geçişler şartlara bağlı olan olaylar anlamına gelmektedir.

Bir CEP'in bir M işaretlemesi yerleşimlerin $\{0,1\}$ kümesi ile ifadesidir:

$$M : P \rightarrow \{0,1\}$$

Eğer $M(p_i) = 1$ ise P_i yerleşimi işaretlenir, aksi halde P_i işaretlenmemiş olarak anılır.

İşaretlenmiş bir yerleşim, uygun ağ grafiğinde bir sembol ile gösterilir. Eğer bir P_i yerleşimi işaretlenmemişse uygun şart (P_i) doğru, aksi halde $C(P_i)$ yanlış olarak ifade edilir.



Şekil 1. Bir robot yardımıyla bir makina takımının bir parça ile yüklenmesi; Petri Ağ Notasyonu ile Gösterim

Bir Petri ağı geçişlerin gerçekleştirilmeleri ile çalışır. Bir geçiş M işaretlemesi ile ilgili olarak l imkan verilmişse gerçekleştirilebilir.

M işaretlemesi ile ilgili olarak bir t_j geçişine imkan verilmesi şu duruma bağlıdır:

Bütün $P_i \in P_1(t_j)$ için $M(P_i) = 1$ olmalıdır.

Bunun anlamı, bütün giriş yerleşimlerinde sembol varsa t_j geçişi gerçekleştirildiğinde, aşağıdaki kurallara göre M işaretlemesi M' işaretlemesine güncellenir:

$M'(P_i) = 0$, eğer $P_i \in P_1(t_j)$

$M'(P_i) = 1$, eğer $P_i \in P_o(t_j)$

$M'(P_i) = M(P_i)$, aksi halde

Eğer bir t geçişi gerçekleşirse, uygun $E(t)$ olayının oluştuğu söylenir.

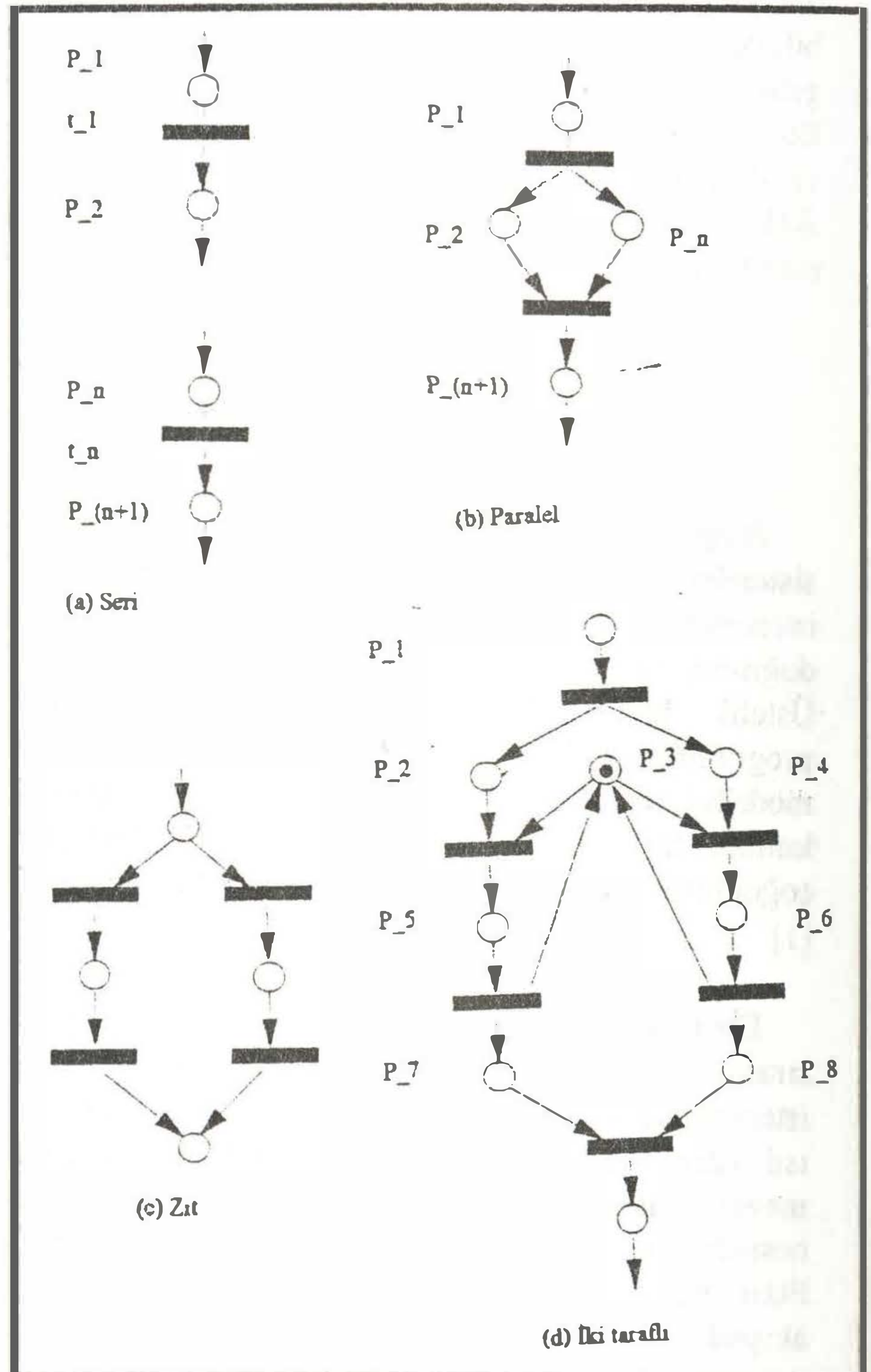
Bir başlangıç M işaretlemesi ile ilgili olarak bir CEP N 'in ulaşılabilirlik kümesi $R(N, M)$, M işaretlemesi ile başlayan geçerli bir gerçekleştirme sırası ile üretilebilen tüm işaretlemelerin kümesidir.

Şekil 1, bir robotun bir nesneyi aldığı ve onu bir makina takımına yüklediği basit bir Petri ağı göstermektedir. Bir Petri ağı'nda bir nesne bir yerleşime (daire) konulmuş simge (nokta) ile gösterilir. Bir operasyon bütün kaynaklar mevcut olduğunda bir

geçiş (taralı dikdörtgen) yoluyla bir nesne ile yapılır. Şeklin üst kısmında bütün kaynaklar mevcuttur. Her yerleşimdeki sembol ile (bir geçişe önderlik eder) yükleme operasyonu yapılır ve geçişten sonraki yerleşimde bir sembol ortaya çıkar. Tüm giriş sembolleri kaldırılır. Şeklin alt tarafı aşağıdaki yerleşimde bulunan sembol ile makina takımının yüklendiğini gösterir.

Bir CEP, Şekil 2'de gösterildiği gibi, aşağıdaki dört temel modül ile tasarlanabilir. [2]:

- (1) *Sıralı (Seri) Petri Ağı* $(n+1)$ yerleşim ve n geçiş içerir. (Şekil 2-a).
- (2) *Paralel Petri Ağı* bir giriş yerleşimi, n paralel yerleşim ve bir çıkış yerleşimi ihtiva eder (Şekil 2-b).
- (3) *Zıt Petri Ağı* bir giriş yerleşimi, n paralel yerleşim ve bir çıkış yerleşimi ihtiva eder (Şekil 2-c).
- (4) *İki taraflı bağdaşmayan Petri Ağı*. Şekil 2-d' de gösterilen Petri ağı dokuz yerleşim ve altı geçiş ihtiva etmektedir.



Şekil 2. Dört Temel Petri Ağ Modülü

Yukarıda verilen Petri ağı biçimlerinin grafiksel formatta gösterimlerini açıklayalım[3]:

(1) Semboller. Siyah dolu yuvarlaklar ile gösterilir. Yerleşimlerdeki semboller yerleşimler arasında dolaşmak için geçişleri katederler.

(2) Yerleşimler. Yuvarlaklar (normal) ve dikdörtgenler (sinyal) ile gösterilir. Yerleşimler giriş ve çıkış fonksiyonları ile geçişlere bağlıdır.

(3) Geçişler. Yatay bir dikdörtgen ile gösterilir. Geçişler normal veya zamanlıdır. Normal geçiş gerçekleşmesi ağ işaretlenmesine bağlıdır. Zamanlı geçiş ağ dizaynını tarafından belirlenen zamanlama kriterine bağlı olarak gerçekleşir.

(4) Giriş ve Çıkış Fonksiyonları. Çizgiler (kanal) ile gösterilir. Geçişler gerçekleştiğinde semboller bu çizgileri takip eder. Sembol hareketi Petri ağ işaretlenmesini günceller.

(5) İşaretleme. Petri ağı'ndeki bütün sembollerin mevcut yerleşimini belirler.

Renkli Petri ağları

Renkli Petri ağları (Coloured Petri nets, CP) kompleks sistemler için, özellikle endüstriyel imalat alanında mükemmel bir modelleme aracı olmuştur. Bu araç bir programlama dili değildir ve çok basit prensiplere dayanmaktadır. Grafik tabanlı yaklaşımlarından dolayı yüksek okunabilirliğe sahip modeller sağlarlar. Her bir çizgideki fonksiyonlar ve sembollerin rengiyle gösterilen bilgilere eşzamanlı olarak sahiptir. Üstelik, ağın analizi önemli özelliklere imkan sağlar: Canlılık, Sınırlılık, [4].

CP ağları, Petri ağlarının aynı modelleme gücüne sahip uzantılarıdır. Fakat artan grafiksel kısıtlılık, artan giriş/çıkış fonksiyon karmaşıklığına varan bir durum söz konusudur. Bu, sıradan bir Petri ağının tekrarlanan kısımlarının tek bir gösterime bağlanmasıyla başlanır. CP-ağ geçişi çeşitli elemanlar arasından seçim yapmak için renkli sembollerle ilişkili olarak gerçekleşir.

Zamanlı Renkli Petri Ağları

Bir sistemin dinamiklerinin incelenmesi modele dahil edilmesi gereken zamanlama hakkında verileri içerdiğinden Zamanlı Renkli Petri Ağları (Timed Coloured Petri Nets, TCPN) sistem dinamiklerini belirlemek için kullanılırlar. Araştırmalar iki tip zamanlı Petri ağları üzerinde olmaktadır:

Yerleşimlerde zamanlamalı Petri ağları veya geçişlerde zamanlamalı Petri ağları.

Bir CP'de, her bir yerleşimin her bir rengine sifıra eşit veya daha büyük bir gecikme verilir. Ağ değerlendirme kuralı şu şekilde düzenlenir:

-Bir yaklaşımın rengine ait bir Δ gecikmesi, o yerleşime girişinden dolayı bir süre sembolü mevcut değil konumuna sokacaktır. Bu gecikme sonunda, sembol sonraki değerlendirmeler için tekrar mevcut hale gelecektir.

TCPN kuralları, sadece mevcut semboller hesaba katılacaktır kısıtıyla CP ağ kurallarıyla birleştirilebilir.

Renklerin direkt olarak sonlu bir aktiviteyle ilgili olmadığı durumlarda, onların gecikmeleri sıfır olarak alınır. Böylece bu semboller bir mevcut olmama periyoduna sebep olmazlar. [4].

Modelleme İçin Petri Ağları

Petri ağları kompleks eşzamanlı sistemlere uygun olmasını sağlayan özellikler şunlardır:

. PN'ler genel sistemin davranışı fazla belirtmeye ihtiyaç duyulmaksızın paralel prosesler ve onlar arasındaki olayları çok kolay gösterebilir.

. PN'ler deterministik değildirler. Geçişlerin gerçekleştirilme sıralaması modelde belirtilmez ve dış politikalarla zorlanabilir veya tam olarak belirlenebilir.

. PN'lerin Renkli, Kestirme/Geçiş ve Zamanlı diye adlandırılan çok güçlü çeşitleri geliştirilmiştir. Bu, inceleme altındaki sistemin karakteristiklerine en uygun modelleme tekniğini seçmeye imkan verir.

Benzetimde Petri Ağları

PN'lerin dinamik özellikleri doğal olarak benzetime yönelik bir yaklaşım akla getirir. Bir PN modeli, benzetim için oldukça doğal bir temel vererek, çalıştırılabilir bir yazılım programına dönüştürülebilir. PN'leri yayılıma dönüştürmek için uygun bir metod ararken, PN'ler ve mantıksal programlama dilleri arasında güçlü bir uyumluluk ortaya çıkar. PN'ler ve kural tabanlı sistemleri birleştirmek için birçok verimli denemeler yapılmıştır. Bunlar bahsedilen iki teknik arasındaki güçlü benzerlikleri kolaylıkla kullanmaktadırlar.

. Bir PN'deki yerleşimlerdeki sembollerin varlığı geçişlerin yapılmasını mümkün kıldığı gibi, gerçekler

tabanındaki gerçeklerin varlığı kural tabanındaki kuralların çalıştırılmasını mümkün kılar.

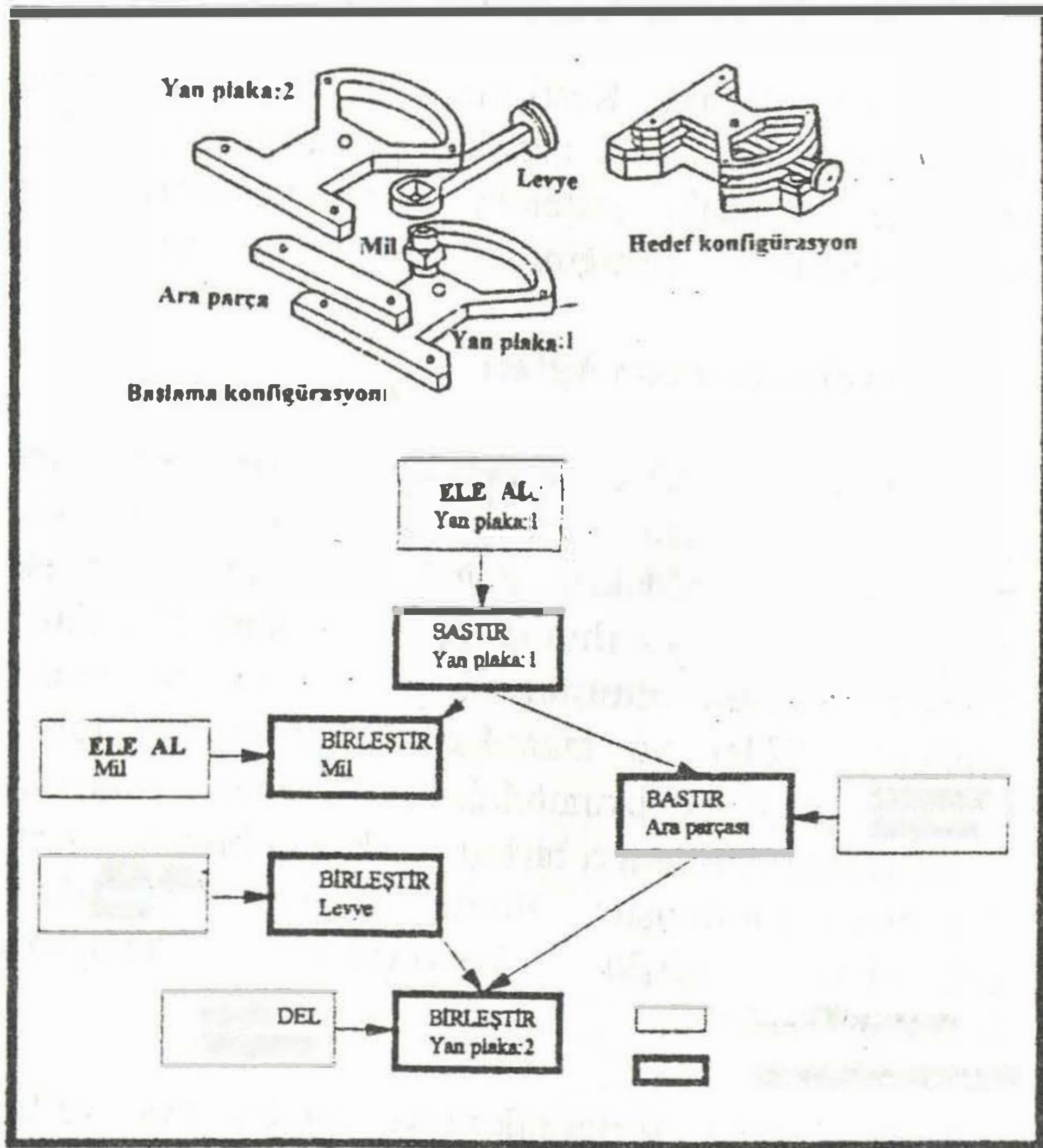
. Geçişlerin yapılması PN işaretlenmesini değiştirdiği gibi kuralların çalıştırılması gerçekler tabanının içeriğini günceller.

Geçişlerin yapılma sırası PN modelinde belirlenmediği, fakat ağ değerlendirmesine yön veren özel politikalara dayalıdır. Aynı zamanda, kuralların çalıştırıldığı sıra kurallar tarafından belirlenmez fakat bir çıkarım mekanizması ile belirlenir. [5].

3. PETRİ AĞI KULLANAN BİR PLANLAMA ÖRNEĞİ

Bu örnekte bir iş parçasının Petri ağı ile modellenebilen montaj operasyonları gösterilecektir. Bu amaçla bir robot hareket planı kaleme alınacaktır.

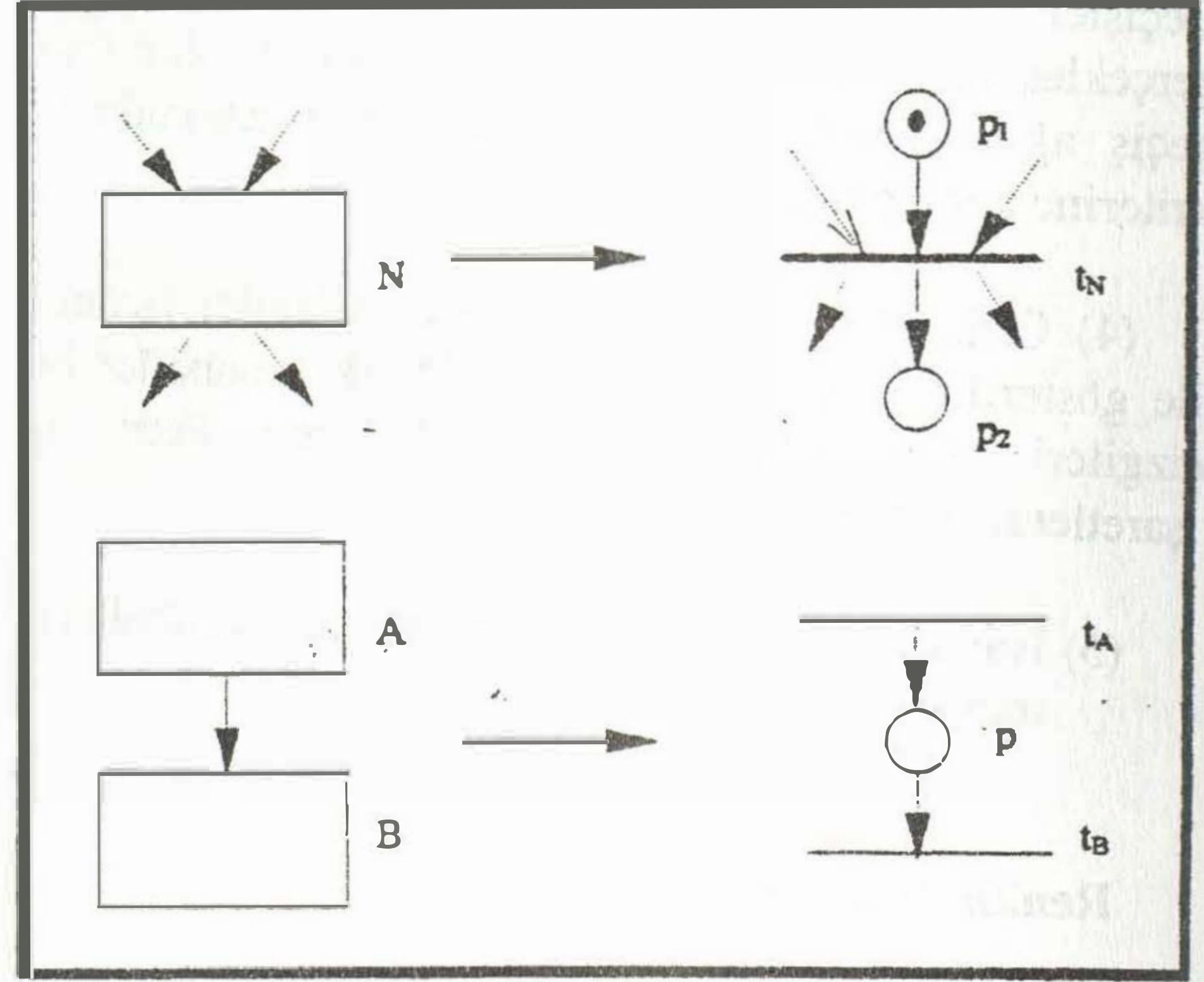
Hareket planı robotun yapmak zorunda olduğu bir görev tanımlamasıdır. Normal olarak, bu tanımlama benzer alt görevlerin kısmen sıralı bir kümesini içerir. Eğer T_A, T_B 'den önce yapılmak zorundaysa, T_A ve T_B alt görevleri için $T_A < T_B$ denir. Alt görevlerin sıralama kısıtları sıklıkla bir öncelik grafiği (Precedence Graph, PG) kullanılarak gösterilir. Şekil 3'ün sol üst köşesinde montajı yapılacak ürün ve sağ üst köşede son montaj görülmektedir. Uygun PG şeklin alt kısmındadır.



Şekil 3. Montaj İşlemi

PG, belirli bir alt göreve uygun her bir düğüme ait grafiğdir. Eğer alt görevler $T_A < T_B$ sırasındaysa, A ve B düğümleri bir $A \rightarrow B$ kanalıyla bağlanır. Böylece bir PG, verilen bir görevin yapılabilmesi için alt görevlerin mümkün bütün sıralamalarını gösterir.

Bir hareket planı, plandaki alt görevler istenen hedefi (örneğin, 'nesneyi al') tanımlıyor fakat bu hedefin hangi yolla yapılacağını (örneğin, 'nesneyi bul, yaklaş, nesneyi yakala, ayrıl') tanımlamıyorsa, robot görevinin kapalı bir gösterimi diye adlandırılır.

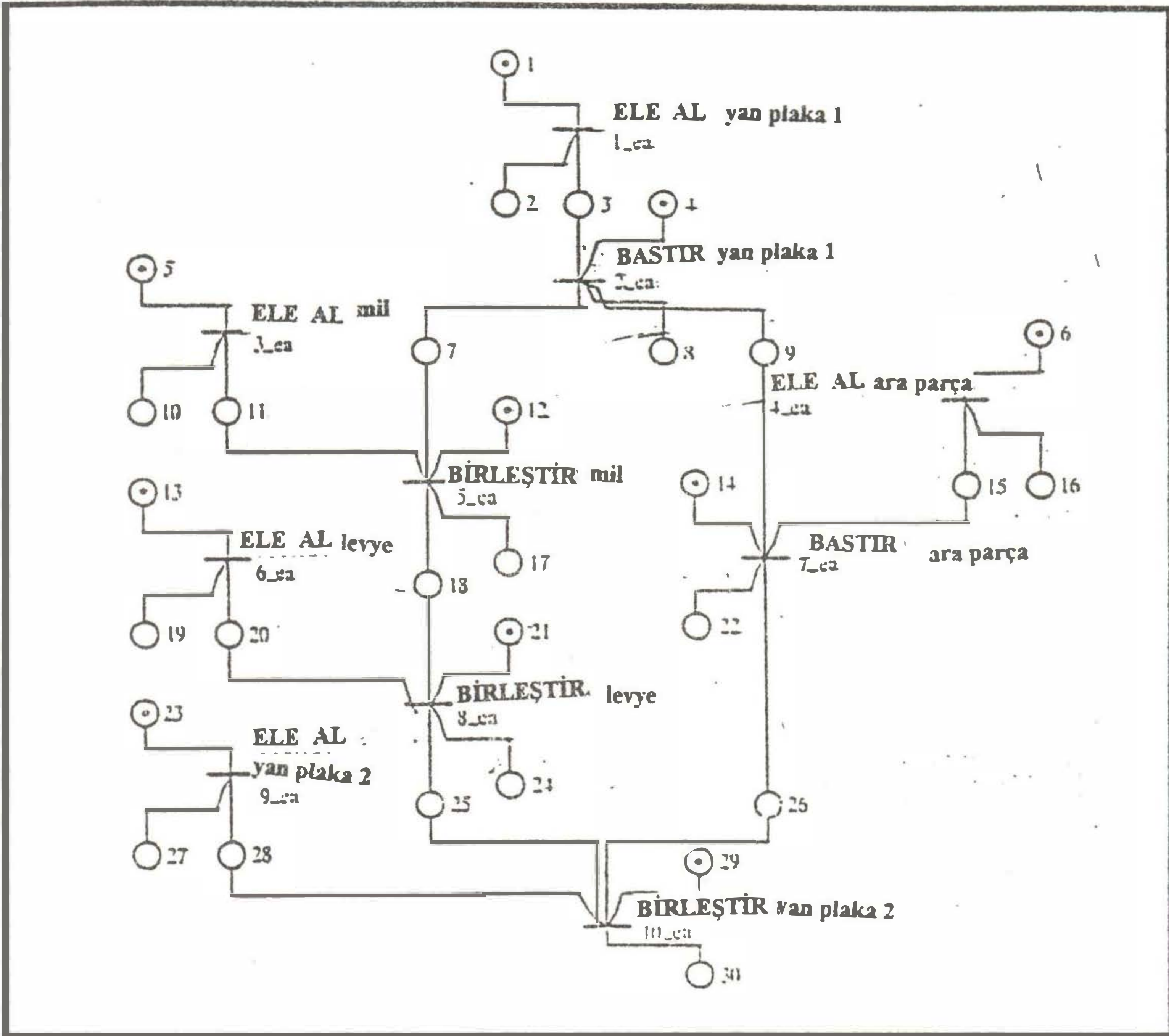


Şekil 4. Bir Öncelik Grafiğinin (PG) Bir Şart/olay Petri Ağı (CEP)'ne Dönüştürülmesi

Bir karmaşık plan çalıştırma sistemi, çalıştırma anında o anki duruma bağlı olarak kapalı alt görev tanımlamasının sıralı bir açık robot kontrol komutlarına ayrıştırılmasına gerek duyar. Bu hedefe ulaşabilmek için, plan çalıştırma sistemi anında çalışma çevresi hakkında bilgiye ve alt görevleri çizelgeleme kabiliyetine sahip olmalıdır. Çizelgelemenin amacı, alt görevlerin koordinasyonu ve kaynakların tahsis edilmesidir. Dolayısıyla tüm görev zamanında ve etkin olarak tamamlanır.

Bir PG'nin çalıştırılması, yani robot görevinin performansı, Petri ağının çalışmasıyla yakından ilişkilidir. CEP'ler kısmen fazla mesai kullanan eşzamanlı olayları içeren sistemlerin dinamik davranışını göstermeye çok uygundur. PG bir hareket planının statik yapısını tanımladığı halde, aşağıdaki kurallara (Şekil 4) uygun olarak bir CEP'e kolaylıkla dönüştürülebilir.

. PG'nin her bir N düğümü bir t_N geçişi ve iki yerleşim p_1 ve p_2 ile yer değiştirilir. p_1 , t_N 'in işaretlenmiş bir giriş yerleşimidir ve n düğümünün alt



Şekil 5. Montaj - öncelik grafiğinin Petri ağı gösterimi

görevinin henüz yapılmadığını gösterir. P_2 , t_N 'in işaretlenmemiş çıkış yerleşimidir ve N düğümünün alt görevinin sona erdiğini göstermek için kullanılır. Böylece PG'nin alt görevlerinin çalıştırılması CEP'in geçişinin gerçekleştirilmesiyle ilişkili olur.

. A ve B düğümlerini bağlayan her bir $A \rightarrow B$ kanalı bir işaretlenmemiş yerleşim p ve iki akış ilişkisi (t_A) ve (P, t_B) ile yer değiştirir.

Şekil 3'deki montaj öncelik grafiğinin Petri ağı gösterimi Şekil 5'de görülmektedir. Yapılan faaliyet Şekil 3'de gösterilen fiziksel durumun beş ana parçasının montajının yapılmasıdır.

4. SONUÇ

Petri ağları sistemlerin incelenmesi için bir araçtır. Petri ağı düşünülen sistemin bir ağı ile modellenmesini sağlar. Petri ağı analizi ile modellenen sistemin dinamik davranışı ve yapısı hakkında önemli bilgiler elde edilebilir. Ayrıca, bir Petri ağı modeli, bu özelliğinden dolayı benzetime yönelik bir model olarak ele alınabilmektedir.

Bilgisayar yazılımı kullanılarak uygulabilen Petri ağlarının, özellikle imalat sistemlerinin modellemesinde büyük yararlar sağlayacağı ortaya çıkmaktadır.

REFERANSLAR

- [1]. DiCesare, F., Harhalakis, G., Proth, J. M., Silva, M., Vernadat, F. B., Practice of Manufacturing, Chapman and Hall, London, 1993.
- [2]. Rembold, U., Mnaji, B. O., Ftorr, A., Computer Integrated Manufacturing Engineering, Addison Wesley Publishing Co., UK, 1993.
- [3]. Cossins, R., Ferreira, P., "Celeritas: a Coloured Petri Net Approach to Simulation and Control of Flexible Manufacturing Systems", International Journal of Production Research, Vol. 30, No. 8, 1925-1956, 1992.
- [4]. Descotes-Genon, B., Hemon, F., Mercier des Rochettes, R., "ISATIS: an Editor of Manufacturing Systems Using Timed Coloured Petri Nets", Databases for Production Management, Elsevier Science Publishers B. V., North-Holland, 1990.
- [5]. Righini, G., "Modular Petri Nets for Simulation of Flexible Production Systems", International Journal of Production Research, Vol. 31, No. 10, pp. 2462-2447, 1993.

