

GIRDI VE ÇIKTI MODELİNİN EN İYİ TEKNİK SEÇİMİ VE BİR UYGULAMA

Mehmet Karakaş

Özet -Bu araştırmada, girdi ve çıktı modelinin karşılaştırması ele alınarak, üretimdeki teknik karşılaştırmaların doğrusal planlama çözümü araştırılmıştır. Doğrusal planlama çözümü ışığında, girdi ve çıktı modelinin en iyi teknik seçimi çözümünün işlem adımları gösterilmiştir. Ürün seçiminde üretim tekniğindeki seçim yöntemi ve çözüm yolu, ürünlerin üretim bölgesini seçme teknik yöntemi ve planlanması modelleri araştırılmış ve bir örnek ile uygulanmaya çalışılmıştır.

Anahtar Sözcükler- Üretim tekniği; En iyi çözüm; Doğrusal planlama; Hedef fonksiyon.

Abstract- In this study, researching the comparison of input and output models, linear planning solution of technical comparison in production is researched. In the light of linear planning solution, the process steps of the best technical selection input and output models are shown. Selection method and solution way in production technics at the production selection, selecting technical methods of production areas and planning models are searched and applied with an example.

1.YÖNTEM ve METOD

Bilindiği gibi, doğrusal planlama olayında hedef fonksiyon ve tüm kısıtlayıcı şartlar da doğrusaldır. Genelde normal (standart) girdi ve çıktı modeli de bir doğrusal iktisadi modeldir. Böylece, bu modeli doğrusal planlama olayı şeklinde ifade edebiliriz.

Girdi ve çıktı modelinin temel yapısı;

$$AX+Y=X$$

yada

$$(I-A)X = Y \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bu modele ya da bu olaya karşılık aşağıdaki doğrusal planlama olayı gösterilebilir;

$$(I-A)X \leq Y \quad (2)$$

$$X \geq 0 \quad (3)$$

verilirken,

$t'X$

ifadesinin maksimum değere sahip olmasını elde etmektir. Burada t ise bir sütun vektörü $t' = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ olup, t_i ise üretim birimi i nci ürünün (malın) emek harcama miktarıdır. Y ise planlandığı süreçte nihai ürün sütun vektörüdür. Dolayısıyla (2) -(4)'ün anlamı şöyledir :

Planlanan üretim sürecinde nihai ürün miktarı kararlaştırılan miktardan az olmamak şartıyla üretim sürecinde tüketilen emek miktarının en az olmasıdır. Bu doğrusal planlama olayının en iyi çözümü;

$$X = (I-A)^{-1} Y \quad (4)$$

olur. Çünkü, $(I-A)^{-1}$ matrisi sıfırdan küçük olmayan elemanlara sahiptir. Yani bu matrisin tüm elemanları sıfır ya da sıfırdan büyüktür. Y vektörünün her bir kısmı miktarları da sıfırdan küçük değildir. Böylece, yukarıdaki

model (2) ve (3)'ü de karşılar. Bu durumda hedef fonksiyonun değeri;

$$t' (I - A)^{-1} Y$$

olur. Dolayısıyla, bu durumda, doğrusal planlama olayı gösterilmesi ne rağmen, uygulamada (1)'den yararlanarak direkt sonuca gidilebilir.

Herhangi bir doğrusal planlama olayına bir çift karşılaştırılabilir model gösterilebilir. Eğer doğrusal planlama olayının ön olayı;

$$DX \leq b$$

$$X \geq 0$$

olup,

$$C'X$$

nin minimum olması beklenmiş olsun. Bu durumda, karşılaştırma olayı da

$$D'W \leq C$$

$$W \geq 0$$

olup,

$$b' W$$

nun maksimum olmasının çözümü olur. Burada D ise m satır n sütunlu bir katsayı matrisidir; X ve C ise n boyutlu sütun vektörüdür; W ve b ise m boyutlu sütun vektörüdür.

Şimdi (2) -(4)'ü doğrusal planlama olayının ön olayı olarak varsayalım. Bu durumda karşılaştırma;

$$(I - A)' P \leq t \quad (5)$$

$$P \geq 0 \quad (6)$$

olup,

$$Y' P \quad (7)$$

nın maksimum değere sahip olması olur.

Bu karşılaştırmanın en iyi çözümü;

$$P = [(I - A)']^{-1} t \quad (8)$$

olur. Burada P ise bir sütun vektörü olup, $P = (P_1, P_2, \dots, P_n)$ dır. P_i ise i .nci ürünün tam emek harcama miktarıdır. Yani ürünün fiyatıdır. Ve (8) de girdi çıktı yöntemine göre hesaplanmış ürünün tam emek harcama miktarı (yani ürün fiyatı) nın modelidir.

Yukarıda gösterilen girdi ve çıktı modelinin temel ifadesi $A X + Y = X$ de, nihai ürün miktar vektörü Y 'nin değerleri

verilmiş ise, bu halde toplam miktar X 'nin değerleri de tek olarak elde edilir. Bu durumda mümkün olan çoklu çözümlerden bir çözümü göstermeye ihtiyaç kalmayacaktır. Böylece, bu model ile en iyi planlama neticesi birleştirildiğinde, aşağıdaki adımları atabiliriz.

II. ÜRÜN ÜRETİMİNİN TEKNİK MODELİNİ SEÇMEK

Genelde, girdi ve çıktı modelinde, her bir kurumun fakat bir çeşit üretim tekniği yöntemi vardır. Her bir kurumun üretim teknik modelini (ya da yöntemini) bir sütun vektörü

şeklinde gösterilebilir. Yani $I_j - a_j$ ise j .nci kurumun ürününün üretim teknik modeli olsun. Burada I_j ise birim sütun vektörü olup,

$$I_j = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, a_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ \dots \\ a_{ij} \\ \dots \\ a_{nj} \end{bmatrix}, I_j - a_j = \begin{bmatrix} -a_{1j} \\ \dots \\ 1 - a_{ij} \\ \dots \\ -a_{nj} \end{bmatrix}$$

dir. Sütun vektörü $I_j - a_j$ ise, bu tür (çeşit) üretim tekniğinin modelini (ya da yöntemini) bir birim gerçekleştirdiğinde j .nci kurumun ürününün net üretim miktarının $1 - a_{ij}$ olacağını, kalan kurumların ürününün tüketim miktarının a_{ij} olacağını gösterir.

Bu halde, (1) aşağıdaki gibi yazılabilir~

$$\sum_{j=1}^n (I_j - a_j) X_j = Y \quad (9)$$

Şimdi, j .nci kurumun $r(j)$ çeşit üretim tekniği yöntemi olduğunu varsayalım. $I_j - a_j^s$ ise j .nci kurumun s .nci üretim teknik modeli olsun. Burada

$$I_j - a_j^s = (-a_{1j}^s, -a_{2j}^s, \dots, 1 - a_{jj}^s, \dots, -a_{nj}^s)'$$

dir. X_j^s ise s .nci üretim teknik yöntemi ile üretilen j .nci kurumun üretim miktarı olsun ve

$$X_j = \sum_{s=1}^{r(j)} X_j^s \quad (10)$$

dir. t_j^s ise s .nci üretim tekniği yöntemini kullanarak üretilen j kurumunun birim ürünü için harcanan emek miktarı olsun. Böylece, aşağıdaki doğrusal planlama modeli elde edilebilir;

$$\sum_{s=1}^{r_{r(j)}} (I_j - a_j^s) X_j^s \geq Y$$

$$\sum_{j=1}^n \quad (11)$$

$$X_j^s \geq 0 \quad (12)$$

$$X_j^s \leq d_j^s \quad (13)$$

(j=1,2,.....n; s=1,2,.....r(j))

olup,

$$\sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^{r(j)} t_j^s X_j^s \quad (14)$$

nin minimum değere sahip olmasını elde etmektir. Burada d_j^s ise j.nci kurumun s.nci üretim teknik modelinin en büyük olabilirlik üretim gücüdür. Y'nin de-eri verildiğinde, bu modeli kullanarak, her bir kurumun kullanabileceği üretim teknik yöntemi seçilebilir. Ancak, uygulamada bu modeli kullandığımızda diğer kısıtlayıcı şartlar da ortaya çıkabilir.

III. ÜRÜN ÜRETİM BÖLGESİNİN SEÇİMİ

Tüm ülke çapındaki her bir kurumun nihai ürününün ihtiyaç miktarı belirlendikten sonra, her bir kurumun üretim miktarının bölgelere göre dağılımı, dolayısıyla toplam emek harcama miktarı ya da toplam üretim harcamasının minimum olması belirlenebilir.

Bölgeler arası modelinin ilişkisini aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$X^p - \sum_{q=1}^m A^{pq} X^q = Y^{po} \quad (p=1,2,....m) \quad (15)$$

Y_i^o ($i = 1, 2, \dots, n$) ise planlanan süreç içinde tüm ülke çapında i.nci kurumun nihai ürününün ihtiyaç miktarıdır. $Y^o = Y_1^o, Y_2^o, \dots, Y_n^o$ ise, her bir bölgede üretilen i.nci kurumun nihai ürünlerinin toplamı olup Y_{jo} den büyük ya da eşittir. Yani

$$\sum_{p=1}^m Y_i^{po} \geq Y_i^o$$

yada

$$\sum_{p=1}^m Y^{po} \geq Y^o \quad (16)$$

olur.

Bundan başka, her bir bölgenin üretim gücü, belli sınırlar içindedir. E_i^p ise p bölgesinin i kurumunun en büyük mümkün olan üretim miktarı olsun. Bu halde aşağıdaki kısıtlayıcı şartlar yazılabilir.

$$X^p \leq E^p \quad (17)$$

$$X_i^p \geq 0 \quad (18)$$

Burada E^p ise bir sütun vektörü olup. $E^p = (E_1^p, E_2^p, \dots, E_n^p)$ dir.

Bu planlama olayı. (15-18) dört grup kısıtlayıcı şartlar altında, tüm ülke çapındaki emek harcama miktarının (ya da toplam üretim harcamasının kullanılması);

$$\sum_{p=1}^m (t^p)' X^p$$

en küçük olmasıdır. Burada t^p , bir sütun vektörü olup. $t^p = (t_1^p, t_2^p, \dots, t_n^p)$ dir. Yani p bölgesindeki üretim biriminin i.nci kurumunun ürününün emek harcama miktarı (ya da üretim harcama kullanımı) dır.

IV. UYGULAMA ve SONUÇ

Üç kurum olup. her bir kurumun üretim biriminin üretim değeri için harcanan her bir kuruma ait ürünlerin kapital miktarı ve emek miktarı aşağıda verilmiştir.

	Kurum 1	Kurum 2	Kurum 3
Kurum 1	0,4	0,2	0,2
Kurum 2	0,1	0,2	0
Kurum 3	0,2	0,1	0,4
BÜDK	1	3	1

EHK	0,2	0,1	0,3
-----	-----	-----	-----

Tabloda, BÜDK: Birim Üretim Değerinin Kapitaldeki Kapasitesi; ERK: Emek Harcamasının Katsayısı.

Bu üç kurumun toplam kullanabilir kapitali 500 birim, emek gücü de 100 birimdir. Şimdi her bir kurumun üretim miktarının maksimum olmasını göstermek amaçlanmıştır olsun.

Matematiksel model seçimi için ~ ~ ile *i.nci* kurumun üretim değerini, ~ ile *i.nci* kurumun nihai üretim değerini göstermiş olunsun. Bu durumda kısıtlayıcı şartlar da aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$X_1 - 0,4 X_1 - 0,2 X_2 - 0,2 X_3 - Y_1 = 0$$

$$X_2 - 0,1 X_1 - 0,2 X_2 - Y_2 = 0$$

$$X_3 - 0,2 X_1 - 0,1 X_2 - 0,4 X_3 - Y_3 = 0$$

$$X_1 + 3X_2 + X_3 \leq 500$$

$$0,2X_1 + 0,1X_2 + 0,3X_3 \leq 1000$$

olup, hedef fonksiyon

$$z = Y_1 + Y_2 + Y_3$$

maksimum değere sahip olmasıdır. Böylece en iyi çözüm~

$$X_1 = 100 \quad X_2 = 50 \quad X_3 = 250$$

$$Y_1 = 0, \quad Y_2 = 30, \quad Y_3 = 125$$

olur.

Bu durumda, her bir kurumun nihai üretim değerinin toplamı 155 birim olur.

Eğer kısıtlayıcı şartlar değişmediği, ancak hedef fonksiyonunu üç kurumun toplam üretim değerinin maksimum olması olarak değiştirdiğimizde, yeni bir model elde edilmiştir

olup,

$$W = X_1 + X_2 + X_3$$

modelin maksimum olması beklenmiştir olur.

Bu durumda,

$$X_1 = 250.$$

$$X_2 = 31.25$$

$$X_3 = 156.25$$

$$Y_1 = 112.5.$$

$$Y_2 = 0$$

$$Y_3 = 40.625$$

olur.

Böylece üç kurumun üretim değerinin toplam değeri 437.50 birim olacaktır.

Sonuç olarak, değişik bölgelere ait olan değişik kurumlara ilişkin birim üretim miktarı üzerinden toplam üretim birim değerinin yeni bir matematiksel modeli elde edilmiş ve bir uygulama ile bu modelin kapasitesi gösterilmiştir.

Amaç olarak, girdi ve çıktı modelinin bir çeşidi olan kurumlar arasındaki karşılaştırma modeli ve en iyi çözümü ışığında üretim bölgelerinin seçiminin tekniksel modeli gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1]Anderson. T. W.. and Rubin. H.. "Estimation of the Parameters of a Single Equation in a Complete System of Stochastic Equations". Annals of Mathematics and Statistics. vol 20. 1949. pp 46 -63.
- [2]Basman. R. L.. "A Generalised Classical Method of Linear Estimation of Coefficients in a Structural Equation". Econometrica, vol 25. 1957.
- [3]Chris. C.. Economic Models and MethodY. Wiley.1996.
- [4]Leser. C.. Econometric Techniques and Problems. Oriffin. 1966. chapter 2.
- [5]Wen Lai.. Doğrusal Planlama Modelleri ve Örnek Çözümleri. Shanghai Halk Basım Evi. 1991.