

EĞRİSEL KİRİŞLERDE GERİLME ANALİZİ

Faruk Aslan, İbrahim Özsert

Özet- Bu çalışmada farklı profilde, aynı kesit alanına sahip, aynı yük ve sınır şartları içerisindeki eğrisel kirişlerde analitik ve bilgisayar destekli nümerik analiz yöntemiyle gerilme analizi yapılarak sonuçları değerlendirilecektir. Yapılacak gerilme analizi için aynı malzeme özellikleri ve mühendislik sabitleri kullanılacaktır.

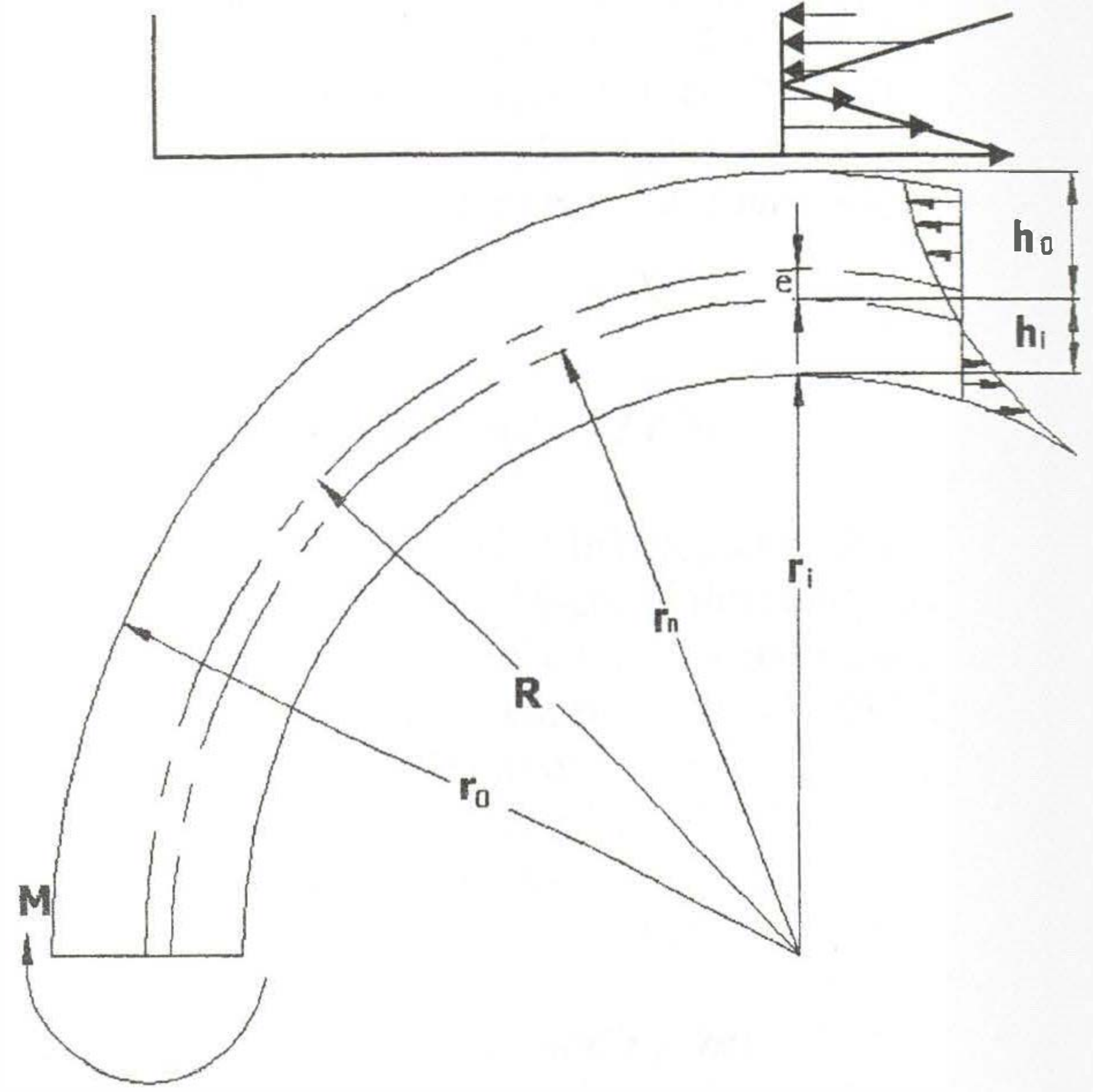
Anahtar Kelimeler – Eğrisel Kiriş, Analitik çözüm, Nümerik çözüm

Abstract –In this study, stress analysis on curved beams of identical section area, load and predefined conditions will be conducted and the results be evaluated by using analitic methods along with computer aided numerical techniques. For the analysis the same material properties and engineer constants will be used.

Key words- Curved beam, Analitic solution, Numerical solution.

I. GİRİŞ

Yay uzunluğu değiştiğinden, eğrisel kirişlerde eğilme gerilmesi, düz kirişlerdeki gibi lineer değişme göstermez. Her iki tipte de aynı kabuller düşünülür. Mesela, eksene dik kesit düzlemi eğilmeden sonra yine düzlem kalır ve gerilmeler kuvvetle orantılıdır. Gerilme dağılımı gerçekten farklıdır. Şekil 1 düz eksenli bir kirişteki lineer gerilme dağılımını ve eğrisel bir kirişteki hiperbolik gerilme dağılımını göstermektedir.



Şekil 1. Düz Eksenli Bir Kirişteki Lineer Gerilme Dağılımını Ve Eğrisel Bir Kirişteki Hiperbolik Gerilme Dağılımını.

II.GERİLME ANALİZİ YAPILACAK EĞRİSEL KİRİŞLERİN MALZEME ÖZELLİKLERİ

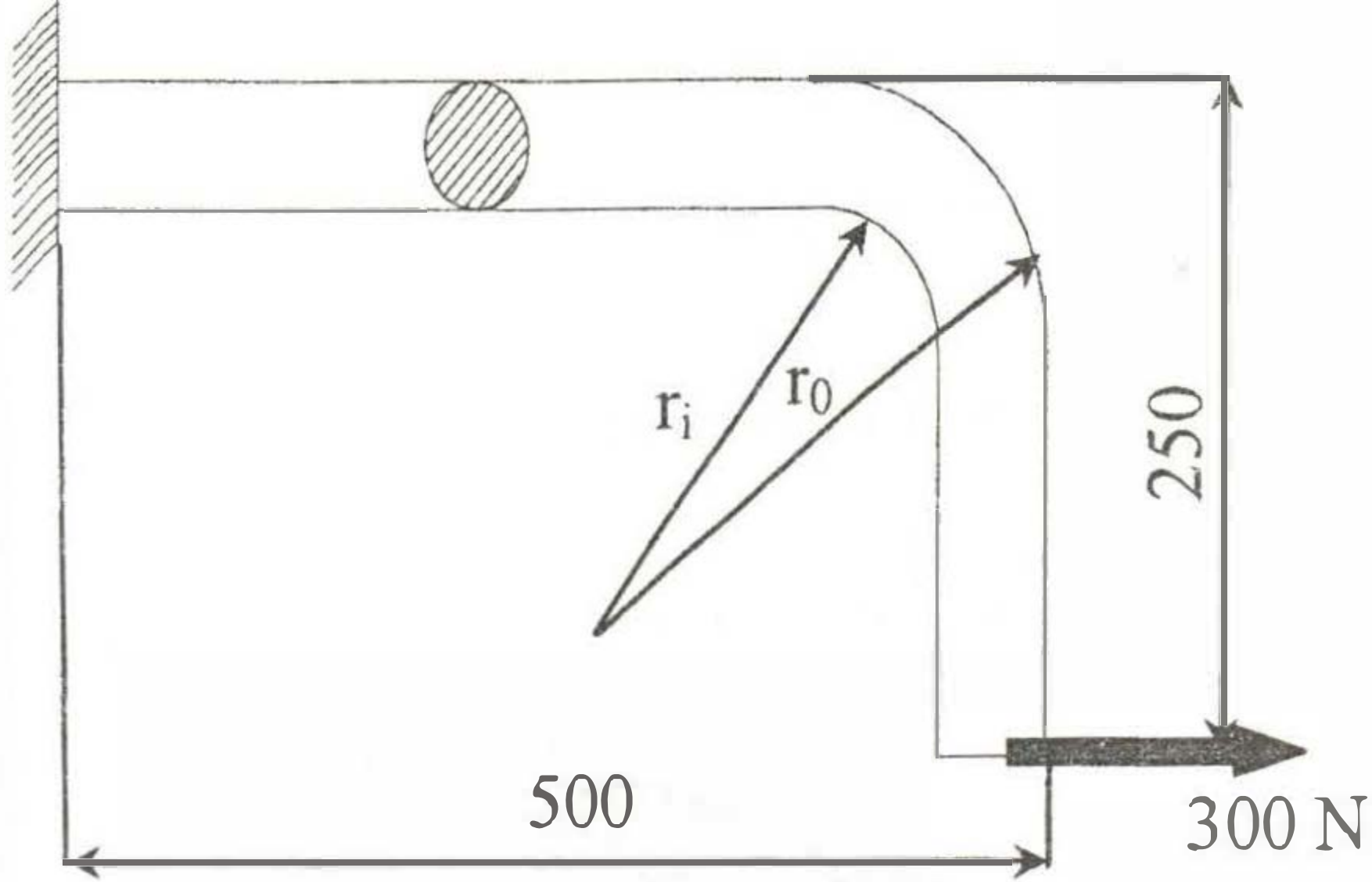
Bir ürünün optimum değerlere sahip gerçekçi olarak üretilmesi gerekiyor ise tasarım için planlanan değerlerin en yakın değerlere sahip malzeme ve işçilik kullanılması gerekir. Burada tasarım şartlarına uyan en uygun malzeme olan Ck 15, Ck 22, 20MnCr5, 25MoCr4 malzemeleri, gerilme analizi yapılacak miller için gerekli olan malzeme özelliklerini taşımaktadır. Bu malzemelerden piyasada yaygın bulunan ve firmalar tarafından orta yüklemeli kamyon, makine, motor ve parçalarının imalatında kullanılan 20MnCr5 malzemesinin mekanik ve fiziksel özellikleri aşağıda daha detaylı olarak gösterilmiştir.

Tablo .1 Tasarımda kullanılan malzemenin mühendislik sabitleri

Elastisite Modülü	E	211Gpa
Kayma Modülü	G	81Gpa
Poisson Oranı	v	0.3
Sertlik		150HB

II.1 Dairesel Kesitteki Eğrisel Kirişte Analitik olarak gerilme analizinin yapılması

Dairesel kesitte eğrisel kiriş şekil-2 'de görüldüğü gibi bir ucundan ankastre diğer ucundan 300 N 'luk bir kuvvet uygulanmaktadır. Uygulanan kuvvet neticesinde meydana gelen gerilmeler aşağıda incelenmiştir.



$$h_i = d/2 - e \Leftrightarrow h_i = 12,13 \text{ mm}$$

$$h_o = d/2 + e \Leftrightarrow h_o = 13,098 \text{ mm}$$

Her kesitteki eğilme momenti

$$M = 300 \cdot 250 = 75\,000 \text{ N.mm}$$

$$\sigma_i = Mh_i / A e r_i \Leftrightarrow \sigma_i = 50,70 \text{ MPa}$$

$$\sigma_o = Mh_o / A e r_o \Leftrightarrow \sigma_o = 40,93 \text{ MPa}$$

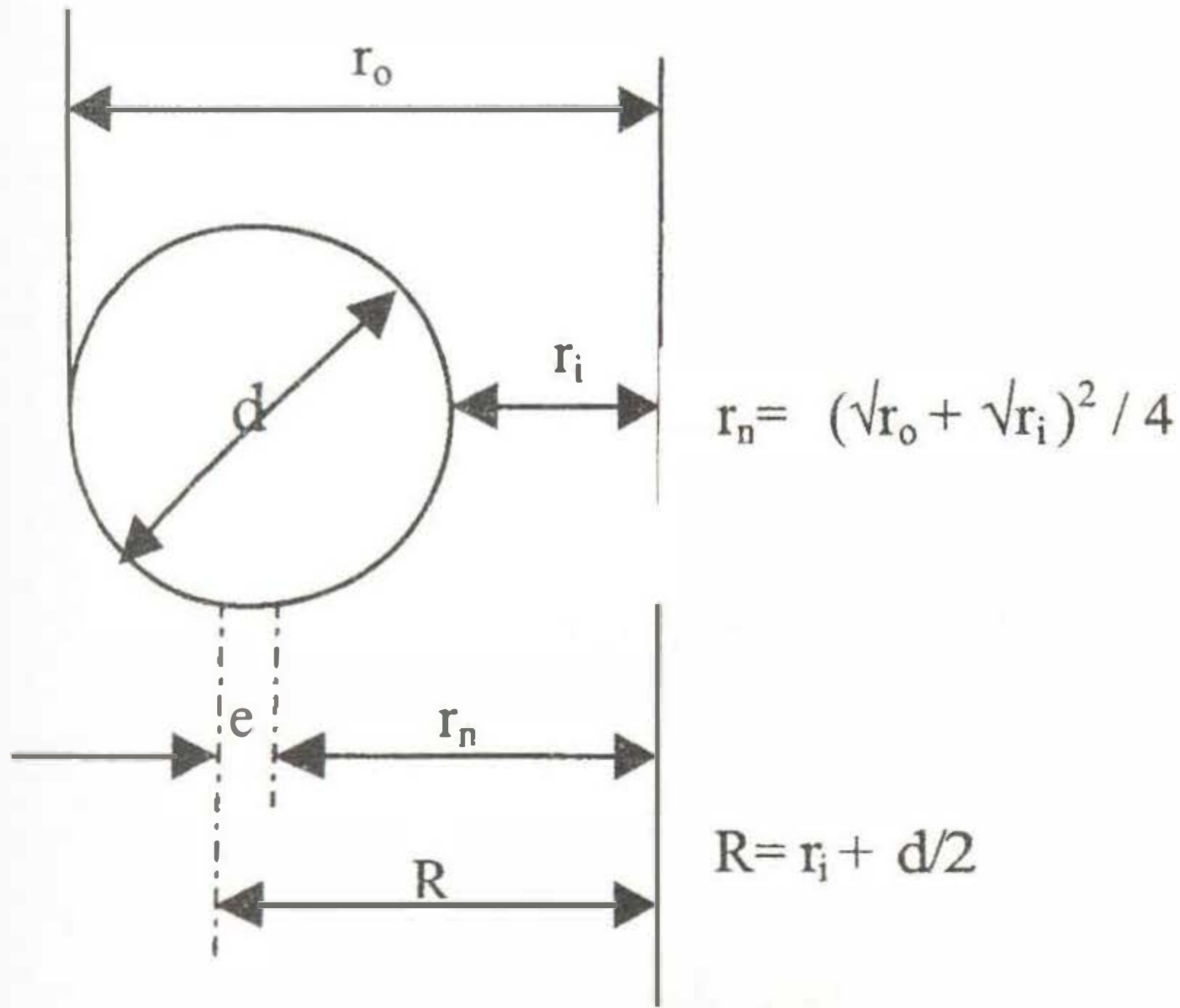
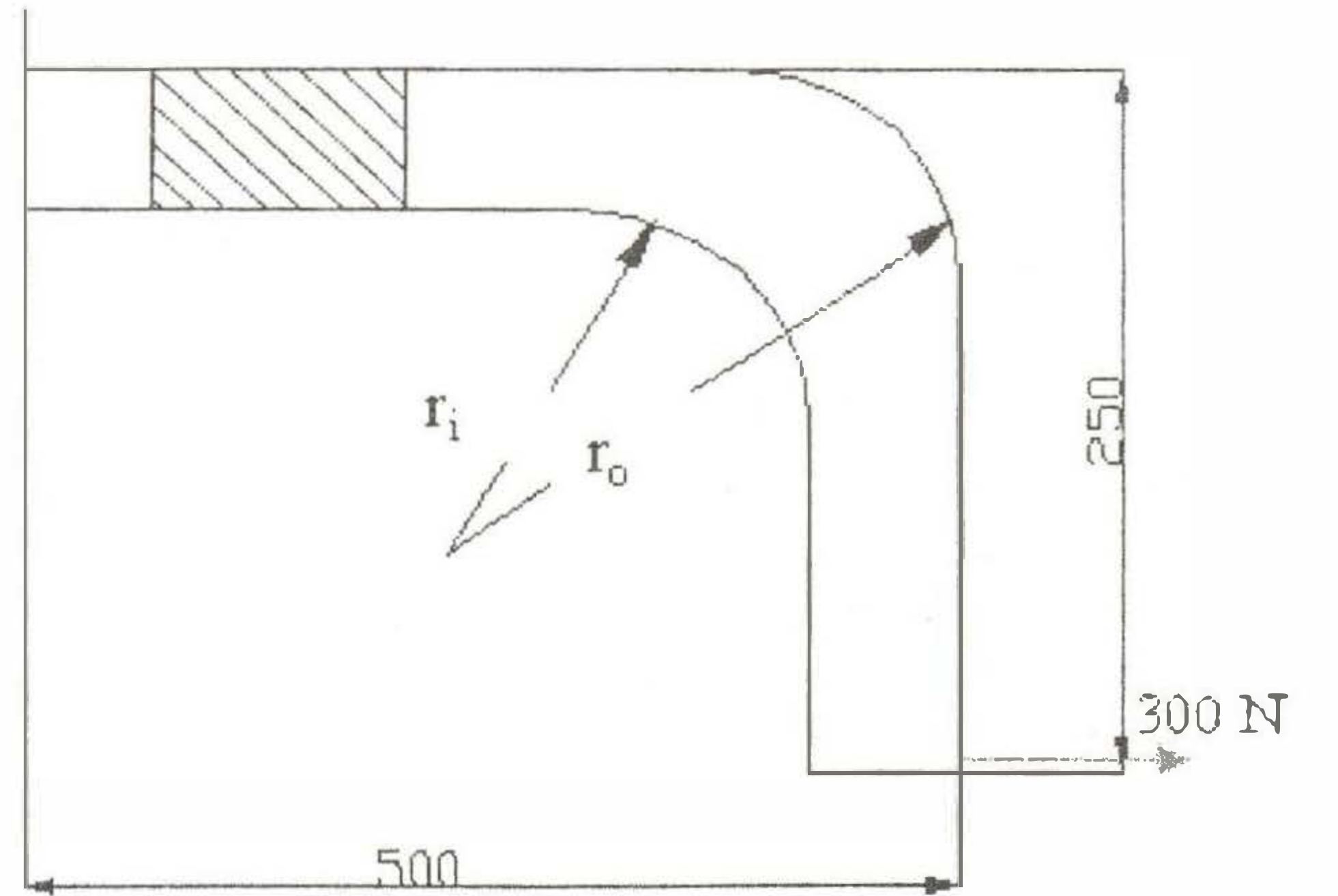
Kayma gerilmesi

$$\tau_k = 50,70 / 2 = 25,35 \text{ MPa}$$

$$r_n = (\sqrt{r_o} + \sqrt{r_i})^2 / 4 = (\sqrt{100} + \sqrt{74,763})^2 / 4 = 86,89 \text{ mm}$$

II.2 Dikdörtgen Kesitteki Eğrisel Kirişte Analitik Yöntemle Gerilme Analizinin Yapılması

Dikdörtgen kesitte eğrisel kiriş şekil-3 'de görüldüğü gibi bir ucundan ankastre diğer ucundan 300 N 'luk bir kuvvet uygulanmaktadır. Uygulanan kuvvet neticesinde meydana gelen gerilmeler aşağıda incelenmiştir.



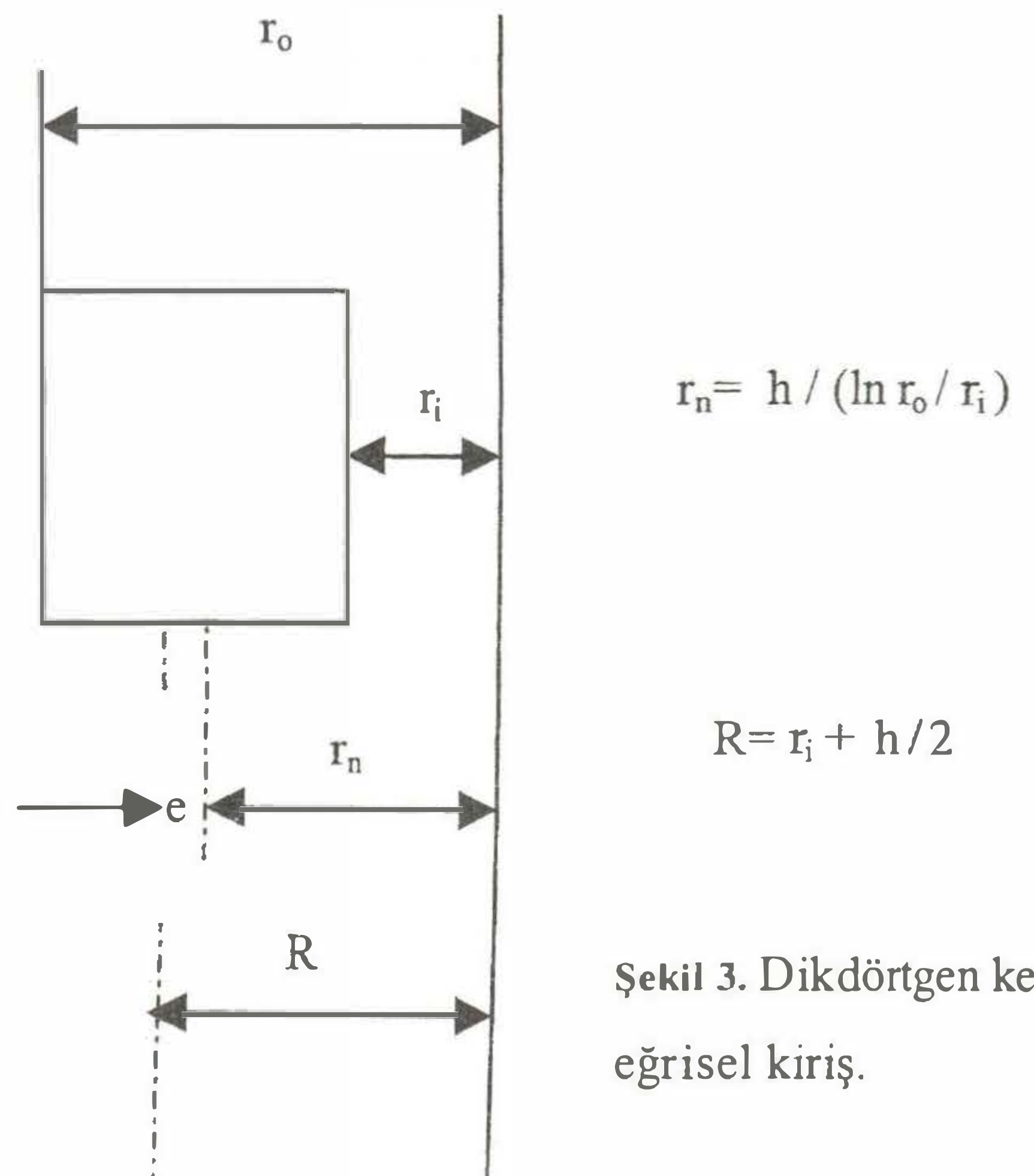
Şekil 2. Dairesel kesitte eğrisel kiriş

r_i (mm)	r_o	r_n	R	d	A mm ²	e	h_i	h_o
74,76	100	86,8	87,3	25,2	500	0,48	12,1	13,09

$$R = r_i + d/2 \quad R = 87,381 \text{ mm}$$

$$A = \Pi d^2/2 = 500 = 3,14 d^2/2 \Leftrightarrow d = 25,237 \text{ mm}$$

$$e = R - r_n = 87,381 - 86,89 \Leftrightarrow e = 0,48 \text{ mm}$$



$$r_n = h / (\ln r_o / r_i)$$

$$R = r_i + h/2$$

Şekil 3. Dikdörtgen kesitte eğrisel kiriş.

r_i (mm)	r_o	r_n	R	h	A mm ²	E	h_i	h_o
90	100	94,9	95	10	500	0,09	4,9	5,09

$$r_n = h / (\ln r_o / r_i) \Leftrightarrow r_n = 94,91 \text{ mm}$$

$$R = r_i + h/2 \Leftrightarrow R = 95 \text{ mm}$$

$$e = R - r_n \Leftrightarrow e = 0,09 \text{ mm}$$

Her kesitteki eğilme momenti

$$M = 300 * 250 = 75000 \text{ N.mm}$$

$$\sigma_i = Mh_i / A e r_i \Leftrightarrow \sigma_i = 90,92 \text{ MPa}$$

$$\sigma_o = Mh_o / A e r_o \Leftrightarrow \sigma_o = 84,83 \text{ Mpa}$$

$$\tau_k = 45,46 \text{ Mpa kayma gerilmesi}$$

III. EĞRİSEL KİRİŞLERDE GERİLME ANALİZİNİN BİLGİSAYAR DESTEKLİ NÜMERİK ANALİZ YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

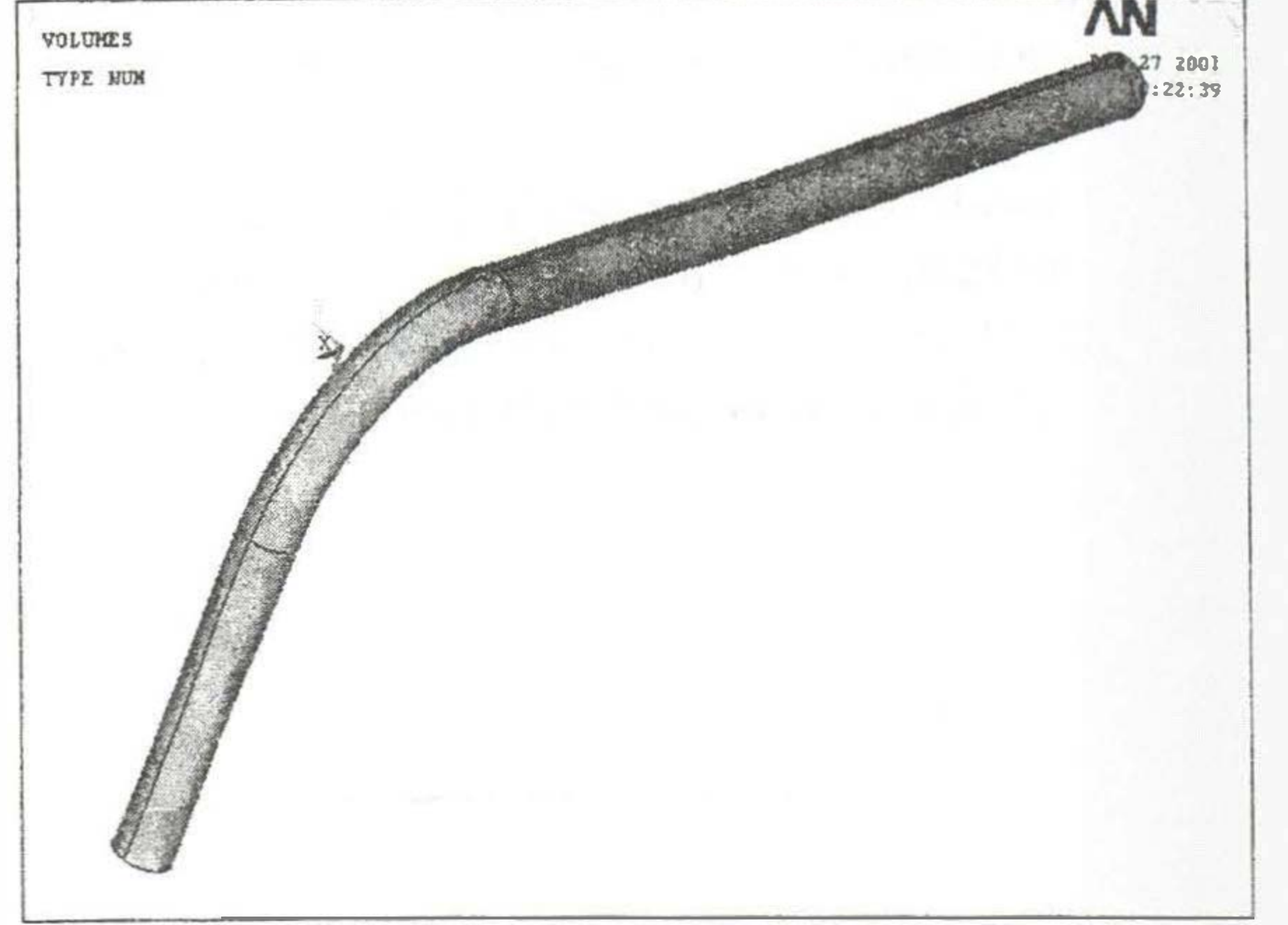
Bu bölümde problemin tanımı yapılarak, problem için gerekli olan tasarım koşulları belirlenip, sonlu elemanlar modeli oluşturulmuş, model için sınır şartları belirlenmiş, gerilme kontrolü yapılmış ve gerilmeler için grafikler oluşturulmuştur. Standart olarak 500 mm² kesit alanına sahip daire, dikdörtgen profilindeki miller örnek alınmıştır. Gerilme analizleri "ANSYS" programı kullanılarak yapılacaktır. Yapılan analiz sonuçları karşılaştırılarak gerekli değerlendirmeler yapılacaktır

Tablo 2. Problemlerde Kullanılan Malzemenin Mühendislik Sabitleri

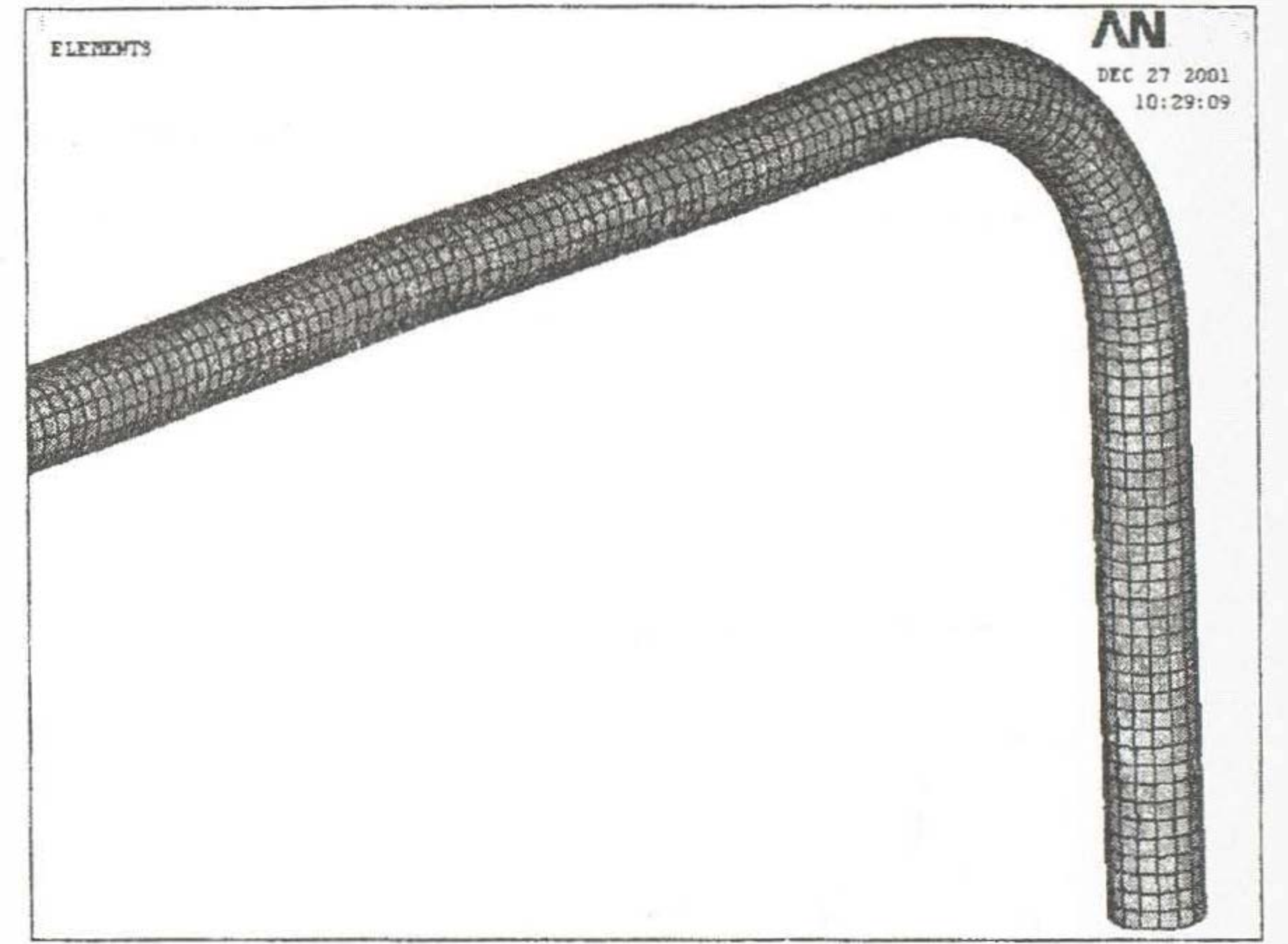
Elastisite Modülü	E	211 Gpa
Poisson oranı	ν	0,3

III. 1 Dairesel Kesitteki Eğrisel Kirişin Gerilme Analizinin Nümerik Yöntemle Yapılması

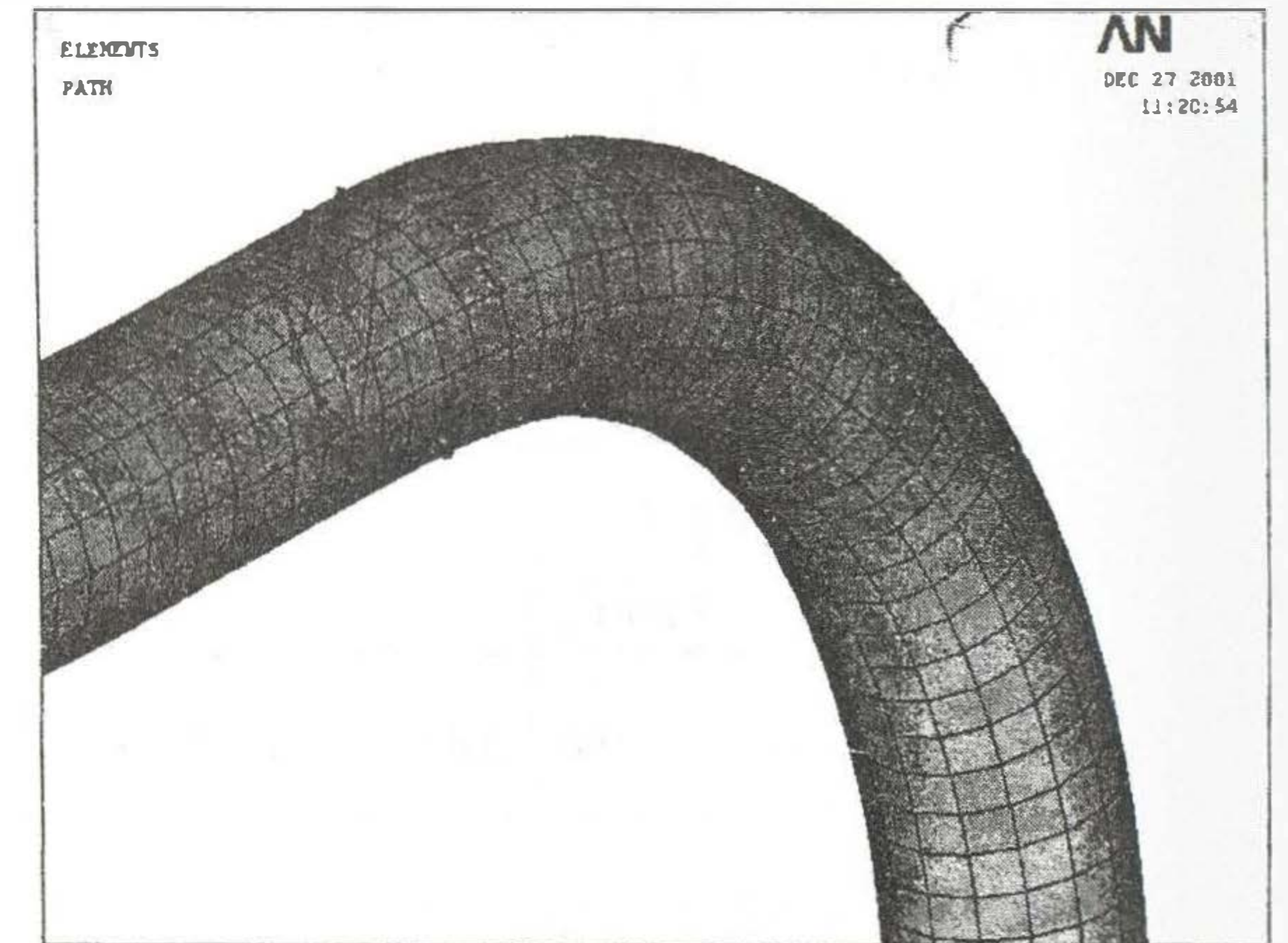
Aşağıda şekli ve ölçüleri gösterilen dairesel kesitteki mile $P=300\text{N}$ 'luk bir kuvvet uygulanmış ve bunun sonucunda eğrisel kirişde meydana gelen gerilmeler bilgisayar destekli nümerik analiz yoluyla bulunarak gerilme değerleri grafik halinde gösterilecektir.



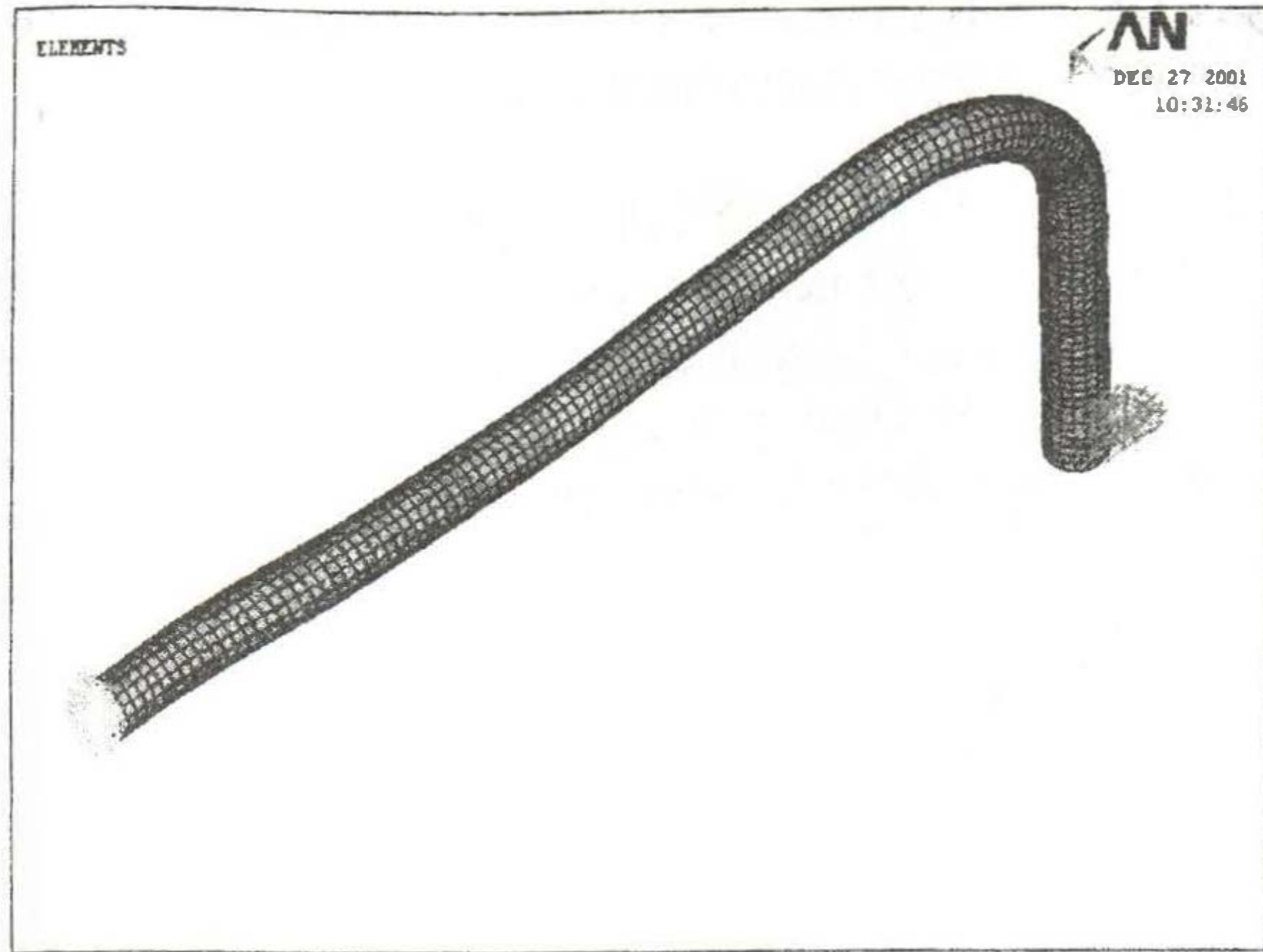
Şekil 4. Analizi yapılacak eğrisel kirişin katı modeli



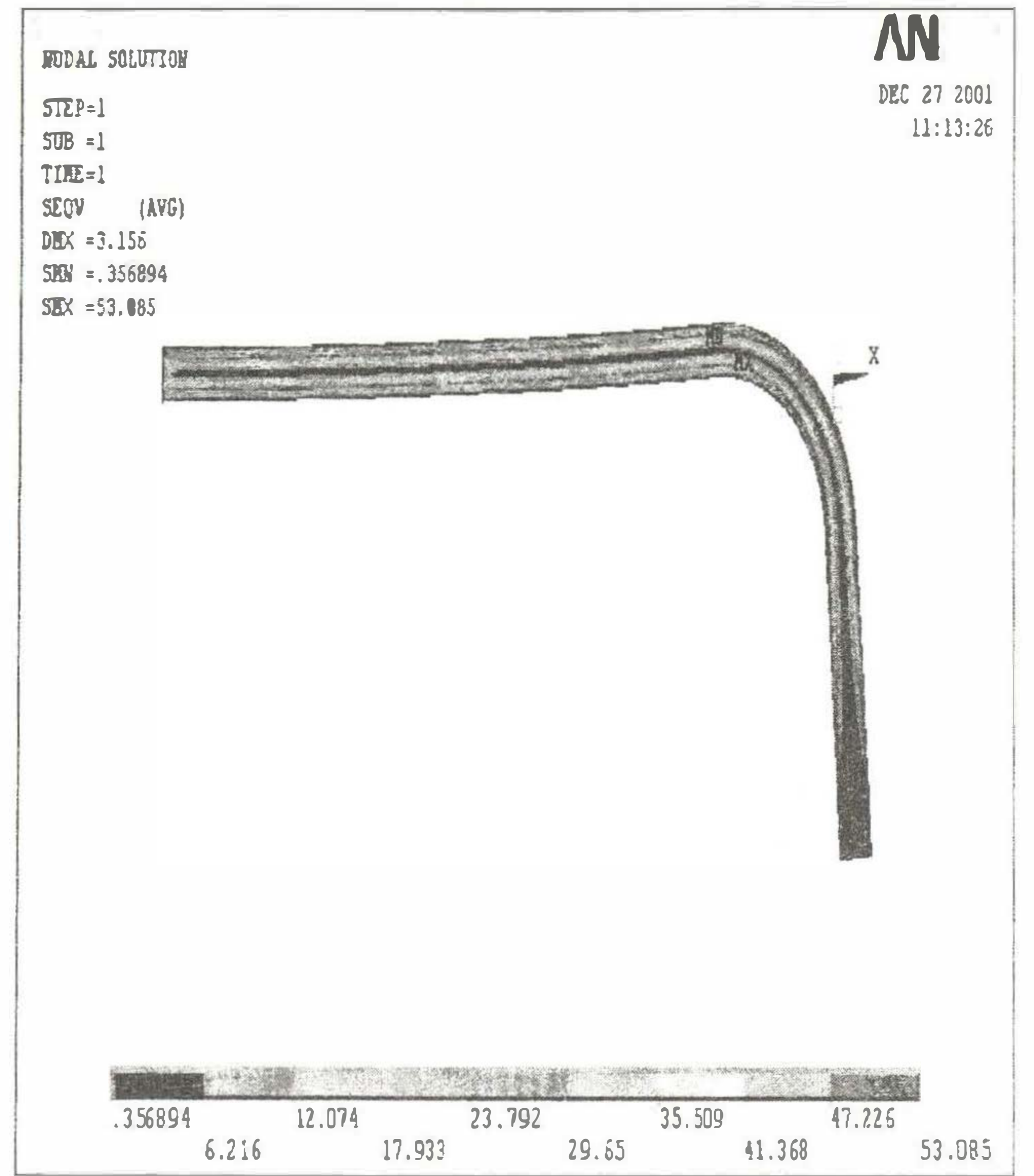
Şekil 5. Eğrisel kirişin 'mesh' edilmesi



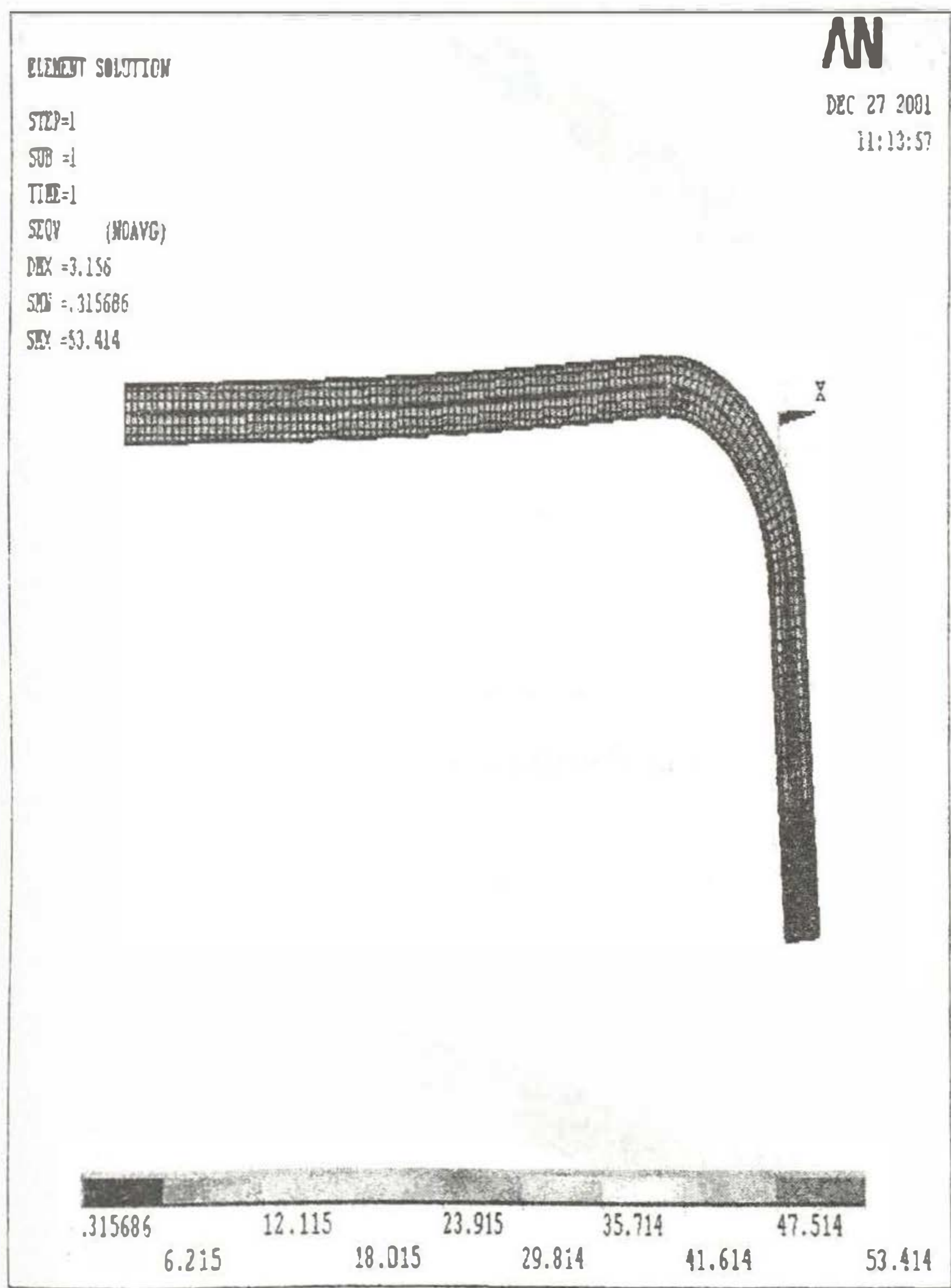
Şekil 6. Analizi yapılacak olan parçanın sonlu elemanlar modeli ağ yapısı



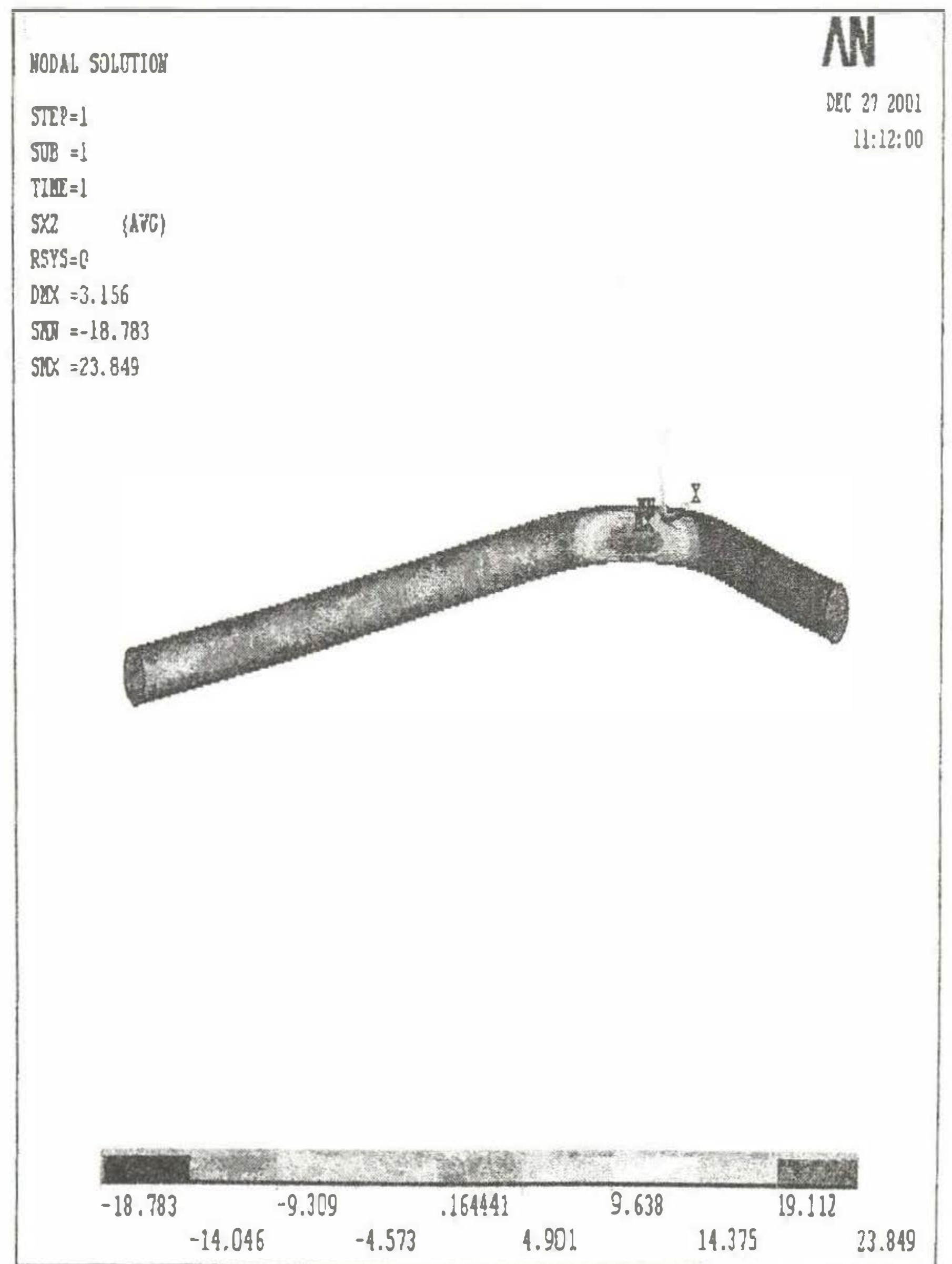
Şekil 7. Daire kesitindeki eğrisel kirişin sınır şartları ve yüklemenin temsili gösterimi.



Şekil 9. Nodlardaki vonmises, eşdeğer gerilmesi



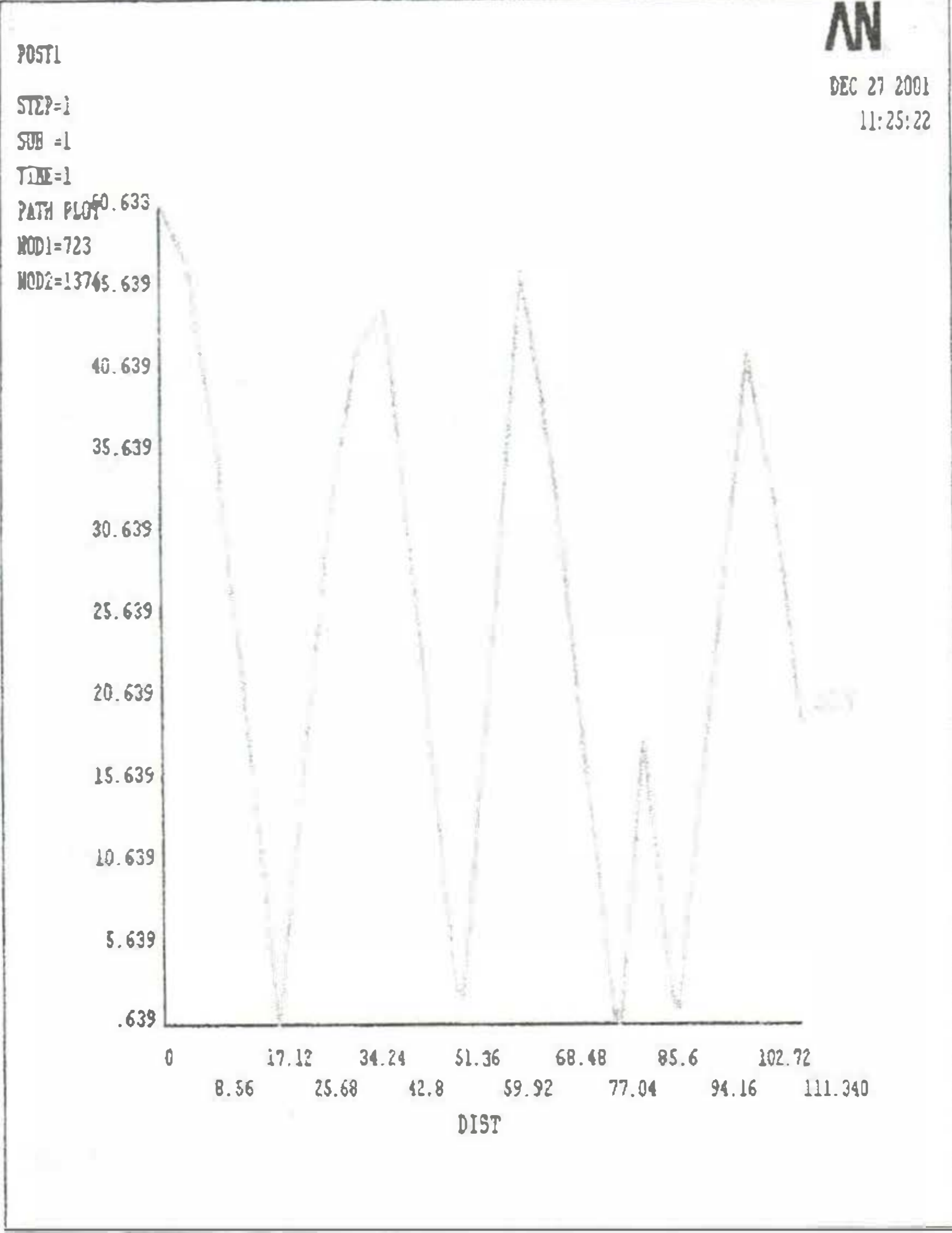
Şekil 8. Elemanlardaki vonmises eşdeğer gerilmesi



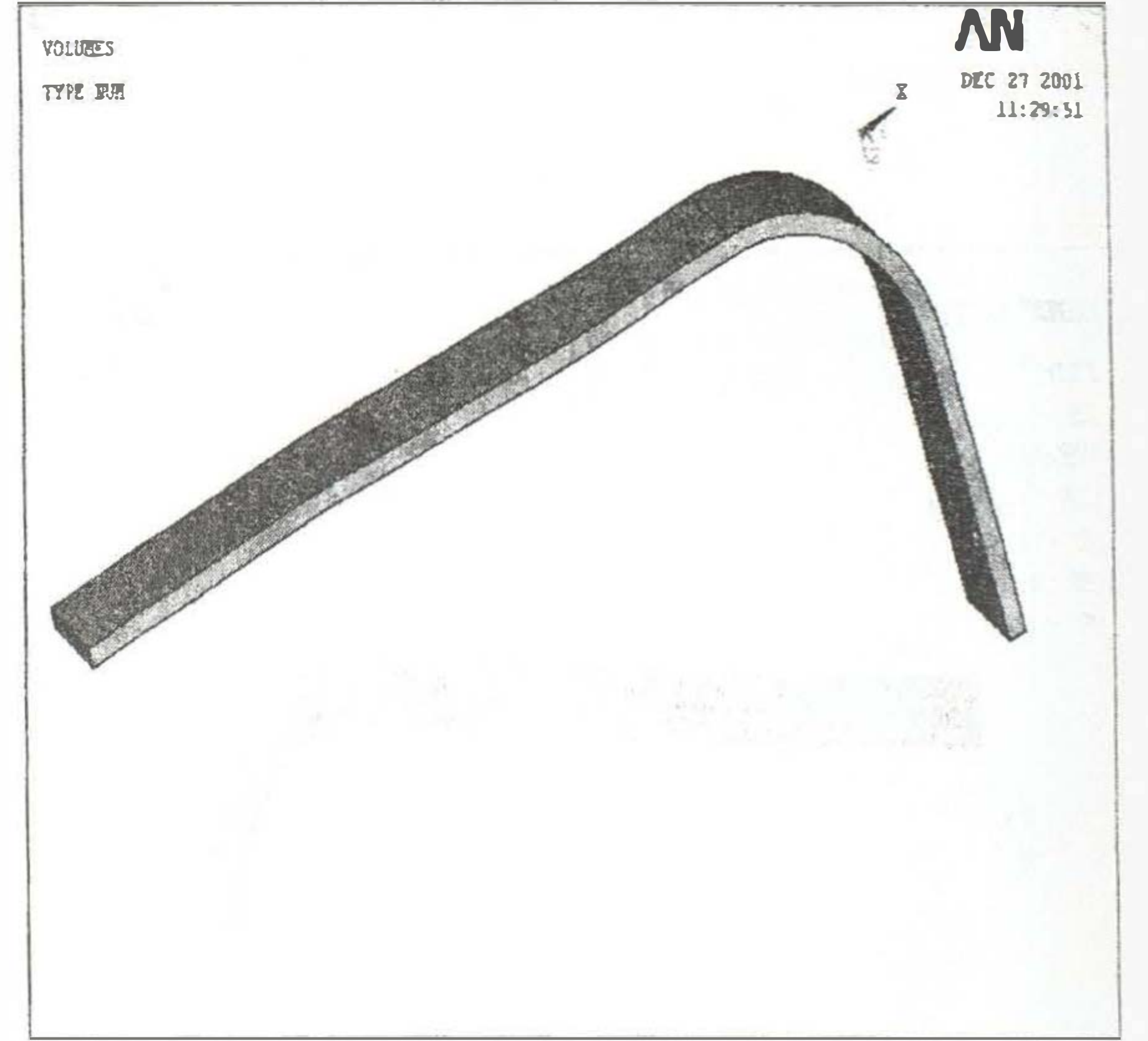
Şekil 10. Eğrisel kirişin nodlardaki kayma gerilmesi

III.2 Dikdörtgen Kesitteki Eğrisel Kirişte Nümerik Olarak Gerilme Analizinin Yapılması

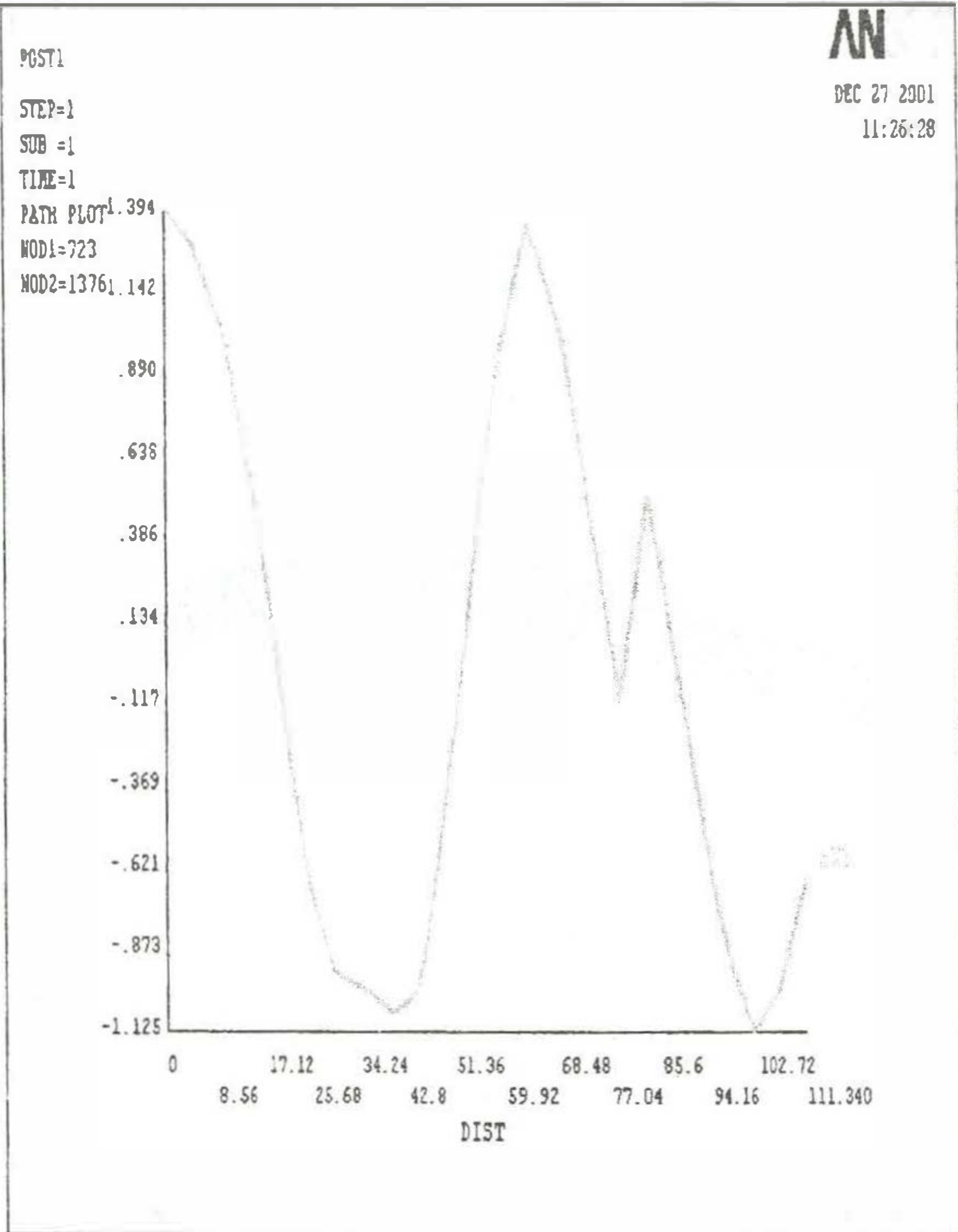
Dikdörtgen kesitte eğrisel kirişe aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi bir ucundan ankastre diğer ucundan 300 N 'luk bir kuvvet uygulanmaktadır. Uygulanan kuvvet neticesinde meydana gelen gerilmeler aşağıda bilgisayar destekli nümerik analiz yöntemiyle incelenmiştir.



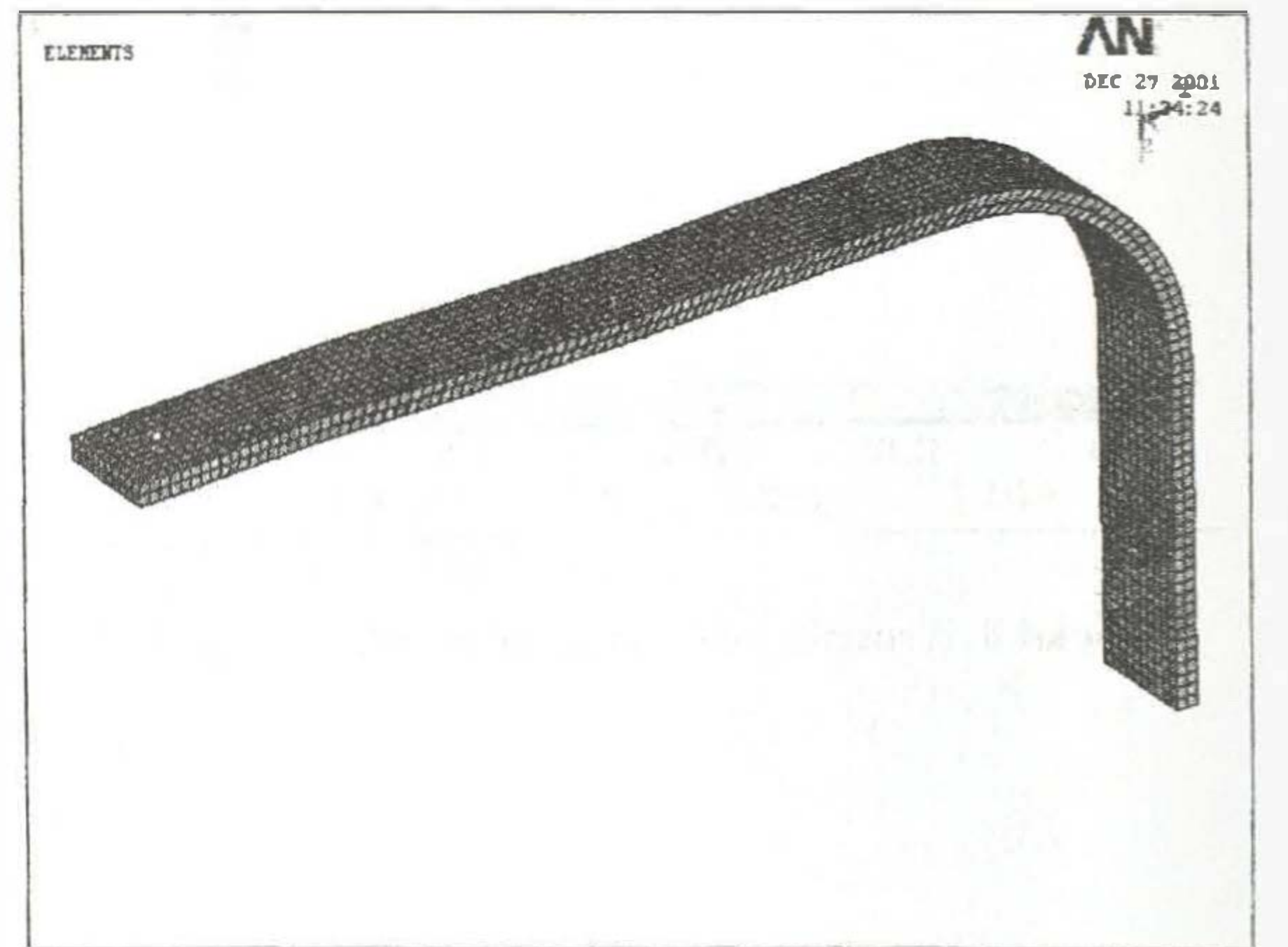
Şekil 11. En büyük gerilmenin bulunduğu kesit üzerindeki nodların gösterimi



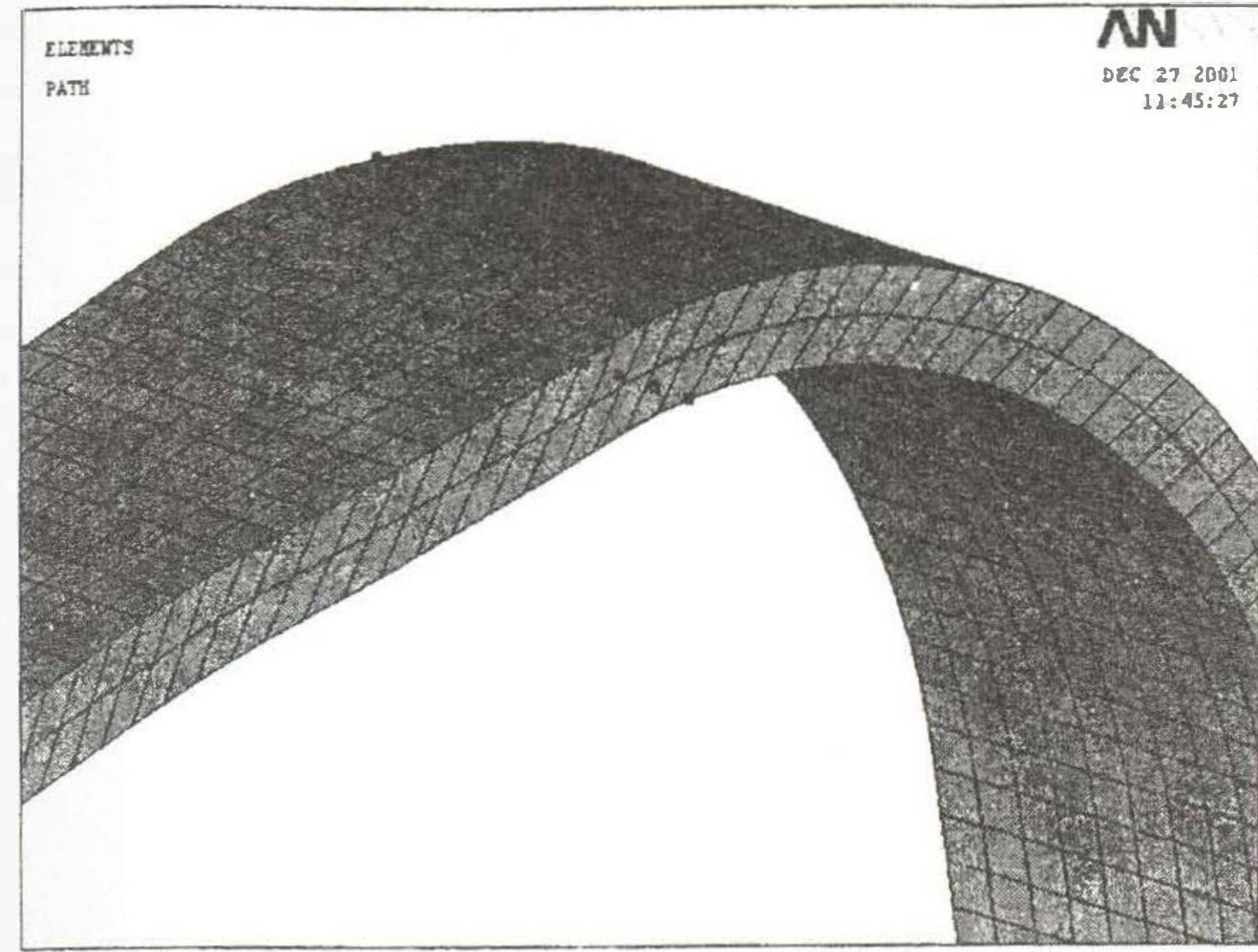
Şekil 13. Analizi yapılacak eğrisel kirişin katı modeli



Şekil 12. Eğrisel kirişte en büyük kayma gerilmesinin bulunduğu kesit üzerindeki nodların gösterilmesi



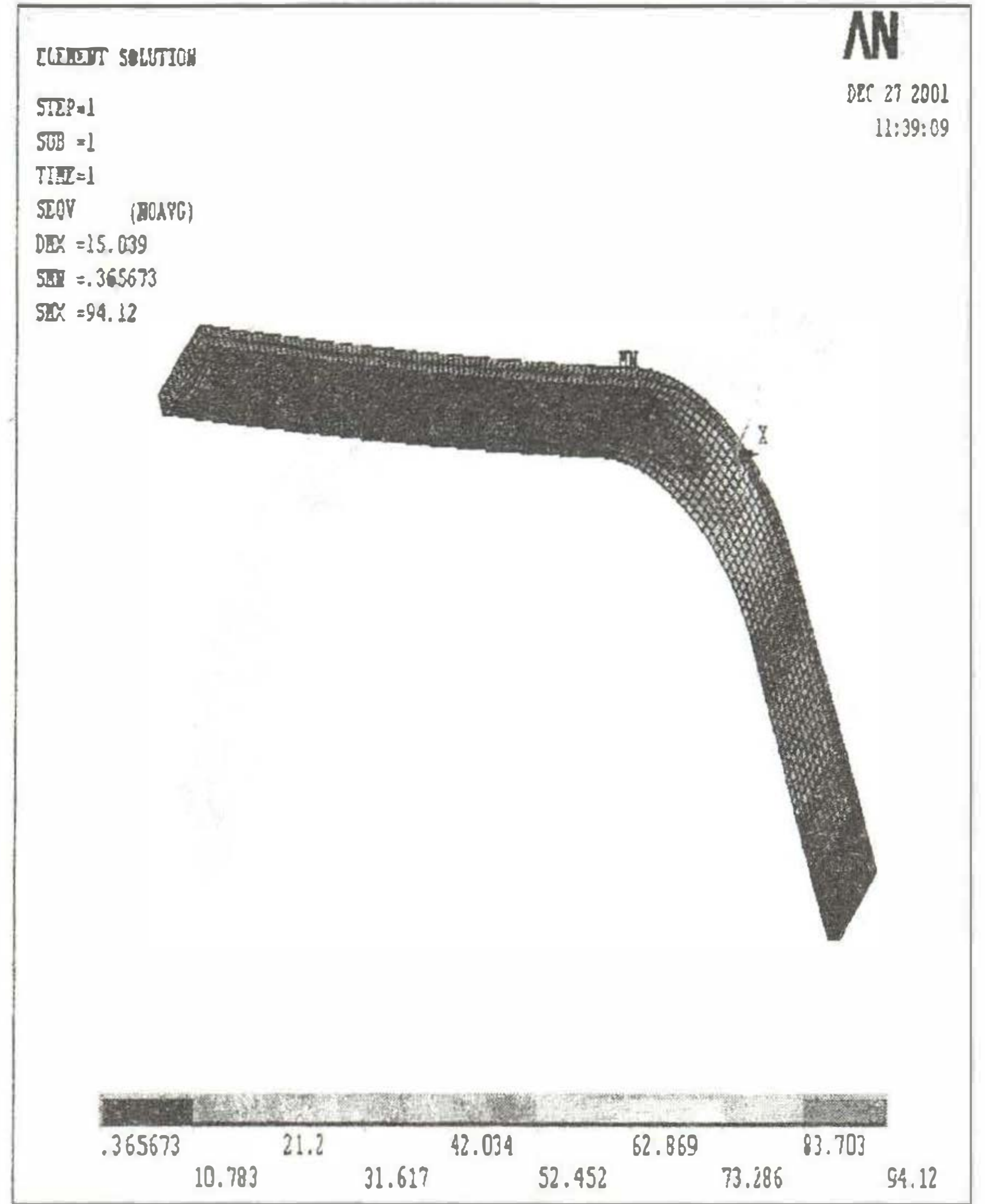
Şekil 14. Eğrisel kirişin 'mesh' edilmesi



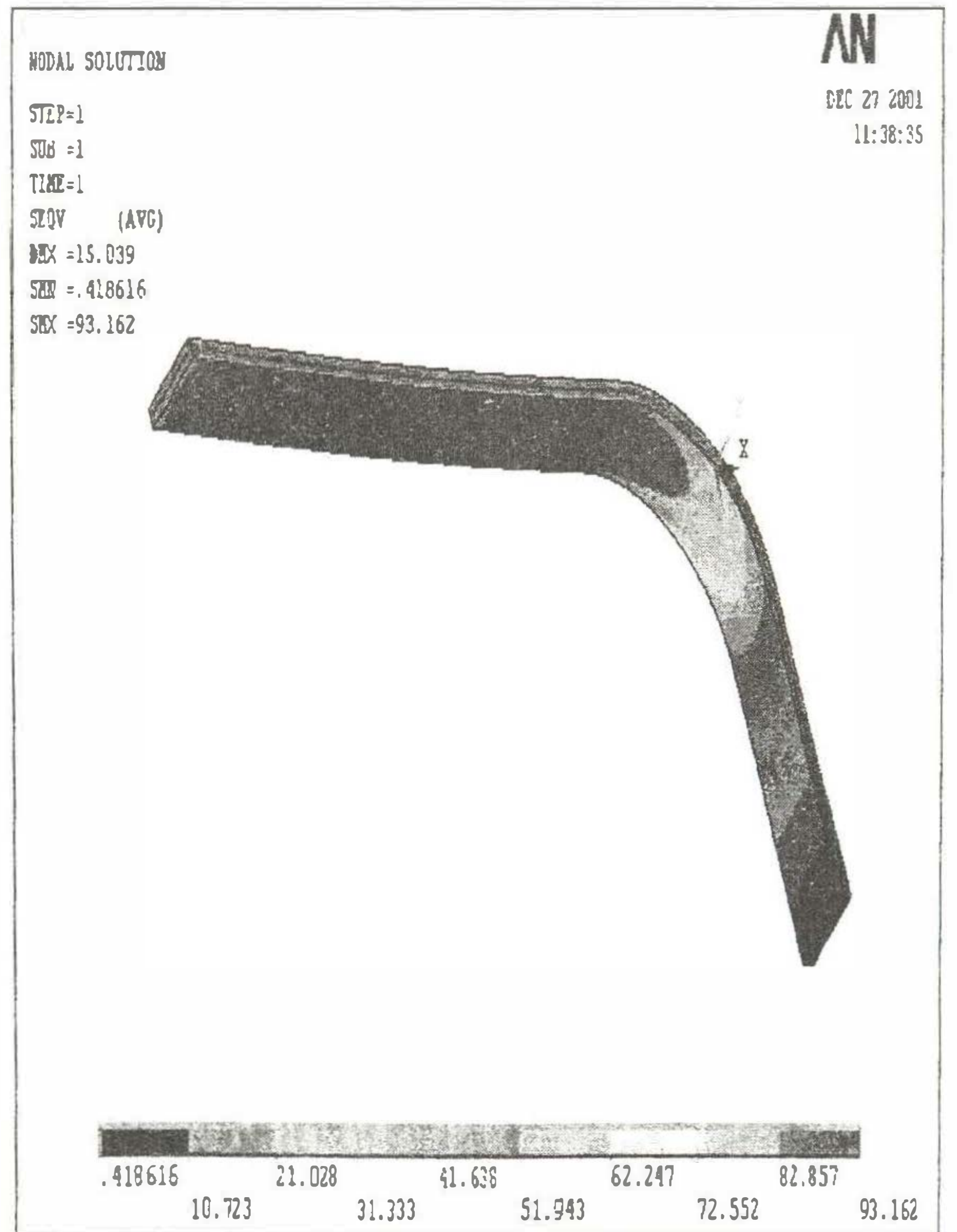
Şekil 15. Analizi yapılacak olan parçanın sonlu elemanlar modeli ağ yapısı



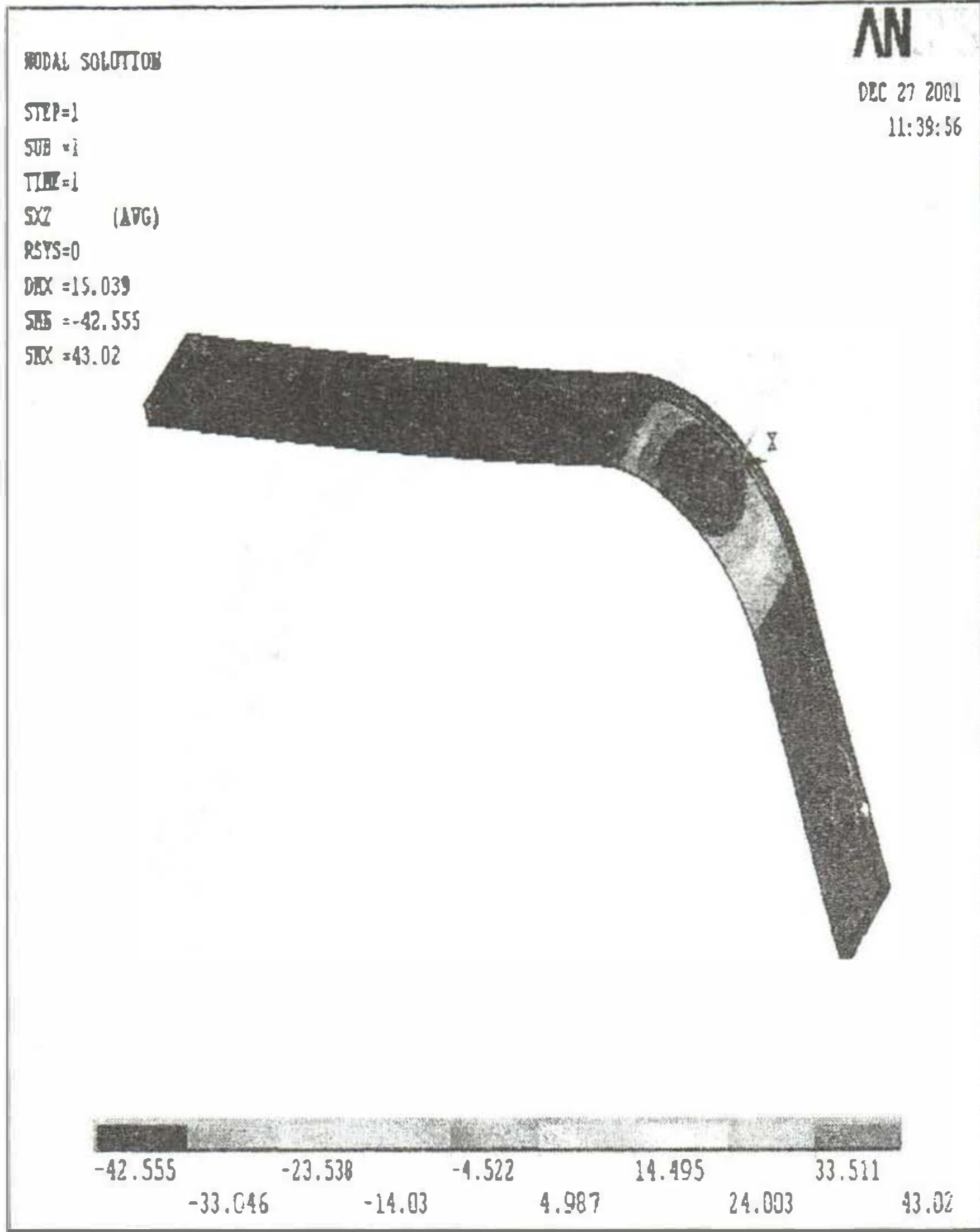
Şekil 16. Dikdörtgen kesitindeki eğrisel kirişin sınır şartları ve yüklemenin temsili gösterimi.



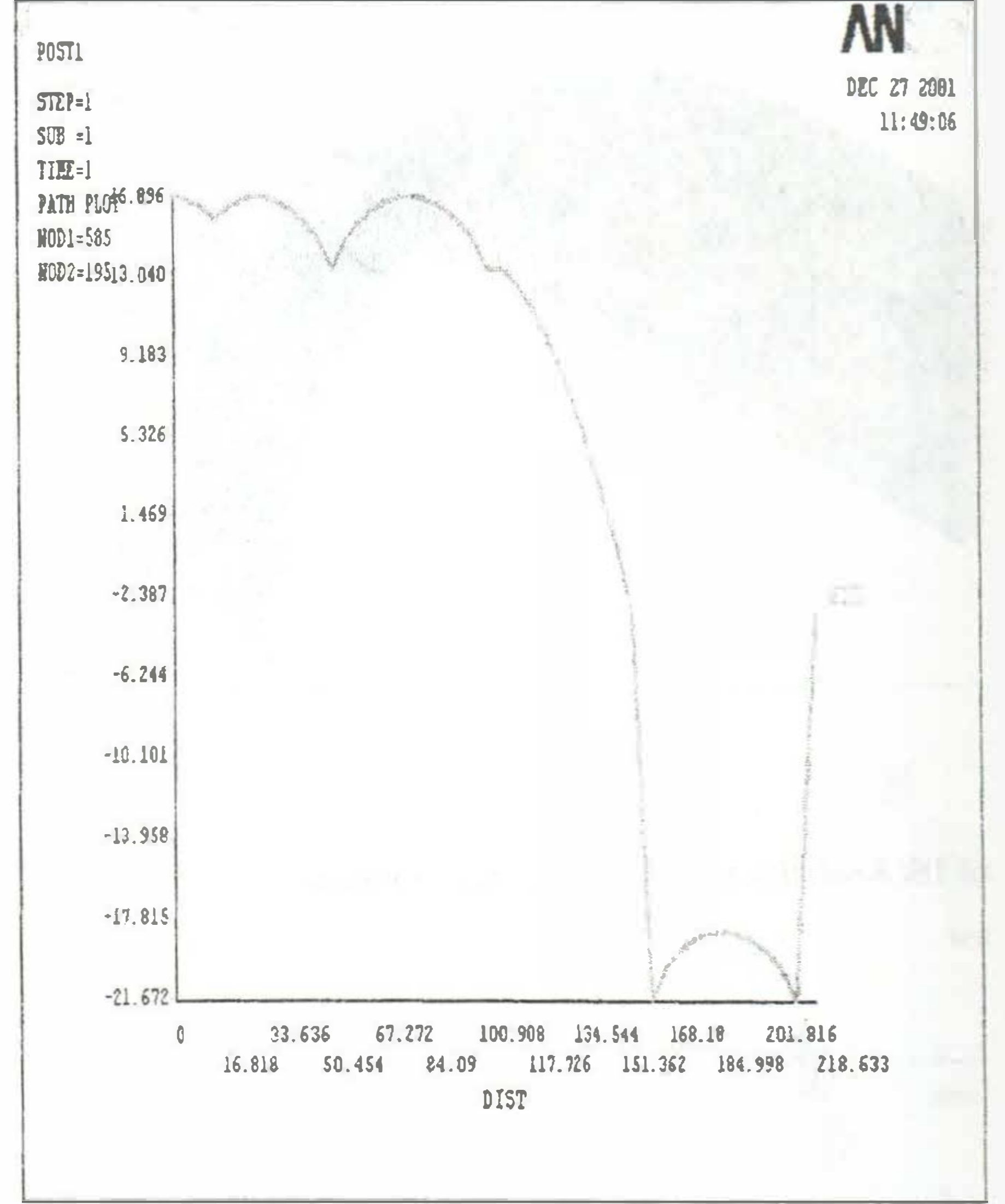
Şekil 17. Elemanlardaki vonmises eşdeğer gerilmesi



Şekil 18. Nodlardaki vonmises, eşdeğer gerilmesi



Şekil 19. Eğrisel kirişin nodlardaki kayma gerilmesi



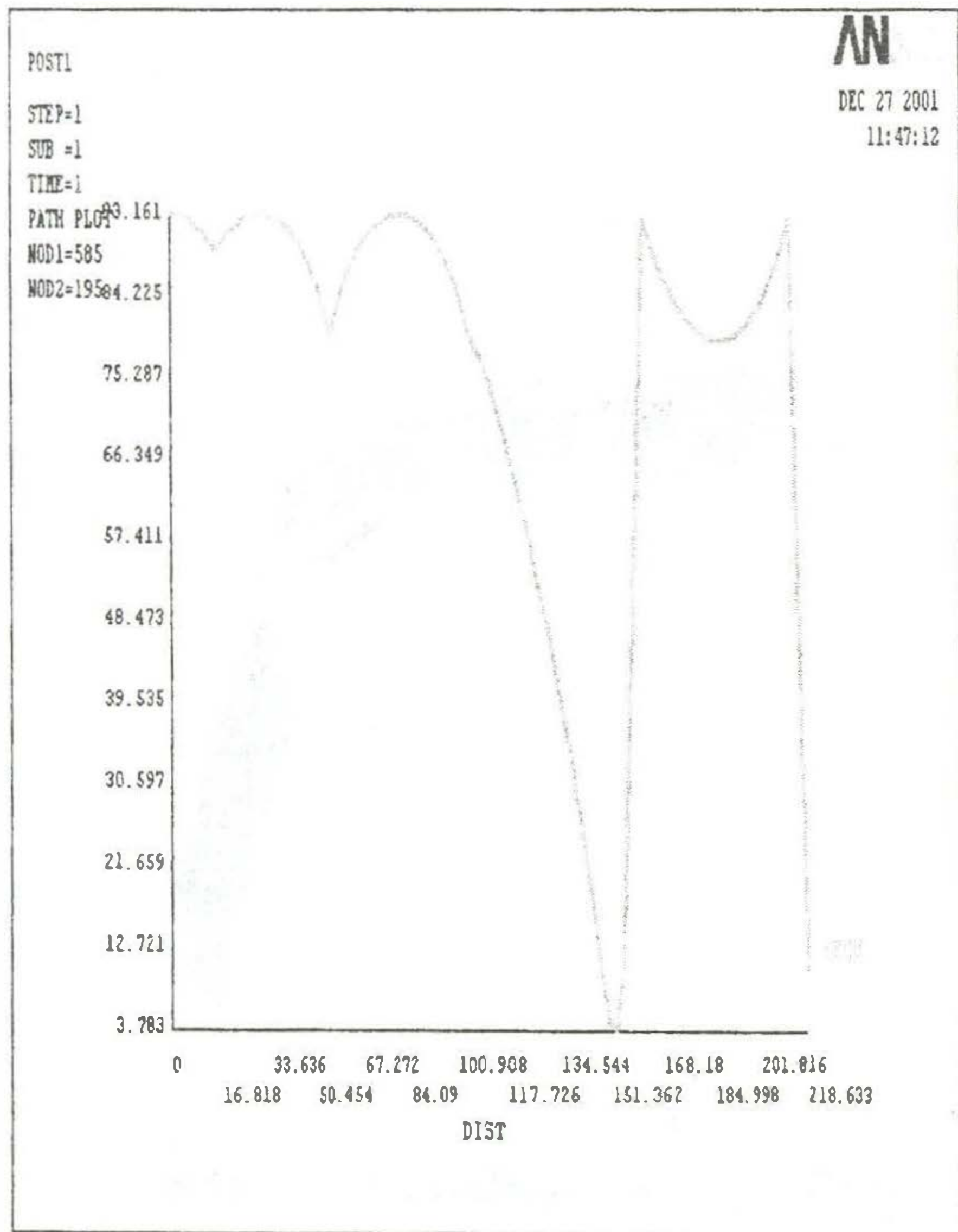
Şekil 21. Eğrisel kirişte en büyük kayma gerilmesinin bulunduğu kesit üzerindeki nodların gösterilmesi

V. SONUÇ

Analizde kullanılan eleman kesit boyunca araştırılmak istenen eğilme ve kayma gerilmesini gösterebilmek açısından üç boyutlu bir eleman olarak seçilmiştir. analiz esnasında malzeme elastik sınırları içinde kaldığı kabul edilmiş ve malzemeye ait elastisite modülü $E= 211000 \text{ N/mm}^2$, Poisson Oranı = 0,3 olarak alınmıştır.

Elemanın her nodundaki üç serbestlik derecesi analitik hesapta bulunan eşdeğer kayma ekseninin bulunmasına gerek duyulmadan nümerik yolla parçanın katı modeli hazırlanarak yapılmıştır.

Analiz sonuçları eleman ve nodal çözümler göz önünde bulundurularak kendi içerisinde de tutarlıdır. Yapılan mesh "mopped" olarak kullanılan, şekil fonksiyonlarının bozulmadığı düzgünlükte elde edilmiştir. Ayrıca yapılan başka denemelerde mesh yoğunluğunun yeterli olduğu doğrulanmıştır.



Şekil 20. En büyük gerilmenin bulunduğu kesit üzerindeki nodların gösterimi

Sonuç itibarıyla nümerik olarak elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla gayet iyi bir şekilde uyuşmaktadır. Bu nedenle bu ve benzeri yapıların analizinde nümerik metodun kullanılması iyi bir yaklaşım sayılabilir. Kompleks geometrilerde ise tek yol olarak görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Babalık, F., C., "Makine Elemanları ve Konstriksiyon Örnekleri, Bursa, 1997
- [2] Buchan, R., G., "Finite Element Analysis" McGraw hill company, singapure, 1995
- [3] Prof. Osman Y. "Makine Elemanları" Beta Basın yayım dağıtım A.Ş., İstanbul 1999
- [4] Zahavi,E., "Finite Element Method in Machine Desing" prentice Hall Book Company, London, 1994
- [5] Giray D., "Mühendisler İçin Sonlu Elemanlar Metodunun Temelleri," Adapazarı 1990
- [6] Keskin, İ, "Malzeme El Kitabı," Orsan İnş. Ltd. Şti. 1991
- [7] Dipl. İng. M.Ten., Bosch Zürih Federal techn.
- [8] Ansys Expanded Workbook 5.4, Ansys, Inch ISO 9001: 1994 company