*Süleyman Demirel Üniversitesi,
Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi,
10-3 (2006),437-446*

# Prizma Modelleri Kullanılarak Sentetik Mağnetik Anomalilerin Gauss-Newton Yöntemi ile Ters Çözümlenmesi

Erdinç ÖKSÜM[1], M. Nuri DOLMAZ[1]

*Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü / ISPARTA.*

**Özet:** Bu çalışmada, mağnetik yapıların anomalilerinin prizma modelleri ile yorumlanmasına ilişkin bir ters çözüm tekniği sunulmuştur. Ters çözüm sürecinde mağnetik kütleye ait mağnetik anomali değerleri, yatay düzlemdeki yapı sınırları, süseptibilite bilgisi, yer mağnetik alanının eğim ve sapma açıları ve başlangıç model parametre değerleri giriş verisi olarak kullanılmıştır. Örnek uygulamalarda prizma şekilli yapılar kullanılarak değişik kuramsal modellerin yeryüzünde oluşturacağı mağnetik anomali değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra Gauss-Newton ters çözüm tekniği uygulanarak bu kuramsal anomalileri veren kuramsal prizma modellerinin derinlik parametreleri hesaplanmıştır. Model parametre değerleri, her iterasyon adımında hesaplanan ve kuramsal anomaliler arasında en iyi uyum sağlanıncaya kadar yinelemeli olarak elde edilmiştir. Uygulamalar sonucunda ön kestirim modeline ait alt derinliklerin seçiminin üst derinliklere göre daha duyarlı olduğu görülmüştür. Yani alt derinliklerin seçimi üst derinliklere göre daha az bir hata payıyla yapılmalıdır. Diğer taraftan modelinin içerisinde bulunduğu veri sahasının genişliği de yöntemin çözüm gücüne etki etmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Ters Çözüm, Mağnetik Anomali, Prizma

# Inverse Solution with Gauss-Newton Method to Synthetic Magnetic Anomalies Using Prism Models

**Abstract:** In this study, an inversion technique is presented for interpretation of magnetic anomalies of causative magnetic bodies by using prism models. The inversion process requires magnetic anomaly values of the magnetic body, horizontal boundaries, susceptibility knowledge, inclination and declination angles of the Earth magnetic field and the initial model parameter values as the input data. In example applications, surface magnetic anomaly values which are constituted from various theoretical models are calculated by using prism-shaped bodies. Then, the Gauss-Newton inversion technique is applied to the theoretical data and the depth parameters of the theoretical prism models which give the theoretical anomalies are calculated. Model parameter values are iteratively obtained until to fit the calculated and theoretical anomalies. At the end of the applications, it was seen that the selection of bottom depth of front side model was more sensitive than the upper depth. In other words, the selection of bottom depths must be done less error rate than upper depths. On the other hand, the wideness of datum field that its model takes place in affects the solution power of the method.

**Keywords:** Inversion, Magnetic Data, Prism

## Giriş

Genellikle gravite veya mağnetik anomalilerin yorumunda belirli bir geometrik şekle sahip modeller sıkça kullanılmaktadır. Basit geometrik şekillere sahip cisimlerin mağnetik anomalilerinin modellenmeleriyle ilgili çalışmalar jeofiziğin çok eski yıllarına kadar dayanmaktadır. Bunların önemli bir kısmını klasik jeofizik kitaplarında [1- 5] bulmak olanaklıdır. Poligonal kesitli ve iki boyutlu yer altı yapılarının mağnetik anomalilerinin hesaplanabilmesine yönelik elverişli bir yöntem Talwani ve Heirtzler [6] tarafından ileri sürülmüştür.

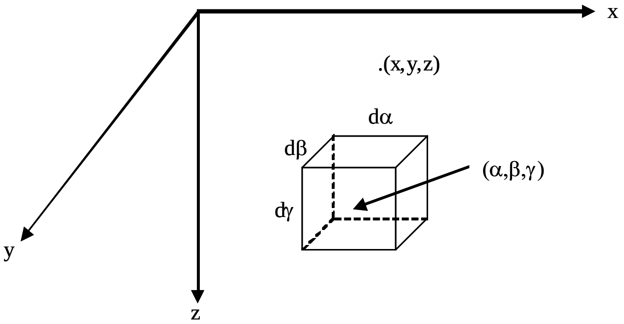
Seçilen modellerin analitik ifadelerinden, uygulanan yönteme göre yeryüzünde vereceği belirtinin hesaplanmasına düz çözüm adı verilmektedir. Bu modellerin düz çözüm bağıntılarından hesaplanan kuramsal anomaliler, gözlemsel anomaliler ile karşılaştırılarak olası yeraltı yapısının şekli ve konumu belirlenmeye çalışılır. Genellikle birçok jeolojik yapının şekli ve konumu prizmatik şekillerin bir araya getirilmesiyle temsil edilebilmektedir. Bu nedenle, prizmatik modeller geometrik olarak mağnetik anomalilerin ters çözümünde daha kullanışlıdır.

Düzgün geometriye sahip bazı kütlelerin oluşturduğu mağnetik anomalilerin yorumlanmasında ters çözüm teknikleri Bhattacharyya [7] tarafından kullanılmıştır. Bu çalışmada, değişik örneklerle yeraltında yapı sınırları belli olan blok türü kuramsal yapıların mağnetik anomalileri hesaplanmıştır. Daha sonra prizmatik modeller kullanılarak bu anomalileri üretecek kuramsal modellerin derinlik parametrelerinin aranmasına ilişkin Gauss-Newton ters çözüm tekniği sunulmuştur. Bu teknik mağnetik, sismik, manyeto-tellürik, rezistivite ve diğer jeofizik yöntemlerde de değişik parametrelerin belirlenmesinde bir çok çalışmada [8-10] temel algoritma olarak günümüze kadar kullanıla gelmiştir.

## Materyal ve Yöntem

Gauss-Newton yönteminin parametre bulmadaki başarısını test edebilmek için, materyal olarak yeraltında varsayılan değişik konumlardaki prizma türü yapıların yeryüzündeki mağnetik belirtilerinin hesaplanması gerekmektedir. Yöntemin temelinde, hesaplanan bu kuramsal belirtileri verecek modelin ters çözüm ilkelerine göre aranması yatmaktadır.

***Prizmatik Bir Yapının Mağnetik Anomalisi***
Yeraltında prizmatik yapıların yeryüzünde oluşturacağı mağnetik anomalileri veren ifadeler Bhattacharyya [11] tarafından verilmiştir (Şekil 1). Buna göre üst yüzeyinin derinliği h olan ve düşey yönde sonsuza uzanan bir prizmanın yeryüzünde bir (x,y,z) noktasında oluşturacağı mağnetik alanın değeri,




***Şekil 1.*** *Prizmatik bir yapının hacim elemanı ve koordinat sistemi [11].*

$$\frac{F(x,y,z)}{I_p} = k\left[\frac{\alpha_{23}}{2}\log\left(\frac{r_0-\alpha_1}{r_0+\alpha_1}\right) + \frac{\alpha_{13}}{2}\log\left(\frac{r_0-\beta_1}{r_0+\beta_1}\right) - \alpha_{12}\log(r_0+h) - lL\tan^{-1}\left(\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha_1^2+r_0h+h^2}\right)\right.$$
$$\left. -mM\tan^{-1}\left(\frac{\alpha_1\beta_1}{r_0^2+r_0h-\alpha_1^2}\right) - mM\tan^{-1}\left(\frac{\alpha_1\beta_1}{r_0^2+r_0h-\alpha_1^2}\right) + nN\tan^{-1}\left(\frac{\alpha_{11}\beta_1}{r_0h}\right)\right]\Bigg|_{\alpha l}^{\alpha u}\Bigg|_{\beta l}^{\beta u} \qquad (1)$$

ifadesi ile verilmektedir.

Burada; $r_0^2 = \alpha_1^2 + \beta_1^2 + (h-z)^2$, $\alpha_1 = \alpha - x$, $\beta_1 = \beta - y$, $\alpha_{12} = Lm + Ml$, $\alpha_{13} = Ln + Nl$, ve $\alpha_{23} = Mn + Nm$ gösterirken, L, M ve N yapı mağnetizasyon vektörünün, l, m ve n ise yer mağnetik alan vektörünün doğrultman kosinüslerini, $\alpha u$ ve $\beta u$ söz konusu prizmanın koordinat eksenine göre uzak köşe koordinatlarını ve $\alpha l$ ve $\beta l$ ise yakın köşe koordinatlarını, k süseptibilite değerini ve $I_p$ ise yer mağnetik alan şiddetini göstermektedir.

***Kuramsal ters çözüm ilkesi***
Gözlemsel verilerden yararlanarak yeraltının modellenmesi için kullanılan ters çözüm işleminde seçilen bir model fonksiyonunda modele ait n adet parametre değerleri ile m adet gözlemsel veri arasında,

$$G_i = F_i(p_i) \qquad \text{(i=1, .. , m, j=1, .. , n)} \qquad (2)$$

şeklinde fonksiyonel bir ilişki yazılabilir [12].

Bu ilişki genelde doğrusal olmadığından, $F_i$ model fonksiyonu Taylor serisine açılarak doğrusallık sağlanmaya çalışılır. Modelde aranan parametrelerin ön kestirim değerleri $p_j^0$ olup, ikinci ve daha yüksek mertebeden türevli terimler ihmal edilerek gerekli düzenlemeler yapıldığında doğrusallaştırma işlemi,

$$G_i = F_i(p_j^0) + \sum_{j=1}^{n}\frac{\partial F_i}{\partial p_j}\cdot\Delta p_j \qquad (3)$$

olarak elde edilebilir. Bu ifadede; $F_i(p_j^0)$: başlangıç model parametrelerine göre modelin kuramsal yanıtını, $\sum \partial F_i / \partial p_j$ : model parametrelerine göre kısmi türev değerlerini, $\Delta p_j$ : model parametre değerlerine ilave edilecek düzeltme değerlerini simgelemektedir. Eğer kısmi türevleri içeren terimi $A_{ij}$, gözlemsel değerler ile hesaplanan değerler arasındaki farkı $\Delta F_i$ şeklinde gösterirsek,

$$\Delta F_i = A_{ij}\Delta p_j \qquad (4)$$

denklemi elde edilir.

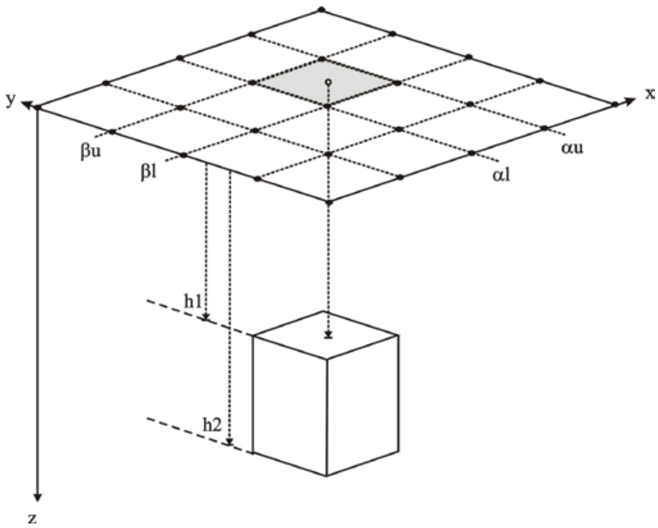
Gözlem veri sayısı genelde model parametre sayısından fazla olduğundan, $A_{ij}$ Jacobian matrisinin bir kare matrise dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu dönüştürme işlemi Jacobian matrisinin transpozesi ($A^t$) ile soldan çarpılarak yapılabilir. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra parametre düzeltme değerleri,

$$\Delta p = (A^t A)^{-1} A^t \Delta F \qquad (5)$$

genelleştirilmiş denklem sisteminden hesaplanabilir.

## Kuramsal Modeller Üzerinde Uygulamalar

Şekil (2)'deki gibi düşey yönde sınırlı bir prizmanın yeryüzünde bir (x,y) noktasındaki mağnetik alan değeri, (1) bağıntısında h yerine sırasıyla üst derinlik $h_1$ ve alt derinlik $h_2$ nin konulmasıyla elde edilen $F_1$ (x,y,z) ve $F_2$ (x,y,z) sonuçlarının farkının alınmasıyla hesaplanabilir.




***Şekil 2.*** *Alt derinliği sınırlı bir prizmanın koordinat eksenlerindeki parametreleri [13].*

Gauss-Newton ters çözüm işlemi aşağıda verilen aşamalar ile gerçekleştirilebilir:

a. üst derinlik $h_1$ için bir ön kestirim değeri belirlenerek (1) bağıntısından her bir grid noktasındaki

$F_1$(x,y,z) kuramsal mağnetik anomali değerlerinin hesaplanması,

b. alt derinlik $h_2$ için bir ön kestirim değeri belirlenerek (1) bağıntısından her bir grid noktasındaki $F_2$(x,y,z) kuramsal mağnetik anomali değerlerinin hesaplanması,

c. F(x,y,z) = $F_1$(x,y,z)- $F_2$(x,y,z) ifadesinden düşey yönde sınırlı prizmanın üreteceği kuramsal anomali değerlerinin hesaplanması,

d. kuramsal değerlerle gözlemsel değerlerin istenen uyum ölçütüne göre karşılaştırılması,

e. eğer yeterli uyum sağlandıysa anomaliyi veren model bulunmuş olur. Eğer karşılaştırma istenilen ölçüte göre olumsuz ise, parametre düzeltme değerleri hesaplanır ve ön kestirim değerlerine ilave edilerek yeni ön kestirim değerleri elde edilir. Birinci aşamadan itibaren işlemler uygun ölçüt sağlanıncaya kadar yinelenir. Bu işlemler,

$$\begin{vmatrix} \Delta d_{11} \\ \Delta d_{12} \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ \Delta d_n \end{vmatrix}_{n\times1} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial F_1(x_1,y_1)}{\partial h_1} & \dfrac{\partial F_2(x_1,y_1)}{\partial h_2} \\ \dfrac{\partial F_1(x_2,y_1)}{\partial h_1} & \dfrac{\partial F_2(x_2,y_2)}{\partial h_2} \\ . & . \\ . & . \\ . & . \\ . & . \\ . & . \\ \dfrac{\partial F_1(x_m,y_n)}{\partial h_1} & \dfrac{\partial F_2(x_m,y_n)}{\partial h_2} \end{vmatrix}_{n\times2} . \begin{vmatrix} \Delta p_{1,i} \\ \Delta p_{2,i} \end{vmatrix}_{2\times1} \quad (6)$$

dizey sisteminin çözülmesiyle bulunur. Burada; i: yineleme adımını, n ve m: yatay x ve y yönlerindeki veri sayısını, Δd: gözlemsel veri ile kuramsal veri arasındaki farkı ve Δp: parametre düzeltme miktarlarını simgelemektedir.

Her yineleme adımının ardından üst ve alt derinliklerin yeni ön kestirim değerleri ise,

$$h_{1,i+1} = h_{1,i} + \Delta p_{1,i} \quad (7)$$

$$h_{2,i+1} = h_{2,i} + \Delta p_{2,i} \quad (8)$$

bağıntılarından yenilenir.

Eğer m adet prizma için her bir prizmanın üst ve alt derinlikleri bulunmak isteniyorsa, türev matrisinin sütun sayısı ve parametre düzeltme matrisinin satır sayısı 2m kadar olacaktır.

Bu esaslara göre, teorik modeller için aşağıda değişik kuramsal örnekler sunulmuştur. Modellere ait parametre bilgileri ve sonuçları Tablo 1 de gösterilmektedir.

***Model-1:*** Kuramsal model olarak 60x60 birim büyüklüğündeki bir saha içerisinde 10x10 birim genişliğinde, üst ve alt derinliği sırasıyla 5 ve 15 birim olan tek bir prizma modeli seçilmiştir (Şekil. 3a). Böyle bir modelin kuramsal mağnetik anomali değerlerinin haritası Şekil 3b'de görülmektedir. Bu kuramsal anomali değerlerini üretecek modelin bulunması için aynı koordinatlarda üst ve alt derinlikleri sırasıyla 2 ve 20 birim derinliğindeki bir ön kestirim modeline ait mağnetik anomali değerleri hesaplanmıştır (Şekil 3c-3d ). Ön kestirim modeline ait parametre değerleri Gauss-Newton yöntemine göre, model ve ön kestirimden hesaplanan mağnetik anomaliler arasında en iyi uyum sağlanıncaya kadar yinelemeli olarak değiştirilmiştir. Uyumun ölçütü olarak iki veri arasındaki RMS (karekök hata) değerlerinin minimuma ulaştığı adımdaki parametre değerleri seçilmiştir. Şekil 3'e ve Şekil 3f'de son elde edilen ön kestirim modeli ve onun mağnetik anomalisi görülmektedir.

***Model-2:*** Kuramsal model olarak 100x100 birim büyüklüğündeki bir saha içerisinde 10x10 birim genişliğinde 25 adet prizma konumlandırılmıştır. Bunların her birinin taban derinlikleri 7 birim ve üst derinlikleri ise 2, 3 ve 4 birim olarak bir piramit yapı gösterecek şekilde seçilmiştir (Şekil 4a). Böyle bir modelin kuramsal mağnetik anomali değerlerinin haritası Şekil 4b'de görülmektedir. Bu kuramsal anomali değerlerini üretecek modelin bulunması için aynı koordinatlarda tüm prizmalar için üst ve alt derinlikleri sırasıyla 3 ve 9 birim olan bir blok model ön kestirim olarak seçilmiştir (Şekil 4c). Bu ön kestirim modeline ait mağnetik anomali değerleri Şekil 4d'de görülmektedir. Ön kestirim modeline ait parametre değerleri Gauss-Newton yöntemine göre, model ve ön kestirimden hesaplanan mağnetik anomaliler arasında en iyi uyum sağlanıncaya kadar yinelemeli olarak değiştirilmiştir. Uyumun ölçütü olarak iki veri arasındaki RMS (karekök hata) değerlerinin minimuma ulaştığı adımdaki parametre değerleri seçilmiştir. Şekil 4'e ve Şekil 4f'de son elde edilen ön kestirim modeli ve onun mağnetik anomalisi görülmektedir.

***Model-3:*** Kuramsal model olarak yine 100x100 birim büyüklüğündeki bir saha içerisinde 10x10 birim genişliğinde 25 adet prizma konumlandırılmıştır. Bunların üst ve alt derinlikleri sırasıyla 2, 3, 4 ve 5, 6, 7 birim arasında değişen küresel bir yapı gösterecek şekilde seçilmiştir (Şekil 5a). Böyle bir modelin kuramsal mağnetik anomali değerlerinin haritası Şekil 5b'de görülmektedir. Bu kuramsal anomali değerlerini üretecek modelin bulunması için aynı koordinatlarda tüm prizmalar için üst ve alt derinlikleri sırasıyla 2 ve 7 birim olan bir blok model ön kestirim olarak seçilmiştir (Şekil 5c). Bu ön kestirim modeline ait mağnetik anomali değerleri Şekil 5d de görülmektedir. Ön kestirim modeline ait parametre değerleri Gauss-Newton yöntemine göre, model ve ön kestirimden hesaplanan mağnetik anomaliler arasında en iyi uyum sağlanıncaya kadar yinelemeli olarak değiştirilmiştir. Uyumun ölçütü olarak iki veri arasındaki RMS (karekök hata) değerlerinin minimuma ulaştığı adımdaki parametre değerleri seçilmiştir. Şekil 5'e ve Şekil 5f'de son elde edilen ön kestirim modeli ve onun mağnetik anomalisi görülmektedir.

***Model-4:*** Kuramsal model olarak yine 100x100 birim büyüklüğündeki bir saha içerisinde 9 adet prizma konumlandırılmıştır. Bunların üst ve alt derinlikleri sırasıyla 2, 3, 4 ve 5, 6, 7 birim arasında değişen ve orta kısmı çukur bir yapıyı gösterecek şekilde seçilmiştir (Şekil. 6a). Böyle bir modelin kuramsal mağnetik anomali değerlerinin haritası Şekil 6b'de görülmektedir.

*__Tablo 1.__ Teorik model, ön kestirim ve ters çözüm sonuç parametreleri*

| Model no | Prizma no | Mu | Ma | Ou | Oa | Hu | Ha |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **1** | **5** | **15** | **2** | **20** | **5** | **15** |
| **2** | **1** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **2** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **3** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **4** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **5** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **6** | **3** | **7** | **3** | **9** | **3** | **7** |
| | **7** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **8** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **9** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **10** | **3** | **7** | **3** | **9** | **3** | **7** |
| | **11** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **12** | **3** | **7** | **3** | **9** | **3** | **7** |
| | **13** | **2** | **7** | **3** | **9** | **2** | **7** |
| | **14** | **3** | **7** | **3** | **9** | **3** | **7** |
| | **15** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **16** | **3** | **7** | **3** | **9** | **3** | **7** |
| | **17** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **18** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **19** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **20** | **3** | **7** | **3** | **9** | **3** | **7** |
| | **21** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **22** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **23** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **24** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |
| | **25** | **4** | **7** | **3** | **9** | **4** | **7** |

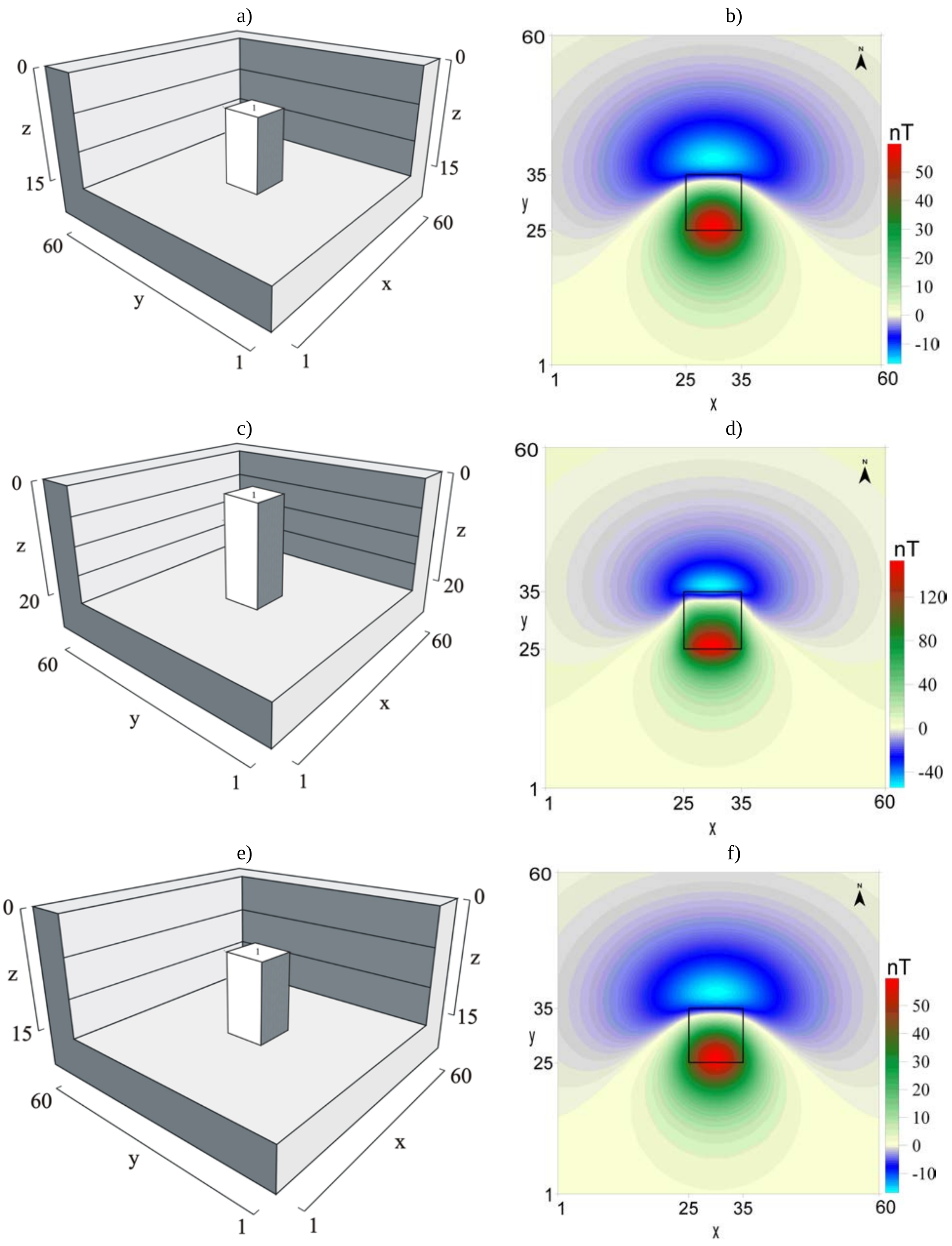
| Model no | Prizma no | Mu (Km) | Ma | Ou | Oa | Hu | Ha |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **3** | **1** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **2** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **3** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **4** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **5** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **6** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **7** | **3** | **6** | **2** | **7** | **3** | **6** |
| | **8** | **3** | **6** | **2** | **7** | **3** | **6** |
| | **9** | **3** | **6** | **2** | **7** | **3** | **6** |
| | **10** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **11** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **12** | **3** | **6** | **2** | **7** | **3** | **6** |
| | **13** | **2** | **7** | **2** | **7** | **2** | **7** |
| | **14** | **3** | **6** | **2** | **7** | **3** | **6** |
| | **15** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **16** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **17** | **3** | **6** | **2** | **7** | **3** | **6** |
| | **18** | **3** | **6** | **2** | **7** | **3** | **6** |
| | **19** | **3** | **6** | **2** | **7** | **3** | **6** |
| | **20** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **21** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **22** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **23** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **24** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |
| | **25** | **4** | **5** | **2** | **7** | **4** | **5** |

| Model no | Prizma no | Mu | Ma | Ou | Oa | Hu | Ha |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **4** | **1** | **2** | **5** | **2** | **5** | **2** | **5** |
| | **2** | **3** | **6** | **2** | **5** | **3** | **6** |
| | **3** | **2** | **5** | **2** | **5** | **2** | **5** |
| | **4** | **3** | **6** | **2** | **5** | **3** | **6** |
| | **5** | **4** | **7** | **2** | **5** | **4** | **7** |
| | **6** | **3** | **6** | **2** | **5** | **3** | **6** |
| | **7** | **2** | **5** | **2** | **5** | **2** | **5** |
| | **8** | **3** | **6** | **2** | **5** | **3** | **6** |
| | **9** | **2** | **5** | **2** | **5** | **2** | **5** |

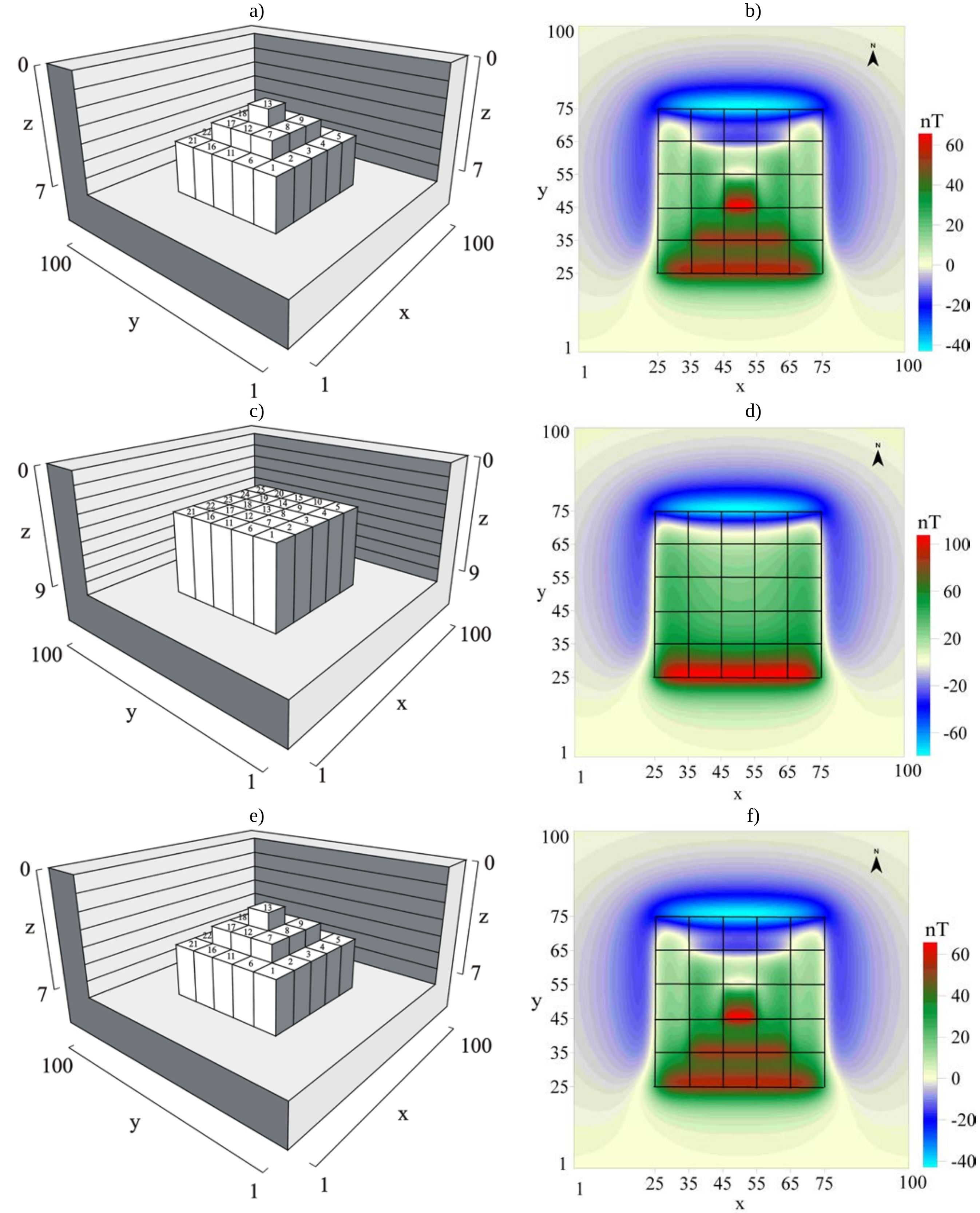
**Açıklama**

- **Mu;** kuramsal model prizmanın üst derinliği,
- **Ma;** kuramsal model prizmanın alt derinliği,
- **Ou;** ön kestirim üst derinliği,
- **Oa;** ön kestirim alt derinliği,
- **Hu;** hesaplanan üst derinlik,
- **Ha;** hesaplanan alt derinlik.

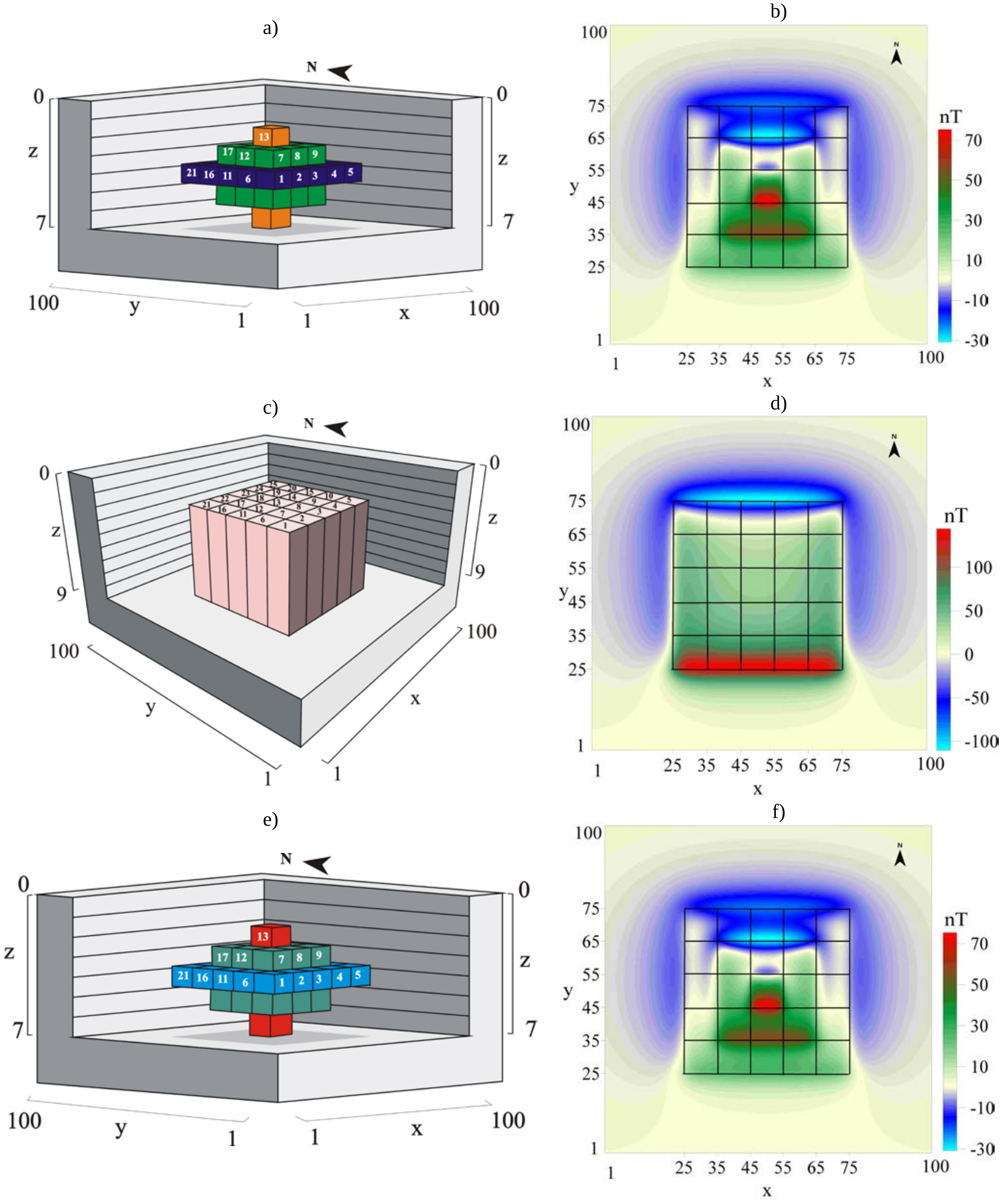
Not: Tüm modeller için yer mağnetik alan şiddeti 45000 nT, meyil açısı I= 55$^{o}$, sapma açısı D= 0$^{o}$ ve süseptibilite k=0.001 emb/gr olarak alınmıştır. Derinlikler km cinsindendir.



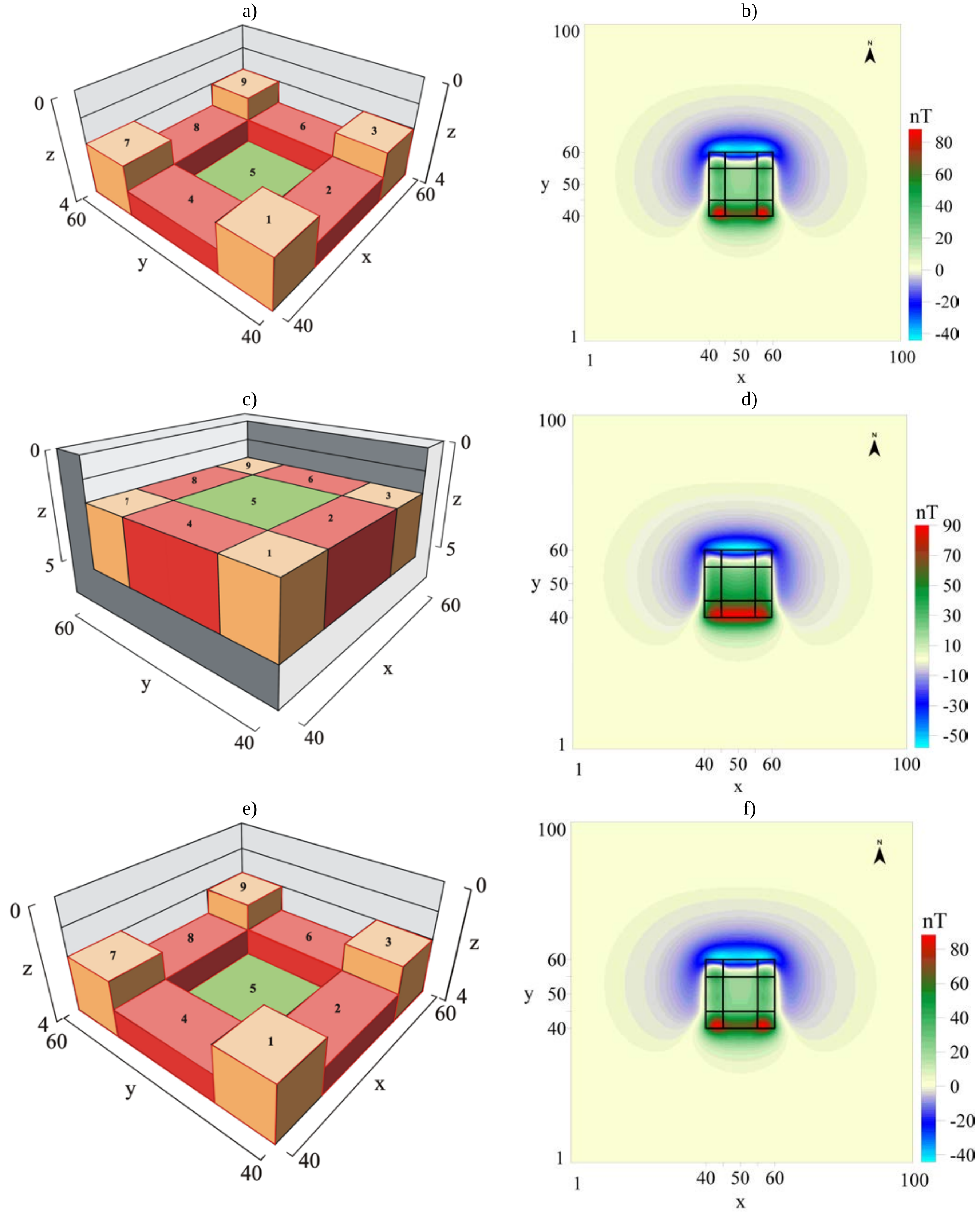

***Şekil 3.*** *a) Kuramsal model 1, b) Kuramsal modele ait mağnetik anomali haritası, c) Ön kestirim modeli, d) Ön kestirim modeline ait mağnetik anomali, e) Gauss-Newton ters çözüm sonucu hesaplanan model, f) hesaplanan modele ait mağnetik anomali [13].*




***Şekil 4.*** *a) Kuramsal model 2, b) Kuramsal modele ait mağnetik anomali haritası, c) Ön kestirim modeli, d) Ön kestirim modeline ait mağnetik anomali, e) Gauss-Newton ters çözüm sonucu hesaplanan model, f) hesaplanan modele ait mağnetik anomali [13].*




***Şekil 5.*** *a) Kuramsal model 3, b) Kuramsal modele ait mağnetik anomali haritası, c) Ön kestirim modeli, d) Ön kestirim modeline ait mağnetik anomali, e) Gauss-Newton ters çözüm sonucu hesaplanan model, f) hesaplanan modele ait mağnetik anomali [13].*



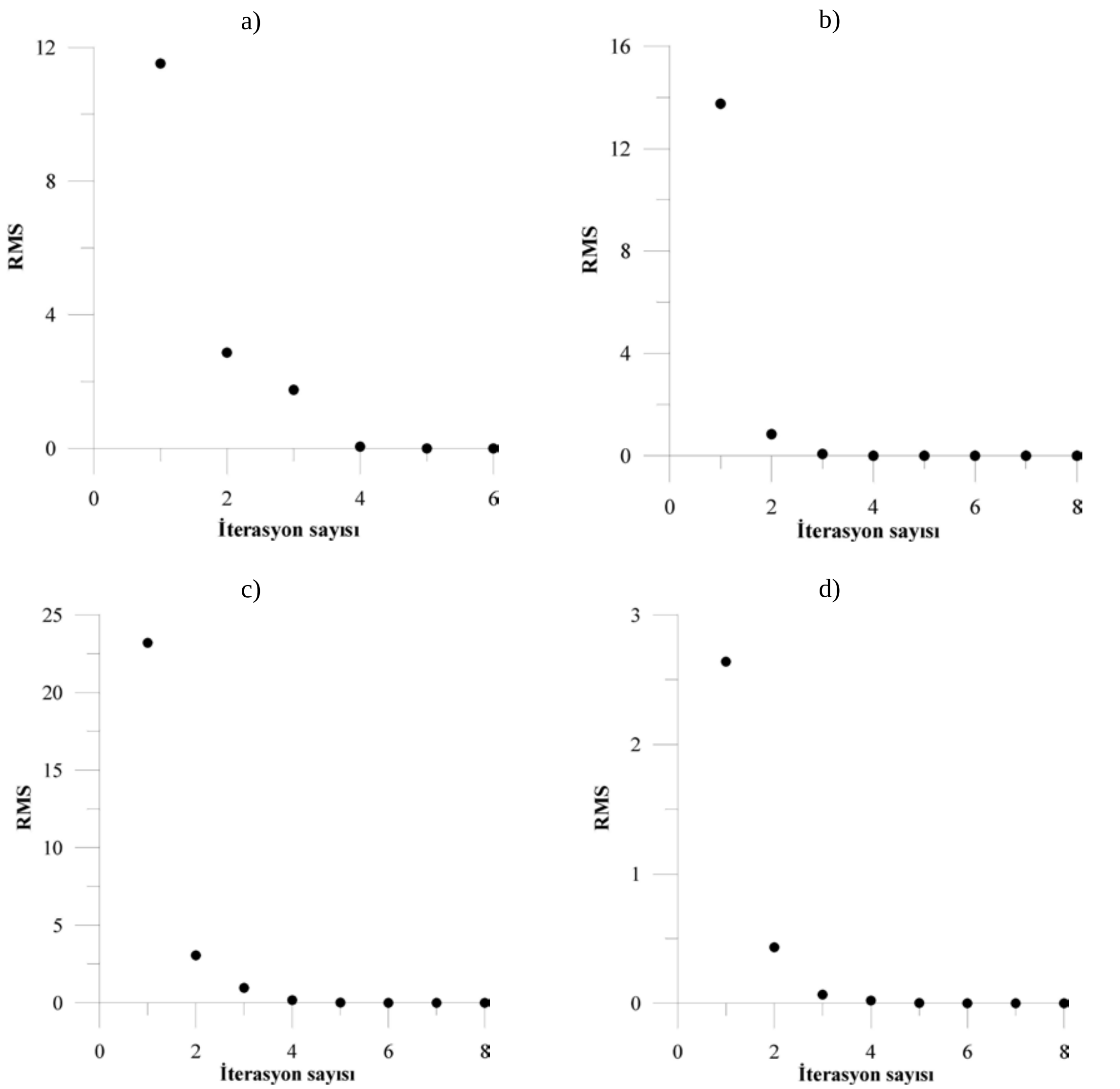

*Şekil 6. a) Kuramsal model 4, b) Kuramsal modele ait mağnetik anomali haritası, c) Ön kestirim modeli, d) Ön kestirim modeline ait mağnetik anomali, e) Gauss-Newton ters çözüm sonucu hesaplanan model, f) hesaplanan modele ait mağnetik anomali [13].*

Bu kuramsal anomali değerlerini üretecek modelin bulunması için aynı koordinatlarda tüm prizmalar için üst ve alt derinlikleri sırasıyla 2 ve 5 birim olan bir blok model ön kestirim olarak seçilmiştir (Şekil 6c). Bu ön kestirim modeline ait mağnetik anomali değerleri Şekil 6d'de görülmektedir. Ön kestirim modeline ait parametre değerleri Gauss-Newton yöntemine göre, model ve ön kestirimden hesaplanan mağnetik anomaliler arasında en iyi uyum sağlanıncaya kadar yinelemeli olarak değiştirilmiştir. Uyumun ölçütü olarak iki veri arasındaki RMS (karekök hata) değerlerinin minimuma ulaştığı adımdaki parametre değerleri seçilmiştir. Şekil 6e ve Şekil 6f'de son elde edilen ön kestirim modeli ve onun mağnetik anomalisi görülmektedir. Şekil 7'de ise 4 model için her yineleme adımında hesaplanmış RMS değerleri grafik olarak gösterilmiştir.

## Sonuçlar

Kuramsal prizma modelleri kullanılarak mağnetik yapıların anomalilerinin yorumlanmasına ilişkin Gauss-Newton ters çözüm tekniği farklı modeller üzerinde uygulanmıştır. Bu çalışmada bunlardan dört farklı modele ait sonuçlar verilmiştir. Ters çözüm sürecinde mağnetik kütleye ait anomali değerleri, yatay düzlemdeki yapı sınırları, süseptibilite bilgisi, yer mağnetik alanının meyil ve sapma açıları ve başlangıç model parametre değerleri giriş verisi olarak kullanılmıştır. Örnek uygulamalarda kuramsal anomalileri veren prizma şekilli yapıların alt ve üst derinlikleri parametre yineleme esasına dayanan bu yönteme göre belirlenmiştir. Yineleme işlemi hesaplanan ve kuramsal anomaliler arasında en iyi uyum sağlanıncaya kadar sürdürülmüştür. Yapılan uygulama sonuçlarında, ön kestirim modeline ait alt derinliklerin seçiminin üst derinliklere göre daha duyarlı olduğu görülmüştür. Yani alt derinliklerin seçimi üst derinliklere göre daha az bir hata payıyla yapılmalıdır. Bunun nedeni, (1) bağıntısında alt derinlik değerinin anomaliye olan etkisinin daha az olmasıyla ilişkilidir. Diğer taraftan tahmin edilen modelin alt derinliklerinin ortalama değeri, saha genişliğinin üçte birinden daha büyük olmamalıdır. Aksi takdirde çözüm gücü azalmakta ya da çözümsüzlüğe neden olmaktadır.

Sonuç olarak, doğadaki jeolojik yapılara benzer olarak alınan kuramsal modeller üzerinde Gauss- Newton yöntemi bilinmeyen parametreleri belirlemede başarılı sonuçlar vermiştir.




***Şekil 7.*** *a) Kuramsal model 1, b) Kuramsal model 2, c) Kuramsal model 3, d) Kuramsal model 4 için RMS grafikleri.*

## Teşekkür

Yazarlar; makalenin son şekline gelmesindeki değerli görüş ve katkılarından dolayı adı belirtilmemiş hakemlere teşekkür ederler. Bu çalışma SDÜ BAP Yönetim Birimi tarafından 1175-YL-05 numaralı proje ile desteklenmiştir.

## Kaynaklar

[1]. Nettletton, L.L., 1940, Geophysical prospecting for oil, MacGraw-Hill, New York, p.127-288.

[2]. Grant, F.S., West, G.F., 1965. Interpretation theory in applied geophysics. MacGraw-Hill, New-York, 583p.

[3]. Ergin, K., 1981. Uygulamalı Jeofizik. İTÜ yayınları, İstanbul, 371s.

[4]. Akçığ, Z., Pınar, R., 1994. Gravite ve Manyetik Arama Yöntemleri. D.E.Ü. Mühendislik Fakültesi Yayınları, No. 249, İzmir, 168s.

[5]. Canıtez, N., 1997. Jeofizikte Modelleme, İTÜ Yayınları, İstanbul, 368s.

[6]. Talwani, M., Heirtzler, J.R., 1964, Computation of magnetic anomalies caused by two-dimensional structures of arbitrary shape in computers in mineral industries, Part 1. Stanford Univ. Publ. Geol. Sci., 9, 464-480.

[7]. Bhattacharyya, B.K., 1980, A generalized multi body model for magnetic anomalies. Geophysics, 45, 255-270.

[8]. Pratt, R.G., Shin, C., Hicks, G.J., 1998. Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. Geop. Jour. Int., 133, 341-362.

[9]. Siripunvaraporn, W., Egbert, G., 2000. An efficient data subspace inversion method for 2-D magnetotelluric data. Geophysics, 65, 791-803.

[10]. Lelievre, P.G., Oldenburg, D.W., 2006. Magnetic forward modeling and inversion for high susceptibility. Geop. Jour. Int., 166, 76-90.

[11]. Bhattacharyya, B.K., 1964. Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization. Geophysics, 29, 517-531.

[12]. Pedersen, L.B., 1977. Interpretation of potential field data, a generalized inverse approach. Geophys. Prospect., 25, 199-230.

[13]. Öksüm, E., 2006. Van Gölü civarı havadan mağnetik verilerinin kantitatif yorumu, Yük. Lis. Tezi, S.D.Ü. Fen Bil. Enst., Isparta, 86s.