

A=18 Çekirdekleri için Nükleer Enerji Seviyelerinin Hesaplanması

Tayfun AKYÜREK, Erdal DİKMEN*

Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü / ISPARTA

Alınış Tarihi:09.01.2009, Kabul Tarihi:23.03.2009

Özet: Bu çalışmada, nükleer kabuk modeli kullanılarak kütle numarası $A=18$ olan çekirdekler için nükleer enerji seviye durumları ve bunlara karşılık gelen enerji değerleri hesaplanmıştır. $A=18$ kütle numaralı çekirdekler olarak ^{18}O ve ^{18}F izobarları seçilmiştir. Seçilen bu çekirdekler için nükleer kabuk modeli hesaplamaları hem m-scheme hem de JT-scheme yöntemleriyle yapılmıştır. Hesaplamalarda iki farklı iki-cisim etkileşmesi kullanılmıştır: Delta ve Wildenthal etkileşmeleri. Yapılan teorik hesaplama sonuçları deneysel verilerle karşılaştırılmış ve iyi bir uyum gösterdiği bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Kabuk Modeli, Delta Etkileşmesi, Enerji Seviyeleri

Nuclear Energy Level Calculations for $A = 18$ Nuclei

Abstract: In this study, the nuclear low-lying states and corresponding energies for $A=18$ nuclei have been calculated within the nuclear shell model framework. The ^{18}O and ^{18}F isobars are selected as $A=18$ nuclei. The nuclear shell model calculations for these isobars have been performed in both m-scheme and JT-scheme methods. In the calculations two different two-body effective interactions have been used: Delta and Wildenthal interactions. The calculated results have been compared with the experimental data and found to be in good agreement with the experimental results.

Keywords : Shell Model, Delta İnteraction, Energy Levels

Giriş

Nükleer fizik araştırmacılarının yıllardan beri üzerinde çalıştıkları konulardan biri çekirdeğin yapısını ortaya koymaktır. Nükleer yapının anlaşılması birçok astrofiziksel uygulamalar ve temel simetritelerin test edilmesi açısından önem arz etmektedir. Atom çekirdeği birbirleriyle nükleon-nükleon kuvvetleriyle etkileşen karmaşık çok parçacıklı bir sistemdir. Nükleonlar çekirdekte temel parçacıklar olmamasına rağmen düşük enerji seviyelerinde nükleonların içyapısı ihmal edilerek çekirdeğin temel parçacıkları olarak kabul edilebilir. Bunun sonucu olarak da çekirdek içindeki temel etkileşim, nükleon-nükleon iki-cisim etkileşimleri olarak dikkate alınabilir. Nükleonları temel parçacık olarak ele alan nükleer kabuk modeli, özellikle taban enerji seviyelerinin ve düşük enerjili uyarılmış seviyelerin belirlenmesinde standart model olarak kabul edilmektedir (Talmi, 1993).

Mikroskopik nükleer yapı çalışmalarında çekirdek içi iki-cisim nükleon-nükleon etkileşmeleri belirlenmekte ve elde edilen bu etkileşmeler nükleer kabuk modeli gibi modellerde kullanılarak çekirdeklerin özellikleri belirlenmektedir. Elde edilen bu nükleer özelliklerin deneysel verilerle karşılaştırılması sonucunda hem nükleer etkileşmelerin doğası anlaşılmaya çalışılmakta hem de nükleer yapıyı açıklamak için kullanılan modellerin geçerliliği test edilmektedir.

Nükleonların çekirdek içerisinde temel parçacık olarak kabul edilmesiyle çekirdeğin içerisinde nükleonların dağılımının incelenmesi mümkün olmaktadır. Düşük enerji

seviyelerinde çekirdeğin bazı özelliklerini açıklamada oldukça başarılı olan nükleer kabuk modeli basit bir yaklaşım ile valans nükleonlarının çekirdek içerisinde ortalama bir alan içinde hareket ettiklerini ve birbirleriyle iki cisim etkileşimleriyle etkileştiklerini kabul eder. Bu durumda çekirdeği tanımlayan Hamiltoniyen bir etkin Hamiltoniyen ile ifade edilir ve bu etkin Hamiltoniyen, Hilbert uzayının belirli bir alt uzayında sınırlandırılmış olur. Bu modelde, valans nükleonları haricindeki nükleonlar (kapalı kabuk içinde bulunan nükleonlar) çekirdeğin spektrumunun belirlenmesine katkıda bulunmazlar.

Nükleer kabuk modelinde iki-cisim etkileşmelerinin belirlenmesi için sd ana kabuğunda bulunan çekirdekler, hem valans uzayında fazla parçacık bulunmayışı hem de model uzayının küçük olması nedeniyle iyi bir seçimdir. Ancak sd ana kabuğunda bulunan çekirdeklerin iki-cisim matris elemanlarını elde etmede uzun yıllar zorluklarla karşılaşmıştır (Lee, 1972). Birçok farklı metotlarla elde edilen artık (residual) etkileşmelerin iki-cisim matris elemanlarının karşılaştırmalı olarak incelenmesi ile sonuçların zayıf olduğu gözlenmiştir (Abulafio, 1970). sd ana kabuğunda bulunan bazı çekirdeklerin nükleon-nükleon iki-cisim etkileşmeleri artık-delta etkileşmesi olarak ele alındığında ilginç bir şekilde enerji spektrumunun deneysel verilerle çok iyi bir uyum gösterdiği bulunmuştur (Heyde, 1995). Farklı bir etkileşme olan ve daha gerçekçi bir yaklaşımla elde edilen Wildenthal etkileşmesi ise sd ana kabuğunda bulunan 63 tane iki-cisim matris elemanlarının

lineer olmayan bir uydurma tekniği ile sd ana kabuğundaki çekirdeklerin deneysel verilerine uydurulması sonucu elde edilmiştir (Wildenthal, 1988).

Bu çalışmada, sd ana kabuğunda bulunan $A=18$ kütle numaralı ${}^{18}_8O$ ve ${}^{18}_9F$ çekirdeklerinin nükleer enerji seviyeleri artık-delta ve Wildenthal iki-cisim etkin etkileşmeleri kullanılarak nükleer kabuk modeli çerçevesinde hesaplanmıştır. Artık-delta etkileşmeleri aşağıda materyal ve yöntem bölümünde açıklandığı gibi bilgisayar kodu yazılmasıyla elde edilmiş ve Wildenthal iki-cisim etkin etkileşmeleri ise Ref. (Wildenthal, 1988)'den elde edilmiştir. ${}^{18}_8O$ ve ${}^{18}_9F$ çekirdeklerinin nükleer enerji seviyeleri artık-delta etkileşmesinin m -scheme yöntemine göre yazmış olduğumuz kabuk modeli bilgisayar kodunda kullanılmasıyla ve Wildenthal iki-cisim etkin etkileşmelerinin Drexel Üniversitesi Kabuk Modeli (DUSM) kodunda kullanılmasıyla hesaplanmıştır.

Materyal ve Yöntem

Nükleer kabuk modeli hesaplamaları yapılırken kuantum mekaniksel olarak iki farklı yöntem izlenir: Birincisi her bir parçacığın toplam açısal momentum ve magnetik kuantum sayıları dikkate alınarak yapılan kuantum mekaniksel hesaplamalar, ikincisi de sistemi oluşturan parçacıkların açısal momentumlarını çiftlendirerek sistem için toplam açısal momentum kuantum değerleri bulunarak yapılan kuantum mekaniksel hesaplamalardır. İlk durumda hesaplamalar daha basit olmakla beraber sistemi tanımlayan Hamiltoniyen ve dolayısıyla Hilbert uzayının boyutları çok büyük olmaktadır (Dikmen, 2001; Dikmen, 2002). İkinci yöntemde ise uygun çiftlenme teknikleri bulunması durumunda yeni kuantum sayıları tanımlanarak sistemin Hamiltoniyeni belirlenir. Ancak yeni kuantum sayılarının tanımlanması karmaşıktır ama daha az hesaplama gerektirmesi bakımından ilgi çekicidir. Bu çalışmada, her iki yöntemle sd ana kabuğunda bulunan hedef çekirdeklerin enerji seviyeleri hesaplanmıştır. İkinci yöntemde hesaplamalar, metodun teorik alt yapısının ve bir programlama diline aktarılmasının karmaşık olmasından dolayı bu metotla nükleer kabuk modeli hesaplamaları literatürde hazır bulunan Drexel University Shell Model (DUSM) kodu (Vallieres, 1993) ile yapılmıştır. Çekirdekler için kullanılan iki cisim etkileşmesi olarak Wildenthal etkileşmeleri kullanılmıştır (Wildenthal, 1984; Wildenthal, 1988). Birinci yöntemde ise sistemi oluşturan parçacıkların açısal momentumlarını çiftlendirerek kodlama yapıp hesaplanmıştır.

Delta etkileşmesi için enerji durumlarını oluşturabilmek için ilk önce Hamiltoniyeni belirlemek gerekir. A nükleon sayılı Hamiltoniyen:

$$H = \sum_i^A T_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^A V_{i,j} \quad (1)$$

ile verilir. İki parçacıklı sistemin açısal momentum dalga fonksiyonundan yararlanarak buradaki $V_{i,j}$ iki cisim delta etkileşmesi ifadesi türetilebilir. İki parçacıklı bir sistemin dalga fonksiyonu

$$\psi(j_1(1)j_2(2); JM) \quad (2)$$

ile verilir ($j_i \equiv n_i, l_i, j_i$). Böylece etkileşim nedeniyle ortaya çıkan enerji değişimi

$$\Delta E(j_1j_2; JM) \equiv \langle j_1j_2; JM | V(r_1, r_2) | j_1j_2; JM \rangle \quad (3)$$

olur. Denklem (2) ile verilen dalga fonksiyonu her bir parçacığın dalga fonksiyonları cinsinden

$$\begin{aligned} \psi(j_1(1)j_2(2); JM) &= \sum_{m_1, m_2} \langle j_1m_1, j_2m_2 | JM \rangle \\ &\times \varphi_{j_1m_1}(1)\varphi_{j_2m_2}(2) \end{aligned} \quad (4)$$

olarak ifade edilir. Nükleonların özdeş olması durumunda (p-p, n-n) Denklem (2) ile verilen dalga fonksiyonu iki nükleonun tüm koordinatlarının değişiminde antisimetrik yapılmalıdır. Bu durumda antisimetrik dalga fonksiyonu (as) ve normalize edilmiş antisimetrik dalga fonksiyonu (nas)

$$\begin{aligned} \psi_{as}(j_1j_2; JM) &= N \sum_{m_1, m_2} \langle j_1m_1, j_2m_2 | JM \rangle \\ &\times [\varphi_{j_1m_1}(1)\varphi_{j_2m_2}(2) - \varphi_{j_1m_1}(2)\varphi_{j_2m_2}(1)] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \psi_{nas}(j_1j_2; JM) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi(j_1j_2; JM) \\ &- (-1)^{j_1+j_2-J} \psi(j_2j_1; JM)] \end{aligned} \quad (6)$$

olarak ifade edilir. Böylece artık etkileşimi içeren iki cisim matris elemanları:

$$\begin{aligned} \Delta E(j_1j_2, J) &\equiv \langle j_1j_2; JM | V_{12} | j_1j_2; JM \rangle_{nas} \\ &= \langle j_1j_2; JM | V_{12} | j_1j_2; JM \rangle \\ &- (-1)^{j_1+j_2-J} \langle j_1j_2; JM | V_{12} | j_2j_1; JM \rangle \end{aligned} \quad (7)$$

biçiminde verilir. Normalize edilmiş antisimetrik iki parçacık dalga fonksiyonlarından yararlanarak etkileşmenin köşegen matris elemanları hesaplanır:

$$\begin{aligned} \langle j_1j_2; JM | V_{12} | j_1j_2; JM \rangle_{nas} &= \langle j_1j_2; JM | V_{12} | j_1j_2; JM \rangle_{dir} \\ &- (-1)^{j_1+j_2-J} \langle j_1j_2; JM | V_{12} | j_2j_1; JM \rangle_{exch} \end{aligned} \quad (8)$$

Bu eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim direk ve ikinci terim değiş-tokuş (exchange) terimidir. Sağ taraftaki terimler çözümlerse, iki nükleon arasında delta etkileşmesi varlığında izospinli iki cisim matris elemanları ($V_{i,j}$)

$$\begin{aligned} \langle j_1 j_2; JM, TT_z | V | j_3 j_4; JM, TT_z \rangle &= -A_0^{(T)} \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{j}_3 \hat{j}_4 \cdot \\ & \left[(1 + \delta_{j_1 j_2}) \cdot (1 + \delta_{j_3 j_4}) \right]^{-1/2} \cdot \left(1 + (-1)^{l_1 + l_2 + l_3 + l_4} \right) / 2. \\ & \left[(-1)^{j_1 + l_2 + 1/2} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} (-1)^{j_3 + l_4 + 1/2} \begin{pmatrix} j_3 & j_4 & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right] \quad (9) \\ & (1 - (-1)^{J + T + l_3 + l_4}) / 2 + (1 + (-1)^T) / 2 + (-1)^{j_1 + j_2} \\ & \left(\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix} (-1)^{j_3 + j_4} \begin{pmatrix} j_3 & j_4 & J \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix} \right) \end{aligned}$$

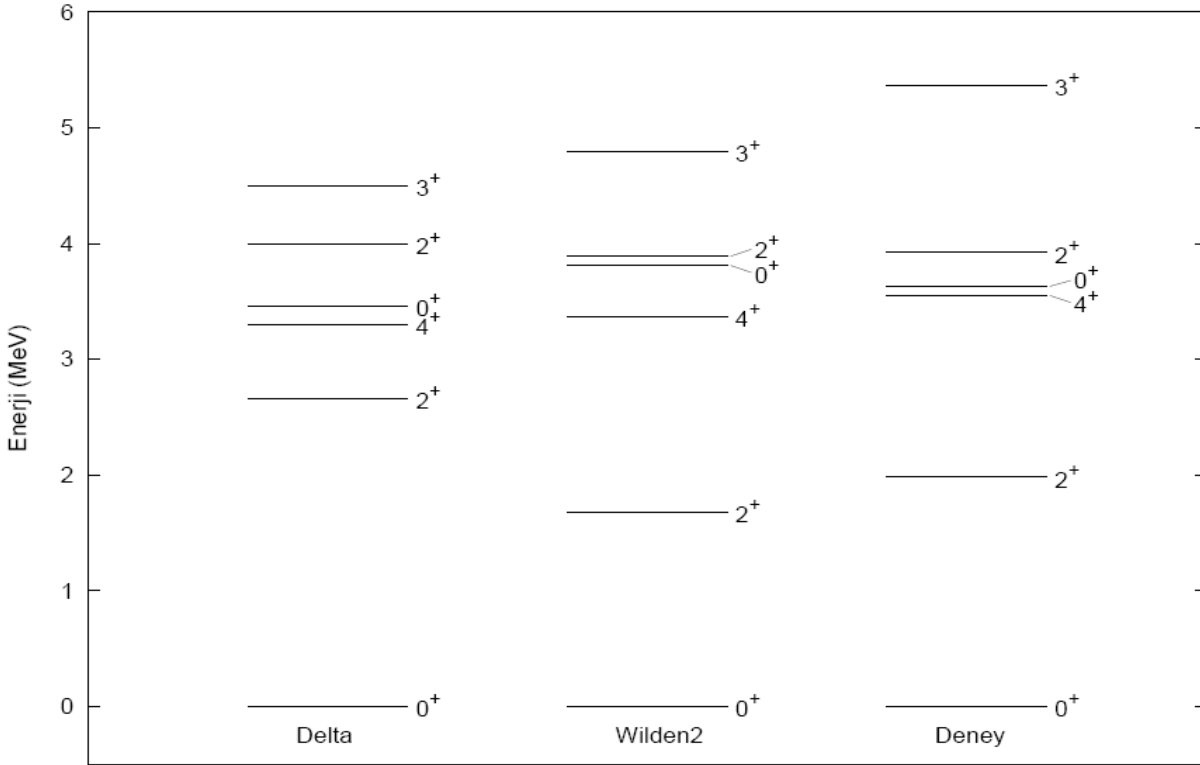
olarak ifade edilir ($j_1 \equiv n_1, l_1, j_1$). Buradaki A_0 Slater integralini, T izospini göstermektedir (Heyde, 1995).

Bulgular

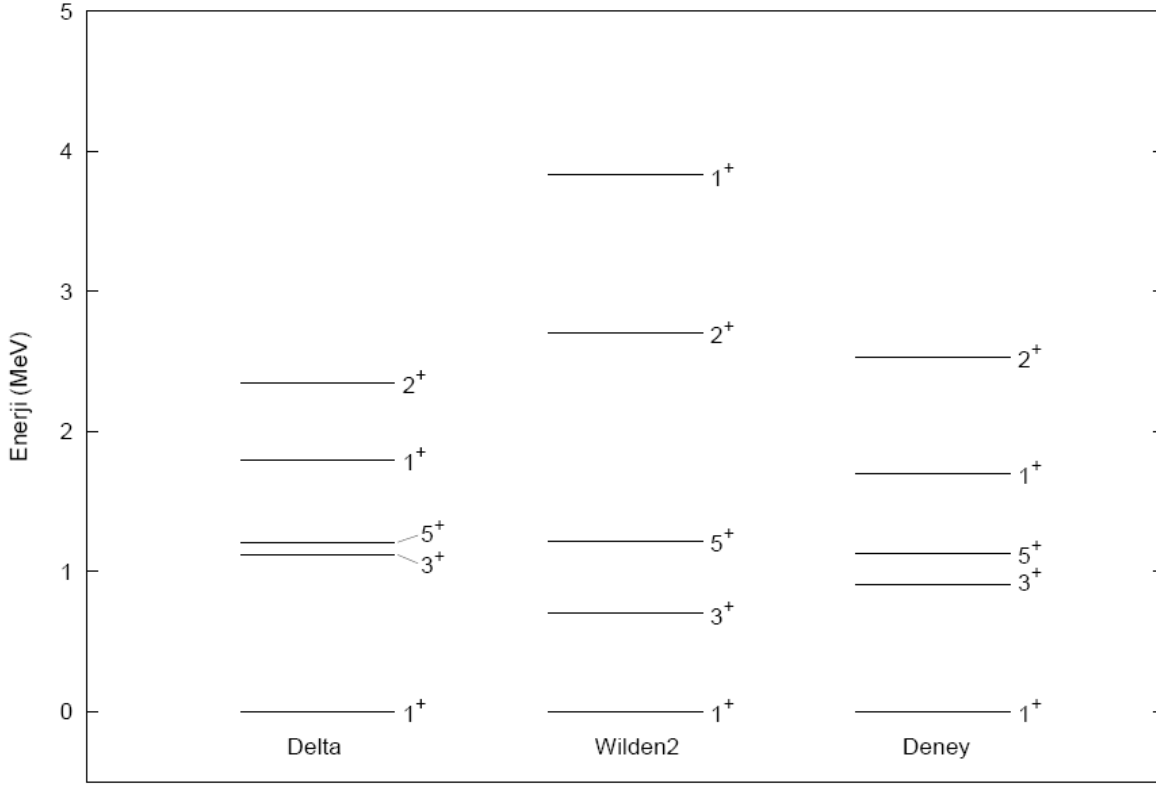
^{18}O Çekirdeği için Yapılan Enerji Hesaplamaları ve Deneysel Veriler

Materyal ve yöntem kısmında verilen teori Fortran programlama diline aktarılarak A=18 kütle numaralı çekirdekler için nükleer kabuk modeli hesaplamaları yapılmıştır. ^{18}O çekirdeği için Denklem (9)'daki iki-cisim delta etkileşmeleri elde edilerek m-scheme metoduna göre yazdığımız nükleer kabuk modeli kodunda kullanılmıştır. Elde edilen nükleer kabuk modeli hesaplamalarının analiz edilmesiyle ^{18}O çekirdeğinin düşük enerji seviyelerindeki enerji spektrumunu elde edilmiştir.

^{18}O çekirdeğinin deneysel ve teorik açısal momentum durumları ve bunlara karşılık gelen enerji değerleri karşılaştırıldığında, taban enerji durumu $J^\pi = 0^+$ 'dır. Uyarılmış durumların enerjileri, 0,00 MeV olarak kabul edilen taban enerji seviyesine göre belirlenmiştir (Şekil 1). Uyarılmış durumların açısal momentum ve enerji değerleri deneysel sonuçlarla uyum içinde bulunmaktadır (Tilley, 1995). Deneysel olarak gözlenen açısal momentum değerleri sırası ile $J^\pi = 2^+$, $J^\pi = 4^+$, $J^\pi = 0^+$, $J^\pi = 2^+$ ve $J^\pi = 3^+$ 'dır.



Şekil 1. ^{18}O çekirdeği için teorik enerji değerleri ile deneysel değerlerin gösterimi.



Şekil 2. ¹⁸F çekirdeği için teorik enerji değerleri ve deneysel değerlerin gösterimi.

JT-scheme metoduna göre yazılmış olan Drexel Üniversitesi Kabuk Modeli (DUSM) kodunda (Vallieres, 1993) Wildenthal etkileşmesinin kullanılmasıyla *sd* ana kabuğunda bulunan ¹⁸O çekirdeği için nükleer kabuk modeli hesaplamaları yapılmış ve enerji spektrumunu elde edilmiştir. ¹⁸O çekirdeği için elde edilen deneysel ve teorik açısal momentum durumları ve bunlara karşılık gelen enerji değerleri karşılaştırıldığında, taban enerji seviyesinin her iki durumda da aynı açısal momentum $J^\pi = 0^+$ değerlerini aldığı bulunmuştur (Şekil 1).

Uyarılmış seviyelerin açısal momentum ve enerji değerleri deneysel sonuçlarla uyum içinde bulunmaktadır (Tilley, 1995). İki farklı etkileşme kullanılarak elde edilen enerji durumları karşılaştırıldığında oldukça iyi bir uyumun olduğu gözlenmiştir.

¹⁸F Çekirdeği için Yapılan Enerji Hesaplamaları ve Deneysel Veriler

Benzer şekilde m-scheme metoduna göre yazmış olduğumuz nükleer kabuk modeli kodunda delta etkileşmesi kullanılarak ¹⁸F çekirdeği için nükleer kabuk modeli hesaplamaları yapılmış ve enerji spektrumu elde edilmiştir. Şekil 2'de deneysel ve teorik sonuçların karşılaştırılmasından görüleceği üzere delta etkileşmesiyle elde edilen $J^\pi = 1^+$ taban enerji durumu deneysel sonuçla tam bir uyum içindedir. Aynı şekilde uyarılmış seviyelerin açısal momentum ve enerji değerlerinin deneysel olarak gözlenen $J^\pi = 1^+$, $J^\pi = 3^+$, $J^\pi = 5^+$, $J^\pi = 1^+$ ve

$J^\pi = 2^+$ açısal momentum değerleriyle iyi bir uyum içinde oldukları bulunmuştur (Tilley, 1995).

Şekil 2'de görülen Wilden2 spektrumu ise ¹⁸F çekirdeği için Wildenthal etkileşmelerinin DUSM kodunun kullanılmasıyla elde edilen nükleer kabuk modeli hesaplamalarından elde edilen enerji spektrumudur. Wildenthal etkileşmesinin kullanılmasıyla elde edilen taban enerji durumunun deneysel olarak bulunan taban enerji durumu $J^\pi = 0^+$ ile tam bir uyum içinde olduğu bulunmuştur. Uyarılmış durumlardan $J^\pi = 3^+$, $J^\pi = 5^+$ ve $J^\pi = 2^+$ durumları deneysel sonuçlarla iyi bir uyum gösterdiği bulunmuş ancak $J^\pi = 1^+$ durumunun hesaplanan enerjisinde deneysel sonuçdan yaklaşık olarak 2 MeV'lik bir sapmanın olduğu gözlenmiştir.

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada 18 kütle numaralı çekirdeklerden ¹⁸O ve ¹⁸F çekirdekleri için nükleer kabuk modeli hesaplamaları yapılmıştır. Nükleer kabuk modeli hesaplamaları, grubumuz tarafından m-scheme metoduna göre yazılmış olan bilgisayar kodunda ve JT-scheme metodlarına göre yazılmış olan DUSM kodunda yapılmıştır. m-scheme metoduna göre yapılan hesaplamalarda etkin etkileşme olarak artık-delta etkileşmesi, JT-scheme metodlarına göre yapılan hesaplamalarda ise Wildenthal etkin iki-cisim etkileşmeleri kullanılmıştır. Hesaplamalar sonucunda düşük enerji

seviyelerinde ^{18}O ve ^{18}F çekirdekleri için açısal momentum durumları ve bu durumlara karşılık gelen enerji özdeğerleri elde edilmiştir. Yapılan bu teorik hesaplamadan elde edilen enerji seviyelerinin deneysel verilerle karşılaştırıldığında oldukça uyumlu olduğu görülmektedir. ^{18}F çekirdeği için Wildenthal etkileşmesinin kullanılmasıyla yapılan hesaplamalarda $J^\pi = 1_2^+$ durumunun enerjisinin deneysel sonuçtan yaklaşık olarak 2 MeV'lik bir sapma gösterdiği bulunmuştur. Yapılan genel karşılaştırmada ^{18}O ve ^{18}F çekirdekleri için yapılan nükleer kabuk modeli hesaplamalarında artık-delta etkileşmesinin Wildenthal etkileşmesine göre daha iyi sonuç verdiği belirlenmiştir. ^{18}F çekirdeği için yapılan hesaplamada bulunan $J^\pi = 1_2^+$ seviyesinin deneysel sonuçlarla uyumsuzluğunun ^{18}F çekirdeğinin *sd* ana kabuğunda bulunan proton-nötron etkileşmesi nedeniyle olduğunu düşünmekteyiz. Bir başka ifadeyle, Wildenthal etkileşmesi *sd* ana kabuğundaki proton-nötron etkileşmelerini tahmin etmekte artık-delta etkileşmesine göre daha zayıftır denebilir. *sd* ana kabuğunda m-scheme ve JT-scheme metodlarına göre yapılan nükleer kabuk modeli hesaplamaları sonucunda hangi metodun daha kullanışlı olduğu konusunda tam bir fikir elde edilememiştir. Çünkü yapılan hesaplamalar gelişmiş bilgisayarlar nedeniyle her iki metoda göre çok kısa sürmektedir ve böylece hangi metodun daha kısa sürede sonuç verdiği anlaşılamamaktadır. Ancak günümüz bilgisayarları kullanılarak yapılan *sd* ana kabuğundaki nükleer kabuk modeli hesaplamaları için m-scheme metodunun basitliğinden dolayı daha elverişli olduğu söylenebilir. *fp* ve *sdgh* ana kabuklarında yapılan nükleer kabuk modeli hesaplamaları için JT-scheme metodu daha elverişli olabilir. Çünkü bu ana kabuklardaki kabuk modeli hesaplamalarında Hamiltoniyen boyutları çok daha büyük olmaktadır. Bu durum ise uygun indirgenme metodlarının bulunmasını mecbur kılar.

Teşekkür

Bu çalışma, Süleyman Demirel Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi 1075-m-05 no'lu proje ve 105T092 no'lu TÜBİTAK Projesi tarafından desteklenmiştir.

Kaynaklar

- Dikmen, E., Novoselsky, A., Vallieres, M. 2001. Shell Model Calculations of ^{109}Sb in the *sdgh* Shell. Phys. Rev. C, 64, 067305.
- Dikmen, E., Novoselsky, A., Vallieres, M. 2002. Shell Model Calculations of ^{108}Sb in the *sdgh* Shell. Phys. Rev. C, 66, 057302.
- Heyde, K. 1995. The Nuclear Shell Model. Springer-Verlag, Gent, Belgium.
- Lee, T.Y., Hsieh, S.T., Yang, C.M. 1972. Effective Interactions Between Nucleons in the s-d shell. Physical Review C, 5, 2013-2016.
- Talmi, I. 1993. Simple Models of Complex Nuclei. Hardwood Academic, Switzerland.
- Tilley, D.R., Weller, H.R., Cheves, C.M., Chasteler, R.M. 1995. Energy Levels of Light Nuclei A=18-19, Nucl. Phys. A, 595, 1-170.
- Vallieres, M., Novoselsky, A. 1993. Drexel University Shell Model (DUSM) Algorithm. Nucl. Phys. A, 570, 345c.
- Wilthentdal, B.H. 1984. Empirical Strengths of Spin Operators in Nuclei. Prog. Part. Nucl. Phys., 11, 5.
- Wilthentdal, B.H. 1988. Semi-Empirical Effective Interactions for the 1s-0d shell. Annals of Physics, 182, 191-236.