

MARKOWITZ VE TEK ENDEKS MODELLERİNİN UYGULANMASI: İMKB 30 ENDEKSİ ÜZERİNDE KARŞILAŞTIRMALI ANALİZ

THE APPLICATION OF THE MARKOWITZ AND THE SINGLE-INDEX MODEL: THE COMPARATIVE ANALAYSIS OF ISE 30 INDEX

Prof.Dr. Erhan BİRGİLİ**
Öğr.Gör. Gülfen TUNA*

ÖZET

Bu çalışmada, Tek Endeks ve Markowitz Modelleri'nin İMKB'de uygulanabilirliğinin test edilmesi hedeflenmektedir. Araştırmada İMKB 30 endeksinde yer alan 28 adet hisse senedinin, 04/01/2007-31/12/2007 tarihlerindeki günlük kapanış fiyatları kullanılmıştır. Her iki model için subjektif kriterlere göre portföyler oluşturulmuştur. Araştırma sonucunda, Tek Endeks Modeli, düşük riskli hisse senetlerine yatırım yapmayı hedefleyen yatırımcıların portföy alternatiflerini belirlemek dışında, Markowitz Modeli'nden daha etkin sonuçlar vermiştir.

ABSTRACT

This study tries to test the applicability the single-index and Markowitz model for the ISE. For this purpose, in this research, the ISE 30 index of 28 stocks is considered by taking into account the daily closing prices, during the period 04/01/2007 - 31/12/2007. For both models, portfolios are formed according to subjective criteria. In conclusion, the single-index model, which targets low-risk stocks to investors to invest outside of the portfolio to identify alternative, has given more efficient results than the Markowitz model.

Tek Endeks Modeli, Markowitz Modeli, Risk, Getiri.
Single-Index Model, Markowitz Model, Risk, Return

1. GİRİŞ

Piyasadaki bütün yatırımcılar, minimum risk seviyesinde, maksimum getiriye sahip olabilecekleri etkin portföylere sahip olmayı ister.

** Sakarya Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü.

* Sakarya Üniversitesi, Pamukova Meslek Yüksekokulu.

Sermaye piyasası yatırımcıları için etkin portföyün şeklinin belirlenmesinde en önemli etken ise yatırımcı tarafından üstlenilebilecek risk düzeyidir. Harry Markowitz çalışmalarında öncelikli olarak riskten kaçınan bir yatırımcının portföy seçeneklerini oluşturmayı hedeflemiştir. Bu amaçla belli risk düzeylerinde, yatırımcıya maksimum getiriyi sunan veya maksimum getiri düzeyinde minimum riski sunan portföy seçeneklerini oluşturmuştur. Markowitz Modeli'ne göre optimum portföyün oluşturulabilmesi için yatırımcının ihtiyaç duyduğu bilgiler aşağıdaki gibi ifade edilebilir:(Ceylan ve Korkmaz,1993:129):

1. Portföye alınacak her bir menkul kıymetin beklenen getirisinin hesaplanması,
2. Portföye alınacak her bir menkul kıymetin varyans veya standart sapmasının hesaplanması,
3. Portföye girebilecek bütün menkul kıymetler ikişer ikişer ele alındığında kovaryansları veya aralarındaki korelasyon katsayılarının hesaplanması gerekmektedir.

Bütün bu işlemler yoğun hesaplamalar yapılmasını gerektirmektedir. Örneğin İMKB100 endeksi kapsamında yer alan tüm hisse senetleri ile Markowitz Modeli kullanılarak, optimal portföy oluşturmak için analiz yapılması söz konusu olduğunda, 5150 adet tahminde bulunulması gerekmektedir. Bu yapılan tahminlerin 100 adedi beklenen getiri değerini, 100 adedi standart sapma değerini, 4950 adedi de hesaplanması gereken kovaryans değerlerini ifade etmektedir. Bu hesaplama zorluklarını ortadan kaldırmak, etkin olan portföyü daha hızlı ve daha az hesaplama yaparak oluşturulabilmek için çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Endeks Modeller de bu amaçla geliştirilmiştir. Endeks Modelleri'nde hisse senetleri getirileri arasındaki korelasyonlar yerine her bir hisse senedi getirisinin piyasa ortalama getirisi(piyasa riski) ile olan beta katsayısı(tek endeks modeli) veya buna ek olarak sektörel veya diğer unsurlarla olan beta katsayıları kullanılmaktadır. (Kıyılar ve Eroğlu, 2004:3)

2. MARKOWITZ MODELİ

Ortalama-Varyans Modeli, Harry Markowitz(1952) tarafından, yatırım kararlarının alınmasında bir yöntem olarak geliştirilmiştir. Markowitz Modeli'nde portföy seçim kriteri olarak ortalama ve varyans kavramları kullanılmaktadır. Bu modelde amaç, optimizasyonu sağlanmış olan portföy oluşturulurken, portföy riskini minimize etmektir. Ancak Markowitz Modeli'ne göre yatırımcı, hedeflemiş olduğu getiri düzeyine ulaşabilmek için elinde bulundurduğu tüm yatırım tutarını, finansal varlıklara dağıtmak zorundadır.

Markowitz Modeli'ni kullanan yatırımcılar fayda fonksiyonunun maksimum olmasını amaç edinmiştir. Ortalama getiri ve standart sapma değerleri ise yatırım seçeneğine karar verilmesinde kullanılan unsurları temsil etmektedir.

Markowitz(1952) yatırımcının beklenen risk ve getiri düzeyleri ile ilgili araştırmasında, aynı risk derecesinde farklı getirilere sahip olan portföy seçenekleri ile karşı karşıya olan yatırımcının, yüksek getiriye sahip olan portföyü, düşük getirisi olan portföye tercih ettiğini ortaya koymuştur. Yine aynı getiri düzeyinde farklı risklere sahip olan iki portföy ile karşı karşıya kalan yatırımcı, düşük riskli olan portföy seçeneğini tercih etmektedir.

Akay-Çetinyokuş-Dağdeviren(2002) yatırımcılar için risk-getiri arasındaki ilişkinin yönünü araştırmıştır. Araştırma sonuçlarına göre yatırımcının elde etmeyi hedeflediği getiri düzeyine bağlı olarak, katlanacağı risk düzeyinin de artıp azalacağını belirlemişlerdir.

Özdemir-Turan(2003) da yatırımcının, yüksek getiri elde etmesi için, yüksek riske katlanması gerektiği ispatlamıştır. Dolayısıyla portföyün riski ve getirisinin aynı yönlü olan değişkenler olduğunu belirlemiştir.

Portföyün beklenen getiri ve riski üzerine yapılan ampirik çalışmalarında gösterdiği gibi, optimal portföy seçiminde, portföyün beklenen getirisi ve riski birlikte hareket eden değişkenlerdir. Risk ve getiri arasında her zaman için pozitif yönlü bir ilişki bulunmaktadır. Portföyün beklenen risk ve getiri değerleri, oluşturulan portföye dâhil edilen menkul kıymet sayısına, bu menkul kıymetlerin portföy içindeki ağırlıklarına ve beklenen getirilerine bağlı olarak değişecektir. İki tane menkul kıymetten oluşan bir portföyün getirisi, portföyü oluşturan her bir menkul kıymetin portföy içindeki ağırlık yüzdesinin, getiri oranı ile çarpımı sonucu elde edilir. Buna göre:

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2) \quad (1)$$

$E(R_p)$ = Portföyün beklenen getirisi,

w_1 = Birinci varlığın portföy içindeki ağırlığı,

$E(R_1)$ = Birinci varlığın beklenen getirisi,

w_2 = İkinci varlığın portföy içindeki ağırlığı,

$E(R_2)$ = İkinci varlığın beklenen getirisini ifade eden kavramlardır.

İki tane menkul kıymetten oluşan portföyün riski ise;

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \sigma_{12} \quad (2)$$

eşitliği ile hesaplanır.. Burada;

σ_p^2 : Portföyün varyansını,

σ_1^2 : Birinci varlığın varyansını,

σ_2^2 : İkinci varlığın varyansını,

σ_{12} : Birinci ve ikinci varlıklar arasındaki kovaryansı ifade eden kavramlardır.

Portföy varyansının karekökü alınarak ulaşılan standart sapma değeri portföy riskini temsil etmektedir.

Yatırımcının üstlenebileceği risk gruplarına göre oluşturabileceği portföy alternatiflerinin yer aldığı eğriye etkin sınır eğrisi denir. Tüm

yatırımcılar kayıtsızlık eğrileri ile etkin sınır eğrisinin teğet olduğu noktadaki portföye yatırım yapmayı hedefler.

Altay-Muradoğlu-Mercan(2002) İMKB’de Markowitz Ortalama-Varyans Modeli ile etkin olan portföyler oluşturulup oluşturulmayacağını incelemiştir. Araştırma sonuçları, gelişmiş olan piyasalarda, gelişmekte olan piyasalara göre ve kısa süreli analizlerde Ortalama Varyans Modeli daha etkin sonuçlar verdiğini göstermiştir. Gelişmekte olan piyasalarda etkin sonucun bulunamamasının nedeni olarak bu piyasalardaki dalgalanmalar gösterilmektedir.

Çetin(2007) kuadratik programlama yöntemini kullanarak Ocak 2005- Temmuz 2005 dönemi için İMKB-30 endeksinde yer alan hisseler ile yatırımcıların üstlenebilecekleri risk gruplarına göre optimal portföy oluşturmaya çalışmıştır. Araştırma sonucuna göre Markowitz Modeli’ne göre oluşturulan portföyler hem bireyler hem de kurumlar için en iyi optimizasyon şartını sağlayan portföy seçeneklerini yatırımcıya sunmuş olduğunu belirlemiştir

Çeşitlendirilmiş portföyün riski, bütün varlıkların kovaryans matrisine bağlı olacaktır. Ancak varlıklar arasındaki korelasyon nedeniyle, optimal portföy seçiminde hisse sayısına bağlı olarak risk tamamıyla elimine edilememektedir.(Paudel ve Koirala, 2006:20).

Ulucan(2002) Ağustos 1999- Eylül 2003 tarihleri arasındaki İMKB 30 endeksindeki hisse senetlerinin aylık verileri kullanarak endeksle aynı risk getiri düzeyine sahip olan bir portföyün, etkin bir portföy olup olmadığının araştırmasını yapmıştır. Araştırmanın yapıldığı dönem itibarıyla endeksle aynı risk getiri düzeyine sahip olan portföy etkin sınır üzerinde yer almamaktadır. Ayrıca piyasa portföyünden daha etkin olan portföylerin, Markowitz çeşitlendirmesi kullanılarak oluşturulabileceğini ispatlamıştır.

Yatırımcılar optimal portföylerini oluştururken, etkin sınır eğrisi ile kayıtsızlık eğrilerinin birbirine teğet olduğu noktadaki portföye yatırım yapmayı tercih ederler. Yatırımcıya en yüksek faydayı sunacak olan kayıtsızlık eğrisinin en üstte yer alması nedeniyle, yatırımcı her zaman için en üst seviyede bulunan kayıtsızlık eğrisine teğet olan portföy seçeneğine ulaşmayı hedeflemektedir. Optimal portföy, yatırımcısına en yüksek faydayı sunan etkin portföy seçeneğidir. Optimal portföyler yatırımcısına en yüksek faydayı sağlayan kayıtsızlık eğrisi ile etkin sınır doğrusunun birbirine teğet olduğu noktada oluşacaktır. Fayda fonksiyonları pozitif eğilimli ve konveks bir yapıya sahiptir. Buna karşılık etkin küme genelde pozitif eğilimle konkav bir yapıya sahiptir. (Karan,2001:169) Bu durum etkin küme ile fayda fonksiyonunun sadece tek bir noktada kesişeceğini gösterir.

Riskli ya da risksiz varlıkların bileşiminden oluşan optimal portföyde, menkul kıymetler arasındaki korelasyon katsayısı da, portföy riskinin azaltılmasını sağlayan bir faktördür.

Levy ve Sarnat (1970), 1951-1967 ye kadar olan dönem içerisinde farklı ülkelerin hisse senetlerinin dolar türünden getiri oranları kullanarak,

her ülke için etkin portföyler oluşturmuştur. Bulmuş olduğu optimum portföyleri kullanarak, uluslararası optimum portföyler oluşturmaya çalışmıştır. Uluslararası optimum portföyde yer alan ülkelerin hangisinin olacağı konusunda etkili olan faktörün korelasyon katsayıları olduğunu saptamıştır. Uluslararası optimum portföyde, korelasyon katsayısı düşük olan ülkeler yer alırken, aralarındaki korelasyon katsayısı yüksek olan ülkeler bu portföyde yer almamıştır.

Bekaert, Harvet ve Ng(2005), Asya ve Meksika krizlerinin, araştırmasına dahil ettiği Avrupa, Asya ve Latin Amerika ülkelerinde, korelasyon katsayısının nasıl değiştiğini araştırmıştır. Ülkeler arasındaki korelasyon katsayılarının, özellikle kriz dönemlerinde ciddi bir oranda artış sergilediği göstermiştir..

Araştırma sonuçları, optimal portföyde yer alan menkul kıymet seçimlerinde korelasyon katsayısı düzeyinin önemini ortaya koymuştur. Yatırımcılar negatif korelasyona sahip menkul kıymetleri aynı portföyde toplayarak, getirilerini hedefledikleri düzeye ulaştırırken, portföy risklerini minimize etme imkanını sağlamaktadır.

Optimal portföy oluşturmak için seçilen modelin geçerliliği de oldukça önemlidir. Bu amaçla Markowitz Modeli birçok çalışmanın konusunu oluşturmuştur. Altay-Salih-Muradoğlu ve Mercan(2002), 1986-1997 yılları arasındaki veriler ile İMKB’de optimal portföy oluşturmak için, Markowitz Modeli’nin etkinliğini test etmiştir. Araştırma sonucuna göre İMKB gibi gelişmekte olan piyasalarda kriz dönemlerinde bu model etkili olmazken, krizin hâkim olmadığı dönemler için bu model oldukça etkin bir model olmuştur.

Küçükkocaoğlu(2002) Ocak 1999-Aralık 1999 dönemleri için İMKB-30, İMKB-100 ve eşit ağırlıklı portföy seçenekleri için Markowitz Modeli’nin uygun bir model olup olmadığını araştırmıştır. Araştırma sonuçlarına göre çalışmanın yapıldığı dönem için bu modelin etkin olduğu kabul edilmiştir.

Yalçiner-Atan-Boztosun(2005) Temmuz 2004 ve Ocak 2005 dönemleri arasındaki verileri kullanarak Markowitz Modeli’nin İMKB için etkin bir model olup olmadığının araştırmasını yapmıştır. Araştırma sonucuna göre İMKB 100 endeksi ile aynı getiri düzeyine sahip ancak daha düşük risk içeren portföylerin mümkün olduğunu ve Markowitz Modeli’nin İMKB için geçerli bir model olduğunun sonucuna ulaşmıştır.

Yapılan araştırma sonuçlarının da gösterdiği gibi, genel olarak İMKB piyasası için Markowitz Ortalama-Varyans Modeli’nin, etkin bir model olduğu söylenebilir.

2.TEK ENDEKS MODELİ

Sharpe tarafından geliştirilen Faktör Modelleri de, Markowitz’e alternatif olarak geliştirilen modellerden biridir. Sharpe Modeli’ne göre her

hangi bir hisse senedinin optimal portföye dahil edilip edilmemesinde en önemli etken beta katsayısıdır. İki hisse senedi arasında veya piyasa portföyü ile bir hisse senedi arasında meydana gelen sapma, beta katsayısı olarak adlandırılır. Sharpe yapmış olduğu çalışması ile $n(n+3)/2$ tane parametre yerine $3n+2$ adet parametre kullanarak optimizasyon işleminde Markowitz'in sonuçlarına yakın değerler elde etmiştir. Böylece Markowitz Modeli'nde yatırımcının karşı kaşıya olduğu işlem yoğunluğundan yatırımcıyı kurtarmıştır. Çeşitli hisse senedi getirilerinin ortak ilişkili oldukları bir faktöre bağlama varsayımından hareketle, Sharpe tarafından geliştirilen bu modelde, hisse senetlerinin getirileri arasındaki korelasyon ortadan kaldırılarak, getiriler Pazar İndeksi'nin getirisine bağlanmıştır.(Özdemir ve Giresunlu, 1995:55) Buna göre;

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad t: 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

R_i = i. hisse senedinin getirisi

R_m = Pazarın getirisi

α_i = Piyasanın durgun olduğu durumda i. hisse senedinin getirisi.

β_i = i. Hisse ile Pazar arasındaki ilişki

ε_i = hata terimi

Sharpe Modeli'nde de bir portföyün getirisi, portföye giren hisse senetlerinin getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır.

X_i , i. Hisse senedinin portföy içindeki payı

R_p :Portföyün getirisi

olduğu bir durumda portföy getirisi;

$$R_p = \sum_{i=1}^n x_i R_i$$

(4)

$$0 \leq x_i \leq 1$$

Paudel ve Koirala(2006) Nepalese Borsası'nda, Markowitz Modeli'nin mi yoksa Sharpe Modeli'nin mi yatırımcının, yatırım performansını en üst düzeye çıkaracağı konusunda araştırma yapmıştır. Çalışmada Markowitz Modeli'ne göre oluşturulmuş olan portföyler, iki varlık ile sınırlandırılmıştır. Hem Markowitz Modeli'ne göre, hem de Sharpe Modeli'ne göre çeşitli hisse senetlerinden oluşan portföylerin yatırım performansı test edilirken, yatırımcının tercih ve ihtiyaçları doğrultusunda portföy seçimine de alternatifler sunulmuştur. (Paudel ve Koirala, 2006:19).

2.1.Tek Endeks Modeli İle Optimal Portföy Bulunuşu

Elton ve Gruber(1995), Sharpe'n çalışmalarını optimal portföy seçimine uygulamak için bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemde hisse senetleri öncelikli olarak kestirim değerlerine göre sıralanır. Bu kestirim değeri şu şekilde hesaplanır:

$$\overline{R_i} - R_f / \beta_i \quad (5)$$

$\bar{R}_i$ = i. Hisse senedinin beklenen getirisi.

R_f = Risksiz faiz oranı.

β_i = Piyasa portföyü ile hisse senedi arasındaki beta katsayısı.

Bu oran ne kadar büyük ise hisse senedinin performansı o kadar iyidir. Yüksek getiriye sahip olan hisse senetlerinin hangilerinin portföye dâhil edileceğine ise C^* kesim noktası ile karar verilir. Bu değerin bulunabilmesi için her bir hisse için C_i değerlerinin hesaplanması gerekmektedir.(Elton ve Gruber, 1995:185)

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{i=1}^n \frac{(\bar{R}_i - R_f) \beta_i}{\sigma_{ei}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2}{\sigma_{ei}^2}} \quad (6)$$

Hesaplanan kestirim değerleri ile C_i değerleri karşılaştırılır. C_i değeri, kestirim değerinden büyük olan hisseler oluşturulacak olan portföye dâhil edilirken, küçük olan hisse senetleri portföye dâhil edilmez. Kestirim değeri $> C$ noktası kesim noktası olan C^* verir. Portföye dâhil edilen hisse senetlerinin seçimi tamamlandıktan sonra, bu hisselerle yapılacak olan yatırım tutarlarına karar verilir. Yatırım tutarlarının hesaplanmasında ihtiyaç duyulan Z_i değeri ise şu şekilde hesaplanır;

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left(\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} - C^* \right) \quad (7)$$

Herhangi bir i hisse senedinin portföy içindeki ağırlığı ise şu şekilde hesaplanır:

$$x_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^k Z_i} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^k x_i = 1$$

Böylece Tek Endeks Modeli'ne göre oluşturulan bir portföyde yer alan hisse senetlerinin ağırlıkları bulunmuş olacaktır.

3. UYGULAMA: İMKB 30 ENDEKSİ ÜZERİNDE MARKOWITZ VE TEK ENDEKS MODELLERİNİN UYGULANMASI

3.1.Araştırmanın Amacı, Hipotezi

Araştırmanın amacı; İMKB 30 endeksi kapsamında Tek Endeks Modeli kullanılarak, etkin portföy setleri oluşturmak ve bu portföy setleri içerisinde yer alan hisse senedi ağırlıklarını hesaplayarak, Tek Endeks Modeli'nde yer alan hisseler ile Markowitz Modeli'ne göre oluşturulan(en yüksek getiriyi sunan) portföyleri, iki hisse senedi içeren portföy seçeneklerinin risk ve getiri değerleri ile karşılaştırmaktır. Buna göre araştırma hipotezleri;

H₀: Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföy, risk ve getiri açısından, bu modelde yer alan hisseler ile Markowitz Modeli'ne göre oluşturulan(en yüksek getiriyi sunan) portföy seçeneklerine göre daha etkindir.

H₁: Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföy, risk ve getiri açısından, bu modelde yer alan hisseler ile Markowitz Modeli'ne göre oluşturulan(en yüksek getiriyi sunan) portföy seçeneklerine göre etkin değildir

İkinci hipotez ise:

H₀: Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföyde yer alan hisse senetleri arasından seçilen getirisi en yüksek iki hisse senedinden oluşturulan portföy, risk ve getiri açısından, Markowitz Modeli'ne göre düşük korelasyona sahip iki hisse senedinden oluşturulan en yüksek getiriye sahip olan portföy seçeneklerine göre daha etkindir.

H₁: Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföyde yer alan hisse senetleri arasından seçilen getirisi en yüksek iki hisse senedinden oluşturulan portföy, risk ve getiri açısından, Markowitz Modeli'ne göre düşük korelasyona sahip iki hisse senedinden oluşturulan en yüksek getiriye sahip olan portföy seçeneklerine göre etkin değildir.

Üçüncü hipotez ise:

H₀: Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföyde yer alan hisse senetleri arasından seçilen riski en düşük iki hisse senedinden oluşturulan portföy, risk ve getiri açısından, Markowitz Modeli'ne göre düşük korelasyona sahip iki hisse senedinden oluşturulan en düşük riske sahip olan portföy seçeneğine göre daha etkindir.

H₁: Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföyde yer alan hisse senetleri arasından seçilen riski en düşük iki hisse senedinden oluşturulan portföy, risk ve getiri açısından, Markowitz Modeli'ne göre düşük korelasyona sahip iki hisse senedinden oluşturulan en düşük riske sahip olan portföy seçeneğine göre daha etkin değildir.

3.2.Araştırma Modeli, Kısıt ve Varsayımları

Araştırma modeli olarak, Sharpe'ın Tek Endeks Modeli ve Markowitz'in Ortalama Varyans Modeli kullanılmaktadır. Araştırmada,

Aralık 2007 tarihi itibarıyla İMKB 30 endeksi kapsamında yer alan 28 adet hisse senedinin 04/01/2007-31/12/2007 tarihleri arasındaki günlük kapanış fiyatları kullanılarak hesaplanan 246 adet günlük getiri verisi kullanılmaktadır. Araştırma tarihi itibarıyla endeks kapsamında yer alan TAVHL ve HALKB hisse senetlerine ait yeterli veri bulunmaması nedeniyle araştırma kapsamından çıkarılmıştır. Hisse senetlerine ait olan günlük kapanış verileri İMKB'den alınmıştır. Piyasa endeksi olarak İMKB 100 endeksi kullanılmıştır. Piyasa risksiz faiz oranı olarak ise 04/01/2007 tarihinde ihraç edilen bono faizi alınmıştır. Buna göre risksiz faiz oranı değeri 0,1878 dir (www.tcmb.gov.tr). Araştırma sonucunda oluşturulan portföyler Sharpe Endeksine ve Değişim katsayısına göre değerlendirilecektir.

$$\text{Sharpe Endeksi} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad \text{Değişim Katsayısı} = \frac{\sigma_p}{R_p}$$

R_p , portföyün getirisini; R_f , risksiz faiz oranını; σ_p ise portföyün riskini ifade eden kavramlardır. Yatırımcı için, Sharpe Endeksinin yüksek olup, değişim katsayısının düşük olması istenilen bir durumdur.

3.4. Tek Endeks Modeli'ne Göre Portföy Seçeneklerinin Oluşturulması

Tek Endeks Modeli'ne göre en yüksek getiriyi sunan portföy seçeneklerine ulaşabilmek için öncelikli olarak optimal portföye hangi hisse senelerinin dahil edilmesi gerektiğinin kararının verilmesi gerekir. Söz konusu işlemlerin yapılmasıyla elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir.

Tablo 1: Tek Endeks Modeli İçin Kestirim Değerlerinin Hesaplanması

HİSSE KODU	$\bar{R}$	σ	α	β	var e	Kestirim Değeri
KRDMD	0,00444	0,03059	0,00245	1,04300	0,14002	0,00381
ASYAB	0,00303	0,02250	0,00187	0,72729	0,08272	0,00353
TCELL	0,00281	0,02556	0,00137	0,76749	0,11450	0,00305
PETKM	0,00247	0,02669	0,00075	0,85319	0,11088	0,00235
PTOFS	0,00156	0,02619	0,00037	0,58872	0,14132	0,00186
GARAN	0,00366	0,02972	0,00110	1,46400	0,04836	0,00218
TUPRS	0,00165	0,02260	0,00034	0,73177	0,08261	0,00161
YKBNK	0,00242	0,02469	0,00050	1,12000	0,04953	0,00174
THYAO	0,00163	0,02328	0,00026	0,76993	0,09191	0,00151
MIGRS	0,00134	0,02139	0,00019	0,64336	0,07947	0,00136
SKBNK	0,00228	0,05202	-0,00134	1,12300	0,98459	0,00162

HİSSE KODU	$\bar{R}$	σ	α	β	var e	Kestirim Değeri
AYGAZ	0,00142	0,02559	0,00005	0,71863	0,12582	0,00132
EREGL	0,00151	0,03851	-0,00063	0,86916	0,42670	0,00120
ULKER	0,00130	0,02654	-0,00031	0,88413	0,10890	0,00094
AKGRT	0,00135	0,02692	-0,00020	0,97407	0,10336	0,00091
KCHOL	0,00100	0,02951	-0,00103	1,10200	0,13282	0,00048
SAHOL	0,00083	0,02437	-0,00107	1,12300	0,04648	0,00032
ISCTR	0,00090	0,02739	-0,00141	1,35600	0,03881	0,00032
AKBNK	0,00046	0,02845	-0,00143	1,18176	0,89175	-0,00001
HURGZ	0,00029	0,02203	-0,00129	0,93871	0,04967	-0,00019
DOHOL	0,00030	0,02321	-0,00141	1,01700	0,05110	-0,00016
DYHOL	0,00016	0,02504	-0,00161	1,02100	0,07274	-0,00030
ECILC	0,00014	0,02566	-0,00143	0,91143	0,09617	-0,00036
ARCLK	0,00003	0,02352	-0,00139	0,89152	0,07335	-0,00049
VAKBN	-0,00084	0,04072	-0,00376	1,27300	0,48222	-0,00106
TSKB	-0,00074	0,02766	-0,00270	1,07000	0,11458	-0,00117
SISE	-0,00174	0,04169	-0,00450	1,04700	0,69125	-0,00212
ISGYO	-0,00173	0,02791	-0,00341	0,87613	0,15798	-0,00254
C*=0,00011						

Hesaplanan kestirim değeri ve C* değeri kullanılarak portföye dâhil olan hisse senetleri ise aşağıdaki tabloda olduğu gibi tespit edilmiştir.

Tablo 2: Tek Endeks Modeline Göre Portföye Dahil Edilecek Hisse Senedi Seçimi

HİSSE KODU	C_i	KARAR
KRDMD	0,00144	GİRER
ASYAB	0,00194	GİRER
TCELL	0,00212	GİRER
PETKM	0,00216	GİRER
PTOFS	0,00214	GİRMEZ
GARAN	0,00216	GİRER
TUPRS	0,00212	GİRMEZ
YKBNK	0,00204	GİRMEZ
THYAO	0,00201	GİRMEZ

HİSSE KODU	C _i	KARAR
MIGRS	0,00199	GİRMEZ
SKBNK	0,00198	GİRMEZ
AYGAZ	0,00011	GİRER
EREGL	0,00195	GİRMEZ
ULKER	0,00190	GİRMEZ
AKGRT	0,00184	GİRMEZ
KCHOL	0,00176	GİRMEZ
SAHOL	0,00156	GİRMEZ
ISCTR	0,00131	GİRMEZ
AKBNK	0,00130	GİRMEZ
HURGZ	0,00120	GİRMEZ
DOHOL	0,00110	GİRMEZ
DYHOL	0,00103	GİRMEZ
ECILC	0,00099	GİRMEZ
ARCLK	0,00094	GİRMEZ
VAKBN	0,00091	GİRMEZ
TSKB	0,00085	GİRMEZ
SISE	0,00084	GİRMEZ
ISGYO	0,00079	GİRMEZ
C*=0,00011		

Seçilen bu hisse senetlerinden oluşacak olan portföyde, hisse ağırlıkları, portföy getirisi ve riski ise aşağıdaki tabloda olduğu gibi gerçekleşmektedir. Buna göre;

Tablo 3: Tek Endeks Modeli'ne Göre Oluşturulan Portföyün Risk ve Getirisi

HİSSE KODU	ORTALAM A GETİRİ	STD. SAPMA	Z _j	X _i	R _p
KRDMD	0,00444	0,03059	6,77183	0,16788	0,00074
GARAN	0,00366	0,02972	15,41309	0,38211	0,00140
ASYAB	0,00303	0,02250	7,39428	0,18331	0,00056
TCELL	0,00281	0,02556	4,85393	0,12033	0,00034
PETKM	0,00247	0,02669	4,24281	0,10518	0,00026
AYGAZ	0,00142	0,02559	1,70107	0,04217	0,00006
		TOPLAM	40,37701	1,00099	0,00336
				PORT. GETİRİSİ	0,00336

				PORT. VARYANSI	0,00043
				PORT. STD.SAPMA	0,02065

Tek Endeks Modeli'ne göre oluşturulan 6 adet hisse senedi içeren portföyün getirisi 0,00336 iken, standart sapması ise 0,02065 olarak gerçekleşmiştir. Tek Endeks Modeli'ne göre portföyde yer alan getirisi en yüksek iki adet hisse senedini içeren ve riski en düşük olan iki hisse senedinden oluşan iki farklı yeni portföy seçeneği oluşturulmuştur. Buna göre;

Tek Endeks Modeli'ne göre getirisi en yüksek iki hisse senedinden oluşan portföy ağırlıkları aşağıdaki şekilde gerçekleşir.

Tablo 4: Tek Endeks Modeline Göre Getirisi En Yüksek İki Hisse Senedi İle Oluşturulan Yeni Portföyün Risk ve Getirisi

HİSSE KODU	ORT. GETİRİ	STD.SAPMA	SHARPE GÖRE	YENİ AĞIRLIK
KRDMD	0,00444	0,03059	0,16788	0,30524
GARAN	0,00366	0,02972	0,38211	0,69476
		TOPLAM	0,54999	1,00000
		PORT. GETİRİSİ		0,0038981
		PORT. RİSKİ		0,0020013

Tek Endeks Modeli'ne göre riski en düşük iki hisse senedinden oluşan portföy ağırlıkları ise aşağıdaki şekilde gerçekleşir

Tablo 5 : Tek Endeks Modeline Göre Riski En Düşük İki Hisse Senedi İle Oluşturulan Yeni Portföyün Risk ve Getirisi

HİSSE KODU	ORT. GETİRİ	STD.SAPMA	SHARPE GÖRE	YENİ AĞIRLIK
PETKM	0,00247	0,02669	0,00066	0,5105598
AYGAZ	0,00142	0,02559	0,00063	0,4894402
		TOPLAM	0,00130	1,00000
		PORT. GETİRİSİ		0,001957
		PORTFÖY RİSKİ		0,0014921

Getirisi en yüksek iki adet hisse senedinden oluşan portföyün getirisi 0,0038981 olurken portföyün standart sapması yani riski 0,0020013 olarak gerçekleşmiştir. Riski en düşük iki hisse senedinden oluşturulan portföyün ise getirisi 0,001957, portföy riski ise 0,0014921 olmaktadır.

Ayrıca Tek Endeks Modeli'nde yer alan hisse senetlerinin tamamı kullanılarak, Markowitz Modeli ile daha düşük riskli ya da daha yüksek getiri

imkanı sunan portföylerin varlığı test edilmiş, araştırma sonucuna göre hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlıklarının değiştiği ve buna bağlı olarak portföy getirisinin 0,00302, portföy riskinin ise 0,02003 olduğu belirlenmiştir.

3.5. Markowitz Modeli'ne Göre Portföy Seçeneklerinin Oluşturulması

Karşılaştırmaları etkin bir biçimde yapabilmek için Tek Endeks Modeli'ne göre optimal portföyde yer alan KRDM, GARAN, ASYAB, PETKM ve AYGAZ'a ait hisse senetleri kullanılarak, Markowitz Modeline göre yeni bir portföy oluşturulmuştur. Oluşturulan bu portföyde amaç, Tek Endeks Modeli'nde yer alan hisse senetlerinin dahil olduğu ancak en düşük riski yatırımcısına sunan portföy seçeneğinin belirlenmesidir. Bu amaçla gerekli kısıtlar Excel'in Çözücü eklentisine girildikten sonra elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi gerçekleşmiştir.

Tablo 6: Markowitz Modeli'ne Göre Oluşturulan Portföyün Risk ve Getirisi

HİSSE KODU	ORTALAMA GETİRİ	STD. SAPMA	PORTFÖY AĞIRLIK	İÇİNDEKİ
KRDM	0,00444	0,03059	0,0131896	
GARAN	0,00366	0,02972	0,0000001	
ASYAB	0,00303	0,02250	0,337250	
TCELL	0,00281	0,02556	0,2573540	
PETKM	0,00247	0,02669	0,1584000	
AYGAZ	0,00142	0,02559	0,2338050	
		TOPLAM	0,999999	
			PORT.GETİRİSİ	0,00253
			PORT. VARYANSI	0,00029
			PORT. STD.SAPMA	0,01702

Araştırma kapsamında yapılan karşılaştırmalarda kullanılacak olan iki adet hisse senedinden oluşan portföy seçeneklerinin Markowitz Modeline göre oluşturulmasında ise öncelikli olarak incelenen 28 adet hisse senedinin ortalama risk ve getirileri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

Tablo 7: Hisse Senedi Ortalama Getirileri ve Standart Sapmaları

HİSSE KODU	ORTALAM A GETİRİ	STD. SAPMA	HİSSE KODU	ORTALAM A GETİRİ	STD. SAPMA
AKBNK	0,00046	0,02845	MIGRS	0,00134	0,02139
AKGRT	0,00135	0,02692	PETKM	0,00247	0,02669
ARCLK	0,00003	0,02352	PTOFS	0,00156	0,02619

HİSSE KODU	ORTALAM A GETİRİ	STD. SAPMA	HİSSE KODU	ORTALAM A GETİRİ	STD. SAPMA
ASYAB	0,00303	0,02250	SAHOL	0,00083	0,02437
AYGAZ	0,00142	0,02559	SISE	-0,00176	0,04169
DOHOL	0,00030	0,02321	SKBNK	0,00228	0,05202
DYHOL	0,00016	0,02504	TCELL	0,00281	0,02556
ECILC	0,00014	0,02566	THYAO	0,00163	0,02328
EREGL	0,00151	0,03851	TSKB	-0,00078	0,02766
GARAN	0,00366	0,02972	TUPRS	0,00165	0,02260
HURGZ	0,00029	0,02203	ULKER	0,00130	0,02654
ISCTR	0,00090	0,02739	VAKBN	-0,00088	0,04072
ISGYO	-0,00175	0,02791	YKBNK	0,00242	0,02469
KCHOL	0,00100	0,02951	İMKB100	0,00160	0,01786
KRDMD	0,00444	0,03059			

Araştırmaya dahil edilen hisse senetlerine ait günlük getirilerden yararlanarak, 28 adet hisse senedi için korelasyon matrisi oluşturulmuştur. Markowitz Modeli'ne göre en düşük korelasyon katsayısına sahip olan hisseler için 28 adet portföy seçilmiştir. Seçilen portföyler ve bu portföylere ait korelasyon katsayıları aşağıdaki gibidir.

Tablo 8: Düşük Korelasyona Sahip İki Hisse Senedinden Oluşan Portföyler

PORTFÖYE DÂHİL OLAN HİSSE SENEDİ KODLARI	KORELAS YON	PORTFÖYE DÂHİL OLAN HİSSE SENEDİ KODLARI	KORELAS YON
AKBNK+PTOFS	0,196	ISGYO+PTOFS	0,222
PTOFS+ASYAB	0,214	MIGRS+PTOFS	0,153
EREGL+AYGAZ	0,212	MIGRS+SKBNK	0,217
SİSE+AYGAZ	0,207	MIGRS+VAKBN	0,224
AYGAZ+TCELL	0,216	PETKM+SKBNK	0,163
DYHOL+EREGL	0,185	PTOFS+SISE	0,194
ECILC+SKBNK	0,188	PTOFS+SKBNK	0,109
EREGL+HURGZ	0,222	PTOFS+TCELL	0,226
EREGL+ISGYO	0,22	PTOFS+VAKBN	0,216
EREGL+MIGRS	0,217	SISE+SKBNK	0,175
EREGL+PTOFS	0,184	SISE+VAKBN	0,213
EREGL+SISE	0,175	SKBNK+VAKBN	0,202
EREGL+TCELL	0,188	SKBNK+TCELL	0,076
EREGL+VAKBN	0,21	TCELL+TUPRS	0,227

Seçilen 28 adet portföy için, minimum riski sağlayan hisse senedi ağırlıkları, portföy getirisi, portföy riski hesaplanır. Buna göre sonuçlar aşağıdaki gibidir:

Tablo 9: İki Adet Hisse Senedi İçeren Portföylerin Risk ve Getirisi

PORTFÖYLER	W1	W2	Port. Getiri.	Port. Riski
TCELL+TUPRS	0,41	0,59	0,0021	0,0187
PTOFS+ASYAB	0,41	0,59	0,0024	0,0188
AYGAZ+TCELL	0,55	0,45	0,0021	0,0200
EREGL+MIGRS	0,15	0,85	0,0014	0,0202
PTOFS+TCELL	0,51	0,49	0,0022	0,0203
MIGRS+PTOFS	0,95	0,05	0,0014	0,0206
EREGL+HURGZ	0,16	0,84	0,0005	0,0208
ISGYO+PTOFS	0,47	0,53	0,0000	0,0211
AKBNK+PTOFS	0,49	0,51	0,0010	0,0211
EREGL+TCELL	0,25	0,75	0,0025	0,0230
EREGL+AYGAZ	0,23	0,77	0,0014	0,0232
EREGL+PTOFS	0,27	0,73	0,0015	0,0234
SKBNK+TCELL	0,19	0,81	0,0027	0,0236
SİSE+AYGAZ	0,20	0,80	0,0008	0,0237
EREGL+ISGYO	0,28	0,72	-0,0008	0,0248
EREGL+VAKBN	0,62	0,38	0,0006	0,0311
EREGL+SİSE	0,71	0,29	0,0006	0,0318
PTOFS+VAKBN	1,24	-0,24	0,0022	0,0320
SİSE+VAKBN	0,53	0,47	-0,0013	0,0322
DYHOL+EREGL	1,33	-0,33	-0,0003	0,0332
SKBNK+VAKBN	0,35	0,65	0,0002	0,0350
PTOFS+SİSE	1,38	-0,38	0,0028	0,0364
SİSE+SKBNK	0,93	0,07	-0,0015	0,0396
PETKM+SKBNK	0,63	0,37	0,0024	0,0406
MIGRS+VAKBN	1,73	-0,73	0,0030	0,0418
ECILC+SKBNK	2,12	-1,12	-0,0023	0,0716
MIGRS+SKBNK	2,62	-1,62	-0,0002	0,0905
PTOFS+SKBNK	2,60	-1,60	0,0004	0,1017

Yapılan araştırma sonucuna göre MIGRS ve VAKBN kodlu hisse senetlerinden oluşan iki hisseli portföy en yüksek getiriyi sunan portföyler

olmuştur. En düşük riske sahip ve iki hisse senedinden oluşan portföy seçeneği ise TCELL ve TUPRS'dır.

4. SONUÇ

PORTFÖY SEÇENEKLERİ	PORT. GETİRİ.	PORT. RİSKİ	DEĞİŞİM KATSAYI.	SHARPE ENDEKSİ
TEK ENDEKS MODELİNE GÖRE OLUŞTURULAN PORTFÖY	0,00336	0,02065	6,14583	0,13956
MARKOWİTZ MODELİNE GÖRE OLUŞTURULAN PORTFÖY	0,00253	0,01702	6,72932	0,12052
SHARPE MODELİNE GÖRE SEÇİLEN EN YÜKSEK GETİRİYE SAHİP İKİ HİSSE SENEDİ İÇİN OLUŞTURULAN PORTFÖY	0,00390	0,04474	11,47622	0,07645
SHARPE MODELİNE GÖRE SEÇİLEN EN DÜŞÜK RİSKE SAHİP İKİ HİSSE SENEDİ İÇİN OLUŞTURULAN PORTFÖY	0,00196	0,03863	19,73796	0,03829
MARKOWİTZ MODELİNE GÖRE EN YÜKSEK GETİRİYE SAHİP İKİ HİSSE SENEDİ İÇEREN PORTFÖY	0,00296	0,04179	14,11824	0,05939
MARKOWİTZ MODELİNE GÖRE EN DÜŞÜK RİSKE SAHİP İKİ HİSSE SENEDİ İÇEREN PORTFÖY	0,00213	0,01873	8,79343	0,08820
İMKB-100	0,00160	0,01786	11,16250	0,06282

Markowitz Modeli, literatürde geliştirilen tüm portföy seçim modellerinin temelini oluşturmuştur. Ancak uygulamadaki kovaryans matrisini tahmin etme gibi yoğun hesaplama zorlukları nedeniyle uygulanabilirliği sınırlıdır. Bu zorluğu ortadan kaldırmak amacıyla geliştirilen Tek Endeks Modeli ise Markowitz Modeli'ne göre uygulaması daha kolaydır. Araştırma sonuçlarına göre Tek Endeks Modeli kullanılarak

oluşturulan portföyde 6 adet hisse senedi bulunmaktadır. Oluşturulan bu portföyün getirisi ve riski, bu model ile portföye dâhil edilen hisse senetleri kullanılarak Markowitz Modeli'ne göre oluşturulan portföyün risk ve getirisi ile karşılaştırıldığında, Tek Endeks Modeli daha etkin sonuçlar vermektedir. Performanslarının değerlendirilmesinde kullanılan Sharpe Endeksi ve Değişim katsayıları incelendiğinde ise değişim katsayısı değeri, Tek Endeks Modeli kullanılarak oluşturulan portföyde daha düşük iken, Sharpe Endeksi değeri daha yüksek olarak gerçekleşmektedir. Bunun sonucu olarak araştırmanın birinci hipotezi kabul edilerek, Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföyün, risk ve getiri açısından, bu modelde yer alan hisseler ile Markowitz Modeli'ne göre oluşturulan(en yüksek getiriyi sunan) portföy seçeneğine göre daha etkin olduğu söylenir.

Araştırmanın ikinci hipotezini oluşturan kısma ait sonuçlar değerlendirildiğinde ise Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföyde yer alan hisse senetleri arasından seçilen getirisi en yüksek iki hisse senedinden oluşturulan portföy, risk ve getiri açısından, Markowitz Modeli'ne göre düşük korelasyona sahip iki hisse senedinden oluşturulan, en yüksek getiriye sahip olan portföy seçeneklerine göre daha etkindir. Çünkü Tek Endeks Modeli esas alınarak belirlenen portföye ait Sharpe Endeksi, diğer portföye ait endeks değerinden daha yüksek iken, değişkenlik katsayısı ise daha düşüktür.

Araştırmanın üçüncü hipotezini oluşturan kısma ait sonuçlar değerlendirildiğinde ise Tek Endeks Modeli ile belirlenen portföyde yer alan hisse senetleri ile riski en düşük iki hisse senedinden oluşturulan portföy, risk ve getiri açısından, Markowitz Modeli'ne göre düşük korelasyona sahip iki hisse senedinden oluşturulan en düşük riske sahip olan portföy seçeneğine göre daha etkin değildir. Bu nedenle hipotez red edilip, karşıt hipotez kabul edilir. Dolayısıyla riskten tamamen kaçınan yatırımcılar için Markowitz Modeli'nin daha etkin sonuçlar verdiği söylenebilir.

Ayrıca oluşturulan portföyler piyasa portföyü olarak kabul edilen İMKB 100 endeksi ile karşılaştırıldığında, Markowitz Modeli'ne göre oluşturulan 6 adet hisse senedi içeren portföyün, risk açısından piyasa portföyünden daha düşük risk içeren ve daha fazla getiri olanağı sunan bir portföy olduğu söylenebilir.

KAYNAKÇA

1. AKAY, Diyar, T. ÇETİNYOKUŞ, M, DAĞDEVİREN (2002), "Portföy Seçimi Problemi İçin KDS / GA Yaklaşımı", Gazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, Cilt:17, No:4, ss.125–138.
2. BEKAERT, G., Campbell R. Harvey ve Angela Ng (2005), "Market Integration And Contagion", The Journal of Business, Vol. 78, No: 1, ss. 39-69.
3. CEYLAN, Ali ve T. Korkmaz (1993), Uygulamalı Portföy Yönetimi, Ekin Kitabevi Yayınları, Bursa.

4. ÇETİN, Cüneyt (2007), “Markowitz Kuadratik Programlama ile Optimal Portföy Seçimi”, Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi, C.12, S.1, s.63-81.
5. ELTON, Edwin J. ve M. J. Gruber (1995), Modern Portfolio Theory And Investment Analysis, 5th ed. Canada, John Wiley & Sons, 1995.
6. KARAN, Mehmet Baha (2001), Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi, Gazi Kitabevi.
7. KIYILAR, Murat, ve E. Eroğlu (2004), “Tek Endeks Modeli Ve Modelin İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Uygulanması”, İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi Dergisi.
8. KÜÇÜKKOCAOĞLU, Güray (2002), “Optimal Portföyün Seçimi ve İMKB Ulusal-30 Endeksi Üzerine bir Uygulama”, Active-Bankacılık ve Finans Dergisi 26, Eylül- Ekim.
9. LEVY, Haim ve Marshall C Sarnat (1970), “International Diversification Of Investment Portfolios, American Economic Review, vol 60, Iss. 4, September: 668-675.
10. MARKOWITZ, Harry (1952), “Portfolio Selection”, Journal of Finance, C7, No:1, ss.77-91.
11. ÖZDEMİR, Erhan ve M. Giresunlu (1995), “Sharpe Tek İndeks Modeli İle Portföy Seçimi”, İÜ İşletme Fakültesi, İşletme İktisadi Enstitüsü Dergisi: Yönetim, Yıl:6, Sayı: 21, 1995.
12. ÖZDEMİR, Erhan, G.TURAN, (2004), “İki Amaçlı Portföy Seçimi Problemi” Öneri Dergisi, Sayı:6.
13. PAUDEL, Rajan Bahadur ve S. Koirala (2006), “Application of Markowitz and Sharpe Models in Nepalese Stock Market”, The Journal of Nepalese Business Studies, Vol. 3, no:1.
14. SALİH, Aslıhan Altay, G. Muradoğlu, M.Mercan (2002), “Performance Of The Efficient Frontier In An Emerging Market Setting”, , Applied Economics Letters, 2002, 9, ss.177-183
15. TÜRKİYE CUMHURİYETİ MERKEZ BANKASI (2010), www.tcmb.gov.tr
16. ULUCAN, Aydın, (2002), “Markowitz Kuadratik Programlama İle Portföy Seçim Modelinin Sermaye Piyasasında Endeks İle Aynı Risk-Getiri Yapısına Sahip Portföyün Elde Edilmesinde Kullanımı”, Hacettepe Üniversitesi, İ.İ.B.F. Dergisi, Cilt:20, Sayı:2, ss.141-153.
17. YALÇINER, Kürşat, M. ATAN, D. BOZTOSUN (2005), “Karesel Programlama Yönteminin İMKB 100 Endeksine Uygulanması ve Portföy Optimizasyonu”, İktisat, İşletme ve Finans Dergisi, Temmuz.