MSKU Eğitim Fakültesi Dergisi MSKU Journal of Education
ISSN 2148-6999 Cilt-Volume 9, Sayı- Number 1, (2022) Mayıs- May

**Araştırma Makalesi** **Research Article**

# Ortaokul Öğrencilerinin Çember Konusundaki Kavramsal Anlamalarının İncelenmesi: 5E Öğrenme Modeli ile Ters Yüz Edilmiş Sınıf Yaklaşımı[1]

# Investigation of Middle School Students' Conceptual Understanding of Circle: Flipped Classroom Approaches with the 5E Model

Şule ÖZCAN[2] , Mehmet DEMİR[3] , Nazlı AKSU[4], Selin URHAN[5], Yılmaz ZENGİN[6]

***Makale Hakkında***

Gönd. Tarihi: 30.08.2021
Kabul Tarihi: 06.01.2022
Yayın Tarihi: 01.05.2022

***Anahtar Kelimeler***
Kavramsal anlama, temsil, ters yüz edilmiş sınıf, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli, GeoGebra.

***Özet***
*Bu çalışmada, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı bağlamında ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki kavramsal anlamaları temsil dönüşümü açısından incelenmektedir. Araştırmanın katılımcılarını bir devlet okulunda yedinci sınıfta öğrenimine devam eden altı öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi yöntemi benimsenmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacıların hazırladığı matematiksel etkinlikler, öğrencilerin oluşturmuş olduğu GeoGebra dosyaları, uygulama sırasında alınan görüntü ve ses kayıtları ve uygulama sonrası yapılan etkinlik temelli görüşmeler kullanılmıştır. Öğrencilerin kavramsal anlamalarının ayrıntılı incelenmesi için veriler söylem analizi yoluyla analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, giriş aşamasının sınıf dışı süreci için hazırlanan videonun öğrencilerin çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin ön bilgilerini hatırlamasını; açıklama aşamasının sınıf dışı süreci için hazırlanan videoların ise öğrencilerin konuyu tekrar etmesini sağladığı belirlenmiştir. Değerlendirme aşamasının sınıf içi sürecinde öğrencilerin problem durumuna çözüm üretirken en az iki temsil sistemi arasında dönüşüm yapabildiği görülmüştür. Çalışmada sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı kapsamında uygulanan GeoGebra destekli etkinliklerde öğrencilerin farklı temsil sistemlerini kullanarak temsiller arası dönüşüm gerçekleştirmelerinin kavramsal anlama süreçlerine katkı sağladığı belirlenmiştir.*

***Key Word***
Conceptual understanding, representation, flipped classroom, 5E inquiry model, GeoGebra.

***Abstract***
*This study examines middle school students' conceptual understanding of the circle in terms of transformation of semiotic representations within the context of the flipped classroom approaches with the 5E inquiry model. The participants of the research are six seventh graders in a public school. The teaching experiment method was used in the study. The mathematical tasks prepared by the researchers, the GeoGebra files created by the students, video and audio recordings, and task-based interviews were used as data collection tools. Discourse analysis was used to examine the students' conceptual understanding in detail. The results revealed that the video in the out-of-class process of the engagement phase enhanced the students to remember their prior knowledge and the videos in the out-of-class process of the explanation phase helped the students to repeat the subject. In in-class activity of the evaluation phase, the students made a transformation among at least two representation systems to solve the problem situation. The results revealed that in the GeoGebra-supported tasks implemented within the scope of the flipped classroom approaches with the 5E inquiry model, the students made a transformation of semiotic representations using different representation registers, which has contributed to their conceptual understanding.*

**Atıf için:**
**For Citation**

Özcan, Ş., Demir, M., Aksu, N., Urhan, S., & Zengin, Y. (2022). Ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki kavramsal anlamalarının incelenmesi: 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [MSKU Journal of Education], 9*(1), 110-133. DOI: 10.21666/muefd.988366

[1]Bu çalışmaya ait bulguların bir kısmı 28-30 Ekim 2021 tarihleri arasında düzenlenen 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumu'nda sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

[2]Milli İrade Ortaokulu Midyat/Mardin, ozcansule2018@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3112-8915
[3]24 Kasım Ortaokulu Kızıltepe/Mardin, demirmeh111@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3374-137X
[4]Hereke Nuh Çimento Ortaokulu Körfez/Kocaeli, nazli.urganci@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3884-444X
[5]Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, selin.urhan@hacettepe.edu.tr, ORCID: 0000-0002-1665-7643
[6]Dicle Üniversitesi, Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi, yilmazzengin@outlook.com, ORCID: 0000-0003-1276-457X

Öğrencilerin matematiği öğrenebilmesi ve problem çözebilmesi için sahip olmaları gereken önemli yeterliliklerden biri kavramsal anlamadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Kavramsal anlama matematiksel gerçekler, işlemler ve fikirler arasında kurulan zihinsel bağlantılar olarak tanımlanmaktadır (Hiebert ve Grouws, 2007). Matematiksel bilgiler arasında kurulan bağlantılar aracılığıyla kavramlar yapılandırılabilmektedir (NCTM, 2000). Dolayısıyla öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimi zihinlerinde oluşan bağlantıların sağlanmasına bağlıdır (Hiebert ve Grouws, 2007).

Dienes (1960) matematiksel kavramların öğrenciler tarafından anlamlandırılabilmesi için kavramın ve bağlantılı temsillerin birlikte sunulması gerektiğini vurgulamaktadır. Duval (1999, 2006) ve Prediger (2013) de çalışmalarında kavramsal anlamanın gerçekleşebilmesi için farklı temsillerin kullanılmasının gerekliliğine dikkat çekmektedir. Bir kavrama yönelik birden fazla temsil sisteminin kullanılmasıyla zihinde oluşan bilgi ağları ve matematiksel kavramlar arasında kurulan bağlantı bilgiyi kalıcı hâle getirmekle birlikte kavramı içselleştirmede etkin rol oynamaktadır (Hiebert ve Carpenter, 1992). Matematiksel kavramalara yönelik kullanılan temsil sistemlerinden bazıları (Tablo 1) çizim temsil, sözel temsil, nümerik temsil, görsel temsil ve cebirsel temsil olarak ifade edilmektedir (Hitt ve González-Martín, 2015).

Tablo 1. *Temsil Sistemleri ve Özellikleri*

| **Temsiller** | **Özellikler** |
|---|---|
| Çizim temsil | Resimli temsil olarak belirtilen çizim temsil, bir geometrik nesneyle ilgili oluşturulan görüntü (iz) olarak düşünülmektedir (örneğin, dinamik yazılımda oluşturulan kare, bir köşesi sürüklendiğinde karenin geometrik özelliklerini sağlamıyorsa, geometrik nesneye yönelik bir çizim temsildir) (Hölzl, 1995). |
| Sözel temsil | Sözel temsil, matematiksel bir kavramı betimlemeye yönelik üretilen sözlü ifadelerdir (Duval, 2006). |
| Nümerik temsil | Nümerik temsil, belirtilen tanım aralığındaki sayıların kullanılması ile matematiksel bir kavramın ifade edilmesidir (Shahbari ve Tabach, 2020). |
| Görsel temsil | Görsel temsil olarak belirtilen şekil, geometrik nesnelerin matematiksel ilişkilerini sağlayan geometrik yapı olarak tanımlanmaktadır (Jones, 2000). |
| Cebirsel temsil | Cebirsel temsil, bir problem durumundaki bağımlı ve bağımsız değişenlerin tanımlanması ile oluşturulan; sembollerin ve formüllerin uygulanması ile genişletme ve genelleştirme gerektiren cebirsel ifadelerdir (Shahbari ve Tabach, 2020). |

Kavramsal anlamanın gerçekleşebilmesi için önemli olan birden çok temsil sisteminin kullanımı değil; temsillerin, kavramın anlamını koruyarak birbirine dönüşümüdür (Duval, 2006). Bu doğrultuda Duval, matematik öğrenme sürecinde kavramsal anlamanın gerçekleşebilmesi için en az iki temsil sistemi arasında dönüşüm olması gerektiğini belirtmektedir. Bu dönüşüm aynı temsil sisteminin içinde olabileceği gibi farklı temsiller arasında da olabilir (Duval, 2006). Kavramsal anlamaya ilişkin temsil dönüşümleri Tablo 2'de gösterildiği gibi iki farklı strateji ile gerçekleşmektedir.

Tablo 2. *Temsil Dönüşümü Stratejileri (Duval, 2006)*

| **Strateji** | **Özellikler** |
|---|---|
| 1) Temsil içi geçiş | Aynı temsil sisteminde gerçekleşen dönüşümlerdir. Örneğin, kesir olarak gösterilen iki sayıyı $(\frac{1}{5}+\frac{1}{4})$ toplamak isteyen bir öğrenci bu sayıları ondalık gösterime $(0{,}20+0{,}25)$ dönüştürerek işlemi gerçekleştirebilir. Bu örnekte görüldüğü gibi, nümerik temsille ifade edilen bir işlem yine nümerik temsille gösterilebilen farklı bir forma dönüştürülmüştür. |
| 2) Temsiller arası dönüşüm | Bir temsil sisteminden başka bir temsil sistemine geçiş olarak ifade edilmektedir. Örneğin, iki çokluk arasındaki ilişkiyi sözel temsil ile "*biri diğerinden üç fazla*" şeklinde açıklayan öğrencinin bu ilişkiyi cebirsel temsil kullanarak $y=\mathrm{x}+3$ biçiminde açıklaması temsiller arası dönüşümdür. Öğrenci bu denkleme ait grafiği koordinat düzleminde çizdiğinde ise cebirsel temsilden grafik temsile geçiş sağlanır ve yine temsiller arası dönüşüm gerçekleşmiş olur. |

Kavramsal anlamanın gerçekleşmesi temsiller arasındaki dönüşümlere bağlı olduğu kadar (Duval, 2006; Prediger, 2013) kullanılacak temsillerin verilen durumdaki uygunluklarının tartışılmasına da bağlıdır (Ponte ve Quaresma, 2016). Öğrenme ortamında yaşanan tartışmalar ile fikir ayrılıkları çözüme kavuşmakta böylece öğrenciler kavram hakkında ortak bir anlayış geliştirebilmektedir (Wood, 1999).

Wood (1999) matematikte kavramsal anlamanın gelişimi için öğrenciler arasında sosyal, etkileşimli ve söylemsel faaliyetlerin gerçekleşeceği yani tartışmaların yaşanacağı bir öğrenme ortamının oluşturulması gerektiğini belirtmektedir. Öğrencilerin kendi bilgilerini inşa etmeleri, işbirlikli çalışma ortamlarında tartışmaları ve öğrendikleri kavramları farklı durumlara uygulamaları kavramsal anlamanın gelişimi için oldukça önemlidir (Brooks ve Brooks, 1993). Bu durum göz önünde bulundurulduğunda matematikte kavramsal anlamanın gelişmesi için öğrencileri aktif kılan öğrenme ortamlarının oluşturulması gerekli görülmektedir (Hiebert ve Grouws, 2007; Lesh, Mierkiewicz ve Kantowski, 1979).

Aktif öğrenme ortamlarının oluşturulmasında etkili olan yaklaşımlardan biri ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımıdır (Hwang, Lai ve Wang, 2015). Ters yüz edilmiş sınıf, geleneksel eğitim ile teknolojinin harmanlanmasıyla oluşan bir yaklaşımdır (Bergmann ve Sams, 2012). Ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımına göre öğrencilere sınıf dışında video izleme, ses kaydı dinleme veya metin okuma (Schallert, Lavicza ve Vandervieren, 2021) ödevleri verilmekte; sınıf ortamında ise öğretmen rehberliğinde konuyla ilgili kısa bir tartışma yapıldıktan sonra öğrenci merkezli öğrenme etkinlikleri uygulanmaktadır (Abeysekera ve Dawson, 2015; Bergmann ve Sams, 2012; Love, Hodge, Corritore ve Ernst, 2015; Love, Hodge, Grandgenett ve Swift, 2014; Voigt, Fredriksen ve Rasmussen, 2020).

Ters yüz edilmiş sınıflar, öğrencilerin kavramlarla kendi başlarına sınıf dışında karşılaşmalarının ardından sınıf içerisinde kavramsal anlamalarını sağlamak ve zihinde anlamlandırılan kavram etrafında farklı beceriler geliştirmek amacıyla uygulama yapmaları olarak ifade edilmektedir (Talbert, 2017). Bu şekilde öğrenciler bilgiye ulaşma becerisi geliştirmektedir. Ayrıca sınıf içinde öğretmen rehberliğinde işbirlikli öğrenme ortamlarında öğrenilen kavramla ilgili uygulamalar yapılarak bilginin derinleştirilmesi sağlanmaktadır (Schallert vd., 2021). Ters yüz edilmiş sınıflar sayesinde öğrenciler, ders öncesi süreci tamamlayarak sınıfa hazırlıklı bir şekilde gelebilmekte; matematiksel kavramları sınıf ortamında tartışmak ve farklı etkinliklerde kullanmak için daha fazla fırsata ve zamana sahip olabilmektedir (Zengin, 2017). Geleneksel eğitim yaklaşımlarına göre ters yüz edilmiş sınıflar öğrencilere daha esnek bir öğrenme ortamı sunmakta ve öğrencilerin matematik derslerinde kavramsal anlamalarının gelişimine katkı sağlamaktadır (Muir, 2020; Wei vd., 2020).

Matematik eğitiminde ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımına ilişkin yapılan araştırmalar incelendiğinde, bu yaklaşımın öğrencilerin derse katılımları (Clark, 2015), problem çözme becerileri (Lo ve Hew, 2017) ve akademik başarıları (Bhagat, Chang ve Chang, 2016; Şahin, Cavlazoğlu ve Zeytuncu, 2015; Wei vd., 2020; Yorgancı, 2020; Zengin, 2017) üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmektedir. Diğer yandan, matematik öğretmenleri ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımını kullanırken dersi planlamada zorluk yaşamaktadır (Schallert, Lavicza ve Vandervieren, 2020). Ayrıca ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımının uygulanması yapılandırmacı yaklaşımdan çok geleneksel öğretim yönteminin izlerini taşımaktadır (Song ve Kapur, 2017). Bu eleştiriyi ve matematik öğretmenlerinin ders planlamada yaşadığı zorluğu dikkate alan Schallert vd. (2020, 2021) sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modelini (Bybee vd., 2006) ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı ile birleştirmiştir. Schallert vd. (2020, 2021) böylece sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı tasarımını (Tablo 3) ve bu tasarım için ders planlama ilkelerini (Tablo 4) geliştirmişlerdir. Bu tasarımda sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modelinin giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme aşamaları sınıf dışı ve sınıf içi olmak üzere iki boyutta ele alınmaktadır (Schallert vd., 2021). Sınıf dışı süreçte ön bilgiler hatırlatılmakta, merak uyandırılmakta, konu pekiştirilmekte ve öz değerlendirme yapma fırsatı sunulmakta; sınıf içi süreçte ise bilgiyi keşfetme, gerekçelendirme yaparak açıklama, öğrenilenleri yeni durumlara uygulama, ilişkilendirme yapma ve problem çözme gibi becerilerin gelişimine yönelik öğrenme etkinlikleri uygulanmaktadır (Schallert vd., 2021). Schallert vd.'nin (2021) geliştirmiş olduğu sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı tasarımında (Tablo 3), aşamalara yönelik sınıf dışı ve sınıf içi etkinlik planlamalarında dikkat edilmesi gereken bileşenler aşağıda verilmektedir.

Tablo 3. *Sorgulamaya Dayalı 5E Öğrenme Modeli ile Ters Yüz Edilmiş Sınıf Yaklaşımı Tasarımı (Schallert vd., 2021)*

| Sınıf Dışı Süreç | 5E Aşaması | Sınıf İçi Süreç |
|---|---|---|
| Hedefe yönelik sorgulayıcı videolar ile ön bilgiler aktifleştirilir ve merak uyandırılır. Öğrenciler, videoyu izleyip sorularını not alır. | **Giriş** | Öğrencilerin sınıf dışı süreçte not aldığı sorular, öğretmen rehberliğinde tartışılır. Öğrenciler, sınıf tartışmasına aktif katılım sağlar. |
| Öğretmen, keşfetme için sorgulayıcı videolar sunar. Öğrenciler sorgulayıcı videoları inceleyerek derse hazırlık yapar. | **Keşfetme** | Öğretmen, keşfetme sürecinde rehberdir. Etkinliklerin uygulanma sürecinde öğrencilere anlık dönüt verir. Öğrenciler öğrenme ortamında kavramı keşfeder ve açıklar. İnformel değerlendirmelere yer verilir. |
| Öğretmen, kavram ve teorileri öğrencinin dikkatinden kaçmış olması ihtimaline karşı yeniden tanıtır; öğrenilen kavram ve teorileri öğrencinin açıklamasına fırsat tanır. Öğrenciler, sunulan açıklamaları inceler ve kendi açıklamalarıyla karşılaştırır. | **Açıklama** | Öğrenciler, keşfettikleri kavram ve teorileri açıklar. Etkinlik ve sınıf içi tartışma, öğrencilerin kavram anlayışını ve/veya beceri kazanmasını değerlendirmeye fırsat verir. |
| Öğretmen, öğrenilen kavramla ilgili farklı durumları içeren sorgulayıcı videolar sunar. Etkinlikler, gerçek yaşam bağlamları içerir. Öğrencilere, öğrendiklerini farklı durumlara uygulamaları için görevler verilir. | **Derinleştirme** | Öğretmen, öğrencileri öğrendiklerini farklı durumlara uygulaması için teşvik eder. Öğrencilerin düzeylerine yönelik farklı durumlar içeren görevler verilir. Öğrenciler, öğrendiklerini yeni durumlara uygular. |
| Öğretmen, öğrencilere öz değerlendirme yapma fırsatı sunar. Öğrenciler, öğrenme süreçleri ile ilgili olarak yansıtıcı öz değerlendirmelere katılır. | **Değerlendirme** | Öğretmen, öğrencilerin öğrenme sürecini değerlendirir. Biçimlendirici değerlendirme tekniklerini kullanır. |

Schallert vd. (2021) sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımının uygulanmasına yönelik, matematik öğretmenlerine ders planlama sürecinde yardımcı olacak ders planlama ilkelerini (Tablo 4) sunmuşlardır. Bu ilkelerin ders planlamadaki katkısı, sürecin hangi aşamasının sınıf dışında hangi aşamasının sınıf içinde gerçekleştirileceğini açıkça belirtmesidir (Schallert vd., 2021).

Sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı, öğrencilerin iş birliği içinde çalıştığı, tartışmalar gerçekleştirdiği ve sorgulamanın etkisiyle gerekçelendirmeler yaptığı bir öğrenme ortamının oluşturulmasına olanak sağlamaktadır (Schallert vd., 2021). Sorgulamaya dayalı öğrenme ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımının bir arada kullanılmasıyla oluşturulacak öğrenme ortamında öğrencilerin "Nasıl yapılır?" ve "Nedeni ne?" sorularının yanıtlarına ulaşarak kavramlar hakkında derin anlayışlar geliştirmeleri mümkün olmaktadır (Capaldi, 2015).

Tablo 4. *Ders Planlama İlkeleri (Schallert vd., 2021)*

| | |
|---|---|
| İlke 1 | Öğrenilecek konu ile ilgili ön bilgileri açığa çıkarmak için sınıf dışı süreç kullanılır. |
| İlke 2 | Biçimlendirici değerlendirmeler için anında dönüt imkânı sağlayan çevrim içi etkinlikler uygulanır. Öğrenci, sınıf dışı ve sınıf içi süreçte etkinlikleri tamamlaması için motive edilir. |
| İlke 3 | Sınıf dışı ve sınıf içi süreçte yönlendirici ve sorgulayıcı sorularla, öğrencilerin etkinliklere katılımı sağlanır. |
| İlke 4 | Sınıf içi süreçte anlık dönüt verilebilecek keşif etkinlikleri uygulanır. |
| İlke 5 | Öğrenilen bilgilerin pekiştirilmesi için sınıf dışı süreç kullanılır. |
| İlke 6 | Öğrencilere, sınıf içi süreçte öğrendikleri kavramları gerekçelendirerek açıklamalarını sağlayan etkinlikler uygulanır. |
| İlke 7 | Öğrenilen kavramların anlamlandırılması için sınıf içi süreçte öğrencilere edindikleri bilgi ve becerileri uygulayabileceği günlük yaşamla bağlantılı farklı durumları içeren etkinlikler uygulanır. |
| İlke 8 | İşbirlikli öğrenme ortamlarını güçlendirmek için sınıf içi süreçte küçük grup çalışmaları içeren etkinlikler uygulanır. |

Sorgulamaya dayalı öğrenme ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımının birlikte kullanımıyla oluşturulan öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematikte kavramsal anlamalarını olumlu yönde etkilediği bilinse de bu konuda daha fazla çalışmaya ihtiyaç duyulmaktadır (Song ve Kapur, 2017). Bu çalışmada, öğrencilerin anlamada zorluk yaşadığı konulardan biri olan çember kavramı (Cantimer ve Şengül, 2017) seçilerek öğrencilerin bu konudaki kavramsal anlamaları sorgulamaya dayalı öğrenme ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı ile ele alınmıştır. Öğrencilerin ortaokul, lise ve lisans öğrenimlerinde karşılaştığı bir konu olmasına rağmen çember, lisans düzeyindeki öğrencilerin dahi zorluk yaşadığı ve kavram yanılgılarına sahip olduğu bir kavramdır (Akyüz, 2016). Öğrencilerin çember konusunda yaşadığı zorluklar ve yaptığı hatalar, zamanında tespit edilerek bunların kavram yanılgısına dönüşmesi engellenebilir (Cantimer ve Şengül, 2017). Akyüz (2016) çalışmasında, GeoGebra yazılımıyla desteklenmiş sorgulamaya dayalı öğretimin hâkim olduğu bir öğrenme ortamında öğrencilerin çember konusunda yaşadığı kavram yanılgılarının giderildiğini ve sınıfın toplu öğrenmeler gerçekleştirdiğini belirtmektedir. Ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı benimsenerek gerçekleştirilen bazı çalışmalarda da GeoGebra yazılımının kavramların farklı temsillerinin incelenmesine fırsat sunarak, öğrencilerin kavramsal anlamalarını kolaylaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır (Zengin, 2017). GeoGebra matematiksel kavramların farklı temsilleri arasındaki dönüşümlerin kolay bir şekilde yapılandırılmasında ve incelenmesinde etkili bir araç olarak kullanılmaktadır (Zengin, 2019). GeoGebra'nın sağladığı avantajlar göz önünde bulundurulduğunda, bu yazılımın sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı bağlamında ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki kavramsal anlamalarını destekleyebileceği düşünülmektedir. Temsiller arası dönüşümün GeoGebra kullanımı ile daha kolay hâle gelmesi (Zengin, 2019), Duval'in (2006) kavramsal anlamayı temsiller arası dönüşüm ile ilişkilendirdiği çerçeveyi desteklemektedir. Bu nedenle çalışmada, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı kullanılmış ve öğrenme sürecinde kullanılacak etkinlikler GeoGebra yazılımı ile geliştirilmiştir. Bu doğrultuda çalışmanın amacı, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı bağlamında ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki temsil dönüşümlerine bağlı olarak kavramsal anlamalarını incelemektir. Bu incelemenin gerçekleştirilebilmesi için Duval'in (2006) kavramsal anlamaya ilişkin temsil dönüşümü stratejileri (Tablo 2) kullanılmıştır.

# Yöntem

Araştırmanın uygulama süreci için 16/03/2021 tarihinde 57 karar sayılı Etik Kurul İzni ile İl Milli Eğitim Müdürlüğünden araştırma ve uygulama izni alınmıştır. Araştırmada, öğrencilerin sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı aşamalarına göre temsil dönüşümleri ile matematiksel kavramları zihinlerinde nasıl yapılandırdıklarını derinlemesine incelemek amaçlandığından nitel araştırma yaklaşımlarından öğretim deneyi yöntemi benimsenmiştir. Öğretim deneyi, öğrencilerin matematik bilgisinin, matematiksel düşünmelerinin ve kavramsal anlamalarının gelişimini ayrıntılı olarak incelemeye imkân tanıyan bir araştırma yöntemidir (Steffe ve Thompson, 2000). Bu çalışmadaki uygulama süreci, Steffe ve Thompson (2000) tarafından öğretim deneyleri için oluşturulmuş üç aşamadan oluşmaktadır: (1) öğrencilerin matematiksel gelişimine yönelik hipotezler oluşturulması ve sürecin planlanması, (2) öğretim sürecinin gerçekleştirilmesi ve verilerin toplanması, (3) geriye dönük analizler ve hipotezlerin değerlendirilmesi.

## Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını bir devlet okulunda öğrenim gören altı ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Etkinlikler, okul ders saatlerinden bağımsız şekilde uygulanmıştır. Öğrencilerin okul zamanı dışında ek çalışmaya vakit ayırması gerektiğinden katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemine göre, çalışmanın amacına uygun ve kolay ulaşılabilir kişiler katılımcı olarak seçilmektedir (McMillan ve Schumacher, 2014). Bu doğrultuda araştırmacılardan birinin görev yaptığı okulda derslere düzenli katılım sağlayan ve kişisel bilgisayarı olan öğrenciler katılımcı olarak belirlenmiştir. Ayrıca rahat bir tartışma ortamı sağlamak için öğrencilerin aynı sınıftan seçilmesine özen gösterilmiştir. Katılımcılar birbirleri ile uyumlu, derslere karşı ilgili, öğrenme etkinliklerinde aktif katılım sağlayan, tartışmalara açık ve akademik başarıları orta düzeyde olan öğrencilerdir. Bu bilgiler, öğrencilerin şube rehber öğretmeni ile yapılan görüşme sonucu edinilmiştir.

## Etkinlikler ve Etkinliklerin Tasarım İlkeleri

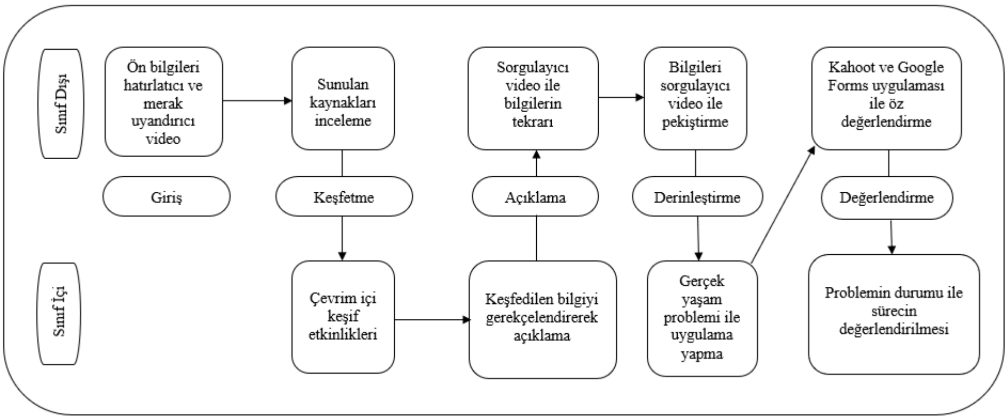
Araştırmada, öğrencilerin sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı aşamalarındaki kavramsal anlamalarını temsil dönüşümü bağlamında incelemek amacıyla çember konusuna yönelik etkinlikler hazırlanmıştır. Tasarlanan etkinliklerde 5E öğrenme modelinin giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme aşamalarına yer verilmiştir. Giriş aşamasının sınıf dışı süreci için etkinlikler araştırmacılardan biri tarafından seslendirilerek videoya dönüştürülmüş; açıklama aşamasının sınıf dışı süreci için GeoGebra üzerinde öğrencileri konuyla ilgili sorgulamaya yönelten bir video hazırlanmış ve derinleştirme aşamasının sınıf dışı süreci için günlük yaşamla ilişkilendirilmiş problem durumları seslendirilerek video oluşturulmuştur. Değerlendirme aşamasının sınıf dışı süreci için araştırmacılar tarafından Kahoot! uygulaması ve Google Forms aracılığıyla öz değerlendirme formu hazırlanmıştır.

Geliştirilen etkinliklerin yürütülmesi sürecinde, öğrencilerin GeoGebra kullanmasına, grup olarak çalışmasına, sorgulama yapmasına (Neden/Niçin/Nasıl) dikkat edilmiştir (Schallert vd., 2021). Temsil dönüşümleri bağlamında kavramsal anlamanın geliştirilebilmesi için tasarlanan etkinliklerin çoklu temsillerin kullanımıyla kavrama yönelik farklı temsiller arası dönüşüme imkân tanımasına ve etkinliklerin yürütülmesinde öğrencilerin kavramın doğasını, kavramın oluşum sürecini ve diğer kavramlarla ilişkilerini anlamaya yönelik bilişsel çaba göstermesine (Smith ve Stein, 1998) önem verilmiştir. Bu bağlamda, etkinliklerin tasarımında Schallert vd.'nin (2021) sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı tasarımı (Tablo 3), ders planlama ilkeleri (Tablo 4) Smith ve Stein'in (1998) etkinlik çerçevesi benimsenmiştir. Smith ve Stein (1998) matematiksel etkinlikleri bilişsel istem düzeylerine göre düşük düzey ve yüksek düzey olmak üzere iki gruba ayırmaktadır. Düşük düzey bilişsel istem gerektiren görevler, ezberleme ve bağlantı kurulmamış yöntemler kategorilerini içerirken; yüksek düzey bilişsel istem gerektiren görevler bağlantı kurulmuş yöntemler ve matematik yapma kategorilerini içermektedir (Smith ve Stein, 1998). Yüksek düzey bilişsel istem gerektiren görevler, çoklu çözüm stratejileri ve farklı temsilleri içeren, belli bir algoritmaya bağlı kalmadan düşünmeyi gerektiren ve kavramların, süreçlerin ve ilişkilerin keşfedilmesini destekleyen görevlerdir (Stein, Grover ve Henningsen, 1996). Ayrıca yüksek düzey bilişsel istem gerektiren görevler sorgulama yapmayı, kavramları çeşitli yollarla ifade etmeyi, farklı gösterimler arası bağlantı kurmayı gerektirmektedir (Smith ve Stein, 1998). Dolayısıyla bu çalışmanın amacına uygun olacağı düşünüldüğünden geliştirilen etkinliklerin yüksek düzey bilişsel istem gerektirmesine dikkat edilmiştir.

Uygulamaya geçilmeden önce, etkinliklerin sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı aşamalarına, ders planlama ilkelerine ve bilişsel düzeylere göre etkinlik çerçevesine uygunluğu konusunda matematik eğitimi alanında dört uzmanın ve yüksek lisans eğitimini tamamlamış iki matematik öğretmeninin görüşlerine başvurulmuştur. Alınan dönütler doğrultusunda, etkinliklerde bilimsel içerik, dil, anlatım, açıklık ve görsel kullanım ile ilgili düzeltmeler yapılmıştır. Düzenlemelerin ardından etkinliklerin son hâli uzmanlara sunulmuş; etkinliklerde bilimsel bir hata olmadığına ve etkinliklerin dil, anlatım, açıklık ve görsel kullanım açısından uygun olduğuna ilişkin onayları alınmıştır.

## Uygulama Süreci

Uygulama, 2020-2021 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde bir devlet okulunda haftada iki ders saati kadar süre ayrılarak altı haftada gerçekleştirilmiştir. Uygulamanın ilk iki haftasında öğrencilere GeoGebra eğitimi verilmiştir. Öğrenciler ikişer kişilik üç gruba ayrılmıştır. Uygulamanın sınıf içi süreci bir video-konferans programı; sınıf dışı süreci ise Google Classroom platformu üzerinden yürütülmüştür. Sınıf dışı süreçte öğrencilerden çevrim içi platforma yüklenen videoları izlemeleri ve bu videolarda yer alan problem durumlarına ilişkin çözümleri hakkında “yorumlar” kısmına açıklama/yorum yazmaları istenmiştir. Öğrenciler keşfetme, açıklama, derinleştirme aşamalarında sınıf içi süreçte etkinlikler üzerinde grup olarak etkileşimli şekilde çalışmıştır. Değerlendirme aşamasında ise problem durumuna yönelik çözümlerini ve açıklamalarını bireysel olarak yapmışlardır.




Şekil 1. *Sorgulamaya Dayalı 5E Öğrenme Modeli ile Ters Yüz Edilmiş Sınıf Yaklaşımı Uygulama Süreci*

Giriş aşamasında (sınıf dışı) öğrencilerin ön bilgilerini hatırlamasını ve konuya merak duymasını sağlayıcı nitelikte sorgulayıcı video kullanılmıştır. Keşfetme aşamasının sınıf dışı sürecinde, ders sırasında kullanılacak GeoGebra etkinliği, öğrencilerin incelemesi için çevrim içi platforma yüklenmiştir. Keşfetme aşamasının sınıf içi sürecinde GeoGebra etkinliği üzerinde grup tartışmaları yapılmıştır. Açıklama aşamasının sınıf içi sürecinde, öğrencilere keşfettikleri bilgileri gerekçelendirerek açıklayabilecekleri günlük yaşamla ilişkilendirilmiş GeoGebra etkinliği sunulmuş ve öğrencilerden etkinlik üzerinde tartışmaları istenmiştir. Açıklama aşamasının sınıf dışı sürecinde öğrenilen bilgileri sorgulatan ve tekrar yapmaya fırsat sunan video çevrim içi platforma yüklenmiş; öğrencilerden bu videoyu izlemesi istenmiştir. Derinleştirme aşamasının sınıf dışı sürecinde öğrenilenlerin pekiştirilmesini hedefleyen problem durumu video olarak sunulmuş ve öğrenciler problem durumunu çözmekle görevlendirilmiştir. Derinleştirme aşamasının sınıf içi sürecinde öğrenciler, öğrenilenlerin yeni durumlara aktarılmasını sağlayan günlük yaşamla ilişkilendirilmiş bir problem durumu üzerinde tartışmıştır. Değerlendirme aşamasının sınıf dışı sürecinde öğrenciler Kahoot! ve Google Forms uygulaması üzerinden öz değerlendirme yapmıştır. Değerlendirme aşamasının sınıf içi sürecinde öğrencilere sürecin tamamında öğrendikleri bilgileri kullanmalarını gerektiren bir problem durumu sunulmuş ve öğrencilerden çözümlerini açıklamaları istenmiş; böylece uygulama süreci sonlandırılmıştır.

ISSN 2148-6999 Cilt-Volume 9, Sayı- Number 1, (2022) Mayıs- May

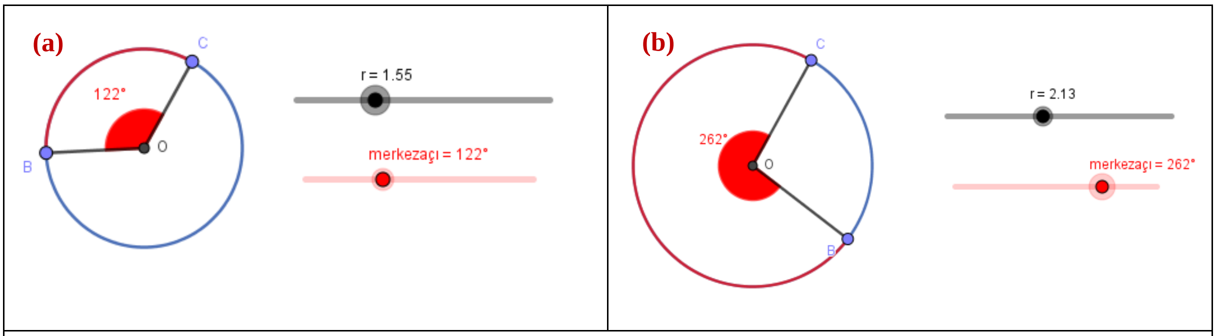
## Verilerin Analizi

Veri analizi sürecinde sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı tasarımının beş aşamasından öğrencilerin kavramsal anlamaya ilişkin gelişim gösterdiği aşamaların sınıf dışı ve/veya sınıf içi süreçleri dikkate alınmıştır. Bu süreçlerde elde edilen nitel veriler temsil dönüşümü stratejileri bağlamında söylem analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Söylem analizi, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini, kavramsal anlamalarını, kavram yanılgılarını, öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretmen etkileşimlerinin daha iyi anlaşılmasını ve açıklanmasını sağlamaktadır (Kim, Choi ve Lim, 2017).

Öğrencilerin sınıf içi süreçteki tartışmalarının video ve ses kayıtlarının transkriptleri, sınıf dışı süreçte çevrim içi platformda paylaşılan videolarda yer alan problem durumlarının çözümüne ilişkin öğrencilerin yaptıkları yorumlar ve uygulama sonrası yapılan etkinlik temelli görüşme verilerinin transkriptleri veri analizi sürecine dâhil edilmiştir. Veriler araştırmacılardan ikisi tarafından ayrı ayrı analiz edilmiştir. Her iki araştırmacı da analizleri tamamladığında bir araya gelerek analiz sonuçlarını karşılaştırmışlardır. Analiz sonuçlarının farklı olduğu kısımlar üzerinde tartışılmış, uzlaşıya varılamayan bölümler için üçüncü bir uzmana başvurulmuştur. Araştırmacıların bir araya gelerek yürüttüğü tartışmalar sonucunda analizler üzerinde uzlaşıya varılarak süreç sonlandırılmıştır.

Analiz sonuçlarının sunulması aşaması için grup içi etkileşimi yüksek olan ve problem durumlarının çözüm sürecinde GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanan öğrenci grubu (Grup 3) seçilmiş; bu gruptaki öğrencilerin video kayıtlarının ve çevrim içi platformdaki yorumlarının analiz sonuçlarına bulgular bölümünde ayrıntılı şekilde yer verilmiştir. Verilerin analizinin sunumunda öğrencilerin gerçek isimlerinin yerine “Ece” ve “Cem” isimleri kullanılmıştır. Duval’in (2006) kavramsal anlamayı temsiller arası dönüşüm ile ilişkilendirdiği çerçeve bağlamında söylem analizi kullanılarak yürütülen veri analizinden bir kesite aşağıda yer verilmiştir. Örnek olarak sunulan veri analizinde çemberde merkez açı kavramının ve yay ölçüsü ile merkez açı ölçüsü arasındaki ilişkinin keşfine yönelik uygulanan etkinlikteki verilerin bir kısmına yer verilmiştir.

Etkinlikte *r* ve *merkezaçı* sürgüsüne bağlı olan bir çember bulunmaktadır. *r* sürgüsü çemberin yarıçapını ve uzunluğunu artırıp azaltırken (Şekil 2a); *merkezaçı* sürgüsü çemberdeki merkez açı ölçülerinin değişimini sağlamaktadır (Şekil 2b). Keşfetme aşamasının sınıf içi sürecinde öğrencilere GeoGebra araçlarını (*açı* ve *sürgü*) kullanarak doldurmaları gereken bir tablo sunulmuştur (Şekil 2c). Öğrenciler *merkezaçı* sürgüsünü tabloda verilen merkez açı ölçülerine ayarlayarak ve kendi aralarında tartışarak tabloyu doldurmaya başlamıştır (Şekil 2c).




**(c)**

| Merkez Açının Ölçüsü | Diğer Merkez Açının Ölçüsü | Merkez Açıların Toplamı |
|---|---|---|
| 60° | 300° | 360° |
| 120° | 240° | 360° |
| 180° | 180° | 360° |
| 240° | 120° | 360° |

Şekil 2. *Çemberde Merkez Açı Kavramına İlişkin Etkinlik Görüntüsü ve Öğrencilerin Cevapları*

Aşağıda öğrencilerin diyalogları her bir satır (S) ile gösterilerek ve sıra sayısına göre numaralandırılarak sunulmaktadır:

**(S1) Cem:** Merkez açı 60˚ ise diğer merkez açı kaç olur diyor. Sonra toplamını istiyor.

**(S2) Ece:** Şimdi bunu 60˚ yapalım (*merkezaçı* sürgüsünden ayarlar). 60˚ oldu mu?

**(S3) Cem:** Evet.

**(S4) Ece:** Tamam şimdi diğer açıyı bulalım (*açı* aracını seçerek bulur). Diğer merkez açı 300˚ oluyor. Bak!

**(S5) Cem:** Zaten 360˚'den çıkarmayacak mıyız?

**(S6) Ece:** 300˚ ile 60˚'yi topladığımızda zaten 360˚ olmuyor mu? Bir bütün oluyor.

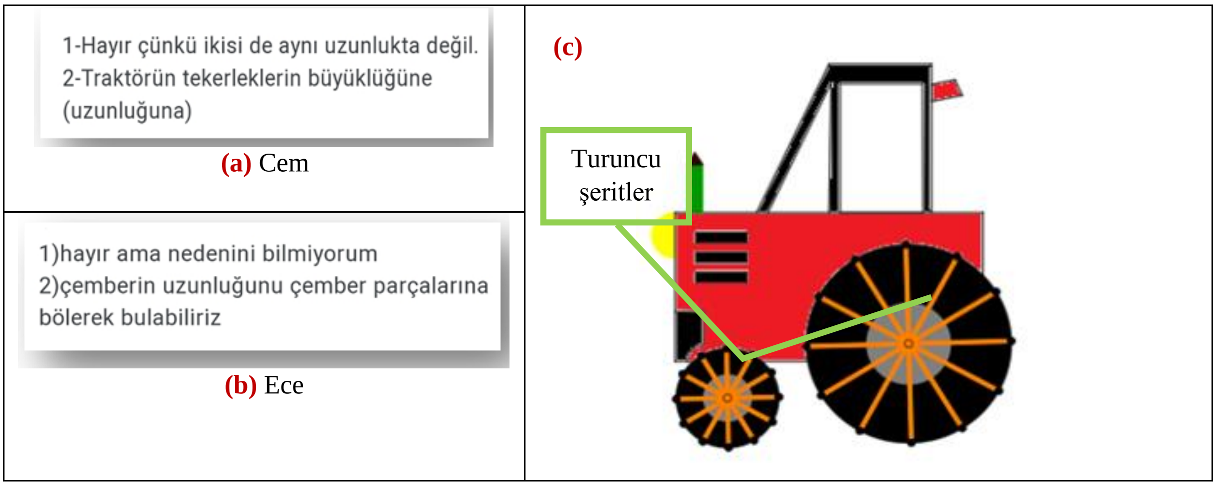
**(S7) Cem:** Tamam.

Cem, etkinlikte tabloyu incelemiş ve "Merkez açı 60˚ ise diğer merkez açı kaç derece olur diyor. Sonra toplamını istiyor." (S1) şeklinde açıklamada bulunmuştur. Ece (S2), tabloda (Şekil 2c) merkez açının 60˚ olmasına ilişkin verilen nümerik temsili kullanmış ve *merkezaçı* sürgüsünden 60˚'yi ayarlayarak çemberde merkez açıya ilişkin görsel temsil sunmuştur. Burada Ece, çemberde merkez açının nümerik temsili ile görsel temsili arasında bir dönüşüm gerçekleştirmiştir. Ece *açı* aracını seçerek B, O ve C noktalarına sırası ile tıklamış ve diğer merkez açıya ilişkin görsel temsil sunmuştur. Ece sunduğu görsel temsili gözlemleyerek şaşkın bir ses tonuyla "Diğer merkez açı 300˚ oluyor. Bak!" (S4) şeklinde sözlü ifadede bulunmuştur. Burada Ece'nin diğer merkez açıya ilişkin görsel temsilden sözel temsile dönüşüm gerçekleştirdiği görülmektedir. Cem'in, diğer merkez açıya yönelik "Zaten 360˚'den çıkarmayacak mıyız?" (S5) şeklindeki sözlü ifadesinin üzerine Ece "300˚ ile 60˚'yi topladığımızda zaten 360˚ olmuyor mu?" (S6) sorusunu yöneltmiştir. Cem (S5) ve Ece (S6) bu sözlü ifadelerinde diğer merkez açıya ilişkin nümerik ve sözel temsil kullanmıştır. Son olarak Ece, "Bir bütün oluyor." (S6) ifadesi ile tabloda verilen merkez açıların ölçüleri toplamına ilişkin sözel temsil sunmuştur.

## Bulgular

### Giriş Aşaması (Sınıf Dışı)

Çemberde merkez açı ile çemberde uzunluk kavramlarını hatırlatmaya ve bu kavramlara dikkat çekmeye yönelik araştırmacılar tarafından hazırlanan video çevrim içi platforma yüklenmiştir. Videoda tekerlekleri, eşit merkez açılar oluşturacak şekilde turuncu şeritlerle süslenmiş bir traktör verilmiştir (Şekil 3c). Öğrencilerden videoyu izleyerek traktörün 10 $m$ ilerlemesi durumunda, ön ve arka tekerleklerin tur sayılarının eşit olup olmadığına ilişkin düşüncelerini nedenleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Ayrıca turuncu şeritlerin bitimindeki noktalar arasında kalan parçaların uzunluklarının neye bağlı olabileceğini düşünerek yorumda bulunmaları beklenmiştir.

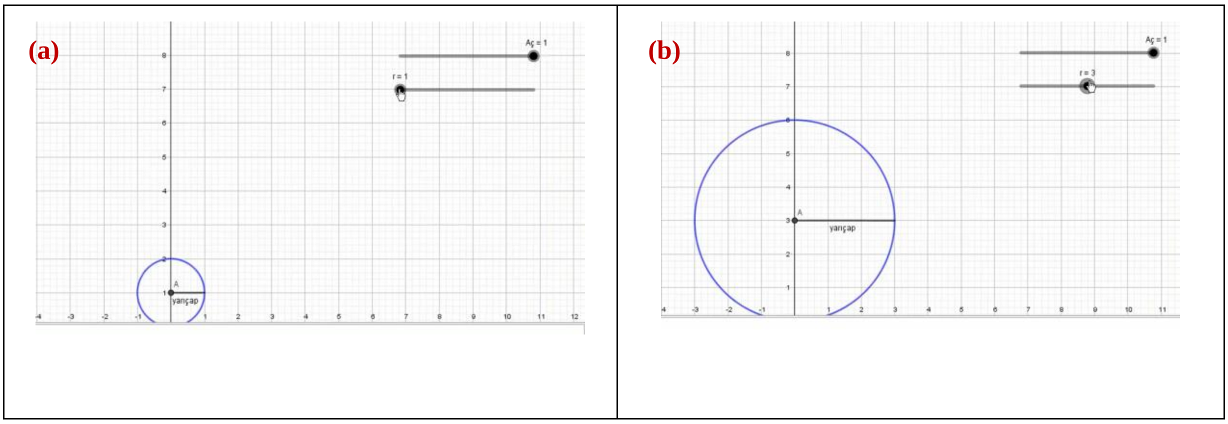



Şekil 3. *Giriş Aşamasında (Sınıf Dışı) Kullanılan Etkinlik Görüntüsü ve Öğrencilerin Yorumları*

Ece ve Cem, traktörün $10\,m$ ilerlemesi durumunda ön ve arka tekerleklerin eşit sayıda tur atmayacağını belirtmiştir (Şekil 3a, 3b). Ece, bu durumun nedenini bilmediğini ifade etmiştir. Cem, iki tekerleğin de aynı uzunlukta olmadığı yorumunda bulunmuştur. Cem'in bu yorumu ile çemberde uzunluk kavramına ilişkin ön bilgilerini etkinleştirdiği söylenebilir. Ece, turuncu şeritlerin bitimindeki noktalar arasında kalan parçaların uzunluklarına yönelik düşüncelerini "çemberin uzunluğunu çember parçalarına bölerek bulabiliriz" şeklinde ifade etmiştir. Ece, çemberde yay uzunluğu kavramına yönelik sözel temsil kullanmıştır. Ece'nin turuncu şeritlerin bitimindeki noktalar arasında kalan parçaların uzunluğunu, çemberin uzunluğuna bağlı ifade etmesi ile çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik ön bilgilerini etkinleştirdiği söylenebilir.

## Keşfetme Aşaması (Sınıf İçi)

Çemberin çevresinin nasıl hesaplanabileceğinin keşfine yönelik araştırmacılar tarafından hazırlanan etkinliğin GeoGebra dosyası öğrencilerin incelemesi için dersten önce çevrim içi platforma yüklenmiştir. Etkinlikte $r$ ve $Aç$ sürgüsüne bağlı olan bir çember bulunmaktadır. $r$ sürgüsü çemberin yarıçap uzunluğunu artırıp azaltırken (Şekil 4), $Aç$ sürgüsü çemberin uzunluğunun sayı doğrusu üzerine gelmesini sağlamaktadır (Şekil 5). Sınıf içi süreçte öğrenciler GeoGebra aracını (*sürgü*) kullanıp çemberde meydana gelen değişimleri gözlemlemiş ve çemberin yarıçapının aldığı değerlere göre çevresindeki değişimi tartışmışlardır (Şekil 4).




Şekil 4. *Sürgü (Yarıçap) Değişimine Bağlı Çember Görüntüleri*

Aşağıda öğrencilerin tartışma sürecindeki diyaloglarına yer verilmektedir:

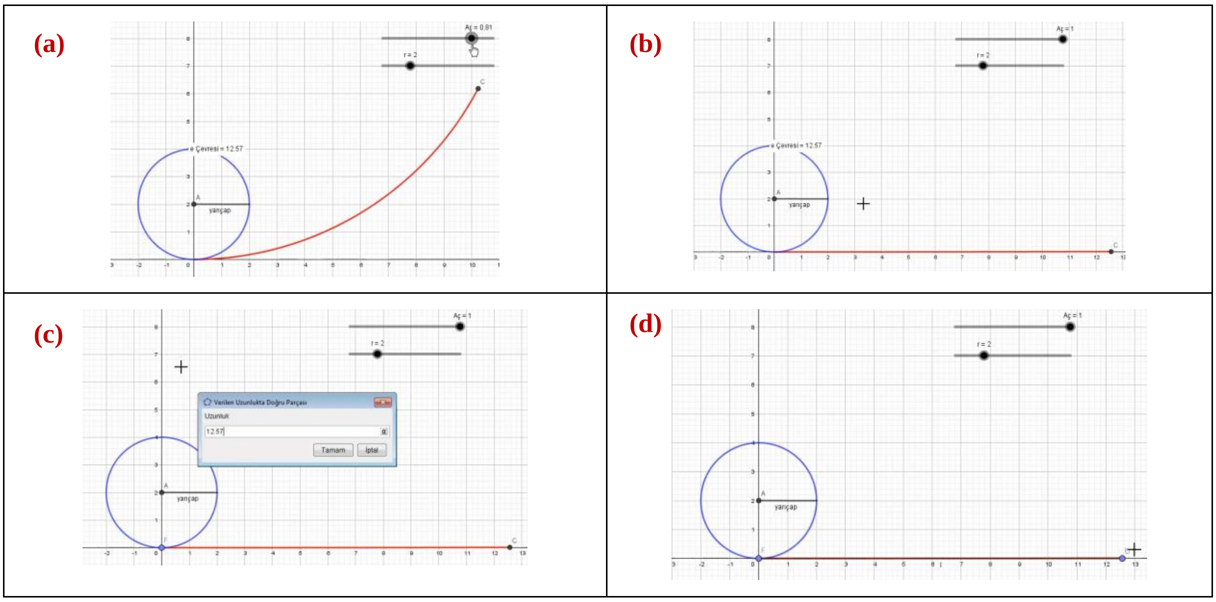
**(1) Cem:** $r$ sürgüsünü hareket ettirelim.

**(2) Ece:** Şimdiii $r$ sürgüsünü hareket ettiriyorum. Ne diyebiliriz? (sessizlik) Yarıçap arttıkça çevresi de artıyor diyebiliriz!

**(3) Cem:** Yarıçap arttıkça ya da azaldıkça çemberin çevresi de artacak ya da azalacak.

**(4) Ece:** Eveeet! Yarıçap azaldığında da çevresi azalacak.

Ece (2), $r$ sürgüsünü hareket ettirip yarıçapa ilişkin nümerik temsiller ($r = 1, r = 2, r = 3, r = 4\ ve\ r = 5$) kullanarak oluşturduğu çemberlerle görsel temsil sunmuştur (Şekil 4). Öğrenciler bir süre ekranda oluşan çemberleri gözlemlemiş ve çemberin yarıçapındaki değişime bağlı olarak çevresindeki değişim üzerine düşünmüşlerdir. Ece (2), $r$ sürgüsündeki değerler artarken çemberin çevresinin de arttığını belirtmiştir (Şekil 4). Böylece Ece, yarıçapa ilişkin nümerik temsiller kullanarak çemberin çevresine yönelik görsel temsilden sözel temsile dönüşüm gerçekleştirmiştir. Cem (3), $r$ sürgüsündeki değerlerin azalmasına bağlı olarak çemberin çevresinin de azaldığını vurgulamıştır. Burada Cem de nümerik temsilleri kullanarak çemberin çevresine ilişkin görsel temsilden sözel temsile dönüşüm gerçekleştirmiştir. Ece (4), Cem'in ifadesini onaylayarak tekrarlamıştır. Etkinliğin devamında öğrenciler GeoGebra araçlarını (*sürgü, verilen uzunlukta doğru parçası, uzaklık veya uzunluk*) kullanarak çemberde meydana gelen değişimi gözlemlemiş ve $Aç$ sürgüsüyle oluşturdukları kırmızı doğru parçası üzerine tartışmışlardır (Şekil 5).




Şekil 5. *Sürgü (Aç) Değişimine Bağlı Çember Görüntüleri*

Aşağıda öğrencilerin tartışma sürecindeki diyaloglarına yer verilmektedir:

**(5) Ece:** Şimdi yarıçap uzunluğu 2 $cm$ iken çevresi 12,57 $cm$.

**(6) Cem:** Evet. *Aç* sürgüsünü hareket ettir.

(Ece, *Aç* sürgüsünü hareket ettirir. Öğrenciler sessizce gözlem yapar.)

**(7) Cem:** Şöyle bir şey olabilir mi? Şu sayı doğrusuna gelen doğru parçası çemberin açılımı olabilir mi?

**(8) Ece:** Olabilir! Bakalım.

(Ece, GeoGebra kullanarak düşüncelerini doğrulama sürecine girer.)

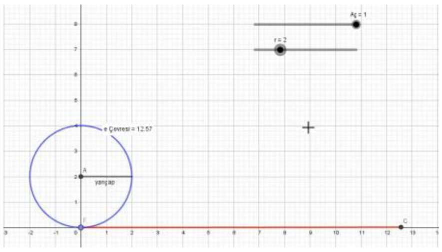
**(9) Ece:** Eşiiit! Bu kırmızı doğru parçasının uzunluğu ile bu çemberin uzunluğu eşit!..

**(10) Cem:** Eveeet!

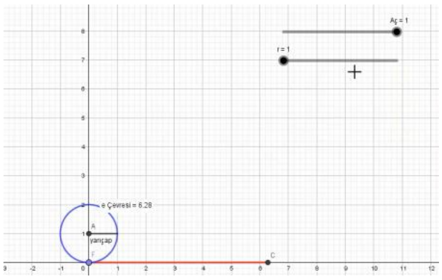
Ece (5), yarıçap 2 $cm$ iken *uzaklık veya uzunluk* aracını seçerek çemberin uzunluğunu bulmuştur. Böylece Ece (5), çemberin çevresinin sayısal değerini ifade ederek çemberin çevresine yönelik sözel temsilden nümerik temsile dönüşüm gerçekleştirmiştir. Ardından *Aç* sürgüsünü hareket ettirerek oluşturduğu kırmızı doğru parçasıyla çemberin açılımına ilişkin görsel temsil sunmuştur (Şekil 5b). Grup içi iletişime ara veren öğrenciler gözlem yaparak düşünme sürecine girmiştir. Cem (7), sayı doğrusu üzerine gelen kırmızı doğru parçasının çemberin açılımı olabileceğini belirtmiştir. Böylece Cem, çemberin açılımının görsel temsilinden sözel temsiline bir dönüşüm gerçekleştirmiştir. Ece (8), Cem'in düşüncesini onaylamış ve doğrulamak istemiştir. Ece, *verilen uzunlukta doğru parçası* aracını kullanarak kırmızı doğru parçasının başlangıç noktasını seçmiştir. Açılan pencereye çemberin uzunluğu olan 12,57 değerini girmiştir (Şekil 5c). Oluşturduğu doğru parçasının kırmızı doğru parçası üzerine geldiğini gören Ece (9), heyecanlanarak "Eşiiit! Bu kırmızı doğru parçasının uzunluğu ile bu çemberin uzunluğu eşit!.." ifadesinde bulunmuştur (Şekil 5d). Böylece Cem'in düşüncesini doğrulamıştır. Ece, çemberin açılımına ilişkin görsel temsilden sözel temsile bir dönüşüm gerçekleştirmiştir. Cem (10) ise Ece'nin GeoGebra araçlarını kullanarak oluşturduğu görsel temsil sayesinde düşüncesinin doğru olduğuna ikna olmuştur.

Çemberin çevresinin hesaplanmasının keşfine yönelik etkinliğin devamında öğrencilere, belli yarıçap uzunluklarına göre doldurmaları gereken bir tablo sunulmuştur (Şekil 6c). Bu etkinlikteki açık uçlu sorularla öğrencilerin $\pi$ sayısını kullanarak çemberin çevresinin nasıl hesaplandığını keşfetmeleri hedeflenmiştir. Öğrenciler GeoGebra araçlarını (*sürgü, uzaklık veya uzunluk, metin kutusu*) kullanarak yarıçap uzunluğu verilen çemberin, çevresinin çapına bölümü üzerine tartışmışlar ve tabloyu doldurmuşlardır (Şekil 6).

**(a)**



**(b)**



**(c)**

| **Yarıçap Uzunluğu** | **Çevre Uzunluğu** | $\frac{Çevre}{Çap}$ |
|---|---|---|
| 1 | 6,28 | 3,14 |
| 2 | 12,57 | 3,14 |
| 3 | 18,85 | 3,14 |
| 4 | 25,13 | 3,14 |
| 5 | 31,42 | 3,14 |

Şekil 6. *Öğrencilerin Yarıçap Uzunluğuna Bağlı Olarak Oluşturdukları Çemberlerin Görüntüleri, Çemberlerin Çevre Uzunluğu ve Çevre/Çap Oranına İlişkin Doldurdukları Tablo*

Aşağıda sınıf içi tartışma sürecine yer verilmektedir:

**(11) Ece:** Yarıçap uzunluğu 1 $cm$ iken çevresi 6,28 $cm$.

**(12) Cem:** Çevrenin çapa bölümü 3,14 (Öğrenciler yarıçap değerlerine göre tablonun tamamını doldurur).

**(13) Öğretmen:** Çevrenin çapa bölümünü nasıl buldunuz?

**(14) Ece:** Çevre 31,42 $cm$. Çap 10 $cm$. Çünkü yarıçap çapın yarısıdır. Bölersek sonuç 3,14.

**(15) Öğretmen:** Sonuçlar arasında bir bağlantı var mı?

**(16) Ece:** Gerçekten bir bağlantı var. Hepsinin sonucu da 3,14 yani $\pi$ sayısına eşit.

**(17) Öğretmen:** Peki sizce neden böyle?

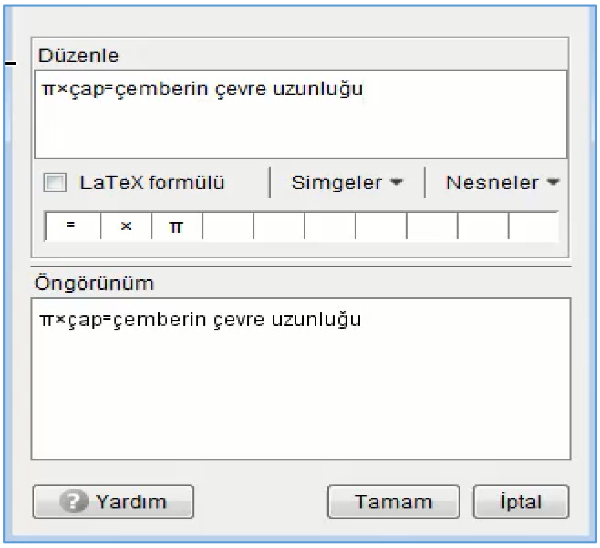
**(18) Cem:** $\pi$ sayısı değişmez. Her çemberin çevresini bulmak için $\pi$ sayısının olması mecburi bir şey. $\pi$ sayısı ile herhangi bir çemberin çapını çarparsak çevresini buluruz.

**(19) Öğretmen:** Matematiksel olarak yazar mısınız?

**(20) Ece:** ... (GeoGebra'nın *metin kutusu* içerisine "$\pi \times çap = çemberin\ çevresi$" ifadesini yazar.)

**(21) Cem:** $r$ yarıçap, $2 \times r$ çap demek. Çevresini bulmak istiyorsak formül olarak $2 \times \pi \times r$ olur.

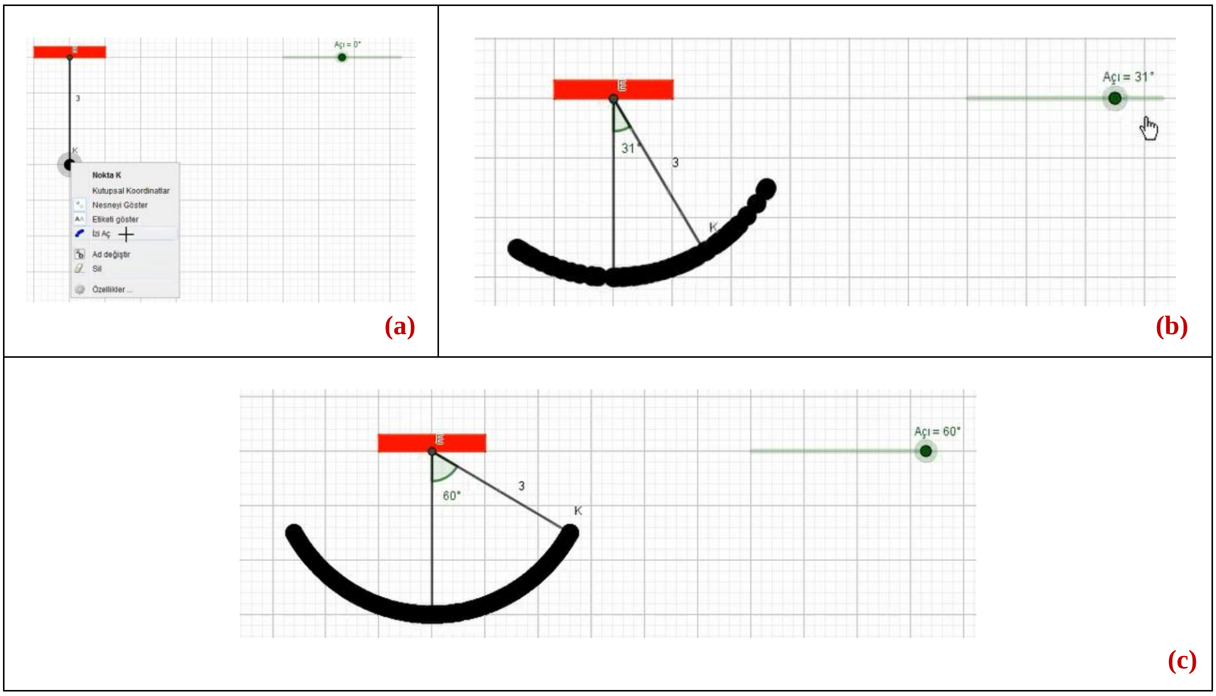
Ece, *uzaklık veya uzunluk* aracını seçerek çemberin çevresini hesaplamıştır (Şekil 6a). Tablonun doldurulmasına ilişkin Ece (11), çemberin yarıçap uzunluğunun 1 $cm$ olması durumunda çevresinin 6,28 $cm$ olacağını belirtmiştir. Böylece Ece (11), çemberin çevresine ilişkin sözel temsilden nümerik temsile dönüşüm gerçekleştirmiştir. Cem (12), hesap makinesi ile işlem yaparak $çevre/çap$ için sonucu 3,14 olarak bulmuştur. Ece, GeoGebra'da *yarıçap* sürgüsünü kullanarak tabloda verilen değerleri ayarlamış, Cem de çevrenin çapa bölümünü hesap makinesi ile hesaplamıştır. Ece ve Cem iş birliği içerisinde yarıçapa ilişkin ($r = 1, r = 2, r = 3, r = 4\ ve\ r = 5$) nümerik temsilleri kullanarak tablonun tamamını doldurmuştur (Şekil 6c). Tartışma sürecinde Ece (14), yarıçap kavramına yönelik "çapın yarısıdır" ifadesi ile sözel temsil kullanmıştır. Öğretmen (15) keşif sürecini desteklemek için öğrencilere "Sonuçlar arasında bir bağlantı var mı?" sorusunu yöneltmiştir. Ece (16), sonuçlar arasında bir bağlantının var olduğunu söyleyerek $çevre/çap$ için her seferinde elde ettikleri 3,14 sayısının $\pi$ sayısı olduğunu belirtmiştir. Öğretmenin (17) öğrencilere bu durumun nedenini sorması üzerine Cem (18), "$\pi$ sayısı değişmez. Her çemberin çevresini bulmak için $\pi$ sayısının olması mecburi bir şey. $\pi$ sayısı ile herhangi bir çemberin çapını çarparsak çevresini buluruz." şeklinde düşüncelerini açıklamıştır. Cem (18), bu açıklamasında çemberin çevresine ilişkin formülü sözel temsil kullanarak ifade etmiştir. Cem'in çemberin çevresini veren formülü oluşturmak için $çevre/çap$ ile $\pi$ sayısı arasındaki eşitlikte içler dışlar çarpımı yaparak cebirsel temsilden sözel temsile bir dönüşüm gerçekleştirdiği görülmektedir. Öğretmenin (19) öğrencilerden bir çemberin çevresini veren formülü matematiksel olarak yazmalarını istemesi üzerine Ece (20), metin kutusu içerisine "$\pi \times çap = çemberin\ çevresi$" ifadesini yazarak cebirsel temsile geçmiştir (Şekil 7).




Şekil 7. *Ece'nin Çemberin Çevresine Yönelik İfadesi*

Bunun üzerine Cem (21), çemberin çevresine yönelik açıklamasını cebirsel temsil kullanarak yeniden ifade etmiştir. Öğrencilerin çemberin çevresine yönelik nümerik temsillerden ve sözel temsillerden cebirsel temsile geçerek temsil dönüşümü yaptığı görülmüştür.

## Açıklama Aşaması (Sınıf İçi)




Şekil 8. *Sürgü (Açı) Değişimine Bağlı Salıncak Görüntüsü*

Öğrencilerin keşfetme aşamasında öğrendikleri çemberin uzunluğu kavramını, günlük yaşamla ilişkilendirerek açıklamalarına yönelik araştırmacılar tarafından hazırlanan GeoGebra etkinliği öğrencilere sunulmuştur. Etkinlikte *Açı* sürgüsüne bağlı olan bir salıncak bulunmaktadır. Öğrenciler

GeoGebra araçlarını (*sürgü, verilen ölçüde açı, doğru parçası, izi aç, merkez ve nokta ile çember*) kullanarak merkez açı değerine göre salıncağın aldığı yol üzerine tartışmışlardır (Şekil 8).

Aşağıda öğrencilerin tartışma sürecindeki diyaloglarına yer verilmektedir:

**(22) Ece:** Şekil yay bak!

**(23) Cem:** Oluşan şekil yay (şaşkınlık).

**(24) Ece:** Şimdiii bu yayın uzunluğunu nasıl buluruz? Aklımda bir fikir var.

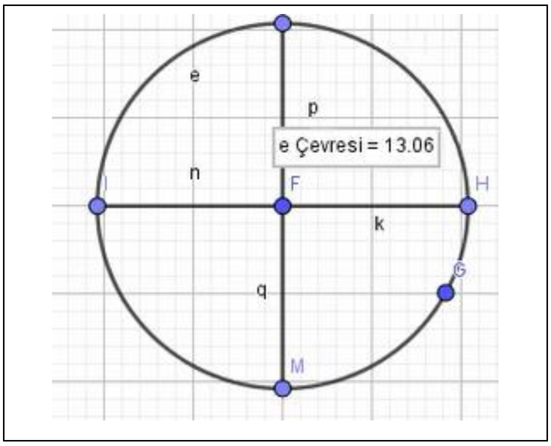
**(25) Cem:** Söyle.

**(26) Ece:** Bir çember oluşturuyorum. Bunun tüm çevresinin uzunluğunu $\pi \times çap$ ile buluyorduk hani. O zaman bu da şöyle bir şey olacak. Mesela bu kaç parçalı oldu? 4 parçalı bir çember oldu. Şimdi bu 4'ünün toplamı $13{,}06\ cm$ değil midir? Bu dört tane parçanın toplamı $13{,}06\ cm$'dir. Ee bunları 4'e bölersem demek ki biri $3{,}265\ cm$ oluyor. Olabilir mi?

**(27) Cem:** Anlamadım şu an (belirsiz ses tonu).

**(28) Ece:** Şimdi diyelim ki bir pasta var. Bunun bir parçasını bulmak için mesela 4'e bölüyorum, bir parçasını bulurum. Çemberde de aynı o mantık.

**(29) Cem:** ...




Şekil 9. *Ece'nin Çember Parçasının Uzunluğunu Bulmaya Yönelik Fikri*

Ece, izi aç komutunu aktif hâle getirip *Açı* sürgüsünü hareket ettirmiştir (Şekil 8a). Böylece çemberde yay kavramına yönelik bir görüntü oluşturarak (Şekil 8b) çizim temsil sunmuştur (Şekil 8c). Ece (22) ve Cem (23), oluşan ize yönelik "yay" ifadesiyle çizim temsilden sözel temsile dönüşüm gerçekleştirmiştir. Ece (26), yay uzunluğunun bulunmasına yönelik "Bunun tüm çevresinin uzunluğunu $\pi \times çap$ ile buluyorduk hani." diyerek keşfetme aşamasında öğrendiği bilgiyi kullanmış ve çemberin çevresine ilişkin cebirsel temsil ($\pi \times çap$) oluşturmuştur. Yay uzunluğuna yönelik Ece (26), çember ve merkez açı oluşturarak (Şekil 9) görsel temsil üzerinden açıklama yapmıştır. Cem (27), Ece'nin (26) açıklamasını anlamadığını belirtmiştir. Bunun üzerine Ece (28), çemberde yay uzunluğunun bulunmasına yönelik günlük hayatla ilişkilendirme yaparak pasta örneğini vermiş ve çembere ilişkin sözel temsil kullanmıştır. Bu açıklamalara Cem (29) sessiz kalmıştır. Cem'in sessiz kalması üzerine öğretmen, öğrencilere yönlendirici sorular yönelterek öğrencilerin açıklama sürecini desteklemeyi hedeflemiştir. Aşağıda sınıf içi diyaloglara yer verilmektedir:

**(30) Öğretmen:** Salıncağın sallanmasıyla oluşan geometrik şekil nedir çocuklar?

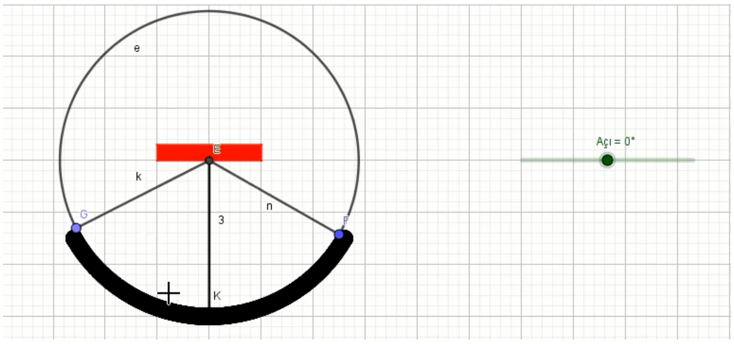
**(31) Ece:** Bir yay.

**(32) Öğretmen:** Neden yay?

**(33) Ece:** Bu noktadan (E noktası) başlıyorum (F noktasında durur). Bir çember oluştu. Bu salıncak da bir çember oluşturuyor ve bu oluşan çizgi de bir yay.

**(34) Öğretmen:** Bu oluşan yayın uzunluğunu nasıl buluruz?

**(35) Ece:** Bir şeyin çeyreğini ya da yarısını bulmak için kendisine bölmemiz lazım. Ben de ne yaptım? Bu yayın çemberini yaptım. Ardından bu çemberin çevresini, çap ile $\pi$'yi yani 6 ile 3'ü çarparak 18 $m$ buldum. Sonra dedim ki en fazla $60^\circ$ gidiyorsa $360^\circ$'yi $60^\circ$'ye böldüm. 6 parça oldu. O zaman 18'i de 6'ya böldüm. 3 $m$ çıktı. Burası 3 $m$ ($60^\circ$'lik merkez açının gördüğü yayı gösterir). Şimdi ikisi de $60^\circ, 60^\circ$ gidiyor. Her ikisini toplarsam yani 3 ile 3'ü toplarsam cevabı bulacağım. O da 6 $m$ eder.




Şekil 10. *Ece'nin Yay Kavramına İlişkin Açıklama Görüntüsü*

Öğretmenin (30) salıncağın sallanmasıyla oluşan görüntünün ne olduğuna ilişkin sorusuna Ece (31) "yay" şeklinde cevap vermiş ve çizim temsil ile sözel temsil arasında dönüşüm gerçekleştirmiştir. Bunun üzerine öğretmen (32) "Neden yay?" sorusunu yönelterek öğrencilerden açıklama beklemiştir. Ece (33), cevabını GeoGebra'da salıncağın tavana asıldığı yeri merkez kabul edip çemberin görsel temsilini oluşturarak açıklamıştır (Şekil 10). Böylece Ece, yay kavramına yönelik çizim temsilden sözel temsile sonrasında görsel temsile dönüşüm gerçekleştirmiştir. Öğretmen (34) öğrencilere salıncağın sallanmasıyla oluşan yayın uzunluğunun nasıl bulunabileceğini sormuştur. Ece (35) önce $360^\circ$'yi $60^\circ$'ye bölmüş ve çemberde parça sayısını bulmuştur. Ardından çemberin çevresini elde ettiği parça sayısına bölerek $60^\circ$'lik bir yay uzunluğuna ulaşmıştır. Ece, hesaplama sürecinde nümerik ve sözel temsiller kullanmıştır. Cem ise bu süreçte hiçbir yorumda bulunmamıştır. Uygulama sürecinin sonunda yapılan görüşmede Cem, "Ece'nin anlattığı yay uzunluğu örneklerini o zaman anlayamamıştım. Sizin anlatım yaptığınız videoyu izleyince anladım" şeklinde yorum yapmıştır.

## Açıklama Aşaması (Sınıf Dışı)

Çemberin ve çember parçasının uzunluğu kavramlarının tekrar edilmesine ve pekiştirilmesine ilişkin araştırmacılardan birinin anlatım yaptığı video çevrim içi platforma yüklenmiştir. Araştırmacı videoda GeoGebra araçlarını (*sürgü, uzaklık veya uzunluk*) kullanarak çemberin ve çember parçasının uzunluğu kavramlarını açıklamış; zaman zaman öğrencilere düşünme süresi vererek çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik bilgilerini sorgulamayı amaçlamıştır. Bu aşamada, öğrencilerden çevrim içi platforma yüklenen videoyu izleyerek videodaki sorulara cevap vermeleri ve yorum yapmaları istenmiştir. Çevrim içi platformda öğrencilerin videoyu izledikleri görülmüştür ancak öğrenciler videoda anlatılanlar ve sorulanlar hakkında herhangi bir yorumda bulunmamıştır. Uygulama sürecinin sonunda yapılan görüşmede Ece, "Aslında videoları izledim. Sizin orada yönelttiğiniz soruları ise aklımdan cevapladım. Aklıma takılan herhangi bir şey olmadığı için yorum yapmadım." şeklinde durumu açıklamıştır.

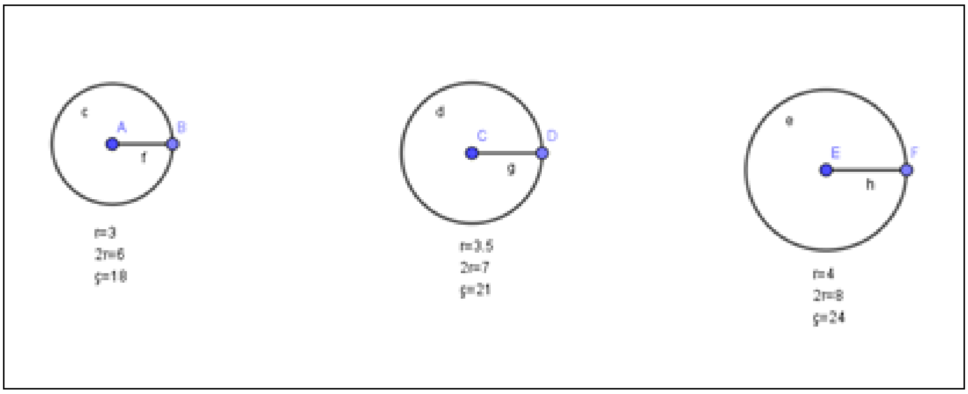
## Derinleştirme Aşaması (Sınıf Dışı)

Çemberin ve çember parçasının uzunluğu kavramlarının derinleştirilmesine yönelik problem durumunu içeren sorgulayıcı bir video çevrim içi platforma yüklenmiştir. Videoda eşine bilezik tasarlamak isteyen bir kuyumcudan bahsedilmiştir. Öğrenciler videoyu izleyip kuyumcunun eşinin bileğine dar (çapı 6 $cm$) ve bol (çapı 8 $cm$) olan iki bileziğin ölçülerinden yararlanarak tasarlanacak bileziğin uzunluğu hakkında yorum yapmıştır (Şekil 11).

| (a) | (b) |
|---|---|
| çap 6 ve 8 arası<br>yarıçap 3 ve 4 arası<br>çevre ise 18 ile 24 arası | Çemberin çapı 7'dir.Çembin çevresi 2×pi×r olarak bulunur. Yarıçap 3,5 olduğuna göre çevresi : 2×3×3,5=21 |
| Ece | Cem |

Şekil 11. *Derinleştirme Aşamasının Sınıf Dışı Sürecinde Ece ve Cem'in Yorumları*

Cem, tasarlanacak bileziğin uzunluğu için "çemberin çevresi" ifadesini kullanarak sözel temsil oluşturmuştur (Şekil 11b). Cem, çemberin çapını 7 $cm$ almış; çemberin çevresine yönelik "$2 \times \pi \times r$" cebirsel temsilini kullanarak bileziğin uzunluğunu hesaplamıştır (Şekil 11b). Cem, çemberin çevresine yönelik sözel temsil ile cebirsel temsil arasında bir dönüşüm gerçekleştirmiştir. Ece ise bileziklerin çember olduğunu sözlü bir şekilde belirtmemiştir ancak yaptığı işlemlerden bilezikleri çember olarak algıladığı görülmüştür (Şekil 11a). Ece, bilezikler için nümerik temsiller kullanarak ($r = 3, r = 3{,}5$ ve $r = 4$) GeoGebra'da çembere ilişkin görsel temsiller oluşturmuştur (Şekil 12).



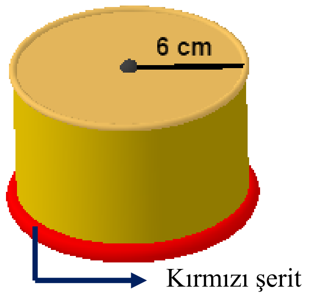

Şekil 12. *Ece'nin Oluşturduğu Görsel Temsiller*

Uygulama sürecinin sonunda yapılan görüşmede Ece, çemberin çevresine ilişkin hesaplamalarını "$\pi \times çap$" formülünü kullanarak yaptığını belirtmiştir. Buna göre Ece, çembere yönelik nümerik temsiller ($r = 3, r = 3{,}5$ ve $r = 4$) kullanarak oluşturduğu görsel temsillerden çemberin çevresine ilişkin cebirsel temsile ($\pi \times çap$) bir dönüşüm gerçekleştirmiştir (Şekil 12).

**Derinleştirme Aşaması (Sınıf İçi)**

Çemberin ve çember parçasının uzunluğu kavramlarının günlük yaşamla ilişkilendirilip derinleştirilmesine yönelik bu etkinlikte öğrencilere doldurmaları gereken bir tablo sunulmuştur (Şekil 13b). Öğrenciler yarıçapı 6 $cm$ olan yuvarlak bir pastanın eş dilimlere bölünmesiyle oluşan merkez açı ve dilimlerin etrafındaki kırmızı şerit uzunluğu hakkında tartışmıştır (Şekil 13a). Öğrenciler pastanın bölüneceği dilim sayısına göre tabloyu doldurmuştur (Şekil 13).

**(a)**




**(b)**

| Dilim Sayısı | Her Bir Dilimdeki Merkez Açı Ölçüsü | Kırmızı Şerit Uzunluğu |
|---|---|---|
| 1 (Bütün Pasta) | 360° | 36 |
| 2 | 180° | 18 |
| 3 | 120° | 12 |
| 4 | 90° | 9 |
| 6 | 60° | 6 |
| 8 | 45° | 4,5 |
| 12 | 30° | 3 |

Şekil 13. *Derinleştirme Aşamasında (Sınıf İçi) Kullanılan Pasta Görseli ve Öğrencilerin Cevapları*

Aşağıda sınıf içi diyaloglara yer verilmektedir:

**(36) Ece:** Bildiğin çemberin çevresini bulacağız.

**(37) Cem:** Evet. $2 \times \pi \times r$.

**(38) Ece:** 6 ile 2'yi çarpacağız önce. Çapı 12 $cm$. $\pi$'yi 3 alın demiş. 12 ile 3'ü çarp 36 $cm$.

**(39) Cem:** Kırmızı şerit uzunluğu 36 $cm$'dir.

**(40) Ece:** Pasta bütünken kırmızı şerit uzunluğu 36 $cm$. 2 eş parçaya ayırırsak her dilimdeki merkez açı ölçüsü 180°, kırmızı şerit uzunluğu 18 $cm$. 3 parçaya ayırırsak 120°...

**(41) Cem:** Kırmızı şerit uzunluğu 12 $cm$. 4 eş parçaya ayırırsak 90° ve 9 $cm$; 6 eş parçaya ayırırsak 60° ve 6 $cm$; 8 eş parçaya ayırırsak 45° ve 4,5 $cm$ oluyor galiba değil mi?

**(42) Ece:** Evet.

**(43) Cem:** Diğeri de... ııı, 30° ve 3 $cm$.

**(44) Öğretmen**: Sence Ece?

**(45) Ece:** Aynen öyle.

**(46) Öğretmen:** Pastayı merkez açısı α° olan eş parçalara bölseydik her bir dilimdeki kırmızı şerit uzunluğunu nasıl bulurduk?

**(47) Cem:** Ee o zaman şey merkez açı α° ise dilim sayısı $360°/\alpha°$ olmaz mı?

**(48) Ece:** Eveeet! Gerçekten de öyle.

**(49) Cem:** Iıı... O zaman çevre uzunluğunu da dilim sayısına böleriz.

Ece (36), yuvarlak pastanın etrafını süsleyecek kırmızı şeridi çember kabul ederek şerit uzunluğunu "çemberin çevresi" sözel temsilini kullanarak belirtmiştir. Cem (37), çemberin çevresinin "$2 \times \pi \times r$" formülüyle bulunduğunu ifade etmiştir. Böylece öğrenciler çemberin çevresine ilişkin sözel temsilden cebirsel temsile dönüşüm gerçekleştirmiştir. Tartışmanın devamında öğrenciler, nümerik temsillerden ($dilim\ sayısı = 1, 2, 3, 4, 6, 8$ ve 12) yararlanarak tablonun tamamını doldurmuştur (Şekil 13b). Öğretmen (46), öğrencilere "Pastayı merkez açısı α° olan eş parçalara bölseydik her bir dilimdeki kırmızı şerit uzunluğunu nasıl bulurduk?" sorusunu yöneltmiştir. Bu soruya yönelik olarak Cem (47), dilim sayısını "$360°/\alpha°$" cebirsel temsiliyle ifade etmiştir. Düşünme sürecinde olan Ece (48), durumu fark ederek Cem'in (47) ifadesini onaylamıştır. Cem (49), "O zaman çevre uzunluğunu da dilim sayısına böleriz." ifadesiyle tartışmayı sonlandırmıştır. Öğrenciler, merkez açısı (α°) bilinen yayın uzunluğuna ilişkin formülü ($360°/\alpha°$) cebirsel ve sözel temsiller kullanarak oluşturmuşlardır.

## Değerlendirme Aşaması (Sınıf İçi)

Ders sürecinde öğrencilere GeoGebra kullanarak bir problem durumuna çözüm üretme görevi verilmiştir. Öğrencilerden yarıçapı 4 $cm$ olan bir çember üzerinde 150°'lik merkez açı oluşturarak çemberi iki parçaya ayıran Ömer'e, hangi çember parçasının uzunluğunun daha büyük olduğunu açıklamaları istenmektedir. Öğrenciler öğretmenle etkileşimli olarak problem durumunu açıklamaya başlamıştır. Aşağıda sınıf içi diyaloglara yer verilmektedir:

**(50) Cem:** Çemberin çevresi $2 \times \pi \times r$ formülü ile bulunur. O zaman bu çemberin çevresi $2 \times 3 \times 4$ olur. Yani $24\ cm$'dir. Büyük olan yayın merkez açısı $210^\circ$'dir. Küçük olan yayın merkez açısı $150^\circ$'dir. Şimdiii... $150^\circ$ merkez açıya ait olan yay daha kısadır. Çünkü yay uzunluğu merkez açıya bağlıdır.

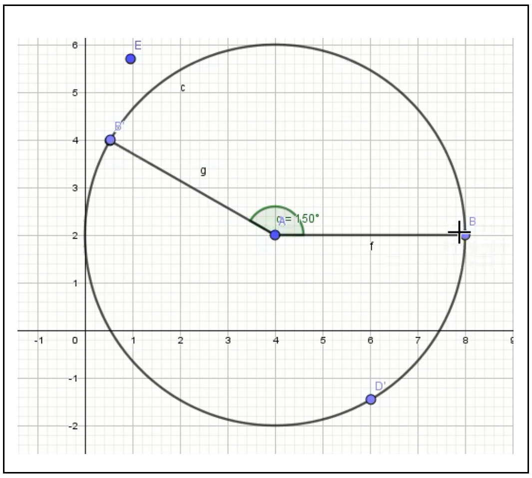
**(51) Öğretmen:** Neden peki?

**(52) Cem:** Önceki etkinlikteki pasta dilimleri gibi düşünüp $360^\circ/150^\circ$ dersek... Tam bölünmüyor. Kafam karıştı.

**(53) Öğretmen:** Bölünmesi şart mı peki?

**(54) Cem:** Aaaa! Orantı yapabiliriz. $360^\circ$'de $24\ cm$ oluyorsa... $150^\circ$'ye $x$ desek. $10\ cm$ olur. $210^\circ$'ye de $14\ cm$ düşer. $10\ cm, 14\ cm$'den daha küçüktür.

Cem (50), açıklamasına çemberin çevresini "$2 \times \pi \times r$" cebirsel temsiliyle ifade ederek başlamıştır. Cem, çemberin çevresine yönelik sözel temsilden cebirsel temsile bir dönüşüm gerçekleştirmiştir. Cem (50), çemberin çevresini hesaplamıştır. Ardından merkez açı ölçülerini belirterek "$150^\circ$'lik merkez açıya ait olan yay daha kısadır. Çünkü yay uzunluğu merkez açıya bağlıdır." ifadesinde bulunmuştur. Burada Cem'in (50), yay uzunluğuna yönelik sözel temsillerden yararlandığı görülmektedir. Öğretmenin (51) neden böyle düşündüğünü sorması üzerine Cem (52), çemberin ve çember parçasının uzunluğuna yönelik derinleştirme etkinliğini aklına getirmiştir (Şekil 13). Ancak $360^\circ$'nin $150^\circ$'ye tam bölünmemesi Cem'in kafasını karıştırmıştır. Öğretmenin "Bölünmesi şart mı peki?" sorusu Cem'i (54) farklı bir yola götürmüştür. Cem (54), yay uzunluğunu hesaplarken orantı kullanmıştır. Çözümünde bilinmeyenlerden yararlanması ile sözel temsilden cebirsel temsile dönüşüm gerçekleştirdiği görülmüştür. Ece de bu süreçte orantı kullanarak problem durumunu açıklamaya çalışmıştır. Ancak $360^\circ$'nin $150^\circ$'ye tam bölünmemesi üzerine açıklamasına GeoGebra yazılımında devam etmiştir. Aşağıda sınıf içi diyaloglara yer verilmektedir:




Şekil 14. *Ece'nin GeoGebra Şekli*

**(55) Ece:** Çemberin çevresi $2 \times \pi \times r$ ile bulunuyordu. $2 \times 3 \times 4 = 24\ cm$ olur. $360^\circ$'yi $150^\circ$'ye bölersek kaç parça oluyor?

**(56) Öğretmen:** Kaç parça oluyor?

**(57) Ece:** Tam bölünmüyor. GeoGebra üzerinde bakalım.

**(58) Ece:** Şimdiii bu merkez açı $150^\circ$ ise diğer merkez açı $210^\circ$ olur. Dereceleri farklı olunca o zaman uzunlukları da farklı oluyor.

**(59) Öğretmen:** Başka?

**(60) Ece:** Başka bir nedeni mi var? Yani, şimdi eğer $360^\circ$ olsaydı çemberin çevresi $24\ cm$ olurdu. Ama yayların ölçüleri o zaman $360^\circ$'den $150^\circ$'ye düşer. Yani orantılı olarak uzunluk da düşer. Demek ki yay uzunlukları da farklı olacak.

Ece (55), çemberin çevresini “$2 \times \pi \times r$” cebirsel temsilini kullanarak ifade etmiştir. Ece, çemberin çevresine yönelik sözel temsilden cebirsel temsile dönüşüm gerçekleştirmiştir. Ece de (55), Cem (52) gibi çemberin ve çember parçasının uzunluğuna ilişkin derinleştirme aşamasındaki etkinliği (Şekil 13) düşünerek problem durumunu açıklamaya çalışmıştır. Ancak Ece (57), $360°$’nin $150°$’ye tam bölünmemesi üzerine GeoGebra’da açıklama yapmaya karar vermiştir. Ece (Şekil 14), GeoGebra araçlarını kullanarak (*merkez ve nokta ile çember, doğru parçası, verilen ölçüde açı*) problem durumunda belirtilen çemberin yaylarına yönelik görsel temsil (Şekil 14) oluşturmuştur. Ece (60), geometrik yapı üzerindeki merkez açılardan yola çıkarak yay uzunluğuna yönelik yaptığı açıklamasında merkez açının azalması durumunda yay uzunluğunun da azalacağını belirtirken sözel temsilleri kullanmıştır. Ece’nin çemberde yay uzunluğuna ilişkin görsel temsilden sözel temsile dönüşüm gerçekleştirdiği görülmüştür.

## Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı bağlamında ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki kavramsal anlamaları temsil dönüşümü açısından incelenmiştir. Çalışmada grup içi etkileşimi yüksek olan ve GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanan Grup 3’ün sunduğu verilerin ayrıntılı analizine yer verilmiştir. Elde edilen sonuçlar, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı benimsenerek oluşturulan öğrenme ortamında çember konusunda kavramsal anlamanın sağlanabildiğini göstermektedir.

Öğrenciler GeoGebra’da çemberin görsel temsilini oluşturma (ör. Şekil 9); sürgü aracını kullanarak çemberin yarıçapını değiştirme, çemberin yarıçapındaki değişimlere bağlı olarak çevresindeki değişimi gözlemleme (ör. Şekil 4), *Aç* sürgüsünü kullanarak çemberin uzunluğunu sayı doğrusu üzerinde görme, *uzaklık veya uzunluk* aracı ile çemberin uzunluğunu belirleme ve böylece görsel temsilden nümerik temsile geçiş yapma (ör. Şekil 5, Keşfetme Aşaması (Sınıf İçi)); *yarıçap* sürgüsünü kullanarak $çevre/çap$ işlemini farklı çember temsilleri için yapma ve $\pi$ sayısına ulaşma (ör. Şekil 6), GeoGebra’da *izi aç* komutunu aktif hâle getirerek ve *Açı* sürgüsünü hareket ettirerek yay kavramına ilişkin çizim temsil oluşturma (ör. Şekil 8) ve GeoGebra araçlarını (*merkez ve nokta ile çember*, *doğru parçası*, *verilen ölçüde açı* gibi) kullanarak yay uzunluklarını kıyaslama (ör. Şekil 14) sayesinde süreçte doğru ve amaca uygun adımlar atabilmişlerdir. Açıklama aşamasında öğrenciler çemberde yay kavramına ilişkin açıklamalarını GeoGebra’da oluşturdukları çember ve yay kavramına ait görsel temsiller ile desteklemişlerdir. Bu durum, öğrencilerin yayın uzunluğu formülünü keşfetmelerini kolaylaştırmıştır (ör. Şekil 10, Açıklama Aşaması (Sınıf İçi)). Bu bağlamda, GeoGebra’nın öğrencilerin temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm yapmalarını desteklediği ve Duval’in (2006) perspektifinden bakıldığında çember konusunda kavramsal anlamayı kolaylaştırdığı görülmektedir. Elde edilen bu sonuç, dinamik matematik yazılımlarının öğrenme ortamlarında temsil bağlamındaki potansiyeline ilişkin sonuçları destekler niteliktedir (Falcade, Laborde ve Mariotti, 2007; Tapan-Broutin, 2014; Zengin, 2017, 2019).

Sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı benimsenerek oluşturulan öğrenme ortamı, öğrencilerin iş birliği içerisinde matematiksel problemler üzerinde tartışacakları bir bağlam oluşturmuştur. Bu süreçte GeoGebra kullanımı öğrencilerin oluşturdukları temsilleri doğrulamalarını ve tartışma sürecinde birbirlerini ikna etmelerini desteklemiştir (Şekil 6, Keşfetme Aşaması (Sınıf İçi); Şekil 13, Derinleştirme Aşaması (Sınıf İçi)). Bu bulgu Goos, Galbraith, Renshaw ve Geiger’ın (2003) matematik öğretiminde öğrencilerin iş birliğine dayalı sorgulamalarını desteklemek için teknolojik araç kullanılmasına yönelik önerilerini desteklemektedir. Bu çalışmada da öğretmenlere öğretim ortamlarında sorgulayıcı öğrenme modelleriyle birlikte GeoGebra gibi dinamik yazılımları kullanmaları önerilmektedir.

Çalışmada Blair, Maharaj ve Primus’un (2016) da belirttiği gibi, sınıf dışındaki öğretim faaliyetlerinin öğrencilerin sınıf içi uygulamalara hazırlıklı olmasını sağladığı görülmüştür. Sınıfa hazırlıklı gelen öğrenciler konu hakkında fikir sahibi olarak üretken tartışmalara katılım gösterebilmiş, sorgulamanın etkisiyle gerekçelendirmeler yapabilmişlerdir (ör. Şekil 6, Keşfetme Aşaması (Sınıf İçi); Şekil 13, Derinleştirme Aşaması (Sınıf İçi)). Hitt, Saboya ve Cortés-Zavala (2017) da öğrencilerin iletişim kurabilmesi ve tartışmalara katılabilmesi için sınıf öncesi bir ön çalışmanın gerekliliğine vurgu yapmaktadır. Song ve Kapur’un (2017) çalışmasında da öğrencilerin dersten önce eğitici videoları izlemelerinin sınıf içi süreçte sorgulamalarını, düşünmelerini ve keşfetmelerini kolaylaştırdığı görülmüştür. Ek olarak Schallert vd.'nin (2021) de belirttiği gibi, sınıf içi uygulamalardan sonra gerçekleştirilen sınıf dışı etkinliklerin öğrencilerin öğrendiği bilgileri pekiştirebilmesi ve/veya eksiklerini giderebilmesi açısından faydalı olduğu görülmüştür. Bu bağlamda, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımının kullanılmasının öğrencilerin çember konusuna ilişkin kavramsal anlamalarını desteklediğini söylemek mümkündür.

Değerlendirme aşamasının sınıf içi sürecinde öğrencilerin, öğretmenin yönlendirmesi ve GeoGebra kullanımı ile temsiller arası dönüşüm gerçekleştirdiği görülmüştür. Grup 3'te öğrencilerden birinin yay uzunluğunu bulmaya çalışırken zorlanması üzerine öğretmenin yönlendirmesiyle amacına uygun bir yol bulması ve cebirsel temsil oluşturabilmesi; aynı aşamada diğer öğrencinin GeoGebra'da oluşturduğu görsel temsilden yararlanarak sözel temsil oluşturması ve amacına ulaşması bu sonucu destekler nitelikte örneklerdendir (Değerlendirme Aşaması (Sınıf İçi)). Değerlendirme aşamasının sınıf dışı sürecinde ise araştırmacılar tarafından Kahoot! uygulamasında hazırlanan soruların ve Google Forms aracılığıyla hazırlanan öz değerlendirme formunun öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerini incelemede etkili olmadığı görülmüştür. Değerlendirme aşamasının sınıf dışı sürecindeki Kahoot! uygulama sorularının ve öz değerlendirme formu maddelerinin sorgulamaya dayalı modeller için revize edilmesi ve güçlendirilmesi gerektiği düşünülmektedir. Benzer şekilde keşfetme aşamasının sınıf dışı sürecinde geliştirilen etkinliğin öğrencilerin kavramsal anlamalarına katkı sağlayamadığı görülmüştür. Bu aşamaların sınıf dışı süreçlerinde temsiller arası dönüşüme fırsat tanımaya ve bu sayede öğrencilerin kavramsal anlamalarını geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılması önerilmektedir. Bu bağlamda, keşfetme ve değerlendirme aşamalarının sınıf dışı süreçlerinde etkinlik tasarımında gerekçelendirme içeren problem durumlarına ve GeoGebra kullanımına yer verilmesi, bu aşamaların kavramsal anlamaya katkı sağlayacak nitelikte tasarlanması açısından faydalı olacaktır.

Süreç boyunca öğretmenin gerçekleştirdiği sorgulamalar öğrencilerin birbirleriyle etkileşime girmeleri, tartışmaları, ulaştıkları sonuçları gerekçelendirerek açıklamaları ve matematiksel düşünmelerini yansıtmaları üzerinde etkili olmuştur (ör. Şekil 6, Keşfetme Aşaması (Sınıf İçi); Şekil 13, Derinleştirme Aşaması (Sınıf İçi)). Öğretmenin gerçekleştirdiği sorgulamalar öğrencileri argümanlarını sunmaya ve bu amaçla GeoGebra yazılımını kullanmaya yöneltmiştir. Çember parçasının uzunluğunun bulunmasında öğretmenin tartışmaya katılması ve öğrencileri amaca ulaşmak için farklı yollar bulma (Değerlendirme Aşaması (Sınıf İçi)) ya da GeoGebra kullanarak görsel temsil oluşturma bağlamında teşvik etmesi (ör. Şekil 10, Açıklama Aşaması (Sınıf İçi)) bu durumu destekler nitelikte örneklerdendir. Zhuang ve Conner (2018) da çalışmalarında, öğretmenlerin öğrenme ortamlarındaki sorgulamalarının öğrencilerin tartışmalarda aktif katılım göstermesi üzerindeki önemini vurgulamaktadır. Bu bağlamda, matematik öğretmenlerine öğrencilerin kavramsal anlamalarına katkıda bulunmak için sınıf içindeki tartışmalara yönlendirici sorular ile destek olmaları önerilmektedir.

GeoGebra destekli etkinliklerle birlikte uygulanan sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı, öğrencilerin temsiller arası dönüşüm yapmasına fırsat tanımakta (ör. Şekil 14, Değerlendirme Aşaması (Sınıf İçi)); böylece öğrencilere kavramsal anlamalarını kolaylaştırır nitelikte öğrenme ortamları sunmaktadır. Bu bağlamda, öğretmenlere öğrencilerin matematiksel kavramları anlama sürecini desteklemek için sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı (Schallert vd., 2021) çerçevesinde dinamik yazılımların kullanıldığı ders planları hazırlamaları önerilmektedir. Diğer yandan, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımının öğrencilerin kavramsal anlamaları üzerinde ne düzeyde etkili olduğu bilinmemektedir. Bu nedenle, araştırmacılara sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımının öğrencilerin kavramsal anlamaları üzerindeki etkisini inceleyebilecekleri deneysel çalışmalar yapmaları önerilmektedir.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı temel alınarak tasarlanan öğrenme ortamları ve bu öğrenme ortamlarına katılan altı ortaokul öğrencisinin çember konusundaki kavramsal anlamaları ile sınırlıdır. Farklı öğrenci gruplarıyla ve farklı matematik kavramları temel alınarak yapılacak çalışmalarda elde edilecek sonuçların karşılaştırılması, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımının öğrencilerin kavramsal anlama süreci üzerindeki etkisini farklı yönleriyle ortaya koymak ve tartışmak açısından faydalı olacaktır.

## Kaynakça

Abeysekera, L., & Dawson, P. (2015). Motivation and cognitive load in the Flipped classroom: Definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research & Development, 34*(1), 1-14. DOI:10.1080/07294360.2014.934336

Akyüz, D. (2016). Mathematical practices in a technological setting: A design research experiment for teaching circle properties. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(3), 549–573. DOI:10.1007/s10763-014-9588-z

Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flipp your classroom. Reach every student in every class every day.* Washington: ISTE.

Bhagat, K. K., Chang, C. N., & Chang, C. Y. (2016). The impact of the flipped classroom on mathematics concept learning in high school. *Educational Technology & Society, 19*(3), 124-132. http://www.jstor.org/stable/jeductechsoci.19.3.134 adresinden 03.04.2021 tarihinde alınmıştır.

Blair, E., Maharaj, C., & Primus, S. (2016). Performance and perception in the flipped classroom. *Education and Information Technologies, 21*(6), 1465-1482. DOI:10.1007/s10639-015-9393-5

Brooks, J. G., & Brooks, M. G. (1993). *The case for constructivist classrooms.* Alaxandria: ASCD.

Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). *The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness*. Colorado: BSCS.

Cantimer, G. G., & Şengül, S. (2017). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin çember konusundaki kavram yanılgıları ve hataları. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi, 3*(1), 17-27. https://dergipark.org.tr/tr/pub/gebd/issue/35207/390665 adresinden 16.10.2021 tarihinde alınmıştır.

Capaldi, M. (2015). Including inquiry-based learning in a flipped class. *Primus: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 25*(8), 736-744. DOI:10.1080/10511970.2015.1031303

Clark, K. R. (2015). The effects of the flipped model of instruction on student engagement and performance in the secondary mathematics classroom. *Journal of Educators Online, 12*(1), 91-115. DOI:10.9743/JEO.2015.1.5

Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics.* London: Hutchinson Educational.

Duval, R. (1999). *Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning.* Boulogne: ERIC.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1), 103-131. DOI:10.1007/s10649-006-0400-z

Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics, 66*(3), 317-333. DOI:10.1007/s10649-006-9072-y

Goos, M., Galbraith, P., Renshaw, P., & Geiger, V. (2003). Perspectives on technology mediated learning in secondary school mathematics classrooms. *The Journal of Mathematical Behavior, 22*(1), 73–89. DOI:10.1016/S0732-3123(03)00005-1

Hiebert, J., & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning,* (pp. 65-100). New York: Macmillan.

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning,* (pp. 371-404). Charlotte: Information Age.

Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modellling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and slf-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics, 88*(2), 201-219. DOI:10.1007/s10649-014-9578-7

Hitt, F., Saboya, M., & Cortes-Zavala, C. (2017). Rupture or continuity: The arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics, 94*(1), 97–116. DOI:10.1007/s10649-016-9717-4

Hölzl, R. (1995). Between drawing and figüre. In R. Sutherland and J. Mason (Eds.), *Exploiting mental ımagery with computers in mathematics education*, (pp. 117-118). Berlin: Springer.

Hwang, G. J., Lai, C. L., & Wang, S. Y. (2015). Seamless flipped learning: A mobile technology-enhanced flipped classroom with effective learning strategies. *Journal of Computers in Education*, *2*(4), 449-473. DOI:10.1007/s40692-015-0043-0

Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpratations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1-2), 55-85. DOI:10.1023/A:1012789201736

Kim, D. J., Choi, S., & Lim, W. (2017). Stard's commognitive frework as a method of discourse anlysis in mathematics. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Cognitive and Language Sciences*, *11*(11), 481-485. DOI:10.5281/zenodo.1132727

Lesh, R., Mierkiewicz D., & Kantowski, M. (1979). *Applied mathematical problem solving.* Columbus: ERIC.

Lo, C. K., & Hew, K. F. (2017). A critical review of flipped classroom challenges in K-12 education: Possible solutions and recommendations for future research. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, *12*(1), 1–22. DOI:10.1186/s41039-016-0044-2

Love, B., Hodge, A., Corritore, C., & Ernst, D. (2015). Inquiry-based learning and the flipped classroom model. *Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 25*(8), 745-762. DOI:10.1080/10511970.2015.1046005

Love, B., Hodge, A., Grandgenett, N., & Swift, A. W. (2014). Student learning and perceptions in a flipped linear algebra course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 45*(3), 317-324. DOI:10.1080/0020739X.2013.822582

McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2014). *Research in education: Evidence-based inquiry.* (7th ed.). London: Pearson.

Muir, T. (2020). Self-determination theory and the flipped classroom: a case study of a senior secondary mathematics class. *Mathematics Education Research Journal.* Advance online publication. DOI:10.1007/s13394-020-00320-3

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in Mathematics*, *93*(1), 51-66.DOI:10.1007/s10649-016-9681-z

Prediger, S. (2013). Focussing structural relations in the bar board-A design research study for fostering all students' conceptual understanding of fractions. In B. Ubuz, C. Haser, and M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society of Research in Mathematics Education* (TWG2, CERME8). (pp. 343–352). Antalya, Turkey: Middle East Technical University in Ankara and ERME.

Schallert, S., Lavicza, Z., & Vandervieren, E. (2020). Merging flipped classroom approaches with the 5E inquiry model: A design heuristic. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* Advance online publication. DOI:10.1080/0020739X.2020.1831092

Schallert, S., Lavicza, Z., & Vandervieren, E. (2021). Towards inquiry-based flipped classroom scenarios: A design heuristic and principles for lesson planning. *International Journal of Science and Mathematics Education.* Advance online publication. DOI:10.1007/s10763-021-10167-0

Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2020). Features of modeling processes that elicit mathematical models represented at different semiotic registers. *Educational Studies in Mathematic, 105*(2), 115-135. DOI:10.1007/s10649-020-09971-2

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school, 3*(5), 344-350. DOI:10.5951/MTMS.3.5.0344

Song, Y., & Kapur, M. (2017). How to flip the classroom- "Productive failure or traditional flipped classroom" pedagogical design?. *İnternational Forum of Educational Technology & Society, 20*(1), 292-305. http://www.jstor.org/stable/jeductechsoci.20.1.292 adresinden 20.03.2021 tarihinde alınmıştır.

Steffe, L.P., & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education*, (pp. 267-306). Hillsdale: Erlbaum.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, *33*(2), 455-488. DOI:10.3102/00028312033002455

Şahin, A., Cavlazoğlu, B., & Zeytuncu, Y. E. (2015). Flipping a college calculus course: A casy study. *Educational Technology & Society*, *18*(3), 142-152. http://www.jstor.org/stable/jeductechsoci.18.3.142 adresinden 03.04.2021 tarihinde alınmıştır.

Talbert, R. (2017). *Flipped learning: A guide for higher education faculty*. Wabash: Stylus.

Tapan-Broutin, M. S. (2014). Matematiksel nesnelerin yapısı ve temsiller: Klasik semiyotik üçgenin geometri öğretimine yansımalarının analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 27*(1), 255-281. DOI:10.19171/uuefd.49474

Voigt, M., Fredriksen, H., & Rasmussen, C. (2020). Leveraging the design heuristics of realistic mathematics education and culturally responsive pedagogy to create a richer flipped classroom calculus curriculum. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 52*(5), 1051-1062. DOI:10.1007/s11858-019-01124-x

Wei, X., Cheng, IL., Chen, NS., Yang, X., Liu, Y., Dong, Y., Zhal, X., & Kinshuk (2020). Effect of the flipped classroom on the mathematics performance of middle school students. *Education Tech Research Development*, *68*(3), 1461-1484. DOI:10.1007/s11423-020-09752-x

Wood, T. (1999). Creating a context for argument in mathematics class. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(2), 171–191. DOI:10.2307/749609

Yorgancı, S. (2020). Matematik Derslerinde Öğrenci Performansını Artırmaya Yönelik Bir Ters Yüz Öğrenme Modeli. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 14*(1), 348-371. DOI:10.17522/balikesirnef.657197

Zengin, Y. (2017). Investigating the use of the Khan Academy and mathematics Software with a flipped classroom approach in mathematics teaching. *Educational Technology & Society*, *20*(2), 89-100. https://www.jstor.org/stable/90002166 adresinden 25.03.2021 tarihinde alınmıştır.

Zengin, Y. (2019). Development of mathematical connection skills in a dynamic learning environment. *Education and Information Technologies, 24*(3), 2175-2194. DOI:10.1007/s10639-019-09870-x

Zhuang, Y., & Conner, A. (2018). Analysis of teachers' questioning in supporting mathematical argumentation by integrating Habermas' rationality and Toulmin's model. In T. Hodges, G. Roy, and A. Tyminski (Eds.), *Proceedings of the 40th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for he Psychology of Mathematics Education*, (pp. 1323–1330). Greenville, SC: University of South Carolina & Clemson University.

# Extended Abstract

**Introduction**

Conceptual understanding within mathematics learning occurs through the transformation between at least two representation systems. For this reason, it is stated that it is necessary to use different representations in order to achieve conceptual understanding in mathematics. There are two important strategies for the transformation of representations. Treatment is defined as the transformations in the same representation system, while conversion is defined as the transition from one representation system to another. These strategies play an active role in the conceptual understanding through the transformation of representations. Dynamic software is used as an effective tool to easily configure and analyze the transformations within or between representations. One of the software, GeoGebra, makes it easier for students to establish connections between representations and thus to understand mathematical concepts. The aim of this study is to investigate the middle school students' conceptual understanding of the circle, which is stated to be difficult to comprehend in the literature, depending on the transformation of the semiotic representations within the scope of the flipped classroom approaches with the 5E inquiry model.

**Methodology**

The teaching experiment method was used in the study. The participants of the study are six middle school students studying in a public school. Tasks on circle subject were prepared in order to examine the conceptual understanding of students in the flipped classroom approaches with the 5E inquiry model stages within the context of transformation of semiotic representations. The tasks developed entailed the students to use GeoGebra, to work as a group, and to make transformations using different representations of the concept. The implementation process took six weeks. The mathematical tasks prepared by the researchers, the GeoGebra files created by the students, video and audio recordings, and task-based interviews were used as data collection tools. The data were interpreted within the framework of the transformation of semiotic representations built in the stages of the flipped classroom approaches with the 5E inquiry model. The qualitative data were analyzed using the discourse analysis method.

**Results**

The learning environment developed by adopting the flipped classroom approaches with the 5E inquiry model created a context in which students could discuss mathematical problems in collaboration. Teaching activities that took place out of the class ensured that the students were prepared for the practices to be carried out in the class. The out-of-class activities performed after the in-class practices enabled the students to reinforce the knowledge they learned or to make up for their deficiencies. It has been found that the students made transformations between at least two representation systems by making use of different representations for the concept in the stages of exploration (in-class), explanation (in-class & out-of-class), elaboration (in-class & out-of-class) and evaluation (in-class). In this context, it was determined that the flipped classroom approaches with the 5E inquiry model enhanced the students' conceptual understanding of the circle subject.

**Conclusion and Discussion**

The flipped classroom approaches with the 5E inquiry model applied together with GeoGebra-supported tasks allow students to transform between representations, thus providing students with learning environments that facilitate their conceptual understanding. It has been observed that the use of the GeoGebra software supports students in their active participation in the collaborative problem-solving process and in explaining their understanding in the discussion processes. For this reason, the GeoGebra software served as a tool for structuring students' discourse in the tasks developed for this study. In this context, it is recommended that mathematics teachers prepare lesson plans in which they use dynamic mathematics software within the context of the flipped classroom approaches with the 5E inquiry model so that students can make sense of mathematical concepts.

*Araştırma için Dicle Üniversitesi-Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulundan 16/03/2021 tarihinde 57 sayılı karar ile Etik Kurul İzni alınmıştır.

**Bu makaleye yazarlar eşit oranda katkıda bulunmuştur.