

İKİ ÖLÇÜTLÜ ZAMANA-BAĞIMLI ÖĞRENME ETKİLİ ÇİZELGELEME PROBLEMİ

A BICRITERIA SCHEDULING PROBLEM WITH A TIME-DEPENDENT LEARNING EFFECT

Dr.Tamer EREN*

ÖZET

Çizelgeleme literatürünün çoğunda işlerin işlem zamanları sabit kabul edilmiştir. Ancak işlerin işlem zamanlarında, başlama zamanı veya pozisyonuna bağlı olarak azalma görülebilmektedir. Bu olgu literatürde öğrenme etkisi olarak bilinmektedir. Bu çalışmada da iki ölçütlü zamana-bağımlı öğrenme etkili tek makineli çizelgeleme problemi ele alınacaktır. Ele alınan problemin amaç fonksiyonu ise maksimum erken bitirme geciken iş sayısını enküçükmektir. NP-zor yapıda olan problemi çözmek için doğrusal-olmayan programlama modeli geliştirilmiştir. Geliştirilen model bir örnek üzerinde uygulanmıştır.

ABSTRACT

In traditional scheduling problems, most literature assumes that the processing time of a job is fixed. However, there are many situations where the processing time of a job depends on the starting time or the position of the job in a sequence. In such situations, the actual processing time of a job may be more or less than its normal processing time if it is scheduled later. This phenomenon is known as the "learning effect". In this study, we introduce a time-dependent learning effect into a bicriteria single-machine scheduling problem. The objective function of the problem is minimization of the maximum earliness and number of tardy. A non-linear programming model is developed for the problem which belongs to NP-hard class. Also the model is tested on an example.

Çizelgeleme, iki ölçüt, zamana-bağımlı öğrenme etkisi, doğrusal olmayan programlama modeli.
Scheduling, bicriteria, time-dependent learning effect, non-linear programming model.

* Kırıkkale Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Araştırma Görevlisi

1. GİRİŞ

Çizelgeleme problemleri araştırmacıların en çok ilgilendiği konulardan biridir. Bu çalışmada da iki ölçütlü zamana-bağımlı öğrenme etkili tek makineli çizelgeleme problemi ele alınacaktır. Ele alınan performans ölçütleri maksimum erken bitirme ve geciken iş sayıdır. Maksimum erken bitirme ölçütü, işlerin erken bitmesinden kaynaklanan maliyetleri (stok taşıma maliyeti vb.) önlenmektedir. Bu tip erken bitirme zamanına dayalı ölçütlere olan ilgi özellikle 1980'li yıllarda ortaya çıkan ve uygulaması gittikçe yaygınlaşan tam zamanında üretim felsefesiyle daha da artmıştır. İşin geciken iş sayısı enküçüklenmesi ile de gecikmeden kaynaklanan müşteri memnuniyetsizliği ve gecikme maliyeti azalmaktadır. Tek makineli çizelgeleme probleminden maksimum erken bitirme ve geciken iş sayısı ile ilgili ilk çalışma Güner vd. (1998) tarafından yapılmıştır. Güner vd. (1998) yaptıkları çalışmada problemi çözmek için dal-sınır yöntemi geliştirilmiştir. Azizoğlu vd. (2003) ise yaptıkları çalışmada problem için iki sezgisel yaklaşım geliştirilmiştir.

Çizelgeleme literatürüne bakıldığında problemler genellikle, işlem zamanları sabit kabul edilme varsayımına dayanmaktadır. Halbuki işin işlem zamanı işin başlama zamanına veya işin pozisyonuna bağılı olarak azalabilmektedir. Bu olgu literatürde öğrenme etkisi olarak bilinmektedir. Literatürde öğrenme etkisi zamana-bağımlı ve pozisyona bağımlı olmak üzere iki grupta ele alınmıştır. Birinci grupta işin işlem zamanı işin başlama zamanına bağımlı olarak azalma varsayımına dayanırken, diğerinde ise pozisyonuna göre işlem zamanları azaldığı kabul edilmiştir (BISKUP, 2008). Bu çalışmada da ilk gruba göre tek makineli çizelgeleme probleminde öğrenme etkisi ele alınmıştır. Problemin amaç fonksiyonu maksimum erken bitirme ve geciken iş sayısını enküçükmektir. Ele alınan zamana-bağımlı problem NP-zor yapıdadır. Çünkü bu problemin daha basit hali olan öğrenme etkisiz durumu NP-zordur (CHENG & WANG, 2000). Problem için doğrusal olmayan programlama modeli geliştirilmiş ve geliştirilen model örneklerle gösterilmiştir.

Öğrenme etkisi ile ilgili ilk çalışma Biskup (1999) tarafından tek makineli çizelgeleme problemleri için yapılmıştır. Biskup (1999) çalışmasında toplam akış zamanının SPT (en kısa işlem zamanı) kuralı ile enküçüklendiğini göstermiştir. Ayrıca teslim tarihinden minimum sapmayı, atama problemi ile $O(n^3)$ zamanda çözüldüğünü göstermiştir. Moshiev (2001) yaptığı çalışmada maksimum tamamlanma zamanının yine SPT kuralı ile çözüldüğünü göstermiştir. Araştırmacı çok ölçütlü iki problemi ele almıştır. Bunlardan birincisi tamamlanma zamanı ve tamamlanma zamanından sapmayı enküçükleme, diğerisi ise teslim tarihi atama problemidir. Bu iki problemin atama modeli ile $O(n^3)$ zamanda çözüldüğünü göstermiştir. Ayrıca Moshiev (2001) klasik durumda (öğrenme etkisiz) eniyi çözümü bulan yöntemlerin, öğrenme etkili olduğunda maksimum gecikme için EDD ve minimum geciken iş sayısı problemi için Moore (1968) algoritması ile çözümlenmesi durumunda eniyi çözümü garanti etmediğini göstermiştir. oshiev ve Sidney (2005) yaptıkları çalışmada ise tek

makinelı çizelgelemede ortak teslim tarihli geciken iş sayısını minimize etmek için atama problemi ile $O(n^3 \log n)$ zamanda çözmüşlerdir. Maksimum gecikme problemini ise Zhao vd. (2004) ve Wu vd. (2007) özel durumlarda $O(n \log n)$ zamanda çözüldüğünü göstermişlerdir. Eren ve Güner (2007) ise yaptıkları çalışmada toplam gecikme problemini ele almışlar ve problem için matematiksel programlama modeli önermişlerdir. Ayrıca büyük boyutlu problemler için tabu arama ve tavlama benzetimi sezgiselleri geliştirmişlerdir. Bu bahsedilen tüm çalışmalara pozisyona bağımlı öğrenme etkisi ile yapılmıştır. Zamana bağımlı öğrenme etkisi ile ilgili ilk çalışma ise Kuo ve Yang (2006ab) tarafından yapılmıştır. Araştırmacılar çalışmalarında maksimum tamamlanma zamanı ve toplam tamamlanma zamanını enküçükleme probleminin SPT kuralıyla eniyi çözümlerin bulunabileceğini göstermişlerdir. Ayrıca Kuo ve Yang (2006c) yaptıkları diğerk bir çalışmada ise tek makinelı grup çizelgeleme probleminde maksimum tamamlanma zamanı ve toplam tamamlanma zamanı problemlerinin yine SPT kuralı ile çözülebileceğini göstermişlerdir.

Çalışmanın ikinci bölümünde ele alınan problem tanımlanacaktır. Üçüncü bölümde ise problem için önerilen doğrusal olmayan programlama modeli verilecektir. Ayrıca verilecek model bir örnek üzerinde gösterilecektir. Son bölümde ise çalışmanın sonuçları verilecek ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar hakkında öneriler sunulacaktır.

2. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Pozisyona bağı öğrenme etkisinde işlerin işlem zamanları değil, tekrar sayısı dikkate alınmıştır. Eğer öğrenme etkisi, işlerin işlem zamanlarına bağı ise zamana-bağımlı öğrenme etkisi ile ifade edilmektedir. Kuo ve Yang (2006a) tarafından model şu şekilde tanımlanmıştır: Tek makinelı n işli çizelgeleme problemi ele alınmıştır. p_j j işinin işlem zamanını, p_{jr} ise p_j işinin r . pozisyondaki işlem zamanını göstermektedir

ve $p_{jr} = (1 + p_{[1]} + p_{[2]} \dots + p_{[r-1]})^a p_j = \left(1 + \sum_{r=1}^{r-1} p_{[j]}\right)^a p_j$ dir. Öğrenme

indeksi $a < 0$ dir ve öğrenme oranının iki tabanına göre logaritmasıdır. d_j ve C_j ise j işinin teslim tarihini ve tamamlanma zamanıdır. Toplam

maksimum erken bitirme $E_{\max} = \max_{j=1}^n E_j = \max_{j=1}^n \{d_j - C_j, 0\}$ şeklinde ifade edilmektedir. İşlerin atandığı pozisyonlara göre işlem zamanları ve erken bitirme ve geciken iş sayıları Tablo 1'de gösterilmiştir.

3. DOĞRUSAL OLMAYAN MATEMATİKSEL PROGRAMLAMA MODELİ

Önerilen model $7n$ kısıtlı, n^2 , 0-1 değışken sayısı ve $3n+1$ değışkenlidir.

Tablo 1: Pozisyonlara göre işlem zamanı, maksimum erken bitirme ve geciken iş sayısı

r	İşlem zamanı	Erken bitirme	Geciken iş sayısı
1	p_1	$E_1 = \max\{d_1 - C_1, 0\}$ $E_1 = \max\{d_1 - p_1, 0\}$	$U_1 = \begin{cases} 1 & C_1 > d_1 \\ 0 & C_1 \leq d_1 \end{cases}$
2	$(1 + p_{[1]})^\alpha p_2$	$E_2 = \max\{d_2 - C_2, 0\} =$ $E_2 = \max\{d_2 - C_1 + (1 + p_{[1]})^\alpha p_2, 0\}$	$U_2 = \begin{cases} 1 & C_2 > d_2 \\ 0 & C_2 \leq d_2 \end{cases}$
3	$(1 + p_{[1]} + p_{[2]})^\alpha p_3$	$E_3 = \max\{d_3 - C_3, 0\}$ $E_3 = \max\{d_3 - C_2 + (1 + p_{[1]} + p_{[2]})^\alpha p_3, 0\}$	$U_3 = \begin{cases} 1 & C_3 > d_3 \\ 0 & C_3 \leq d_3 \end{cases}$
...	
$r-1$	$(1 + p_{[1]} + p_{[2]} \dots + p_{[r-2]})^\alpha p_{r-1}$	$E_{r-1} = \max\{d_{r-1} - C_{r-1}, 0\}$ $E_{r-1} = \max\{d_{r-1} - C_{r-2} + (1 + p_{[1]} + p_{[2]} \dots + p_{[r-2]})^\alpha p_{r-1}, 0\}$	$U_{r-1} = \begin{cases} 1 & C_{r-1} > d_{r-1} \\ 0 & C_{r-1} \leq d_{r-1} \end{cases}$
r	$(1 + p_{[1]} + p_{[2]} \dots + p_{[r-1]})^\alpha p_r$	$E_r = \max\{d_r - C_r, 0\}$ $E_r = \max\{d_r - C_{r-1} + (1 + p_{[1]} + p_{[2]} \dots + p_{[r-1]})^\alpha p_r, 0\}$	$U_r = \begin{cases} 1 & C_r > d_r \\ 0 & C_r \leq d_r \end{cases}$

3.1. Parametreler

j :	İş sayısı	$j = 1, 2, \dots, n$
p_j :	j işinin işlem zamanı	$j = 1, 2, \dots, n$
d_j :	j işinin teslim tarihi	$j = 1, 2, \dots, n$
a :	öğrenme indeksi	

3.2. Karar değişkeni:

Z_{jr} : Eğer j işi r . sırada işlem görmek için çizelgelenmişse 1, aksi halde 0,
 $j = 1, 2, \dots, n \quad r = 1, 2, \dots, n$

3.3. Doğrusal olmayan matematiksel model

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Min} \sum_{r=1}^n U_r$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n Z_{jr} = 1 \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$\sum_{r=1}^n Z_{jr} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$p_{[r]} = \sum_{j=1}^n Z_{jr} p_j \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$d_{[r]} = \sum_{j=1}^n Z_{jr} d_j \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$C_r \geq C_{r-1} + p_{[r]} \left(1 + \sum_{j=1}^{r-1} p_{[j]}\right)^a \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$E_{\max} \geq d_{[r]} - C_r \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

$$C_r - d_r \leq MU_r \quad r = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

Z_{jr} ve $U_r : 0-1$, $C_0 = 0$ ve diğer tüm değişkenler negatif olmayan tamsayı
 $j = 1, 2, \dots, n. \quad r = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$

Kısıt (1), r . pozisyona sadece bir tek işin atanmasını, Kısıt (2), her bir işin sadece bir kez çizelgelenmesini ifade etmektedir. Kısıt (3) ve Kısıt (4) sırasıyla r . pozisyondaki işin işlem zamanı ve teslim tarihini göstermektedir. Kısıt (5), r . pozisyondaki işin tamamlanma zamanının bir önceki işin tamamlanma zamanı ve r . pozisyondaki işin işlem zamanından büyük veya eşit olmasını göstermektedir. r . pozisyondaki işin bitirmesinin, teslim tarihi ve tamamlanma zamanı arasındaki farktan büyük veya eşit olduğunu da Kısıt (6) tanımlamaktadır. İşin gecikme olup olmamasında Kısıt (7)'de ifade etmektedir.

1/LE / E_{max}, n_T Probleminin çözüm algoritması

Adım 1. Model A'yı çöz ve $\sum U(ModelA)$ değerini bul.

Adım 2. Model B'yi çöz ve E_{max} ile $\sum U(ModelB)$ değerini bul.

Model B

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Min } E_{\max} \quad (9)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{r=1}^n U_r = \sum U(ModelA) \quad (10)$$

Kısıt 2-5,7-8.

Adım 3. $\sum U(ModelA) = \sum U(ModelB)$ ise Adım5'e git.

Adım 4. $\sum U(ModelA)$ 'yı 1 arttır. Adım 2'ye dön.

Adım 5. Dur.

Sayısal Örnek:

Ek makinede 12 işli bir problemin işlem zamanları ve teslim tarihleri saat olarak Tablo 2'de verilmiştir. Zaman-bağımlı öğrenme etkisi $a = -0.50$ değerine göre maksimum erken bitirme ve geciken iş sayısının tüm alternatiflerini bulalım.

Tablo 2: Sayısal Örnek Verileri

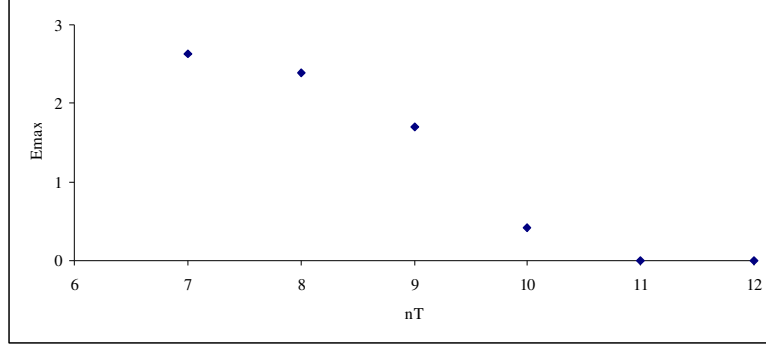
<i>j</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<i>p_j</i>	22	34	49	59	59	60	62	70	77	80	81	95
<i>d_j</i>	14	53	17	70	36	1	70	6	53	35	35	38

Çözüm:

Problem CPLEX 10 paket programı ile çözüldüğünde bulunan sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 2'de görüldüğü gibi eniyi sıralama alternatifi 6 tane bulunmuştur. Tüm alternatifler Şekil 1'de gösterilmiştir.

Tablo 2: Sayısal Örneğin Eniyi Çözüm Sonuçları

No	Sıralama	E _{max}	n _T
1	1-5-6-3-9-2-11-10-8-7-4-12	2.6238	7
2	1-5-6-3-9-2-8-12-10-4-7-11	2.3882	8
3	1-5-3-11-9-12-2-6-10-4-7-8	1.6976	9
4	1-3-11-8-9-10-12-5-6-4-7-2	0.4214	10
5	3-10-5-7-2-8-6-4-11-1-9-12	0.0018	11
6	3-9-5-1-8-6-4-10-7-2-11-12	0	12



Şekil 1: Eniyi Çözüm sonuçları

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada iki ölçütlü zamana bağımlı öğrenme etkili tek makineli çizelgelemede ele alınmıştır. Ele alınan performans ölçütleri maksimum erken bitirme ve geciken iş sayısıdır. Problem için doğrusal-olmayan programlama modeli geliştirilmiş ve geliştirilen model bir örnek üzerinde gösterilmiştir.

Bu çalışmada görüldüğü gibi problemin eniyi çözümleri ancak çok küçük boyutlu problemleri çözebilmektedir. Bundan sonraki çalışmalarda daha büyük boyutlu problemleri çözmek için sezgisel yöntemler geliştirilebilir. Ayrıca çok makineli durumlarda incelenbilir.

KAYNAKLAR

1. AZİZOĞLU M., KONDAKÇI S., KÖKSALAN M., "Single machine scheduling with maximum earliness and number tardy", **Computers & Industrial Engineering**, 45, 2003, 257–268.
2. BISKUP D. Single-machine scheduling with learning considerations, **European Journal of Operational Research**, 115, 173-178, 1999.
3. BISKUP D., A state-of-the-art review on scheduling with learning effects, **European Journal of Operational Research**, in print, 2008.
4. Cheng T.C.E., Wang G. "Single machine scheduling with learning effect considerations", **Annals of Operation Research**, 98, 2000, 273–290.
5. DU J., LEUNG J.Y.T., Minimizing total tardiness on one machine is NP-hard, **Mathematics of Operations Research**, 15, 1990, 483–495.
6. EREN T., GÜNER E., Minimizing total tardiness in a scheduling problem with a learning effect, **Applied Mathematical Modelling**, 31, 2007, 1351-1361.
7. GÜNER E., EROL S., TANI K., "One Machine Scheduling to Minimize The Maximum Earliness with Minimum Number of Tardy Jobs", **International Journal of Production Economics**, 55, 1998, 213-219.

8. KUO, W.-H., YANG, D.-L., Minimizing the total completion time in a single machine scheduling problem with a time-dependent learning effect, **European Journal of Operational Research**, 174, 2006a, 1184-1190.
9. KUO, W.-H., YANG, D.-L., Minimizing the makespan in a single machine scheduling problem with a time-based learning effect, **Information Processing Letters**, 97, 2006b, 64-67.
10. KUO, W.-H., YANG, D.-L., Single-machine group scheduling with a time dependent learning effect, **Computers and Operations Research**, 33, 2006c, 2099-2112.
11. MOORE, J.M., An n job, one machine sequencing algorithm for minimizing the number of tardy jobs, **Management Science**, 15, 1968, 102-109.
12. MOSHEIOV, G., Scheduling problems with a learning effect, **European Journal of Operational Research**, 132, 2001, 687-693.
13. MOSHEIOV G., SIDNEY, J.B., "Note on scheduling with general learning curves to minimize the number of tardy jobs", **Journal of the Operational Research Society**, 56, 2005, 110-112.
14. WU, C.-C., LEE, W.-C., CHEN, T., Heuristic algorithms for solving the maximum lateness scheduling problem with learning considerations, **Computers & Industrial Engineering**, 52, 2007, 124-132.
15. ZHAO, C.-L., ZHANG Q.-L., TANG, H.-Y., Machine scheduling problems with learning effects, **Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, Series A: Mathematical Analysis**, 11, 2004, 741-750.