



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

Determination of Primary School Students Four Operational Errors and Suggestions for Solution

Halil Önal
Oktay Aydın

Article Information



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.995959

Received: 15.09.2021

Revised: 29.12.2021

Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Primary School,

Mathematics

Four Operations,

Error

Abstract

This study aims to determine the operational errors of primary school first and second-grade students in four operations. The research model is a case study, one of the qualitative research methods. The working group was determined through the criterion sampling method, one of the purposive sampling methods. The participants consisted of 327 students, 83 girls and 79 boys studying at the 1st-grade level of primary school in Istanbul in the 2015-2016 academic year, and 84 girls and 81 boys studying at the 2nd-grade level. Mathematics textbooks of primary school 1st and 2nd-grade students were used as a data collection tool. Data were analysed using the content analysis. The findings showed that considering the starting number, the error of reaching one less or one higher result, which is included in the category of operational errors, was at the highest rate amongst first-grade students. It has been concluded that if the resulting number is greater than the subtrahend number, the error of subtracting the subtrahend number from the resulting number is higher among second-grade students.

İlkokul Öğrencilerinin Dört İşlem İşlemsel Hatalarının Belirlenmesi ve Çözüm Önerileri

Makale Bilgileri



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.995959

Yükleme: 15.09.2021

Düzeltilme: 29.12.2021

Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

İlkokul,

Matematik,

Dört İşlem,

Hata

Öz

Bu çalışmanın amacı; ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları işlemsel hatalarının belirlenmesidir. Araştırmanın modelini, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması oluşturmaktadır. Çalışma grubu; amaçlı örneklem yöntemlerinden ölçüt örneklem yoluyla belirlenmiştir. 2015-2016 eğitim öğretim yılında İstanbul ilindeki ilkokul 1. sınıf düzeyinde öğrenim gören 83 kız ve 79 erkek ile 2. sınıf düzeyinde öğrenim gören 84 kız ve 81 erkek olmak üzere toplamda 327 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak ilkokul 1. sınıf ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik ders defterleri kullanılmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda; işlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan, başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma hatasının birinci sınıf öğrencileri tarafından en yüksek oranda yapıldığı tespit edilmiştir. İkinci sınıf öğrencileri tarafından ise; çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma hatasının en yüksek oranda yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Sorumlu Yazar: Halil Önal, Arş Gör Dr., Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Türkiye, halional@mehmetakif.edu.tr, ORCID ID: 0000-0001-6983-3842.

Oktay Aydın, Dr. Öğr. Üyesi, Marmara Üniversitesi, Türkiye, oaydin@marmara.edu.tr, ORCID ID: 0000-0003-4927-7708.

*Bu çalışma "İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersinde Dört İşlem ile İlgili Yaptıkları Hatalar ve Çözüm Önerileri" adlı doktora tezinin bir ürünüdür

Atf için: Önal, H., & Aydın, O. (2022). İlkokul öğrencilerinin dört işlem işlemsel hatalarının belirlenmesi ve çözüm önerileri. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(Özel Sayı), 177-210.

Giriş

Birçok kişi için matematiği öğrenmek, kurallarını hatırlamak ve uygulamak zordur (Cooke, 2007, s.1). Matematiksel kavramlar ve ilişkiler, kişinin anlayış kazanma ve anlama süreci boyunca öğrendiği soyut fikirlerdir (Burns, 2007, s.27). Çocuklar okula başlamadan önce matematiksel kavramları kullanmalarını gerektiren bir dizi deneyime sahiptirler. Sayıları tekerlemeler şeklinde söyleme, nesnelere kalıplar oluşturma gibi etkinlikler ve deneyimler açık bir şekilde matematikselidir. Öğretmenler olarak sınıftaki çocukların okul öncesi deneyimlerini kabul etmek ve genişletmek önemlidir (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch, 2009, s.107). Çocuklar erken yaşlardan sonraki yıllarda soyut matematiksel ilişkileri somut nesnelere ve akranlarıyla etkileşerek öğrenirler (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.31). Kavram ve işlemlerin matematiksel olarak bir anlam içermeleri için aralarında ilişkinin kurulması gerekir (Pearson ve Somekh, 2003). İlkokul seviyesindeki öğrencilerde kavramsal bilgi ile birlikte, dört işlem konusunun da öğrenimi amaçlanmaktadır. Dört işlem ile ilgili bilgi, beceri ve stratejilerinin kazandırılması "işlem" kavramının anlaşılmasına bağlıdır (Schunk, 2011).

İki matematik kavramının birleştirilmesinde başvurulmuş ve adım adım yürütülen yollara işlem denilmektedir. Örneğin 4 ile 2'nin toplanmasında 4'e önce 1 eklenip, sonra tekrar 1 eklenip 6'nın elde edilmesi bir işlemdir (Baki, 2014, s.260). Temel aritmetik işlemler, ilkokullar için önemli bir öğretim hedefi olmuştur. Aritmetiksel beceriler, insanların günlük hayatlarında düzenli olarak kullandıkları hayat araçlarıdır. Bu nedenle, okullarda öğretilen aritmetik konularında, sayılar ve işlemler öncelikli olarak önemlidir. Aritmetik işlemleri yapamayan bir kişi birçok durumda yetersizdir (Burns, 2007; Carpenter ve Moser, 1984; Carruthers ve Worthington; 2006; Fuson, 1986). İlkokulun ilk yılları genellikle doğal sayılar ve bu sayılarla yapılan dört işlem sorularından oluşmaktadır. Doğal sayılar kümesinde karşılaşılan matematiksel kavramlarla diğer sayılarla da karşılaşıldığından, diğer sayı kümelerinin öğretimi için doğal sayılar ve doğal sayılarla yapılan dört işlemin öğretimi temel sayılmaktadır (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.66). Dört işlem becerisi; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini içeren ilkokul matematiğinin temelini oluşturan temel aritmetiksel becerilerdir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri, zihinsel ve yazılı yöntemleri tasarlarlarken kullanılan ilkeler veya yasalar olarak da adlandırılan farklı özelliklere sahiptir. Öğretmenler, bu özelliklerin farkında olmalı; etkili yöntemler geliştirme, hata ve kavram yanlışlarını önlemeleri konusunda çocuklara rehberlik yapabilmeli ve yardımcı olmalıdırlar (Hopkins, Pope ve Pepperell, 2004, s.11). İşlemler, kavramlarla bağlantılı olmadığı zaman öğrencilerin hatalar yapması ve mantıksız cevapların gelmesi çok doğaldır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014, s.26).

Hatalar tüm öğrenme durumlarının ayrılmaz bir parçasıdır. Öğretimde genellikle uygunsuz olarak görülmekle birlikte, literatürde hatalar ve kavram yanlışlarının bilgi oluşumunda doğal bir aşama olduğu ve dolayısıyla kaçınılmaz olduğu konusunda görüş birliği vardır (Askew ve William, 1995; Berman, 2006; Cockburn, 2005; Cockburn ve Littler, 2008; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ryan

ve Williams, 2007; Spooner, 2002; Vosniadou ve Verschaffel, 2004). Hataların öğretmenler tarafından doğruya ulaşmak için bir fırsat olarak görülmesi, bu fırsatların öğretmenler tarafından değerlendirilmesi gereklidir. Öğretmenler tarafından öğrencilere sorulan sorular genellikle öğrencinin bir şeyler üzerinde nasıl düşündüğü yerine, sonuç üzerine olmaktadır. Şayet öğrenci $56 - 19 = 43$ şeklinde bir cevap verdiyse, öğretmenler tarafından sorulacak sorular “yaptığın işlemi kontrol etmelisin, sence hangi durumlar hatalı?” şeklinde olmalıdır. Cevapları doğru ya da yanlış diye nitelendirmekten öte bu sorular aracılığıyla öğretmen öğrencinin düşünme sürecini anlar (Cotton, 2010, s.6). Yapılan hataların düzeltilmesi ve tekrar edilmemesi için, sonuç yerine sürece odaklanarak hatanın neden kaynaklandığını belirlemek önemlidir.

Çocuklar değişik nedenlerden dolayı matematiksel hata yapabilir (Ashlock, 2002; Brown ve Burton, 1978; Carpenter ve Moser, 1984; Chick ve Baker, 2005; Cotton, 2010; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Harris, 2000; Koshy, 2000; Ojose, 2015; Ryan ve Williams, 2007; Sadi, 2007; Thompson, 2008; Thompson ve Bramald, 2002). Bunlardan bazıları; konsantrasyon kaybı, temel sayı gerçeklerini hatırlayamama, belleğin aşırı yüklü olması, matematiksel bilgi eksikliği, çözülecek problemin yanlış yorumlanması, hesaplama prosedüründe yapılacak adımların sırasını değiştirme, kavram yanlışlığı, önceki deneyimlerden aşırı genelleme sonucunda geliştirilen matematiksel bir fikrin alternatif veya olgunlaşmamış bir yorumu olarak sayılabilir (Thompson, 2008, s.209). Hatalar öğrencilerin bir sonraki öğrenmeleri de olumsuz etkiler. Çocuklarda var olan hataları giderecek uygun stratejiyi bilmek gerekir (Ashlock, 2002; Ben-Hur, 2006; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ojose, 2015; Spooner, 2002). Cotton’a (2011) göre, çocukların erken matematiksel deneyimleri, büyüdükçe onlarla birlikte taşıyacakları görüntüler sunmaları açısından çok önemlidir.

Matematik dersi ilkokuldan yükseköğretime kadar her düzey ve alanda yer alır (Baykul, 2006, s.33). İlkokul birinci sınıftan itibaren, matematik programında sayılar ve işlemler öğrenme alanı içerisinde yer alan dört işlem konusunun öğretime başlanmaktadır (MEB, 2018). Matematik yığılmalı bir disiplindir. Yeni öğrenilecek bir konu daha önce gelen konu ile ilişkili olduğundan matematiksel konular ve bunlar arasındaki ilişkiler öğretim programının bütünlüğünü sağlar (Pesen, 2020, s.1). Özellikle ilkokul yıllarında, yanlış ve eksik öğrenilen bir bilginin diğer konuların öğretimini güçleştirebileceği, tam olarak öğrenilememesine neden olabileceği ve bunun sonucunda hataların oluşabileceği söylenebilir. Bu noktada öğrencilerin yaptıkları hatalarının belirlenmesi; erken dönemlerde düzeltilmesi, zorlukların giderilmesi açısından önemlidir. Bu çalışmanın amacı; ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlem ile ilgili yaptıkları işlemsel hataları belirlemektir.

Yöntem

Araştırmanın Modeli

İlkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları işlemsel hatalarının belirlenmesinin amaçlandığı, araştırmanın modelini, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması

oluşturmaktadır. Nitel araştırmalar davranışın nasıl ve neden ortaya çıktığı ile ilgilenir. Kişilerin deneyim yaşadığı şeyleri nasıl yorumladıklarını tarif eder (Merriam, 2013, s.14). Durum çalışması, araştırmacının gerçek yaşam, güncel sınırlı bir sistem (bir durum) ya da belli bir zaman içerisindeki çoklu sınırlandırılmış sistemler hakkında çoklu bilgi kaynakları (gözlem, görüşme, görsel-işitsel materyaller, dokümanlar ve raporlar) aracılığıyla derinlemesine bilginin toplandığı ve analiz edilen verilerin derinlemesine ve boylamsal olarak incelenmesini içeren nitel bir yaklaşımdır (Creswell, 2016, s. 97; Glesne, 2012; s.30).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yoluyla seçilen 2015-2016 eğitim öğretim yılında İstanbul ilindeki ilkokul 1. sınıf düzeyinde öğrenim gören 83 kız ve 79 erkek toplam 162 öğrenci, 2. sınıf düzeyinde ise eğitimine devam eden 84 kız ve 81 erkek toplam 165 öğrenci oluşturmaktadır. Yıldırım ve Şimşek' e (2021) göre, ölçüt örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan durumların çalışılmasıdır. Ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabileceği gibi önceden hazırlanmış ölçüt listesi kullanılabilir. Araştırmada ölçüt olarak; öğrenciler tarafından yapılan farklı hataları belirleyebilmek ve derinlemesine inceleme yapabilmek amacıyla, çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin matematik başarı düzeyi açısından heterojen yapıda sınıflarda bulunmasına, benzer statüde öğrenciler yerine öğrencilerin farklı sosyo-ekonomik, sosyo-kültürel düzeyde olmasına dikkat edilmiş uygulama yapılacak okullar bu ölçütlere göre belirlenmiştir.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak ilkokul 1. sınıf ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik ders defterleri kullanılmıştır. İlkokul matematik programı, öğretmen kılavuz kitapları, öğrenci ders kitaplarında, yardımcı çalışma kitapları, ilgili literatür ve öğrenci defterleri incelenerek dört işlem işlemler konusunda geçen kavramlar belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrenci defterlerinde incelenen kısımlar arasında; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini içeren, öğretmenin yazdırdığı işlemler, öğrencilerin kendi yaptıkları ödevler ve alıştırmalar, problem çözümüne yönelik olarak yapılan dört işlem durumları yer almaktadır.

Veri Toplama Süreci

Araştırma verileri İstanbul Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izinler alındıktan sonra toplanmıştır. Araştırmacı tarafından uygulama yapılacak okullarda görevli okul yöneticileri ve öğretmenler çalışma ve süreç hakkına bilgilendirilmiştir. Öğrencilerin matematik dersinde kullandıkları defterler matematik ders saati dışındaki zamanlarda araştırmacı tarafından sınıflardan toplanarak fotokopileri ve fotoğrafları çekilerek tekrar sınıflardaki öğrencilere dağıtılmıştır. Ayrıca ikinci defteri kullanmaya başlayan öğrencilerin önceki defterleri sınıf öğretmenleri tarafından istenerek verilerin toplanması sağlanmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırmada öğrenci defterlerinden toplanan veriler içerik analizi tekniği ile analiz edilmiştir. Nitel araştırmada veri analizi, analiz için verilerin hazırlanmasını ve organizasyonunu, sonra verileri kodlamayı ve kodların bir araya getirilmesiyle kategorilere indirgemeyi ve son olarak verileri şekiller, tablolar veya tartışma halinde sunmayı içerir (Creswell, 2016, s. 180). İçerik analizi, bir metnin bazı sözcüklerinin belirli kurallara dayalı kodlamalarla daha küçük içerik kategorileri ile özetlendiği sistematik, yinelenebilir bir teknik olarak tanımlanır (Büyüköztürk, ve diğerleri. 2012, s.240). Verileri kodlama ve analiz etme, analitik bir adımdır. Kodlamayı, hiyerarşik olarak düzenlemek analiz sürecinin bir parçasıdır (Gibbs, 2007; Glesne, 2012). Elde edilen verilerin yorumlanmasında içerik analizinde genellikle frekans ve yüzde kullanılır (Büyüköztürk, ve diğerleri. 2012, s.243). Bu çalışmada da veriler frekans ve yüzde değerleri verilerek gösterilmiş ve yorumlanmıştır.

Veri kaynağı olan öğrenci ders defterlerinde yer alan işlemler incelenmiştir. Öğrenci hatalarının değerlendirileceği kategori ve kodların oluşturulması aşamasında ise; yerli ve yabancı literatür araştırılmış, 3 matematik eğitimi uzmanı ve 3 sınıf öğretmenin uzman görüşlerinden yararlanılmıştır. İşlemsel hatalar kategorisi altında; çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma, başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma, verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma, basamaklar arası farklı işlemler yapma, soldan sağa işleme başlama, verilmeyen eksileni bulmada kalandan çıkan sayıyı çıkarma, verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama, toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme, işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma, elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma, eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma, toplamın birler basamağını yok sayma, çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma, verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma, eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma kodları oluşturulmuştur. Hata yapan öğrenci sayısı belirlenmiş frekans ve yüzde değerleri bulunmuştur. Güvenirliği sağlamak için, öğrenci defterlerinden rastgele seçilen örnekler farklı zamanlarda analiz edilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Nitel araştırmalarda güvenirliliği arttırmada en kullanışlı yöntem üye kontrolüdür (Gibbs, 2007; Glesne, 2012; McMillan, 2000). Bu araştırmada içerik analizi yapılırken kodlayıcı güvenirliliğini sağlamak için ikinci bir araştırmacının da verileri kodlaması ve kodlamaları gözden geçirmesi sağlanmıştır. Kodlayıcı tutarlılığının hesaplanmasında Miles ve Huberman (1994) güvenirlilik formülü (Güvenirlilik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı) x 100 kullanılmış ve kodlayıcı tutarlılık değeri %91.33 olarak tespit edilmiştir. Güvenirlilik hesaplarının %70'in üzerinde çıkması, araştırma için güvenilir kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994).

Dört işlem işlemsel hatalarına yönelik kategori ve kodlar oluşturularak, analiz sonucunda elde edilen veriler sayısallaştırılarak tablo haline getirilmiştir. Ayrıca elde edilen tüm veriler araştırma

sonunda, çalışmaya aşına olmayan dış denetleyiciler tarafından gözden geçirilmiş, araştırmanın güvenilirliği arttırılmaya çalışılmıştır. Öğrenciler tarafından yapılan işlem hatalarına ait fotoğraflar bulgular kısmında yer almaktadır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirini gerçekleştirilmemiştir.

Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde, öğrencilerin defterlerinin incelenmesiyle elde edilen veriler doğrultusunda, ortaya çıkan bulgular tablo ve öğrenci hata örnekleri halinde sunulmuştur. İlkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlem işlemsel hatalar kategorisinde yer alan hata türleri, yapılan hataların kaç öğrenci tarafından yapıldığına ait frekans (birinci sınıf f_1 , ikinci sınıf f_2), yüzde tablosu ve öğrenci hata örnekleri oluşturulmuştur. İlkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlem işlemsel hatalarına ilişkin frekans ve yüzde dağılımı Tablo 1’de yer almaktadır.

Tablo 1. İlkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlem işlemsel hatalarına ilişkin frekans ve yüzde dağılımı

İşlemsel Hatalar	f_1	%	f_2	%
Çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma	0	0,00	32	19,39
Başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma	21	12,96	11	6,67
Verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma	16	9,88	9	5,45
Basamaklar arası farklı işlemler yapma	0	0,00	8	4,85
Soldan sağa işleme başlama	0	0,00	6	3,64
Verilmeyen eksileni bulmada kalandan çıkan sayıyı çıkarma	15	9,26	9	5,45
Verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama	4	2,47	2	1,21
Toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme	6	3,70	0	0,00
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	5	3,09	2	1,21
Elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma	0	0,00	4	2,42
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	5	3,09	7	4,24
Toplamın birler basamağını yok sayma	0	0,00	3	1,82

Çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma	0	0,00	4	2,42
Verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma	0	0,00	10	6,06
Eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma	0	0,00	0	0,00

Tablo 1. incelendiğinde ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları işlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan hata kodlarına yer verilmiştir. Tablo incelendiğinde işlemsel hatalar kategorisinde yer alan 32 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan “çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma” hatasının ikinci sınıf öğrencileri tarafından, en fazla tekrar edilen hata olduğu görülmektedir. Bu hata türünü sırasıyla; “başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma”, “verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma”, “verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma” ve “verilmeyen eksileni bulmada kalandan çıkan sayıyı çıkarma”, “basamaklar arası farklı işlemler yapma”, “eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma”, “soldan sağa işleme başlama”, eşit oranda yapılan; “elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma” ve “çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma”, “toplamın birler basamağını yok sayma” eşit oranda yapılan; “verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama” ve “işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma” ve hiçbir ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılmayan; “toplananların yer değiştirmesi durumunda, farklı sonuçlar elde etme” ve “eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma” izlediği görülmektedir. İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma” kodunun ise 21 birinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan ve birinci sınıflar öğrencileri arasında en fazla tekrar edilen hata olduğu görülmektedir. Başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma hatasının aynı zamanda, 11 ikinci sınıf öğrencisi tarafından da yapıldığı toplamda 32 kez tekrarlandığı görülmektedir. Birinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan hata türlerini sırasıyla “verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma”, “verilmeyen eksileni bulmada kalandan çıkan sayıyı çıkarma” “toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme” 5’ er öğrenci tarafından yapılan; “işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma” ve “eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma”, “verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama” hata türlerinin izlediği görülmektedir. Yapılan hata türleri ve örneklerine ilişkin açıklamalar aşağıda yer almaktadır.

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan “çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma” hatasının 32 ikinci sınıf öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hata türünün ikinci sınıflar arasında işlemsel hatalar kategorisinde en yüksek oranda yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan bu hata da öğrenciler genellikle onluk bozmayı gerektiren çıkarma işlemlerinde çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olmasından dolayı, büyük sayıdan küçük sayıyı çıkararak hata yapmaktadırlar. Bu hatanın nedenleri

arasında; çıkarma işleminin ilk öğretimi sırasında temel çıkarma işlemleriyle başlanılmış olması ve bu tür işlemlerde büyük sayıdan küçük sayının çıkarılması işlemlerinin yapılması, öğrencinin bu türden bir hata yapmış olmasına sebep olmuş olabilir. Öğrencide her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkartılır fikri oluşmuş olabilir. Öğrenci bu tür hatayı yaparken kolay yoldan işlem yapmaktadır. Öğrenciler tarafından yapılan hatalara ilişkin örnekler Şekil 1' de yer almaktadır:

14 32
-6 -16
12 24

63 - 26 = 43 75 - 48 = 33

14
-9
15

96
-75
21

Şekil 1. Öğrenci çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma” hata türününün 21 birinci sınıf, 11 ikinci sınıf öğrencisi tarafından toplamda 32 kez tekrarlandığı görülmektedir. Öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan bu hata türünde öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerinde ileri ve geri ritmik sayma yaparlarken başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşmaktadırlar. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 2' de yer almaktadır.

4 7
+3 -3
6 5

6 + 2 = 7 8 - 4 = 5

10 + 3 =
10 + 3 = 17
10 + 4 = 13
10 + 5 = 14
10 + 6 = 19
10 + 7 = 21

7 - 3 = 5

Şekil 2. Öğrenci başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde bulunan “verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma” hatasınının 16 birinci sınıf, 9 ikinci sınıf öğrencisi tarafından toplamda 25 kez yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilmeyen toplananı hesaplarken çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yaparak hata yapmaktadırlar. Çocuk toplama işaretini (+) görünce toplama işlemine yönelmektedir. İşlemden ziyade sembole odaklandıkları söylenebilir. Aynı zamanda bu tür hata yapan öğrencilerin eşittir (=) işaretinin anlamını, anlamamaları da söz konusudur. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 3' de yer almaktadır:

Şekil 3. Öğrenci verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “verilmeyen eksileni bulmada, kalandan çıkan sayıyı çıkarma” hatasının 15 birinci sınıf, 9 ikinci sınıf toplamda 24 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilen bir işlemde eksilen sayı sorulduğunda çıkan sayı ile kalan sayıyı (fark) toplayarak eksilen sayıyı hesaplamaları gerekirken, çıkarma sembolüne (-) odaklanarak çıkarma işlemi yapmaktadırlar. Eşittir (=) işaretinin yanlış kullanımı da bu hata türünde görülmektedir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 4’ te yer almaktadır.

Şekil 4. Öğrenci verilmeyen eksileni bulmada, kalandan çıkan sayıyı çıkarma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “basamaklar arası farklı işlemler yapma” hatasının 8 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler bu hatayı yaparlarken, aynı işlem içerisinde bir basamakla toplama işlemi yaparken, diğer basamakta çıkarma işlemini aynı anda yapmaktadırlar. İlk örnekte çıkarma işlemi verilmesine rağmen öğrenci, 4 ile 3’ü toplamış, 1’den 1’i çıkartmıştır. İkinci örnekte toplama işlemi olmasına rağmen öğrenci 8’den 5’ i çıkartırken, 2 ile 1’i toplamıştır. Şekil 5’te öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller yer almaktadır.

Şekil 5. Öğrenci basamaklar arası farklı işlemler yapma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “soldan sağa işleme başlama” hatasının 6 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler işleme birler basamağından başlaması

gerekirken onlar basamağından başlayarak hata yapmaktadırlar. İlk olarak öğrenciler birler basamağı yerine onlar basamakları ile işleme başlamaktadır. Yapılan hata örnekleri incelendiğinde; bu hatayı yapan öğrencilerin işleme onlar basamağından başladığında toplama işleminde eldeyi birler basamağına taşıdıkları, onluk bozma işleminde ise birler basamağını bir eksilterek işlem yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin işlem sırasını yeterince içselleştiremediği veya çok aşamalı süreçte düzen ve sıralama kavramını yeterince anlayamadığı söylenebilir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 6' da yer almaktadır.

63
+51
15

34
-16
28

56 + 52 = 18 44 - 16 = 38

73
-42
16

42
-26
25

Şekil 6. Öğrenci soldan sağa işleme başlama hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan “verilmeyen çıkan sayıyı bulmada, eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama” hatasının 4 birinci sınıf, 2 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 6 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilen bir çıkarma işleminde çıkan sayı sorulduğunda, eksilen sayı ile kalan sayıyı toplayarak çıkan sayıyı bulmaktadırlar. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 7' de yer almaktadır.

5 - 8 = 3 4 - 5 = 1

9 - 12 = 3

Şekil 7. Öğrenci verilmeyen çıkan sayıyı bulmada, eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme” hatasının 6 birinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. İkinci sınıf öğrencilerinde bu hata türüne rastlanmamıştır. Bu hatayı yapan öğrenciler toplananların yerleri değiştiğinde farklı sonuçlar bulabilmektedir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 8' de yer almaktadır.

Şekil 8. Öğrenci toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma” hata türünün 4 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Genellikle elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde öğrenciler işlemi yarıda bırakmaktadırlar. Öğrenciler işlemden sıkılarak da işlemi eksik bırakabilmektedirler. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 9’ da yer almaktadır.

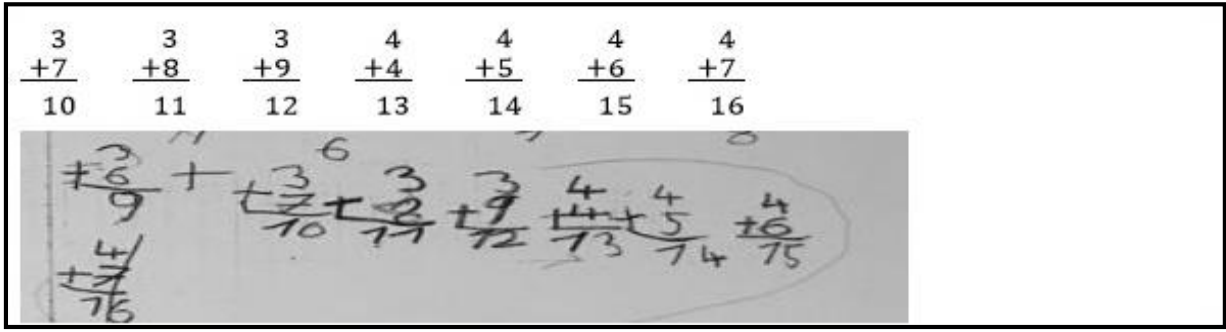
Şekil 9. Öğrenci elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma” hata türünün 5 ilkokul birinci sınıf, 7 ilkokul ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 12 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Birinci sınıf düzeyindeki öğrencilerde eşit iki sayının toplanması veya çıkarılmasında görülen bu durum, ikinci sınıf düzeyinde genellikle eşit iki sayının çarpılması ve bölünmesi işlemlerinde görülmektedir. Bu hata türü iki basamaklı sayılar arasında da eşit iki basamak varken de görülmektedir. Öğrenciler de ayna etkisi oluşmaktadır. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 10’ da yer almaktadır.

Şekil 10. Öğrenci eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma hata türü örnekleri

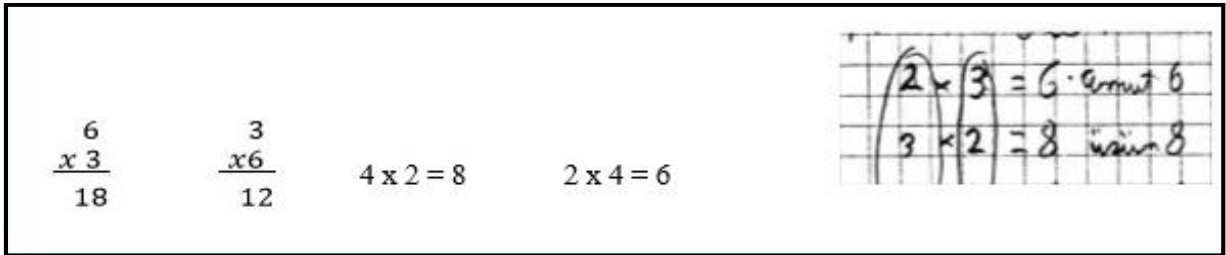
İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma” hatasının 5 birinci sınıf, 2 ikinci sınıf toplamda 7 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler bir önceki işlemlerin sonucuna bağlı kalarak sonucu ardışık bir sıra izleyerek tamamen

işlemden bağımsız olarak yapmaktadırlar. Öğrenci birbirini takip eden örüntü etkisinde kalarak işlem sonucunu yazmaktadır. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 11' de yer almaktadır.



Şekil 11. Öğrenci işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma” hatasının 4 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler, çarpanların yer değiştirdiği işlemlerde sonuçların eşit olması gerektiğinin farkında değildir ve farklı sonuçlar bulabilmektedirler. Doğal sayılarla yapılan $6 \times 3 = 3 \times 6$ işleminin sonuçlarının eşit çıkacağı, çarpma işleminin değişme özelliği çocuklara örneklerle gösterilmelidir. Şekil 12' de öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller yer almaktadır.



Şekil 12. Öğrenci çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan “toplamın birler basamağını yok sayma” hata türünün 3 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu tür hata yapan öğrenciler toplanan sayıların iki basamaktan oluştuğu işlemlerde birler basamaklarıyla işlem yapmadan, sadece onlar basamaklarıyla işlem yapmaktadır. Bunun nedeni, eldeli toplama işlemi gerektiren işlemlerde, onluk taşıma işleminden kurtulma, işlemi hızlı bir şekilde sonuçlandırma olabilir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 13' te yer almaktadır.



Şekil 13. Öğrenci toplamın birler basamağını yok sayma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan bir diğer hata türü olan “verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma” hatasının 10 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hatayı yapan öğrenciler çarpanlardan biri verilmediğinde, çarpma işaretini (x) gördüğünde birlikte gördüğü sayıları çarpılmaktadırlar. Aşağıdaki ilk örnekte görüldüğü gibi “6 tane yapmak için 2’yi kaç kez çarpacağız” sorusunun sorulduğunun farkında değildir. Çocuk işlemi $2 \times 3 = ?$ türündeki sorulara benzetmiş olabilir. Şekil 14’te öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller yer almaktadır.

Şekil 14. Öğrenci verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma” hatasının hiçbir öğrenci tarafından yapılmadığı görülmektedir. Bu tür hatayı yapan öğrencilerin yapılan literatür taraması sonucu eksilen sayının sayı değerlerini kendi içerisinde, çıkan sayının iki basamaklı olması halinde sayı değerlerini kendi içerisinde toplayarak çıkartma işleminin yaptıkları görülmektedir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri Şekil. 15’ te yer almaktadır.

Şekil 15. Öğrenci eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma hata türü örnekleri

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Araştırma sonuçları incelendiğinde ikinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan “çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma” hata türünün ikinci sınıf öğrencileri arasında en sık tekrar edilen hata türü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler basamak konumuna bakılmaksızın, onluk bozmayı gerektiren işlemlerin çoğunda çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkartarak hata yapmaktadır. Öğrenciyi bu hataya iten sebepler olarak; onluk bozmayı gerektiren işlemlerdeki başarısızlık, çıkarmanın değişme özelliğine sahip bir işlem olarak düşünülmesi vb. nedenler sayılabilir. Hata tespitine yönelik yapılan araştırmalar incelendiğinde, öğrenciler tarafından yapılan yaygın hataların başında “çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma” hatasının ($46 - 18 =$

32, $543 - 237 = 314$) olduğu görülmektedir. Öğrenciler basamak konumuna bakılmaksızın, onluk bozmayı gerektiren işlemlerin çoğunda büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartarak hata yapmaktadır (Ashlock, 2002; Brown ve Burton, 1978; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Hopkins ve diğerleri., 2004; Ojose, 2015; Ryan ve Williams, 2007). Öğretmenler, öğrenciler tarafından yapılan işlemsel hatalarda, en fazla büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartarak hata yaptıklarını belirtmişlerdir (Yorulmaz ve Önal, 2017). Hansen'e (2014) göre $374 - 158 = 224$ türünde büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma hatası yapan çocuklar rakamlar arasındaki farkı bilmelidir. Sayı boncuklarıyla öğrenirken çocuklar sayılar arasındaki farkı bulma konusunda cesaretlendirilmelidir. 8 ile 4 arasındaki fark nedir? 4 ile 8 arasındaki fark nedir? şeklinde sorular öğrencilere sorulmalıdır. Bamberger, Oberdorf ve Schultz Ferrell'e (2010) göre bu tür hatalardaki sorun, küçük çocukların her zaman rakam, sayı ve basamak arasında ayırım yapamamalarından kaynaklanmaktadır. Birinci sınıfın sonunda veya ikinci sınıfın başında çocuklar iki basamaklı sayıları kullanmaya başlarlar. Çocuk $23 - 4$ işlemini gördüğünde, öğretmenin söylediği büyük basamaktan küçük basamağı çıkartırız cümlesini hatırlar ve sonucu 21 bulur. Toplama işlemi yapılırken hangi sayı ile başlandığının öneminin olmadığı (değişme özelliği), çıkarma işleminde ise (değişme özelliğinin olmadığı) vurgulanmalıdır. Ryan ve Williams (2007) yaptıkları araştırmalarında iki basamaklı çıkarma işleminin 7 yaşındaki çocuklar için en zorlandıkları işlem türü olduğunu; sorulan soruları, öğrencilerin sadece yüzde 20'sinin doğru yanıtladığı sonucuna ulaşmışlardır.

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma" hata türünün birinci sınıf öğrencileri tarafından en yüksek oranda yapılan hata türü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. İkinci sınıf öğrencileri tarafından da bu hata türünün yapıldığı belirlenmiştir. Çocuklar nesnelere parmaklarıyla fakat zihinlerinde de bir strateji kullanarak sayarlar. Güvenilir ve doğru bir şekilde sayabilme, anlamlı hesaplamaların yapılabilmesinin ön şartıdır. Brown ve Burton (1978) gelişmemiş strateji olarak parmak sayma kullanan öğrencilerin bir süre sonra saydıkları yeri unuttukları ve bu nedenle bu hata türünü gerçekleştirdiklerini belirtmişlerdir. Cotton'a (2010) göre $5 + 3 = 7$ işleminde çocuklar 1, 2, 3, 4, 5 şeklinde sayarlar ve tekrar 5'ten başlayarak 5, 6, 7 şeklinde devam ederler. Bu tür hata yapan çocuklar için sınıfta veya oyun alanlarında sayıları takip ederek hareket etmelerini istemek yararlıdır. Oyun oynamak çok önemlidir. Çocuklar yanlış saydıklarında birbirlerinin hatalarını çok çabuk düzeltirler. Hansen' e (2014) göre bu tür hata yapan çocuklar $3+4=6$ ve $7-5=3$ işlemlerinde başlangıç sayısını iki kez saymışlardır. $3+4$ için 3, 4, 5, 6; $7-5$ işleminde ise 7, 6, 5, 4, 3. Erken yaşlarda, doğru bir şekilde hesaplama yapılabilmesi için çocukları sonrakini bir sonrakinin üzerine saydıkları somut nesnelere oynamaya teşvik etmek etkili olabilir.

Araştırmanın diğer sonuçlarına bakıldığında işlemsel hatalar kategorisinde yer alan "verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine, toplama işlemi yapma", "verilmeyen eksileni bulmada, kalandan çıkan sayıyı çıkarma" "verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama", "toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme" hata türlerinin birinci sınıf öğrencileri tarafından yapılma sıklığı ikinci sınıf öğrencilerinden yüksek bulunmuştur. NCTM'ye

(2000) göre toplama ve çıkarma arasındaki ters ilişkinin fark edilmesi öğrencilerin problem çözmede yöntem kullanırken esnek olmalarına izin verir. Örneğin, 3, 4 ve 7 sayıları $4+3$, $3+4$ veya $7-3$ ve $7-4$. Davis'e (1984) öğrenciler, $4 - 7$ ve $7 - 4$ işlemlerinin sonucunun aynı olduğunu, çıkarma işlemini değişme özelliğine sahip olan bir işlem olarak düşünmektedir. Bu sebepten dolayı hata yapmaktadırlar. Mooney vd., göre (2009) çocukların sayma becerilerini geliştirmek için; sırayla saymayı teşvik eden; tekerlemeler, ritimler, hikayeler, saymayı içeren oyunlar; alkışlama oyunları, seksek oyunu, çocukların gün içerisinde karşılaştığı mevcut durumlarda var olan sayıları saymak (öğle yemeğindeki çocuk sayısı vb.), domino ve masa oyunları oynamak, sayma materyalleri setleri, oyun alanında oynayan çocukların; atlama sayıları, topa sahip olanların sayısı, zıplayanların sayısı vb. etkinlikler önemlidir. Derslerin işlenişi esnasında ise $8 + 5 = 13$, $13 - 5 = ?$, $13 - 8 = ?$; $9 + 6 = 15$, $15 - 9 = ?$, $15 - 6 = ?$; $12 + 7 = 19$, $19 - 12 = ?$, $19 - 7 = ?$, $46 + 38 = 84$, $84 - 46 = ?$, $84 - 38 = ?$ işlem örneklerine önem verilmelidir. 2'şerli, 3'erli, 4'erli ileri ve geriye doğru ritmik saymayı bilen çocukların bölme ve çarpmadaki eşit gruplar oluşturma veya eşit parçalara ayırma da daha başarılı oldukları görülmektedir. Burns'e (2007) göre, çocuklar toplama işaretini eklemek olarak öğrenir fakat bu soruda görüldüğü gibi $3 + \square = 7$ toplananı bulmak yerine toplama işaretini gördüğü için iki sayıyı toplamıştır. Benzer öğrencilerde $3 + 10 =$ işleminin 7'ye eşit olmadığını bildiği halde verilmeyen toplanan yerine 10 yazmışlardır. Bu tür yaygın hatayı yapan çocuklar sorunun anlamına değil, semboller üzerine odaklanmaktadır. Bununla birlikte aynı çocuklar aynı bağlamda verilen sayısal problemleri düşünürlerken genellikle hata oluşmaz. "Üç tane doğum günü mumumuz var ancak toplam on tane muma ihtiyacımız var. Ne kadar daha doğum günü mumuna ihtiyacımız vardır?" Bu problem verildiğinde çocuklar genellikle durumu yorumlar ve ne kadar daha muma ihtiyaçları olduğunu doğru sayılarla belirlerler. Sözel olarak sunulan aynı problemle uğraşırken sıklıkla yaptıkları hatayı yapmazlar.

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan ve yalnız ikinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan hatalar incelendiğinde "basamaklar arası farklı işlemler yapma" "soldan sağa işleme başlama", "elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma", "toplamın birler basamağını yok sayma", "çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma", "verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma" hata türlerini yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır. "Eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma" hata türüne hiçbir öğrenci defterinde ulaşamamıştır. Harris'e (2000) göre bu tip hataları yapan çocuklar; yetersiz, uygun olmayan veya yetersiz varyasyona sahip örnekleri tecrübe etmiştir. Kavramların soyutlanabilmesi ve prosedürün anlamlandırılabilmesi için çocuklar için örneklerin ve örnek varyasyonlarının yeterliliği gereklidir. Bu yeterlilik olmadan çocuklar eksik bilgi ve deneyim temelinde genelleme yapabilir. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams'a (2014) göre $37 + 28$ 'in toplanması işleminde çocukların 37'yi anlamaları saymaya dayanıyorsa, sayma nesnelere kullanmaları ve 1'den başlayarak sayma işlemlerini yapmaları beklenir. Bir öğrenci, sayıların basamaklarını alt alta hizalayarak önce birler basamağındaki sonra da onlar basamağındaki sayıları toplayarak geleneksel kuralları kullanabilir. Fakat 1'i neden 10'lar basamağına taşıdığını

anlamayabilir. Kubanç (2012) çalışmasında, iki ve ikiden fazla basamaklı sayılarla yapılan işlemlerde hatalar ve yaşanan kavram yanlışlarının, tek basamaklı sayılarla yapılan hatalardan ve yaşanan kavram yanlışlarından daha fazla olduğu sonucuna ulaşmıştır. Hansen'e (2014) göre verilmeyen çarpanı bulma $2 \times \square = 6$ işleminde çocuk 2 ile 6'yı çarpar 12 elde eder. Çocuk $2 \times 3 = \square$ şeklindeki sorulara işlemi benzetmiş olabilir. Çarpma işaretini görür ve yalnızca birlikte gördüğü iki sayıyı çarpar. Çocuk "6'ya ulaşmak için 2'yi kaç kez çarpacağız" sorusunun sorulduğunun farkında değildir. Alternatif olarak, bölme işlemi kullanılmalıdır. Bu hatayı yapan çocuk, bölmenin çarpmanın tersi olduğunu anlamamış olabilir. Bölmeyi kullanmak çocuklar için zordur; çünkü çocukların $12 \div \square = 2$ türünden sorulan orijinal sorudan farklı görülen cebirsel denklem çözmelerini gerektirir. Bu nedenle çocuklar kendilerine sorulan şeyi anlayıncaya kadar kullanmamalıdır. Öğretmenler, öğrencilerin tekrar tekrar aynı sayıların farklı bağlamlarda ortaya çıktığı durumlarla karşılaşmasını garanti altına almalıdır. Fox ve Surtees'e (2010) göre öğrenci çarpma işlemi üzerinde yoğunlaşırken 5 kere 4'ün 20 olduğunu biliyorsa, 4 kere 5'in de 20 olduğunu bilmelidir ($5 \times 4 = 4 \times 5$). Çarpmanın değişme özelliğinden faydalanmalıdır.

Bu çalışma; ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencileri ile yürütülmüş, ilkokul matematik dersinde sayılar ve işlemler öğrenme alanında yer alan dört işlemde yapılan işlemsel hatalar tespit edilmiştir. Farklı sınıf seviyeleri ve diğer matematik öğrenme alanları olan geometri, ölçme ve veri işleme alanlarında da öğrenci hataları belirlenebilir. Öğrencilerin öğrenme stilleri ve işlemsel hataları arasındaki ilişki incelenebilir. Öğrencilerin dört işlem hatalarına neden olan öğretmen davranışları üzerine araştırmalar yapılabilir. Derslerde ritmik sayma çalışmalarına önem verilmelidir. İleri ritmik saymalar toplama ve çarpma işlemlerinin, geriye doğru ritmik saymalar ise çıkarma ve bölme işlemlerinin öğretimini kolaylaştırır. Öğrencilerin sayı hissi geliştirilmeli ve dört işlem arasındaki ilişki anlaşılmalıdır. Öğretmenler, erken yaşlardaki çocukların somut işlemler döneminde ve farklı gelişim düzeyinde olduğunu göz ardı etmeden, derslerin işleniş esnasında olabildiğince somut materyallerden ve konuya uygun yöntemlerden yararlanmalıdır. Öğretmenler, öğrencilerin hatalarının birer öğrenme fırsatı olabileceğinin farkında olmalıdır.



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

Ahi Evran University Journal of Kırşehir Education Faculty

ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

It is challenging for many people to learn, remember, and apply mathematics rules (Cooke, 2007, p.1). Mathematical concepts and relationships are abstract ideas that an individual learns through gaining an understanding and actually understanding (Burns, 2007, p.27). Children have a range of experiences requiring them to use mathematical concepts before starting school. Activities and experiences, such as saying numbers in rhymes and forming patterns with objects, are clearly mathematical. As teachers, it is crucial to accept and expand children's preschool experiences in the classroom (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen, and McCulloch, 2009, p.107). Children learn abstract mathematical relations in the following years by interacting with concrete objects and their peers (Olkun and Toluk Uçar, 2012, p.31). For concepts and operations to have a mathematical meaning, a relationship must be established between them (Pearson and Somekh, 2003). Primary school students should learn four operational subjects and conceptual knowledge. Gaining knowledge, skills, and strategies related to the four operations depends on understanding the concept of "operation" (Schunk, 2011).

The step-by-step methods used to combine two mathematical concepts are called operations. For example, when adding 4 and 2, adding 1 to 4 first, then adding 1 again and obtaining 6 is an operation (Baki, 2014, p.260). Basic arithmetic operations have been an important teaching goal for primary schools. Arithmetic skills are life tools that people regularly use in their daily lives. Therefore, numbers and operations are primarily important in arithmetic subjects taught in schools. An individual who cannot perform arithmetic operations is incompetent in many cases (Burns, 2007; Carpenter and Moser, 1984; Carruthers and Worthington; 2006; Fuson, 1986). The first years of primary school usually consist of natural numbers and four operation questions with these numbers. Since other numbers are also encountered in mathematical concepts around natural numbers, teaching natural numbers and four operations with natural numbers is essential for teaching other number sets (Olkun and Toluk Uçar, 2012, p.66). The four trading skills are the basic arithmetic skills that form the basis of primary school mathematics, including addition, subtraction, multiplication, and division (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). The operations of addition, subtraction, multiplication, and division have different properties, also called principles or laws, used in designing mental and written

methods. Teachers should be aware of these features and should guide and assist children in developing effective methods and preventing mistakes and misconceptions (Hopkins, Pope, and Pepperell, 2004, p.11). When operations are not related to concepts, it is natural for students to make mistakes and come up with illogical answers (Van de Walle, Karp, and Bay-Williams, 2014, p.26).

Errors are an integral part of all learning situations. Although it is generally seen as inappropriate in teaching, there is a consensus in the literature that errors and misconceptions are a natural stage in knowledge formation and are therefore inevitable (Askew and William, 1995; Berman, 2006; Cockburn, 2005; Cockburn and Littler, 2008; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ryan and Williams, 2007; Spooner, 2002; Vosniadou and Verschaffel, 2004). Teachers should see errors as an opportunity to reach the truth, which teachers should evaluate. The questions teachers ask students are usually about the result rather than how the student thinks about things. If a student answers $56 - 19 = 43$, the questions teachers ask should be in the form “you should check what you have done, which situations do you think are wrong?” Rather than qualifying the answers as right or wrong, the teacher understands the student’s thinking process through these questions (Cotton, 2010, p.6). Identification of the underlying cause of the error by focusing on the process rather than the result corrects mistakes and ensures that it is not repeated.

Children may make mathematical mistakes for various reasons (Ashlock, 2002; Brown and Burton, 1978; Carpenter and Moser, 1984; Chick and Baker, 2005; Cotton, 2010; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Harris, 2000; Koshy, 2000; Ojose, 2015; Ryan and Williams, 2007; Sadi, 2007; Thompson, 2008; Thompson and Bramald, 2002), such as the losing concentration, inability to remember basic number facts, memory overload, lack of mathematical knowledge, misinterpretation of the problem to be solved, changing the order of steps in the calculation procedure, misconception, an alternative or immature interpretation of a mathematical idea developed as a result of overgeneralizing from previous experiences (Thompson, 2008, p.209). Errors negatively affect students’ subsequent learning. It is necessary to know the appropriate strategy to eliminate existing errors in children (Ashlock, 2002; Ben-Hur, 2006; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ojose, 2015; Spooner, 2002). Children’s early mathematical experiences are significant in presenting information that they will carry with them as they grow up (Cotton, 2011).

Mathematics lessons occur in every level and field from primary school to higher education (Baykul, 2006, p.33). Starting from the first grade of primary school, teaching four operation subjects, included in the learning area of numbers and operations in the mathematics program, begins (MEB, 2018). Mathematics is a cumulative discipline. Since a new subject to be learned is related to the previous subject, mathematical subjects and the relations between them provide the integrity of the curriculum (Pesen, 2020, p.1). Especially in primary school years, it can be said that wrong and incomplete knowledge may make the teaching of other subjects difficult, cause subjects not to be learned fully, and

as a result, mistakes may occur. At this point, determining the students' mistakes and correcting them early is important for eliminating the difficulties. This study aims to investigate the operational errors of primary school first and second-grade students about four operations.

Method

Research Model

In this study, the research model was a case study, one of the qualitative research methods, which aimed to investigate the operational errors of primary school first and second-grade students in four operations. Qualitative research deals with how and why behavior occurs. It describes how people interpret what they experience (Merriam, 2013, p.14). A case study is a study of data in which in-depth information is collected and analyzed through multiple information sources (observation, interview, audio-visual materials, documents, and reports) about real-life, current limited systems (a case), or multiple constrained systems over some time. It is a qualitative approach that includes in-depth and longitudinal examination (Creswell, 2016, p. 97; Glesne, 2012; p.30).

Working group

The research study group was selected by criterion sampling, one of the purposeful sampling methods, in the 2015-2016 academic year in the province of Istanbul. The participants consisted of 162 students (83 girls and 79 boys) studying at the 1st-grade level and 165 students (84 girls and 81 boys) at the 2nd-grade. Yıldırım and Şimşek (2021) stated that the basic understanding in criterion sampling is to study the situations that meet a predetermined set of criteria. The researcher can establish the criteria or a pre-prepared criteria list can be used. For the research criterion, attention was paid to that the students forming the study group were in heterogeneous classes regarding mathematics achievement level, and the students were at different socio-economic and socio-cultural levels instead of students with similar status to identify the different mistakes made by the students and conduct an in-depth analysis.

Data Collection Tools

Mathematics textbooks of primary school 1st and 2nd-grade students were used as data collection tools. Elementary school mathematics curriculum, teacher's guidebooks, student textbooks, supplementary workbooks, related literature, and student notebooks were examined, and the concepts in four operations were determined. Among the sections examined in the student notebooks, there are operations written by the teacher, including addition, subtraction, multiplication, and division operations, homework and exercises done by the students themselves, and four operation situations for problem-solving.

Data Collection Process

The research data were collected after the necessary permissions were obtained from the Istanbul Governorship Provincial Directorate of National Education. School administrators and teachers working in schools where the researcher would make the application were informed about the right to study and process. The students' mathematics lesson notebooks were collected from the classrooms by the researcher outside of the mathematics lesson, photocopies and photographs were taken, and the books were given back to the students. Additionally, the classroom teachers requested previous notebooks from those who started using a second notebook, and data were collected.

Data Analysis

The data collected from the student notebook were analyzed with the content analysis. Data analysis in qualitative research involves preparing and organizing data for analysis, coding the data and categorizing it by assembling the codes, and finally presenting the data in figures, tables, or discussion (Creswell, 2016, p. 180). Content analysis is defined as a systematic, repeatable technique in which some words of a text are summarized with smaller content categories with encodings based on certain rules (Büyüköztürk et al. 2012, p.240). Coding and analyzing data is an analytical step. Hierarchically organizing the coding is a part of the analysis process (Gibbs, 2007; Glesne, 2012). In the interpretation of the data obtained, frequency and percentage are generally used in content analysis (Büyüköztürk et al. 2012, p.243). This study showed and interpreted the data by giving frequency and percentage values.

The transactions in the student textbooks, which were the data source, were examined. In the creating categories and codes stage where student mistakes will be evaluated, domestic and foreign literature was searched, and expert opinions of three mathematics education experts and three classroom teachers were used. Under the category of operational errors the following codes were created; in case the resulting number is greater than the subtrahend number, subtracting the subtrahend number from the resulting number, reaching a one lower or one higher result by considering the starting number, performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend, performing different operations between the steps, starting the operation from left to right, subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend, adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number, obtaining different results when additives change place, writing the result by creating a pattern between the operations, leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations, finding the result equal to the number in operations with two equal numbers, ignoring the ones digit of the sum, finding different results when multipliers change place, multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier, and adding the values of the subtracting and resulting numbers. The frequency and percentage values of the number of students who made mistakes were determined. Randomly selected samples from student

notebooks were analyzed at different times, and the results were compared to ensure reliability. The most useful method to increase reliability in qualitative research is member control (Gibbs, 2007; Glesne, 2012; McMillan, 2000). In this study, a second researcher encoded the data and reviewed the coding to ensure coder reliability while conducting content analysis. In calculating the coder consistency, Miles and Huberman's (1994) reliability formula ($\text{Reliability} = \frac{\text{Consensus}}{(\text{Agreement} + \text{Disagreement})} \times 100$) was used, and the coder consistency value was determined as 91.33%. Reliability calculations above 70% were considered reliable for this research (Miles and Huberman, 1994).

Categories and codes were created for the four transaction operational errors, and the data obtained as a result of the analysis were digitized and tabulated. In addition, all the data obtained at the end of the present research were reviewed by external controllers who were not familiar with this study to increase reliability.

Ethical Permissions

In this study, all the rules specified within the scope of the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were followed. The actions specified under "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics," which is the second part of the directive, were not conducted.

Results

Error types in the four operational errors categories of primary school first and second-grade students, frequency of how many students made the mistakes (first-grade f_1 , second-grade f_2), percentage table, and student error examples were created. The frequency and percentage distribution of primary school first and second-grade students' four operational errors are given in Table 1 below.

Table 1. *Frequency and percentage distribution of primary school first and second-grade students' four operational errors*

Operational Errors	f_1	%	f_2	%
In case the resulting number is greater than the subtrahend number, subtracting the subtrahend number from the resulting number	0	0,00	32	19,39
Reaching a one lower or one higher result by considering the starting number	21	12,96	11	6,67
Performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend	16	9,88	9	5,45
Performing different operations between the steps	0	0,00	8	4,85
Starting the operation from left to right	0	0,00	6	3,64
Subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend	15	9,26	9	5,45
Adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number	4	2,47	2	1,21
Obtaining different results when additives change place	6	3,70	0	0,00

Writing the result by creating a pattern between the operations	5	3,09	2	1,21
Leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations	0	0,00	4	2,42
Finding the result equal to the number in operations with two equal numbers	5	3,09	7	4,24
Ignoring the ones digit of the sum	0	0,00	3	1,82
Finding different results when multipliers change place	0	0,00	4	2,42
Multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier	0	0,00	10	6,06
Adding the values of the subtracting and resulting numbers	0	0,00	0	0,00

When Table 1 is examined, the error codes included in the operational errors made by the primary school first and second-grade students in four operations are given. The findings showed that the “subtracting the resulting number from the subtracting number if the resulting number is greater than the subtracting number” error made by 32 second-grade students was the most repeated mistake by second-grade students. “Reaching a one lower or one higher result by considering the starting number,” “multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier,” “performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend,” “subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend,” “performing different operations between the steps,” “finding the result equal to the number in operations with two equal numbers,” and “starting the operation from left to right” are the following highly made mistakes. “Leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations,” “finding different results when multipliers change place,” “ignoring the ones digit of the sum,” “adding the subtracting number and the remaining number in finding the missing resulting number,” and “writing the result by creating a pattern between the operations” are the equally made mistakes. Furthermore, “obtaining different results when additives change place” and “adding the values of the subtracting and resulting numbers” are the mistakes that second-grade students did not make. “Reaching a one lower or one higher result by considering the starting number” is the most repeated mistake made by 21 first-grade students. It was also made by 11 second-grade students and was repeated 32 times. The types of mistakes made by first-grade students are, “performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend,” “subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend,” and “obtaining different results when additives change place” are the following highly made mistakes by first-grade students, respectively. “Writing the result by creating a pattern between the operations,” “finding the result equal to the number in operations with two equal numbers,” and “adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number” made by each of the five students are the following mistakes. Explanations on the types of errors and examples are given below.

It was determined that the error “subtracting the subtrahend number from the resulting number in case the resulting number was greater than the subtrahend number” was made by 32 second-grade

students, the highest rate in the category of operational errors among the second graders. In this common mistake, students usually subtract the smaller number from the larger number since the resulting number is greater than the subtrahend number in subtraction operations that require decimals. The subtraction learning process starting with basic subtraction operations during primary education and learning to subtract smaller numbers from larger ones may have caused students to make such a mistake. Therefore, students may think that a smaller number is always subtracted from a larger number. When students make this kind of mistake, they use easy operations. Examples of mistakes made by students are given in Figure 1 below.

Figure 1. Examples of students' subtracting the subtrahend number from the resulting number in case the resulting number was greater than the subtrahend errors

The error "reaching a one lower or one higher result by considering the starting number" was repeated 32 times by 21 first-grade and 11 second-grade students. In this type of mistake commonly made by students, while counting backward and forwards in addition and subtraction operations, they reach one lower or one higher result by considering the starting number. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 2 below.

Figure 2. Examples of students reaching a one lower or one higher result by considering the starting number errors

It has been determined that the error "performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend" was made 25 times by 16 first-grade and nine second-grade students. Students make this mistake by making additions instead of subtraction while calculating the missing addend. When they see the addition sign (+), they tend to do the addition operation first. They can be said to focus on the symbol rather than the process. At the same time, students who make such mistakes do not understand the meaning of the equal (=) sign. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 3 below.

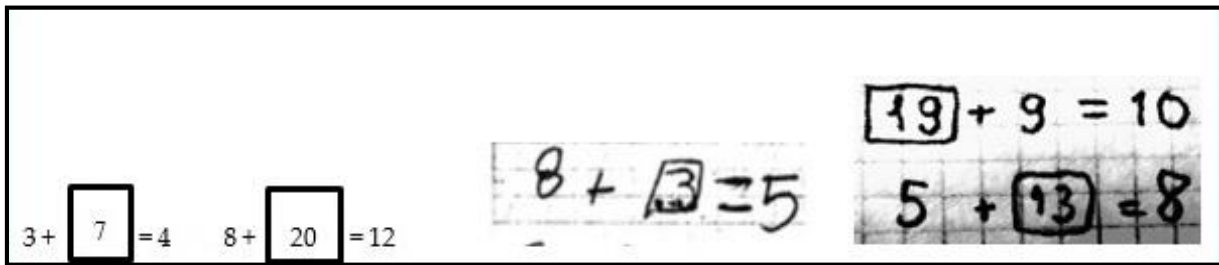


Figure 3. Examples of error types for performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend

It is seen that the error “subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend” was made by 24 students, 15 first-graders and nine second-graders. Students who make this mistake must calculate the missing number by adding the resulting number with the remaining number (difference). Instead, they perform a subtraction operation by focusing on the subtraction symbol (-). This error type also shows the incorrect use of the equal (=) sign. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 4 below.

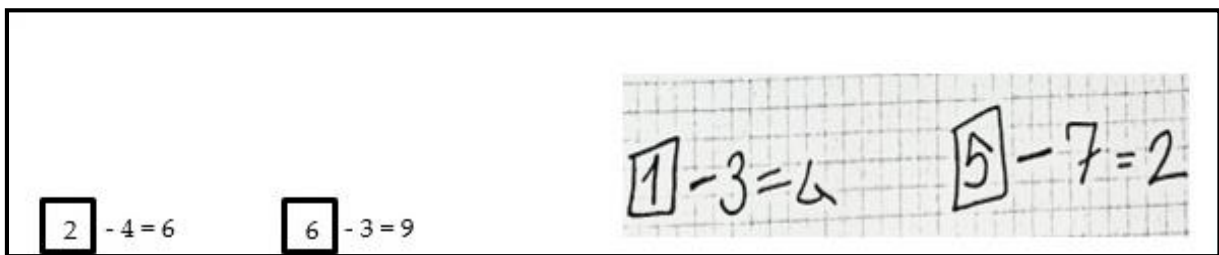


Figure 4. Examples of error types for subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend

It was determined that the error “performing different operations between the steps” was made by eight second-grade students. Students do addition and subtracting simultaneously in the same equation in this error. Although subtraction was given in the first example, the student added 4 and 3 and subtracted 1 from 1. Although there was an addition operation in the second example, the student subtracted 5 from 8 and added 2 and 1. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 5 below.

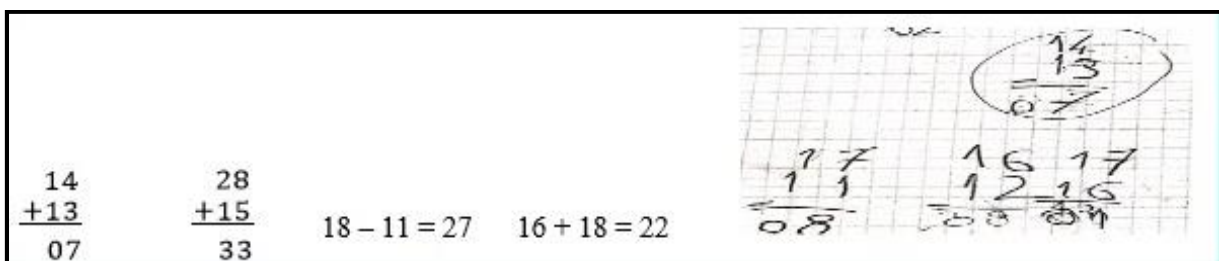


Figure 5. Examples of error types for performing different operations between the steps

It was determined that the error “starting the operation from left to right” was made by six second-grade students. While students should start the operation from the ones digit, they mistakenly started from the tens digit. When they started the operation from the tens digit, it was determined that students carried to the ones digit in the addition process. In contrast, in the decimal conversion

operation, they performed operations by decrementing the ones digit by one. It can be said that the students did not internalize the order of operations sufficiently or did not sufficiently understand the concept of order and sequencing in the multi-stage process. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 6 below.

Figure 6. Examples of error students starting the operation from left to right

It is seen that the error “adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number” was made by six students, four first-grade and two second-grade students. Students find the resulting number by adding the subtracted number and the remaining number in this mistake. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 7 below.

Figure 7. Examples of errors for adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number

It was determined that 6 first-grade students made the error of “obtaining different results when additives change place.” This type of error was not found in the second-grade students. Students who make this mistake may find different results when the places of the additives are changed. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 8 below.

Figure 8. Examples of students obtaining different results when additives change place

It is seen that 4 second-grade students made the error of “leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations.” Generally, students leave carrying and decimal operations

incomplete or get bored with the process leaving it incomplete. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 9 below.

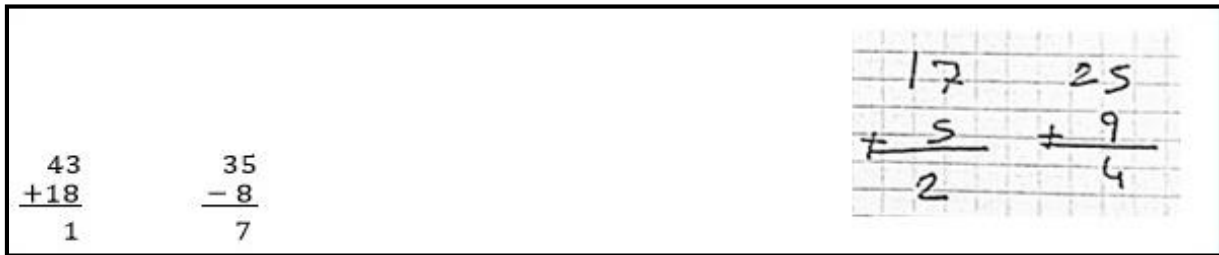


Figure 9. Examples of students leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations

It has been determined that the error “finding the result equal to the number in operations with two equal numbers” was made by 12 students, 5 first-grade and 7 second-grade students. This situation, seen in the addition or subtraction of two equal numbers in first-grade students, is generally seen in multiplying and dividing two equal numbers at the second-grade level. This type of error is also seen when there are two equal digits between two-digit numbers. It appears as a mirror effect to students. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 10 below.

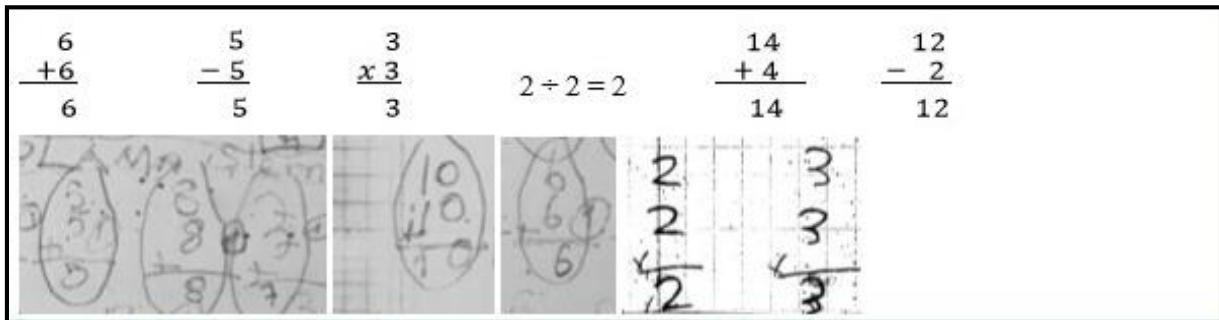


Figure 10. Examples of students finding the result equal to the number in operations with two equal numbers

It was determined that the mistake of “writing the result by creating a pattern between the operations” was made by 7 students, 5 first-grade and 2 second-grade students. Depending on the result of the previous operations, the students follow the result in sequential order and make it completely independent of the operation. The student writes the result of the operation under the influence of the successive pattern. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 11 below.

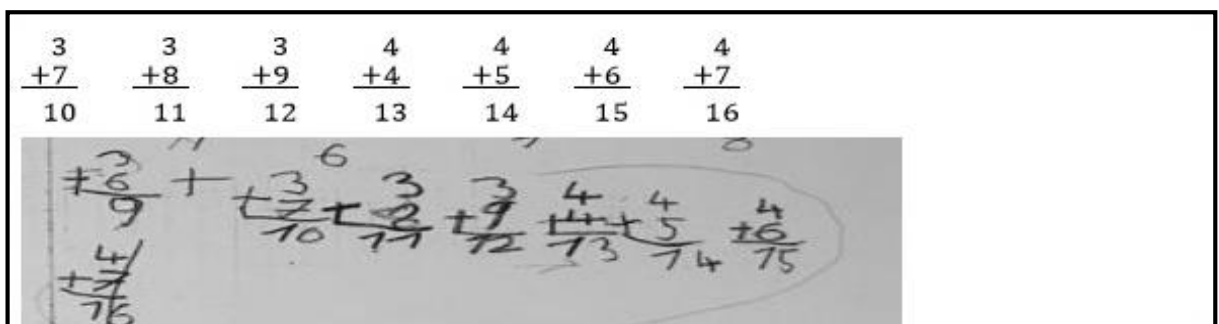


Figure 11. Examples of students' errors writing the result by creating a pattern between the operations

It is seen that the mistake of “finding different results when multipliers change place” was made by four second-grade students. Students are unaware that the results should be equal in operations where multipliers are swapped and may find different results. Children should be shown, with examples, the commutative property of multiplication and that the results of 6×3 and 3×6 operations with natural numbers will be equal. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 12 below.

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 6 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$2 \times 4 = 6$$

Handwritten note: $2 \times 3 = 6$ - doğru 6
 $3 \times 2 = 8$ - yanlış 8

Figure 12. Examples of errors of finding different results when multipliers change place

It is seen that the “ignoring the ones digit of the sum” error was made by 3 second-grade students. Students who make such mistakes do not operate with ones digits in operations where the summed numbers consist of two digits; they use the tens digits. The reason for this may be to get rid of the decimal move and finalize the operation quickly in operations that require a carrying addition operation. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 13 below.

$$\begin{array}{r} 38 \\ +17 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ +16 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$46 + 28 = 6$$

$$57 + 39 = 8$$

Handwritten note: $45 + 19 = 5$

Figure 13. Examples of students ignoring the ones digit of the sum

It was determined that the error of “multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier” was made by 10 second-grade students. When one of the multipliers is not given, students multiply the numbers they see together when they see the multiplication sign (\times). As seen in the first example below, the student was unaware that “How many times do we multiply 2 to make 6” is being asked. The child might have viewed the question in the form of “ $2 \times 3 = ?$ ” It may be similar to questions of the type. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 14 below.

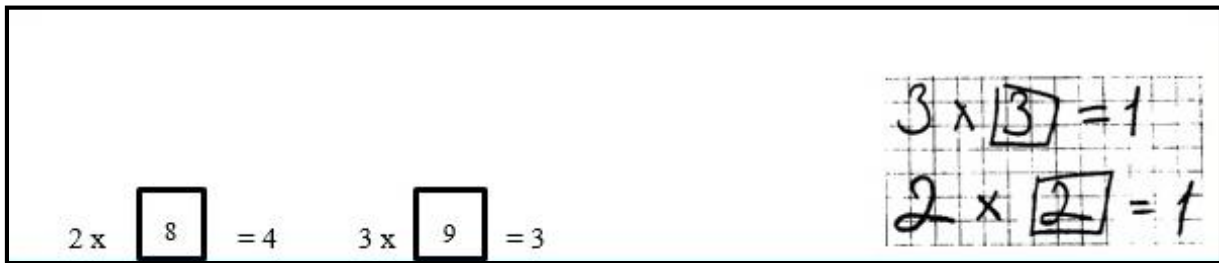


Figure 14. Examples of errors around multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier

It was seen that no student made the mistake of “carrying out operations by adding the values of the subtracting and resulting numbers”. As a result of the literature review, the students who made this kind of mistake by adding the subtracting number values within themselves, and if the resulting number is two-digits, they add the number values within themselves to conduct the subtraction operation. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 15 below.

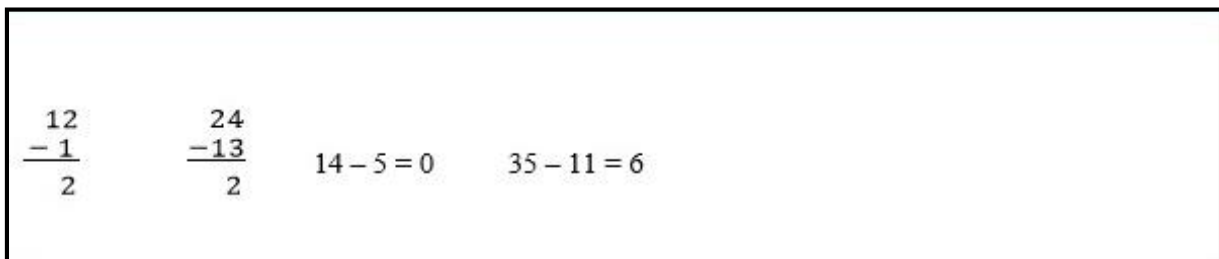


Figure 15. Examples of error types for the students carrying out operations by adding the values of the subtracting and resulting numbers

Conclusion, Discussion, and Recommendations

When the the findings obtained in this research were examined, it was concluded that “subtracting the subtrahend number from the resulting number in case the resulting number is greater than the subtrahend number” is the most frequently repeated error type among the second-grade students. Regardless of the digit position, students mistakenly subtract the subtrahend number from the resulting number if the resulting number is greater than the subtrahend number in most operations that require decimals. The reasons that push the student to this mistake are failures in operations requiring decimal change and subtraction as a commutative operation. When the studies on error detection are examined, it is seen that the most common mistake made by students is “subtracting the subtrahend number from the resulting number if the resulting number is greater than the subtrahend number” ($46 - 18 = 32$, $543 - 237 = 314$). Regardless of the digit position, students make mistakes by subtracting the smaller number from the larger number in most operations that require decimals (Ashlock, 2002; Brown and Burton, 1978; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Hopkins et al., 2004; Ojose, 2015; Ryan and Williams, 2007). Teachers stated that the operational errors made by students are mainly based on subtracting the smallest number from the largest number (Yorulmaz and Önal, 2017). According to Hansen (2014), children who subtract the smaller number from the larger number in

equations as $374 - 158 = 224$ should know the difference between the numbers. While learning numbers with bead counters, children should be encouraged to find the difference between numbers. Questions, such as “What is the difference between 8 and 4?” and “What is the difference between 4 and 8?,” should be asked. To Bamberger, Oberdorf, and Schultz Ferrell (2010), the problem with such errors is that young children do not always distinguish between numbers and digits. Children begin to use two-digit numbers at the end of the first grade or the beginning of the second grade. When a child sees the operation $23 - 4$, they remember the sentence, “we subtract the small digit from the large digit.” Thus, coming up with the answer 21. It should be emphasized that it does not matter which number it starts with when adding due to its commutative property and subtraction has no commutative property. Ryan and Williams (2007) found that two-digit subtraction was the most difficult operation for 7-year-olds. They concluded that only 20 percent of the students correctly answered the questions asked.

It was concluded that “reaching a one lower or one higher result by considering the starting number” is the type of error made at the highest rate by first-grade students. The second-grade students also made this type of error. Children count objects with their fingers and use a strategy in their minds. Being able to count reliably and accurately is a prerequisite for meaningful calculations. Brown and Burton (1978) stated that students using the immature strategy of finger counting forget where they were, and therefore, they made this type of error. Cotton (2010) discussed that in the process of $5 + 3 = 7$, children count 1, 2, 3, 4, 5 and continue with 5, 6, 7, starting from 5 again. It is helpful for children who make such mistakes to follow the numbers in the classroom or on the playground. Playing games is very important. When children count wrong, they correct each other’s mistakes very quickly. Children who made such mistakes counted the starting number twice in the operations $3+4=6$ and $7-5=3$. They counted 3, 4, 5, 6 for $3+4$ and 7, 6, 5, 4, 3 for $7-5$, which can be effective to encourage children to play with concrete objects that they count one after the other to calculate correctly at an early age (Hansen, 2014).

When we look at the other findings obtained in this research, “performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend,” “subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend,” “adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number,” and “obtaining different results when additives change place” were highly made mistakes by first-grade students than second-grade students. According to NCTM (2000), noticing the inverse relationship between addition and subtraction allows students to be flexible when using methods in problem-solving. For example, the numbers 3, 4, and 7 are $4+3$, $3+4$, or $7-3$ and $7-4$. Students think that the result of operations $4-7$ and $7-4$ is the same, and subtraction is an operation that has the property of change (Davis, 1984). Hence, they make mistakes. Mooney et al. (2009) suggest that children should be promoted to do sequential counting through nursery rhymes, rhythms, and stories; play games involving counting, such as clapping games, hopscotch game, counting the numbers that exist in current situations that children encounter during the day (e.g., number of children at lunch),

playing dominoes and board games, and counting materials sets; and counting number of jumps, number of ball possessions, number of jumpers. while playing in the playground to develop counting skills. During the course of the lessons, $8 + 5 = 13$, $13 - 5 = ?$, $13 - 8 = ?$; $9 + 6 = 15$, $15 - 9 = ?$, $15 - 6 = ?$; $12 + 7 = 19$, $19 - 12 = ?$, $19 - 7 = ?$, $46 + 38 = 84$, $84 - 46 = ?$, $84 - 38 = ?$ examples should be given importance. It is seen that children who know how to count rhythmically backward and forwards in 2, 3, and 4's are more successful in forming equal groups in division and multiplication or in dividing into equal parts. According to Burns (2007), children learn the addition sign to add numbers, but as seen in this question, $3 + \square = 7$, they add the two numbers instead of finding the addend because they saw the addition sign. Similarly, students who knew that $3 + 10 =$ is not equal to 7 wrote 10 as the missing addend. Children who make this common mistake focus on the symbols, not the question's meaning. However, the same children do not usually make mistakes when thinking about numerical problems given in the same context. When the problem "we have three birthday candles, but we need a total of ten candles. How many more birthday candles do we need?" is given, children usually interpret the situation and determine how many more candles they need with the correct numbers. They do not make the same mistake they often do when dealing with the same problem presented verbally.

When the errors made by the second-grade students are examined, "performing different operations between the steps," "starting the operation from left to right," "leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations," "ignoring the ones digit of the sum," "finding different results when multipliers change place," and "multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier" are among the mistakes they make. "Adding the values of the subtracting and resulting numbers" was not reached in any student notebook. Harris (2000) stated that children who make such mistakes experienced samples with an insufficient, unsuitable, or insufficient variation. For the concepts to be abstracted and make sense of the procedure, the adequacy of examples and sample variations for children is necessary. Without this competence, children may generalize based on incomplete knowledge and experience. According to Van de Walle, Karp and Bay-Williams (2014), in adding $37 + 28$, if children's understanding of 37 is based on counting, they are expected to use counting objects and perform counting operations starting from 1. A student can use conventional rules by aligning the digits of the numbers one after the other, adding the numbers in the ones digit first and then the tens digit. However, they might not understand why they moved the 1 to the 10's digit. In his study, Kubanç (2012) concluded that errors and misconceptions experienced in operations with two and more than two-digit numbers are more than mistakes and misconceptions experienced with single-digit numbers. Hansen (2014) noted that in finding the missing factor $2 \times \square = 6$, the child multiplies 2 and 6 to get 12. However, the child may view the process as $2 \times 3 = \square$ questions. Therefore, when they see the multiplication sign, they multiply the two visible numbers together. The child is unaware that "How many times do we multiply 2 to get 6" is being asked. Alternatively, the division operation should be used. The child who made this mistake may not have understood that division is the opposite of multiplication. Using the

partition is challenging for children because it requires them to solve algebraic equations which seem different from the original question asked in $12 \div \square = 2$ type equations. Therefore, children should not use it until they understand what is asked. Teachers should ensure that students encounter situations where the same numbers repeatedly appear in different contexts. According to Fox and Surtees (2010), if the student knows that 5 times 4 is 20 while concentrating on multiplication, they should know that 4 times 5 is 20 ($5 \times 4 = 4 \times 5$). It should take advantage of the commutative property of multiplication.

This work was conducted with the primary school first and second-grade students. Operational errors in four operations in learning numbers and operations in primary school mathematics lessons were detected. Student errors can also be determined in geometry, measurement, data processing, and other mathematics learning areas with different grade levels. The relationship between students' learning styles and operational errors can be examined. Research can be conducted on teacher behaviors that cause students' four-operation errors. Rhythmic counting exercises should be given importance in the lessons. Forward rhythmic counting facilitates the teaching of addition and multiplication, while backward rhythmic counting facilitates the teaching of subtraction and division. Students' sense of numbers should be developed, and the relationship between the four operations should be understood. Teachers should benefit from concrete materials and methods suitable for the subject as much as possible during the lessons, without ignoring that early children are in the concrete operational stage and at different developmental levels. Teachers should be aware that students' errors can be learning opportunities.

References

- Ashlock, R. B. (2002). *Error patterns in computation: Using error patterns to improve instruction*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Askew, M. & William, D. (1995). *Recent reserach in mathematics education*. London: HMSO.
- Baki, A. (2014). *Matematik tarihi ve felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Bamberger, H. J., Oberdorf, C. & Schultz-Ferrell, K. (2010). *Math misconceptions: From misunderstanding to deep understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Baykul, Y. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. sınıflar)*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Ben-Hur, M. (2006). *Concept-rich mathematics instruction: building a strong foundation for reasoning and problem solving*. Alexandria, VA, USA: Association for Supervision & Curriculum Development.
- Berman, W. (2006). When will they ever learn? Learning and teaching from mistakes in the clinical context. *Clinical Law Review*, 13, 115-141.
- Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2, 155-192.
- Burns, M. (2007). *About teaching mathematics: A K-8 resource (3 ed.)*. Sausalito, CA: Math Solution Publications.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- Carruthers, E. & Worthington, M. (2006). *Children's mathematics, making marks, making meaning*. (2nd Ed.) London: Sage Publications.
- Chick, H. L. & Baker, M. K. (2005). Investigating teachers responses to student misconceptions. *Proceedings of the 29 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 249-256. Melbourne: PME.
- Cockburn, A. D. (2005). *Teaching mathematics with insight*. London: Falmer Press.
- Cockburn, A. D. & Littler, G. (2008). *Mathematical misconceptions: A guide for primary teachers*. London: Sage Publications.
- Cooke, H. (2007). *Mathematics for primary and early years*. London: Open University.
- Cotton, T. (2010). *Understanding and teaching primary mathematics*. London: Routledge.
- Creswell, J. W. (2016). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni (3. Baskıdan Çeviri)*. (Çeviri Editörleri: M. Bütün & S.B.Demir). Ankara: Siyasal Yayın Dağıtım.
- Davis, R. B. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. London: Croom Helm Publisher.

- Engelhardt, J. M. (1977). Analysis of children's computational errors: *A qualitative approach*. *British Journal of Educational Psychology*, 47, 149-154.
- Fuson, K. C. (1986). Roles of representation and verbalization in the teaching of multi-digit addition and subtraction. *European Journal of Psychology of Education*, 1(2), pp.3556.
- Fox, S. & Surtees, L. (2010). *Mathematics across the curriculum*. London: Continuum International Pub. Group.
- Gibbs, G. (2007). *Analysing qualitative data*. New York: SAGE Publications.
- Glesne, C. (2012). *Nitel araştırmaya giriş* (Çeviri Editörleri: Ali Ersoy & Pelin Yalçinođlu). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*. Los Angeles: Learning Matters.
- Harris, A. (2000). *Addition & Subtraction*. St Martin's College.
- Haylock, D. & Cockburn, A. (2014). *Küçük çocuklar için matematiği anlama*. (Çeviri Editörü: Zuhâl Yılmaz). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Hopkins, C., Pope, S. & Pepperell, S. (2004). *Understanding primary mathematics*. London: David Fulton.
- Koshy, V. (2000). Children's mistakes and misconceptions. In V. Koshy (Ed.), *Mathematics for primary teachers*. London: Routledge.
- Kubanç, Y. (2012). *İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorluklar ve çözüm önerileri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- McMillan, J. H. (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (4th ed.). White Plains, NY: Addison Wesley Longman, Inc.
- MEB. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber* (3. Baskıdan Çeviri, Çeviri Editörü: S. Turan). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. Calif: SAGE Publication.
- Mooney, C., Briggs, M., Fletcher, M., Hansen, A. & McCulloch, J. (2009). *Primary mathematics: Teaching theory and practice* (4th ed.). Exeter, UK: Learning Matters Ltd.
- NCTM, (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. Reston, Va. NCTM.
- Ojose, B. (2015). Students' misconceptions in mathematics: Analysis of remedies and what research says. *Ohio Journal of School Mathematics*, Fall 2015, Vol. 72.
- Olkun, S. & Toluk Uçar, Z. (2012). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.
- Pearson, M. & Somekh, B. (2003). Concept mapping as a research tool a study for primary children's representations of information and communication Technologies (ICT). *Education and Information Technologies*, 8(1), 5 -22.

- Pesen, C. (2020). *İlkokullarda matematik öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4–15: Learning from errors and misconceptions*. Maidenhead: Open University Press.
- Sadi, A. (2007). Minconceptions in numbers. *UGRU Journal*, 5, pp.1-7.
- Spooner, M. (2002). *Errors and misconceptions in maths at key stage 2: working towards success in sats*. London: David Fulton.
- Thompson, I. (2008). From counting to deriving number facts, in I. Thompson (ed.) *Teaching and learning early number*. Maidenhead: Open University Press.
- Thompson, I. & Bramald, R. (2002). *An investigation of the relationship between young children's understanding of the concept of place value and their competence at mental addition* (Report for the Nuffield Foundation). Newcastle upon Tyne: University of Newcastle upon Tyne.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (Çeviri Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Vosniadou, S. & Verschaffel, L. (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. *Special Issue of Learning and Instruction*, 14(5), 445–451.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (12. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yorulmaz, A. & Önal, H. (2017). Examination of the views of class teachers regarding the errors primary school students make in four operations. *Universal Journal of Educational Research*, 5(11), 1885-1895.