



POLİTEKNİK DERGİSİ

*JOURNAL of POLYTECHNIC*

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.org.tr/politeknik>



# Bağlantısız paralel parti üretimi yapan makine çizelgeleme probleminin karışık-tamsayı programlama ile çözümü

## *Solving the unrelated parallel batch machine scheduling problem with mixed-integer programming*

*Yazar(lar) (Author(s)):* Merve BAKIR<sup>1</sup>, Aslı SEBATLI-SAĞLAM<sup>2</sup>, Fatih ÇAVDUR<sup>3</sup>

ORCID<sup>1</sup>: 0000-0002-2134-414X

ORCID<sup>2</sup>: 0000-0002-9445-6740

ORCID<sup>3</sup>: 0000-0001-8054-5606

**To cite to this article:** Bakır M., Sebatlı-Sağlam A. ve Çavdur F., “Bağlantısız paralel parti üretimi yapan makine çizelgeleme probleminin karışık-tamsayı programlama ile çözümü”, *Journal of Polytechnic*, 26(2): 653-663, (2023).

**Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz:** Bakır M., Sebatlı-Sağlam A. ve Çavdur F., “Bağlantısız paralel parti üretimi yapan makine çizelgeleme probleminin karışık-tamsayı programlama ile çözümü”, *Politeknik Dergisi*, 26(2): 653-663, (2023).

**Erişim linki (To link to this article):** <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

**DOI:** 10.2339/politeknik.996529

# Bağılantısız Paralel Parti Üretimi Yapan Makine Çizelgeleme Probleminin Karışık-Tamsayılı Programlama ile Çözümü

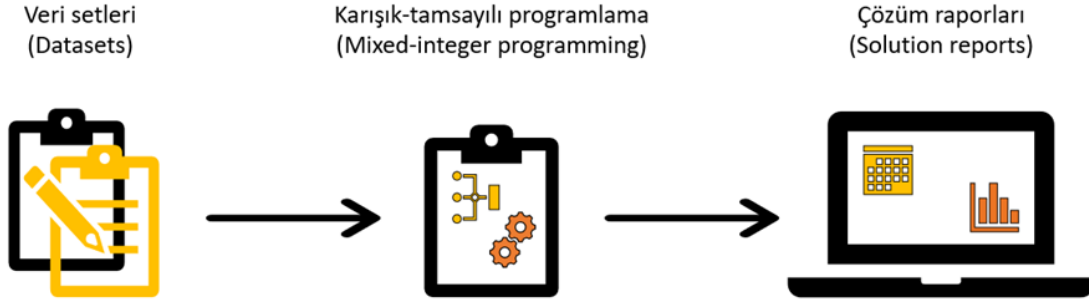
## Solving the Unrelated Parallel Batch Machine Scheduling Problem with Mixed-Integer Programming

### Önemli noktalar (Highlights)

- ❖ Bağılantısız paralel parti üretimi yapan makinelerin çizelgelenmesi / Scheduling of unrelated parallel batch machines
- ❖ Önerilen matematiksel programlar ile örnek problemlerin optimal çözümü / Solving the sample problems to optimality using the proposed mathematical programs
- ❖ Farklı amaç fonksiyonlarına sahip model sonuçlarının kıyaslanması / Comparing the results of the models with different objective functions

### Grafik Özet (Graphical Abstract)

İşlerin, paralel parti üretimi yapan makinelerde çizelgelenmesi karışık-tamsayılı programlama modelleri ile gerçekleştirilmiştir. Önerilen yaklaşımın doğrulanması için örnek veri setleri üretilerek elde edilen sonuçlar raporlanmıştır. / Jobs are scheduled on batch processing machines using mixed-integer programming models. In order to validate the proposed solution approach, sample data sets are generated and the results are reported.



Şekil. Çözüm yaklaşımının adımları / Figure. The steps of the solution approach

### Amaç (Aim)

Parti üretimi yapan makinelerde işlerin çizelgelenmesi probleminin matematiksel programlama ile çözümü amaçlanmaktadır. / It is aimed to solve the problem of scheduling jobs in batch processing machines with mathematical programming

### Tasarım ve Yöntem (Design & Methodology)

Problemin çözümü için farklı amaç fonksiyonlarına sahip üç karışık-tamsayılı programlama modeli önerilmiştir. / Three mixed-integer programming models with different objective functions are proposed to solve the problem.

### Özgünlük (Originality)

Üç farklı modele ait sonuçların analiz edildiği bir çözüm yaklaşımı sunulmuştur. Yaklaşımın geçerliliğini göstermek için örnek veri setleri üretilmiştir. / A solution approach is presented in which the results of the three different models are analyzed. Sample data sets are generated to demonstrate the validity of this approach.

### Bulgular (Findings)

Farklı modeller ile elde edilen sonuçlar çeşitli performans parametreleri açısından analiz edilmiştir. / The results obtained with different models are analyzed with respect to some performance parameters.

### Sonuç (Conclusion)

Paralel parti üretimi yapan makine çizelgeleme problemi, karışık-tamsayılı programlama ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar performans parametreleri açısından yorumlanmıştır. / The parallel batch machine scheduling problem is solved with mixed-integer programming and the results are interpreted in terms of performance parameters.

### Etik Standartların Beyanı (Declaration of Ethical Standards)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler. / The author(s) of this article declare that the materials and methods used in this study do not require ethical committee permission and/or legal-special permission.

# Bağlantısız Paralel Parti Üretimi Yapan Makine Çizelgeleme Probleminin Karışık-Tamsayılı Programlama ile Çözümü

*Araştırma Makalesi / Research Article*

**Merve BAKIR\*, Aslı SEBATLI-SAĞLAM, Fatih ÇAVDUR**

Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Bursa Uludağ Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 16.09.2021 ; Kabul/Accepted : 09.12.2021 ; Erken Görünüm/Early View : 31.12.2021)

## ÖZ

Bu çalışmada, keyfi boyutlara ve sıfır olmayan hazır olma zamanlarına sahip işlerin farklı kapasitelere sahip bir dizi bağlantısız paralel parti üretimi yapan makinelerde çizelgelenmesi problemi ele alınmıştır. Problemin çözümü için farklı amaç fonksiyonlarına sahip üç karışık-tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir. Bu modeller, sırasıyla, çizelgeleme problemlerinde en önemli amaçlar arasında bulunan (i) toplam akış süresini, (ii) son işin tamamlanma zamanını ve (iii) toplam gecikmeyi minimize etmeyi amaçlamaktadır. Sunulan çözüm yaklaşımının doğruluğunun ve uygulanabilirliğinin test edilmesi amacıyla, literatürdeki birtakım kurallar doğrultusunda farklı veri setleri üretilmiştir. Matematiksel programlama modellerinin bu veri setleri ile çözülmesiyle birlikte elde edilen sonuçlar çeşitli performans parametreleri açısından analiz edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Bağlantısız paralel parti üretimi, makine çizelgeleme, toplam akış süresi, son işin tamamlanma zamanı, toplam gecikme, karışık-tamsayılı programlama.

# Solving the Unrelated Parallel Batch Machine Scheduling Problem with Mixed-Integer Programming

## ABSTRACT

In this study, the problem of scheduling jobs with arbitrary sizes and non-zero release times on a set of unrelated parallel batch processing machines with different capacities is discussed. Three mixed-integer programming models with different objective functions are developed to solve the problem. Corresponding models aim at minimizing (i) the total flow time, (ii) the makespan and (iii) the total tardiness, respectively, which are considered to be among the most important objectives in scheduling problems. In order to test the validity and applicability of the proposed solution approach, different datasets are generated using some rules in the literature. The results obtained by solving the mathematical programming models with these data sets are analyzed in terms of some performance parameters.

**Keywords :** Unrelated parallel batch processing, machine scheduling, total flow time, makespan, total tardiness, mixed-integer programming

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Günümüzde tüketicilerin taleplerini zamanında ve doğru bir şekilde karşılayabilmek, üretim sistemlerinde başarıyı yakalayabilmek adına önemli bir unsurdur. Bu doğrultuda, üretim sistemlerinde bulunan kapasite kısıtları aşılmadan, verimli bir şekilde imalat yapılabilmesi için işletmelerde Parti Üretimi Yapan (PÜY) makinelerin yaygınlaştığı söylenebilir. PÜY makineleri, toplu olarak birden fazla işi eş zamanlı olarak işleyebilmektedir. Bu tür makineler genellikle levha üretim sürecinde, elektrik devrelerini test etmede ve metal işlemede kullanılmaktadır [1].

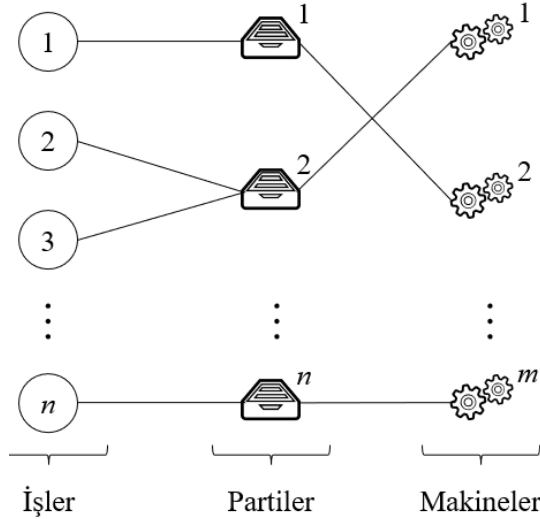
Çizelgeleme, süreç operasyonlarında kritik bir konudur ve üretim performansının iyileştirilmesinde önemli bir rol oynadığı söylenebilir [2]. Geleneksel tipteki çizelgeleme problemlerinde çoğunlukla makineler aynı anda en fazla bir işi işlerken, PÜY makineleri için çizelgeleme problemlerinde işler öncelikle partiler

halinde gruplandırılır ve daha sonra PÜY makinelerde çizelgelenir. Bu tür bir problem, paralel parti çizelgelemeye ait olup bir partideki işlerin paralel olarak işlendiği anlamına gelmektedir [3]. Çizelgeleme problemlerindeki temel amacın, işleri en uygun şekilde çizelgeleyerek bir veya daha fazla performans ölçütünü optimize etmek olduğu söylenebilir [4]. Üretim ortamlarında, birçok iş istasyonunda farklı işler için farklı hızlarda çalışan birden fazla makine bulunduğundan, bağlantısız paralel makinelerin çizelgelenmesi önem kazanmıştır. Bağlantısız paralel makinelerin, özdeş ve tekdüze paralel işleme makinelerinin bir genelmesi olduğu söylenebilir [5].

Bu çalışmada, bağlantısız paralel PÜY makine çizelgeleme problemi ele alınmış ve problemin genel gösterimi Şekil 1’de verilmiştir. Şekilde de görüleceği üzere, işler öncelikle partiler halinde gruplanmakta ve sonrasında bu partiler bağlantısız paralel makinelerde işlenmektedir. Hangi işin hangi partide olacağı ve hangi partinin hangi makineye atanacağı önceden belli değildir.

\*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)  
e-posta : mervebakir154@gmail.com

Çalışmada ele alınan problem tanımına göre,  $m$  farklı PÜY makinesinde işlenmek üzere,  $M = \{1, \dots, m\}$ ,  $n$  adet iş mevcut olup,  $J = \{1, \dots, n\}$ , her işin boyutu, hazır olma zamanı ve farklı makinelerdeki işlem süreleri önceden bilinmektedir. Bir işin hazır olma zamanı, işin işlenmeye başlayabileceği en erken zamandır. Bununla beraber, işler öncelik sırası olmadan işlenmektedir. Her makine belli bir kapasiteye sahiptir ve hiçbir işin boyutu makine kapasitesini aşmadığı gibi, bir partideki tüm işlerin toplam boyutu da ilgili partinin çizelgelendiği makinenin kapasitesini aşmamaktadır. Her makinenin planlama periyodu başlangıcında kullanılabilir durumda olduğu varsayılmakta ve makinelerin boşa kalmalarına izin verilmektedir. Bir parti işlenmeye başladıktan sonra kesintiye uğratılmamakta olup işlem tamamlanana kadar diğer işler partiye eklenememekte ve partideki işler de partiden çıkarılmamaktadır. Bir partinin işlem süresi, partideki en uzun işlem süresine sahip iş tarafından belirlenmektedir. Benzer şekilde, bir partinin hazır olma zamanı, parti içindeki tüm işler arasında en büyük hazır olma zamanına eşittir. Bir partideki tüm işler aynı başlangıç ve bitiş zamanına sahiptir [5].



Şekil 1. PÜY makine çizelgeleme  
(Batch processing (BP) machine scheduling)

Bağılantısız paralel PÜY makine çizelgeleme probleminin literatürde ele alınan kritik bir problem olduğu bilinmektedir. Bağılantısız paralel PÜY makine çizelgeleme problemi parti üretim yapan makine çizelgeleme konusu altında incelenmektedir. Parti üretim yapan makineler birçok endüstriyel ortamda yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Yapılan çalışmada üç farklı amaç ele alınmıştır. Bu amaçlar sırasıyla; toplam akış süresinin, son işin tamamlanma zamanının ve toplam gecikmenin minimize edilmesidir. Bu amaçlar doğrultusunda, her parti en uygun şekilde makinelere atanarak çizelgeleme işlemi gerçekleştirilir. Çalışmada, belirtilen üç ayrı amacın her biri için farklı matematiksel programlama modelleri oluşturulmuştur. Bu çalışmanın literatürde öne çıkan yanı, farklı amaç fonksiyonlarına

sahip modeller kullanılarak problemin çözülmesiyle elde edilen sonuçların performans parametrelerince analiz edilmesidir. Bu bağlamda bu çalışma literatürde bulunan diğer çalışmalarla kıyaslandığında, bağlantısız paralel PÜY makine çizelgeleme probleminin farklı bir bakış açısıyla ele alındığı söylenebilir. Buna ek olarak, çalışma kapsamında literatürde yer alan birtakım kurallar doğrultusunda üretilen veri setleri de bu çalışmanın literatüre sağlayacağı katkılardandır.

Bu çalışmanın ilerleyen bölümleri şu şekilde organize edilmiştir: İkinci bölümde çalışma kapsamında ele alınan problem ile ilgili literatür taraması sunulmuştur. Üçüncü bölümde, üç ayrı amaç fonksiyonu için oluşturulan matematiksel programlama modelleri ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Dördüncü bölümde, uygulama için oluşturulan veri setlerinin üretim aşamalarından bahsedilerek, elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Son bölümünde ise çalışma sonuçları tartışılarak, gelecekte yapılabilecek çalışmalardan bahsedilmiştir.

## 2. LİTERATÜR TARAMASI (LITERATURE REVIEW)

Bu bölümde literatürdeki çalışmalar incelenerek, aşağıdaki paragraflarda (i) tek makine çizelgeleme, (ii) paralel makine çizelgeleme, (iii) tek PÜY makine çizelgeleme, (iv) paralel PÜY makine çizelgeleme ve (v) bağlantısız paralel PÜY makine çizelgeleme şeklinde sınıflandırılarak ele alınmıştır. Bu bölümde incelenen çalışmalar aynı zamanda Çizelge 1'de sunulmuştur. Çizelgede görüldüğü gibi (i) toplam akış süresi minimizasyonu, (ii) son işin tamamlanma zamanı minimizasyonu, (iii) toplam erken bitirme ve/veya gecikme minimizasyonu ve (iv) diğer başlığı altında çalışmalar amaç fonksiyonlarına göre gruplandırılmıştır.

Çizelgeleme problemlerinin en basit kurguya sahip olan türü tek makine çizelgeleme problemidir. Literatürde yer alan tek makine çizelgeleme problemleri incelendiğinde farklı amaçların dikkate alındığı gözlenmiştir. Örneğin, Ceylan vd. [6] tarafından yapılan çalışmada beyaz eşya üretimi yapan bir fabrikada tek makine çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Çalışmadaki amaç toplam gecikme süresini ve son işin tamamlanma zamanını minimize etmek olup çözüm yaklaşımı olarak bir hedef programlama modeli oluşturulmuş ve problem CPLEX çözücüsü kullanılarak çözüme ulaştırılmıştır. Chu [7] ise toplam gecikmeyi en aza indirmek amacıyla dal-sınır algoritması kullanarak aynı anda yalnızca bir işi işleyebilen tek makine çizelgeleme problemini ele almıştır. Kaya [8] tarafından yapılan çalışmada sıra bağımlı hazırlık süresine sahip işlerin tek makinede çizelgelenmesi problemi son işin tamamlanma zamanı minimizasyonu amacıyla ele alınmıştır. Problemin çözümü için karışık-tamsayılı programlama ve genetik algoritma temelli çözüm yaklaşımı sunulmuş ve elde edilen sonuçlar analiz edilmiştir. Chen [9] tek makine için periyodik bakım çizelgeleme problemini dikkate almıştır. Çalışmada, toplam akış süresi minimizasyonu için dal-sınır algoritması kullanılmış ve büyük boyutlu

problemlerin çözümü için sezgisel bir yaklaşım önerilmiştir. Kanet [10] tek makinede, ortak teslim zamanları bulunan işlerin çizelgelenmesi problemini ele almıştır ve bu çalışmanın uzantısı olarak Arkin ve

Roundy [11] ve De vd. [12] çok makinenin bulunduğu ortamda erken bitirme ve gecikme cezalarını minimize eden yaklaşımlar sunmuşlardır.

**Çizelge 1.** Literatür taraması (Literature review)

Amaç Fonksiyonu / Problem Tipi	Toplam Akış Süresi Minimizasyonu	Son İşin Tamamlanma Zamanı Minimizasyonu	Toplam Erken Bitirme ve/veya Gecikme Minimizasyonu	Diğer
Tek Makine Çizelgeleme	Chen [9]	Ceylan vd. [6], Kaya [8]	Ceylan vd. [6], Chu [7], Kanet [10]	
Paralel Makine Çizelgeleme		Gedik vd. [15], Kaya ve Saraç [16], Eren ve Güner [17], Xu ve Yang [18], Yang-Kuei ve Chi-Wei [19]	Arkin ve Roundy [11], De vd. [12], Balakrishnan vd. [13], De CM Nogueira vd. [14], Kaya ve Saraç [16], Eren ve Güner [17], Yang-Kuei ve Chi-Wei [19], Sivrikaya-Şerifoğlu ve Ulusoy [20]	Yang-Kuei ve Chi-Wei [19]: toplam ağırlıklı tamamlanma zamanı minimizasyonu
Tek PÜY Makine Çizelgeleme		Ikura ve Gimple [21], Zheng vd. [26], Muter [27]	Herr ve Goel [23], Gokhale ve Mathirajan [24], Zhang vd. [25]	Jin vd. [22]: işlem süresinin ve reddedilme cezasının minimizasyonu
Paralel PÜY Makine Çizelgeleme	Gong vd. [39], Ozturk [42]	Chang vd. [1], Abedi vd. [28], Chung vd. [30], Damodaran ve Vélez-Gallego [31], Jia vd. [32], Kashan vd. [33], Koh vd. [34], Ozturk vd. [35], Zhou vd. [36], Wang ve Leung [37]	Abedi vd. [28], Bilyk vd. [29], Mönch vd. [38], Rocholl vd. [40]	Koh vd. [34]: toplam tamamlanma ve toplam ağırlıklı tamamlanma zamanı minimizasyonu, Gong vd. [39]: üretim maliyeti minimizasyonu, Rocholl vd. [40]: elektrik maliyeti minimizasyonu, Zhang vd. [41]: toplam ağırlıklı tamamlanma zamanı minimizasyonu
Bağlantısız Paralel PÜY Makine Çizelgeleme	Arroyo vd. [5]	Arroyo ve Leung [4], Arroyo ve Leung [44], Li vd. [45], Shahidi-Zadeh vd. [46], Che vd. [48]	Shahidi-Zadeh vd. [46], Klemmt vd. [47]	Shahidi-Zadeh vd. [46]: satın alma maliyeti minimizasyonu

Literatürde paralel makine çizelgeleme konusu dahilinde yapılan çalışmalara bakıldığında, Balakrishnan vd. [13] farklı hızlara sahip paralel makinelerde işlerin çizelgelenmesi probleminin çözümü için erken bitirme ve gecikme maliyetlerinin toplamını minimize etmeyi hedefleyen karışık-tamsayı bir matematiksel model önermişlerdir. De CM Nogueira vd. [14] tarafından ortaya konan çalışmada ise, toplam erken bitirme ve gecikme cezalarını en aza indirme hedefi ile bağlantısız paralel makine çizelgeleme problemi ele alınmış olup çözüm yaklaşımı için ağırlıklı rassal uyarlamalı arama

prosedürüne dayalı sezgisel algoritmalar önerilmiştir. Gedik vd. [15] tarafından yapılan çalışmaya bakıldığında, bağlantısız paralel makine çizelgeleme probleminin son işin tamamlanma zamanını minimize etmek amacıyla ele alındığı görülmektedir. Yazarlar çözüme ulaşmak için iki özelleştirilmiş dallanma kuralının olduğu bir kısıt programlama modeli sunmuş daha sonra 283 adet kıyaslama örneği için optimal çözüm araştırmışlardır. Kaya ve Saraç [16] tarafından yapılan çalışmada, son işin tamamlanma zamanının ve toplam gecikmenin minimizasyonunu amaçlayan bir hedef

programlama modeli sıra bağımlı hazırlık süresine sahip paralel makine çizelgeleme problemi için oluşturulmuştur. Çalışmada bir işletmenin üretim tesisinde uygulama yapılmış olup problemin çözümü için CPLEX çözücüsü kullanılmıştır. Eren ve Güner [17] tarafından ortaya koyulan çalışmada ise, paralel makine çizelgeleme problemi ele alınmış olup amaç son işin tamamlanma zamanının ve maksimum gecikmenin ağırlıklı toplamının minimize edilmesidir. Bu amaç doğrultusunda bir tamsayılı programlama modeli sunulmuş, büyük boyutlu problemlerin çözümü için üç ayrı tabu arama yöntemi ve bir rassal arama yöntemi ortaya konulmuştur. Bir başka çalışmada Xu ve Yang [18] paralel makine çizelgeleme problemi için bir matematiksel programlama modeli önermişlerdir. Model, son işin tamamlanma zamanını minimize etmek amacıyla sahip iki paralel makinenin tek bir makineye dönüştürülmesini hedeflemektedir. Problemin çözümü için en uzun işlem süresi ve liste çizelgeleme algoritmaları kullanılmıştır. Yang-Kuei ve Chi-Wei [19] tarafından ele alınan üç ayrı amaç fonksiyonuna sahip bağlantısız paralel makine çizelgeleme probleminde küçük boyutlu problemlerin çözümü için karışık-tamsayılı programlama modeli önerilmiş, büyük boyutlu problemlerin çözümü için ise birkaç dağıtım kuralı önerilmiştir. Çalışmadaki amaçlar sırasıyla, son işin tamamlanma zamanının, toplam ağırlıklı tamamlanma zamanının ve toplam ağırlıklı gecikmenin minimizasyonudur. Sivrikaya-Şerifoğlu ve Ulusoy [20] tarafından ortaya koyulan çalışmada sira bağımlı kurulumlara sahip bir dizi bağımsız işin, bir dizi paralel makinede çizelgelenmesi problemi ele alınmıştır. Erken bitirme ve gecikme cezalarının minimizasyonun amaçlandığı problem, genetik algoritma ile çözülmüştür.

Literatürde tek PÜY makine çizelgeleme problemi dahilinde yapılan çalışmalara bakıldığında, bu problemin ilk olarak Ikura ve Gimple [21] tarafından yapılan çalışmada incelendiği görülmektedir. Çalışmada, işlerin hazır olma zamanları ve teslim zamanları göz önüne alınarak son işin tamamlanma zamanının minimizasyonu amacıyla tek PÜY makine çizelgeleme problemi çözümü için çeşitli sezgisel algoritmalar sunulmuştur. Jin vd. [22] tarafından yapılan çalışmada aynı olmayan boyutlara sahip işler için tek PÜY makine çizelgeleme problemi ele alınmış olup işlerin reddedilmesi değerlendirilmiştir. Yazarlar kabul edilen işlerin işlem süresinin ve reddedilen işlerin toplam reddedilme cezasının minimize edilmesi amacıyla tamsayılı programlama formülasyonu sunmuş ve problemi çözüme ulaştırmak için üç ayrı sezgisel algoritma önermişlerdir. Herr ve Goel [23] tarafından yapılan çalışmada amacın, toplam gecikmeyi en aza indirmek olduğu tek PÜY makine çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Problemin çözümü için iki alternatif karışık-tamsayılı programlama modeli sunulmuştur. Başka bir çalışmada Gokhale ve Mathirajan [24], toplam ağırlıklı gecikmeyi en aza indirmek amacıyla tek PÜY makine çizelgeleme problemini ele almış, çözüm yaklaşımı olarak tamsayılı programlama modeli geliştirmiş ve sezgisel algoritmalar önermişlerdir.

Zhang vd. [25] tarafından yapılan çalışmada her bir parti için işlerin toplam erken bitirme ve gecikmesinin minimize edilmesinin amaçlandığı tek PÜY makine çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Çalışmada, 0-1 karışık-tamsayılı programlama modeli sunulmuş, hibrit sezgisel yaklaşım ile problem çözüme ulaştırılmıştır. Bir başka çalışmada, Zheng vd. [26] son işin tamamlanma zamanını minimize etmek amacıyla tek PÜY makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Yazarlar, problemin çözümü için karışık-tamsayılı programlama modeli ve sezgisel bir yaklaşım sunmuşlardır. Muter [27] tarafından yapılan çalışmada son işin tamamlanma zamanını minimize etmek amacıyla tek ve paralel PÜY makine çizelgeleme problemleri ele alınmış olup çözüm yaklaşımı olarak karışık-tamsayılı programlama modeli sunulmuş ve sütun oluşturma yöntemi temelli bir algoritma önerilmiştir.

Literatürdeki paralel PÜY makine çizelgeleme çalışmaları incelendiğinde, Abedi vd. [28] eşit olmayan iş hazır olma zamanları ve kapasite kısıtlarının olduğu problem kurgusunu ele almışlardır. Yazarlar, son işin tamamlanma zamanını ve işlerin toplam ağırlıklı erken bitirme ve gecikmelerini minimize etmek amacıyla iki-amaçlı matematiksel programlama modeli sunulmuştur. Bunun yanı sıra, çalışmada büyük boyutlu problemlerin çözümü için sezgisel algoritmalar kullanılmıştır. Bir başka çalışmada Bilyk vd. [29] işlerin hazır olma zamanlarının dikkate alındığı paralel PÜY makine çizelgeleme problemini toplam ağırlıklı gecikmeyi minimize etmek amacıyla ele almışlardır. Problemin çözümü için öncelikle bir karışık-tamsayılı programlama modeli sunulmuş, ardından değişken komşuluk arama algoritması ve açgözlü bir rassal uyarlamalı arama prosedürü önerilmiştir. Chung vd. [30] son işin tamamlanma süresinin minimizasyonu amacıyla, eşit olmayan hazır olma zamanlarına ve keyfi boyutlara sahip işlerin olduğu paralel PÜY makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Çalışmada problem çözümü için öncelikle karışık-tamsayılı programlama modeli önerilmiş ardından problemin karışıklığını azaltmak adına bir bileşik algoritma sunulmuştur. Yapılan çalışmada son olarak büyük ölçekli problemleri çözmek için sezgisel yaklaşımlar önerilmiştir. Damodaran ve Vélez-Gallego [31] işlerin keyfi işlem sürelerine, aynı olmayan boyutlara ve sıfır olmayan hazır olma zamanlarına sahip olduğu paralel PÜY makinelerinin son işin tamamlanma zamanını minimize etmek amacıyla çizelgelenmesi problemine tavlama benzetimi ile çözüm aramışlardır. Jia vd. [32] son işin tamamlanma zamanının minimizasyonu amacıyla keyfi kapasitelere sahip bir dizi paralel PÜY makinelerde dinamik varış sürelerine ve keyfi boyutlara sahip işlerin çizelgelenmesi problemini ele almışlardır. Yazarlar ilk olarak bir matematiksel programlama modeli sunmuş ardından çözüme ulaşmak amacıyla karınca kolonisi optimizasyonuna dayalı iki meta-sezgisel algoritma önermişlerdir. Kashan vd. [33] tarafından yapılan çalışmada ise aynı olmayan iş boyutlarına sahip işlerin paralel PÜY makinelerde çizelgelenmesi problemi ele alınmıştır. Çalışmadaki

amaç son işin tamamlanma zamanını minimize etmek olup çözüm yaklaşımı olarak hibrit bir genetik algoritma önerilmiştir. Koh vd. [34] tarafından yapılan çalışmada ise çok katmanlı seramik kondansatör üretim hattındaki paralel PÜY makine çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Bu çalışmadaki hedefler toplam tamamlanma zamanının, toplam ağırlıklı tamamlanma zamanının ve son işin tamamlanma zamanının minimize edilmesi olup çözüm olarak farklı sezgisel yöntemler önerilmiş ve bahsedilen üç hedefe ulaşılması için genetik algoritmalar tasarlanmıştır. Ozturk vd. [35] tarafından yapılan çalışmada paralel PÜY makine çizelgeleme problemi ele alınmış olup amaç son işin tamamlanma zamanını minimize etmektir. Çözüm yaklaşımında polinom-zamanlı bir algoritma önerilerek problem ele alınmıştır ve son olarak karışık-tamsayılı programlama modeli önerilerek bu modelin performansı literatürdeki başka bir model ile karşılaştırılmıştır. Zhou vd. [36] tarafından yapılan çalışmada son işin tamamlanma zamanını minimize etmek amacıyla paralel PÜY makine çizelgeleme probleminin çözümü için öncelikle bir karışık-tamsayılı programlama modeli oluşturulmuş, büyük ölçekli problemlerin çözümü için ise evrim tabanlı bir hibrit algoritma önerilmiştir. Ayrıca çözüm için CPLEX çözücüsü kullanılmış olup elde edilen sonuçlar, tavlama benzetimi yaklaşımı ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Wang ve Leung [37] son işin tamamlanma zamanını minimize etmek amacıyla farklı kapasitelere sahip bir grup paralel PÜY makinede keyfi iş boyutlarına ve eşit işlem sürelerine sahip işlerin çizelgelenmesi problemini ele almışlardır. Problemin çözümü için yazarlar polinom-zamanlı bir algoritma kullanarak analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Ancak problemin hesaplama zorluğu nedeniyle geliştirilen sezgisel yaklaşımlar ile problem çözüme ulaşılmıştır. Mönch vd. [38] tarafından yapılan çalışmaya bakıldığında, uyumsuz iş ailelerine ve eşit olmayan hazır olma zamanlarına sahip işlerin, paralel PÜY makinelerde çizelgelenmesi problemi ele alınmıştır. Toplam ağırlıklı gecikmeyi minimize eden çizelgenin elde edilmesi hedefiyle genetik algoritma kullanılmıştır. Gong vd. [39] işlerin işlenmeden önce nakliye işlemlerinin ve sınırlı bekleme sürelerinin dikkate alındığı paralel PÜY makine çizelgeleme problemi için dinamik programlama temelli bir yaklaşım önermişlerdir. Çalışmadaki hedef ise işlerin toplam akış süresini ve üretim maliyetini minimize etmektir. Chang vd. [1] yaptıkları çalışmada paralel PÜY makine çizelgeleme probleminde son işin tamamlanma zamanının minimize edilmesi için tavlama benzetimi yaklaşımı geliştirmişlerdir. Rocholl vd. [40] tarafından yapılan çalışmada işlerin toplam ağırlıklı gecikmesini ve üretim tesisindeki elektrik maliyetini minimize etmek amacıyla paralel PÜY makine çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Çalışmada karışık-tamsayılı programlama modeli sunulup genetik algoritma kullanılarak problem çözülmüştür. Bir başka çalışmada, Zhang vd. [41] toplam ağırlıklı tamamlanma zamanının minimize edilmesi amacıyla paralel PÜY makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Yazarlar, problemin çözümü için karışık-

tamsayılı programlama modeli sunmuş ve karınca kolonisi optimizasyonunu kullanmışlardır. Ozturk [42] toplam akış süresi minimize edilmesini amaçlayan paralel PÜY makine çizelgeleme problemi için çalışmada karışık-tamsayılı programlama modeli sunmuş olup sütun oluşturma tabanlı bir ayrıştırma yöntemine dayalı çözüm yaklaşımı geliştirmiştir. Fowler ve Mönch [43] tarafından yapılan çalışmada paralel PÜY makine çizelgeleme ile ilgili bir literatür taraması yapılmıştır.

Bağlantısız paralel PÜY makineleriyle ilgili güncel literatür incelendiğinde, aynı olmayan iş boyutları ile ilgilenen az sayıda makale çalışması mevcut olduğu görülmüştür. Arroyo ve Leung [44] çalışmalarında, eşit olmayan hazır olma zamanlarına sahip işlerin bağlantısız paralel PÜY makinelerde çizelgelenmesi problemi için karışık-tamsayılı programlama modeli sunmuşlardır. Çalışmadaki amaç son işin tamamlanma zamanının minimize edilmesi olup sunulan model CPLEX çözücüsü kullanılarak çözüme ulaştırılmış ve ayrıca sezgisel bir algoritma önerilmiştir. Arroyo ve Leung [4] tarafından yapılan bir diğer çalışmada ise son işin tamamlanma zamanının minimize edilmesi amacıyla, farklı kapasitelere sahip bir dizi bağlantısız paralel PÜY makinelerde sıfır olmayan hazır olma zamanlarına sahip bir dizi işin çizelgelenmesi probleminin analizi için öncelikle karışık-tamsayılı programlama modeli sunulmuştur. Modelin çözümünde CPLEX çözücüsü kullanılmış ve büyük boyutlu problemlerin çözümü için ağgözlü sezgisel bir algoritma önerilmiştir. Arroyo vd. [5] tarafından yapılan çalışmada, işlerin toplam akış süresini minimize etmek amacıyla farklı kapasitelere sahip bağlantısız paralel PÜY makinelerde keyfi boyutlara ve sıfır olmayan hazır olma zamanlarına sahip işlerin, partiler halinde çizelgelenmesi problemini ele alınmıştır. Problem çözümü için, ağgözlü sezgisel bir algoritma önerilmiş olup, küçük ve orta boyutlu örnekler için en uygun çözümlere ulaşılması adına bir karışık-tamsayılı programlama modeli sunulmuş ve CPLEX çözücüsü kullanılarak problem çözüme ulaşılmıştır. Li vd. [45] tarafından yapılan çalışmada, son işin tamamlanma zamanının minimize edilmesi amacıyla aynı boyutta olmayan işlerin bağlantısız paralel PÜY makinelerde çizelgelenmesi problemi ele alınmış olup çözüm yaklaşımı olarak sezgisel yöntemler önerilmiştir. Shahidi-Zadeh vd. [46] ise işlerin hazır olma zamanlarının yanı sıra parti kapasitesinin dikkate alındığı bağlantısız paralel PÜY makinelerde üretim planlama problemini üzerinde çalışmışlardır. Çalışmada, son işin tamamlanma zamanını, erken bitirme ve gecikme cezalarını ve makinelerin satın alma maliyetlerini aynı anda minimize eden iki-amaçlı bir matematiksel programlama modeli sunulmuştur. Büyük boyutlu problemlerin çözüm için çok-amaçlı bir armoni arama algoritması önerilmiştir. Klemmt vd. [47] tarafından yapılan çalışmada ise bağlantısız paralel PÜY makinelerinin çizelgelenmesi problemini ele alınmıştır. Çalışmadaki amaç işlerin toplam ağırlıklı gecikmesini minimize etmek olup çözüm için iki farklı yaklaşım sunulmuştur. İlk yaklaşımda zaman penceresi tabanlı

karişik-tamsayı programlama modeli sunulmuş olup ikinci yaklaşımda değişken komşuluk arama algoritması geliştirilmiştir. Che vd. [48] tarafından yapılan çalışmada son işin tamamlanma zamanını minimize etmek amacıyla bağlantısız paralel PÜY makine çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Literatürde bulunan diğer çalışmalardan farklı olarak bu çalışmada yönlendirme seçimi ve 2-boyutlu paketleme problemleri de çizelgeleme problemi ile ele alınmıştır. Problem çözümü için karişik-tamsayı programlama modeli sunulmuş ve tavlama benzetimi algoritması kullanılmıştır.

Bu çalışmada, bağlantısız paralel PÜY makine çizelgeleme probleminin çözümü için toplam akış süresini, son işin tamamlanma zamanını ve toplam gecikmeyi minimize eden üç farklı matematiksel programlama modeli önerilmiştir. Bu modellerden toplam akış süresini minimize etmeyi amaçlayan model Arroyo vd. [5] tarafından ortaya koyulan çalışmadan, son işin tamamlanma zamanını minimize etmeyi amaçlayan model ise Arroyo ve Leung [4, 44] tarafından yapılan çalışmalardan adapte edilmiştir. Yapılan çalışmanın literatüre katkısı, farklı amaç fonksiyonuna sahip modeller ile elde edilen sonuçların performans parametreleri açısından kıyaslanması ve problemin farklı kriterlerin ele alındığı bakış açılarıyla çözülmesidir. Çalışmanın sağladığı bir diğer katkı ise ilerleyen bölümlerde detayları sunulduğu üzere, literatürde yer alan birtakım kurallar doğrultusunda farklı veri setlerinin üretilmesidir.

### 3. METODOLOJİ (METHODOLOGY)

Çalışmanın bu bölümünde, ele alınan bağlantısız paralel PÜY makine çizelgeleme problemi için önerilen üç ayrı amaç fonksiyonuna sahip karişik-tamsayı programlama modellerine yer verilmiştir. Bu doğrultuda, ilk olarak Arroyo vd.'nin [5] ortaya koyduğu matematiksel programlama modelinden adapte edilen toplam akış süresinin minimize edildiği bir model sunulmuştur. Çalışma kapsamında sunulan ikinci matematiksel model ise Arroyo ve Leung [4, 44] tarafından yapılan çalışmalardan adapte edilmiş olup amaç, son işin tamamlanma zamanının minimize etmektedir. Son olarak, toplam gecikmeyi minimize eden bir model sunulmuştur. Bahsedilen modeller ile ilgili detaylar aşağıda yer almaktadır.

İndisler:

- $j$ : İş indisi,  $j = 1, \dots, n$   
 $k$ : Makine indisi,  $k = 1, \dots, m$   
 $b$ : Parti indisi,  $b = 1, \dots, n$

Parametreler:

- $s_j$ :  $j$ . işin boyutu  
 $r_j$ :  $j$ . işin hazır olma zamanı  
 $d_j$ :  $j$ . işin teslim zamanı  
 $p_{jk}$ :  $j$ . işin  $k$ . makededeki işlem süresi  
 $Q_k$ :  $k$ . makinenin kapasitesi  
 $G$ : Büyük bir sayı

Değişkenler:

- $x_{jbk}$ :  $j$ . iş  $k$ . makedede  $b$ . partide işlenmişse 1, aksi durumda 0  
 $S_{bk}$ :  $k$ . makededeki  $b$ . partinin başlangıç zamanı  
 $P_{bk}$ :  $k$ . makededeki  $b$ . partinin işlem süresi  
 $C_j$ :  $j$ . işin tamamlanma zamanı  
 $T_j$ :  $j$ . işin gecikmesi,  $T_j = \max\{0, C_j - d_j\}$   
 $C_{max}$ : Son işin tamamlanma zamanı

Toplam akış süresinin minimize edildiği matematiksel programlama modeli (MPM-1) aşağıda sunulmuştur.

**MPM-1:**

Amaç fonksiyonu:

$$\min z_1 = \sum_{j=1}^n (C_j - r_j) \quad (1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{b=1}^n \sum_{k=1}^m x_{jbk} = 1, \quad \forall j \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n s_j x_{jbk} \leq Q_k, \quad \forall b, k \quad (3)$$

$$S_{bk} \geq r_j x_{jbk}, \quad \forall j, b, k \quad (4)$$

$$S_{(b+1)k} \geq S_{bk} + P_{bk}, \quad \forall b < n, \forall k \quad (5)$$

$$P_{bk} \geq p_{jk} x_{jbk}, \quad \forall j, b, k \quad (6)$$

$$C_j \geq S_{bk} + P_{bk} - G(1 - x_{jbk}), \quad \forall j, b, k \quad (7)$$

$$x_{jbk} \in \{0, 1\}, \quad \forall j, b, k \quad (8)$$

$$S_{bk}, P_{bk} \geq 0, \quad \forall b, k \quad (9)$$

$$C_j \geq 0, \quad \forall j \quad (10)$$

Denklem (1) ile verilen amaç fonksiyonu toplam akış süresinin minimizasyonunu hedeflemektedir. Denklem (2) ile her işin yalnızca bir makededeki tek bir partide işlenmesi sağlanmaktadır. Denklem (3) ile makine kapasiteleri kontrol edilmektedir. Hiçbir işin boyutu makine kapasitesini aşmadığı gibi (yani,  $s_j \leq \max_k \{Q_k\}$ ,  $\forall j$ ), bir partideki tüm işlerin toplam boyutu da partinin çizelgelendiği makinenin kapasitesini aşmamaktadır. Denklem (4) ve (5) ise bir partinin başlangıç zamanını belirleyen kısıtlardır. Bu değer, ilgili partideki işlerin en büyük hazır olma zamanına veya önceki partinin tamamlanma zamanına eşittir. Böylelikle, her işin ancak hazır olduktan sonra gerçekleştirilebilmesi ve her partinin ancak ilgili makededeki bir önceki parti bittikten sonra başlatılabilmesi sağlanmaktadır. Denklem (6) ile her bir partinin işlem süresi hesaplanmaktadır. Bu değer, partideki en büyük işlem süresine sahip iş tarafından belirlenmektedir.  $B_{bk}$  partisi  $k$  makinesindeki bir  $b$  partisi olmak üzere  $P_{bk} \leq \max_{j \in B_{bk}} \{p_{jk}\}$  partinin işlem süresi olarak tanımlanmaktadır. Denklem (7) ile



işlerin tamamlanma zamanları belirlenmekte olup, büyük bir sayı olarak tanımlanan  $G$  değeri,  $G = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m p_{jk}$  eşitliği kullanılarak belirlenebilir. Denklem (8)-(10) ise genel işaret kısıtlarıdır.

Son işin tamamlanma zamanının minimize edildiği matematiksel programlama modeli (MPM-2) aşağıda sunulmuştur. Burada ve izleyen modelin sunumunda, makalenin sayfa sayısını sınırlandırabilmek amacıyla, yukarıda verilen modelde (MPM-1) de yer alan denklemler yeniden yazılmayıp, MPM-1 formülasyonundaki denklem numaralarına atıf yapılarak ifade edilmiştir.

#### MPM-2:

Amaç fonksiyonu:

$$\min z_2 = C_{max} \quad (11)$$

Kısıtlar:

*Denklem (2)-(6)*

$$C_{max} \geq S_{bk} + P_{bk}, \quad \forall b, k \quad (12)$$

*Denklem (8)-(9)*

$$C_{max} \geq 0 \quad (13)$$

Denklem (11) ile verilen amaç fonksiyonu ile son işin tamamlanma zamanı minimize edilmektedir. Burada, önceki modelde (MPM-1) verilen Denklem (2)-(6) ifadelerine ek olarak Denklem (12) dikkate alınarak son işin, bir başka deyişle çizelgenin, tamamlanma zamanı belirlenmektedir. Yine MPM-1 formülasyonundaki Denklem (8)-(9) ile verilen genel işaret kısıtlarına ek olarak, söz konusu son işin tamamlanma zamanını tanımlayan Denklem (13) de bu model kapsamında ele alınmaktadır.

Toplam gecikmenin minimize edildiği matematiksel programlama modeli (MPM-3) aşağıda sunulmuştur.

#### MPM-3:

Amaç fonksiyonu:

$$\min z_3 = \sum_{j=1}^n T_j \quad (14)$$

Kısıtlar:

*Denklem (2)-(10)*

$$T_j \geq C_j - d_j, \quad \forall j \quad (15)$$

$$T_j \geq 0, \quad \forall j \quad (16)$$

Denklem (14) ile verilen amaç fonksiyonu ile toplam gecikmenin minimizasyonu hedeflenmektedir. Burada, ilk modelde (MPM-1) verilen Denklem (2)-(7)'ye ek olarak,  $T_j = \max\{0, C_j - d_j\}$  olmak üzere Denklem (15) ile işlerin gecikmeleri hesaplanmaktadır. Yine MPM-1 formülasyonunda yer alan Denklem (8)-(10) ile verilen genel işaret kısıtlarına ek olarak, Denklem (16) ile bu gecikme değerleri tanımlanmaktadır.

## 4. UYGULAMA VE BULGULAR (APPLICATION AND FINDINGS)

Çalışma kapsamında, bağlantısız paralel PÜY makine çizelgeleme probleminin çözümü için toplam akış süresini, son işin tamamlanma zamanını ve toplam gecikmeyi minimize eden üç farklı matematiksel programlama modeli sunulmuştur. Bu bölümde öncelikle, önerilen çözüm yaklaşımının uygulanabilirliğinin test edilmesi amacıyla üretilen veri setinin detayları açıklanmıştır. Ardından söz konusu veri setleri kullanılarak oluşturulan problem örnekleri, önerilen matematiksel programlama modelleri ile Mathematical Programming Language (MPL) ortamında Gurobi çözücüsü kullanılarak çözülmüş ve elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

### 4.1. Veri Seti Üretimi (Data Set Generation)

Yapılan çalışma kapsamında, önerilen çözüm yaklaşımının uygulanabilirliğini göstermek amacıyla, literatürdeki birtakım kurallar doğrultusunda 2 makine ve 10 iş için farklı veri setleri üretilmiştir. Veri setleri, işlerin boyutlarını ( $s_j$ ), hazır olma zamanlarını ( $r_j$ ), işlem sürelerini ( $p_{jk}$ ), teslim zamanlarını ( $d_j$ ) ve makine kapasitelerini ( $Q_k$ ) içermektedir.

Veri seti üretimi aşamasında, Arroyo vd. [5] tarafından yapılan çalışmada sunulan birtakım kurallar baz alınmıştır. Buna göre, iş boyutları,  $s_j$ ,  $U = [1,15]$  aralığında düzgün dağılıma uygun olarak üretilmiştir. İşlerin hazır olma zamanları,  $r_j$ , ise  $U = [1, \rho P]$  aralığında düzgün dağılıma uygun olarak üretilmiş olup burada  $\rho = 0,05$  ve  $P = (\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m p_{jk})/m$  olduğu kabul edilmiştir. Problem kapsamında dikkate alınan iki makine ( $m = 2$ ) için makine kapasiteleri,  $Q_k$ , sırasıyla,  $Q_1 = 30$ ,  $Q_2 = 50$  olarak alınmıştır.

Her  $k$  makinesindeki  $j$  işinin işlem sürelerinin ( $p_{jk}$ ) elde edilmesi için ilk olarak  $m$  ayrıık aralık için  $I_i = [a_i, b_i]$  olarak tanımlanmaktadır. Burada  $a_1 = 10$  olmak üzere,  $a_i = b_{i-1} + 10$ , ( $i = 2, \dots, m$ ) ve  $b_i = a_i + 20$ , ( $i = 1, \dots, m$ ) olduğu bilinmektedir. Her  $j$  işi için işlem süreleri ( $p_{jk}$ ,  $k = 1, \dots, m$ ),  $m$  farklı  $I_i$  aralığına göre düzgün dağılıma uygun olarak üretilmektedir. İşlerin teslim zamanları,  $d_j$ , ise Baker ve Bertrand [49] tarafından yapılan çalışmada kabul edilen kural baz alınarak oluşturulmaktadır. Bu bağlamda,  $j$ . işin teslim zamanı  $d_j = r_j + \alpha p_j$  formülü ile elde edilmiştir.  $\alpha$  parametresi ise deneysel çalışmalar sonucunda belirlenmektedir. Bu çalışmada,  $\alpha$  değerinin belirlenmesi için  $[1, 2]$  aralığında denemeler yapılmış,  $\alpha = 1$  ve  $\alpha = 1,25$  değerlerinin uygun olduğu tespit edilmiş ve teslim zamanlarının ( $d_j$ ) üretiminde bu değerlerin kullanılmasına karar verilmiştir. Formülde geçen  $p_j$  parametresi ise  $p_j = \sum_{k=1}^m p_{jk}/m$ , ( $j = 1, \dots, n$ ) olarak ele alınmıştır.

Yukarıda açıklanan kurallar doğrultusunda  $s_j$ ,  $r_j$ ,  $p_{jk}$ ,  $d_j$  ve  $Q_k$  parametrelerinin rassal olarak üretilmesi ile veri setleri oluşturulmuştur. Çalışmada kullanılan söz konusu veri setlerine <http://fatihcavdur.home.uludag.edu.tr/>

adresinde yer alan Araştırma – Veri (Research – Data) sekmesinden ulaşılabilmektedir.

#### 4.2. Hesaplama Sonuçları (Computational Results)

Önceki bölümde bahsedilen kurallar doğrultusunda  $s_j$ ,  $r_j$ ,  $p_{jk}$  ve  $Q_k$  parametrelerini içeren 10 farklı rassal veri seti üretilmiştir. Bir diğer parametre olan  $d_j$  parametresinin  $\alpha = 1$  ve  $\alpha = 1,25$  olması durumunda elde edilen değerlerinin de mevcut veri setlerine eklenmesi ile toplamda 20 farklı veri seti elde edilmiştir. Uygulama aşamasında, bu veri setleri kullanılarak toplam akış süresini, son işin tamamlanma zamanını ve toplam gecikmeyi minimize etmeyi amaçlayan üç ayrı model çözülmüştür. Modellerin çözümü için MPL ortamında Gurobi çözücüsü kullanılmıştır. Modellerin amaçlarına paralel olarak üç adet performans parametresi tanımlanmıştır. Bunlar, toplam akış süresi (PP1), son işin tamamlanma zamanı (PP2) ve toplam gecikmedir (PP3). Önerilen modeller doğrultusunda ulaşılan sonuçlar, performans parametrelerine göre analiz edilmiş olup bu sonuçlar Ek A’da yer alan Çizelge A.1 ve Çizelge A.2’de sunulmuştur. Her bir model ve veri seti için elde edilen sonuca ilişkin çözüm süreleri dd:sn:sl formatında verilmiştir. Burada ilk iki hane dakikayı, sonraki iki hane saniyeyi ve son iki hane ise saliseyi ifade etmektedir. Çizelge A.1 ve Çizelge A.2’de bahsi geçen 1. model toplam akış süresini, 2. model son işin tamamlanma zamanını ve 3. model toplam gecikmeyi minimize eden modeli ifade etmektedir. Metodoloji bölümünde verildiği üzere her bir iş için gecikme değeri  $T_j = \max\{0, C_j - d_j\}$  formülü ile toplam akış süresi ise  $\sum_{j=1}^n (C_j - r_j)$  formülü ile hesaplanmaktadır. İki parametre de  $C_j$  üzerinden hesaplandığı için MPM-1 ve MPM-3 modellerinin PP1 ve PP3 performans parametreleri cinsinden sonuçları birbirine yakındır. Bir diğer ifadeyle, bu modellerin performansı birbirine paralel seyretmektedir.

Çizelge A.1’de  $\alpha = 1$  olduğu durumda elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Burada her bir matematiksel programlama modeli için elde edilen sonuçların minimum, maksimum ve ortalama değerleri de yer almaktadır. Çizelge A.1’de MPM-1 için PP1 sütununa bakıldığında, ilgili performans parametresi için diğer modellere göre daha iyi sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Burada MPM-1’de PP1’in minimize edilmesi hedeflendiği için bu beklenen bir sonuç olarak yorumlanmaktadır. MPM-2 ve MPM-3 modellerindeki PP1 sütunundaki ortalama değerler sırasıyla, 822,5 ve 738,4’tür. MPM-1 için PP1 sütunundaki ortalama değer ise beklediği üzere daha tatmin edici düzeydedir ve bu değer 735,5 olarak elde edilmiştir. MPM-1 ve MPM-3 modelleri yukarıda da bahsedildiği üzere benzer yapıda olduğundan, bu performans parametresi için MPM-3 (MPM-2’ye göre) daha iyi sonuç vermektedir. Benzer şekilde, MPM-2 ile PP2’nin minimizasyonu hedeflediği için PP2 sütununda görüldüğü gibi 105,8 ortalama değeri ile söz konusu performans parametresi için diğer modellere göre daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Yine beklediği üzere, PP3’ü minimize etmeyi hedefleyen MPM-3’ün sonuçları ilgili performans parametresi

cinsinden diğer modellerle kıyaslandığında, 124,9 ortalama değeri ile daha iyi sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Burada, MPM-1’in PP3 sütunundaki 127,1 ortalama değerinin MPM-2’nin PP3 sütunundaki 197,4 ortalama değerinden daha iyi bir değer olması yine bu iki modelin benzer yapıda olmasından kaynaklanmaktadır. Bunların yanı sıra, Çizelge A.1’deki sonuçlar performans parametreleri açısından değerlendirildiğinde, toplam akış süresi (MPM-1) için elde edilen en iyi sonucun 687 değeri olduğu görülmektedir. Bu değere 01:46:00 süresinde ulaşılmıştır. Son işin tamamlanma zamanı (MPM-2) için bulunan en iyi sonucun 95 değeri olduğu ve bu değere 00:04:00 süresinde ulaşıldığı görülmektedir. Toplam gecikme (MPM-3) için sonuçlar incelendiğinde ulaşılan en iyi amaç fonksiyonu değerinin 100 olduğu ve bu değer 02:31:00 süresinde elde edildiği görülmektedir.

Çizelge A.2’de  $\alpha = 1,25$  olduğu durumda elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Çizelge A.2’de de Çizelge A.1’de olduğu gibi her matematiksel model için verilen sonuçların minimum, maksimum ve ortalama değerleri yer almaktadır. Çizelge A.2’deki elde edilen sonuçlar PP1 cinsinden kıyaslandığında, MPM-1 için 735,5 ortalama değerinin MPM-2 ve MPM-3 modellerindeki 819,9 ve 754,7 ortalama değerlerine göre daha iyi olduğu görülmektedir. Bu durum MPM-1’in PP1’i optimize etmesinden ileri gelmektedir. Burada da Çizelge A.1’e benzer şekilde MPM-1 ve MPM-3 modellerin benzer yapıda olmasından kaynaklı olarak MPM-3 ile MPM-2’ye göre daha iyi sonuç elde edildiği görülmektedir. Benzer şekilde, PP2’yi optimize etmeyi hedefleyen MPM-2 için PP2 sütununa bakıldığında 105,8 ortalama değeri ile diğer modellerin ortalama değerlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Bunun yanı sıra, MPM-3 için PP3 sütununa bakıldığında ise 33,4 ortalama değeri ile diğer modellerin ortalama değerleri olan 36,5 ve 71,8 değerlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. MPM-3’ün PP3’ü optimize etmesi nedeniyle bu da beklenen bir durumdur. Yine MPM-1 ve MPM-3 modellerinin benzer yapıda olması nedeniyle MPM-1 ile elde edilen sonucun MPM-2’ye göre daha iyi olduğu söylenebilir. Çizelge A.2’deki sonuçlar performans parametrelerince yorumlanırsa, toplam akış süresi (MPM-1) için en iyi sonuç 687 değeri olup 01:50:00 süresinde bu değere ulaşılmıştır. Son işin tamamlanma zamanı (MPM-2) için elde edilen sonuçlara bakıldığında, en iyi değer 95 olurken bu değere 00:05:00 süresinde ulaşıldığı görülmektedir. Toplam gecikme (MPM-3) için en iyi sonuca 00:04:79 süresinde ulaşılmış olup, bu sonucun 17 değeri olduğu görülmektedir.

Çözüm süreleri açısından sonuçlar yorumlanırsa; Çizelge A.1 ve Çizelge A.2’deki mevcut süreler bakıldığında, üç modelin genelinde sonuca ulaşılan maksimum süre 29:36:00 iken minimum sürenin 00:04:00 olduğu görülmektedir. Bu durumda, çözüm sürelerinin makul değerlerde seyrettiği söylenebilir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ (RESULTS AND DISCUSSION)

Bu çalışmada, keyfi boyutlara, sıfır olmayan hazır olma zamanlarına ve farklı işlem sürelerine sahip işleri içeren partilerin, farklı kapasitelerdeki bağlantısız paralel PÜY makinelerde çizelgelenmesi problemi ele alınmıştır. Çalışma kapsamında üç ayrı amaç mevcut olup bunlar, toplam akış süresini, son işin tamamlanma zamanını ve toplam gecikmeyi minimize etmektir. Çalışmada, belirtilen üç ayrı amacın her biri için karışık-tamsayı programlama modelleri sunulmuştur. Sunulan modellerin doğruluğunun test edilmesi adına literatürdeki birtakım kurallar doğrultusunda farklı veri setleri üretilmiştir. Üretilen veri setleri kullanılarak MPL ortamında Gurobi çözücüsü ile her bir matematiksel programlama modeli için optimal çözümler elde edilmiştir. Ulaşılan sonuçlar çeşitli performans parametreleri cinsinden analiz edilmiştir. Çalışmanın ana katkılarına; (i) problemin çözümü için farklı amaç fonksiyonlarına sahip üç ayrı karışık-tamsayı programlama modelinin sunulması ve (ii) oluşturulan veri setleri dahilinde problemin çözülerek farklı performans parametreleri cinsinden modeller arasında kıyaslamalar yapılarak çözümlerin yorumlanması olduğu ifade edilebilir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, dikkate alınan performans parametreleri açısından toplam akış süresini, son işin tamamlanma zamanını ve toplam gecikmeyi minimize eden üç ayrı model için optimal sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Burada beklendiği üzere, performans parametreleri cinsinden ilgili performans parametresinin optimize edildiği modelde diğer modellere göre daha iyi sonuçların elde edildiği ve tüm model çözüm sürelerinin ise makul sınırlarda seyrettiği görülmektedir.

Bu çalışmada, bağlantısız paralel PÜY makine çizelgeleme problemi farklı amaçlarla ele alınmıştır. Bu bağlamda gelecek çalışmalarda, işlerin ağırlıklı erken bitirme ve gecikme cezalarının minimizasyonu gibi farklı amaç fonksiyonları ele alınarak çözüm yaklaşımı genişletilebilir. Gelecek çalışmalarda ayrıca enerji verimliliği ve işlerin partilere dahil edilmeyerek reddedilmesi sonucunda performans parametrelerinde iyileşme sağlanması gibi unsurlar da dikkate alınabilir. Farklı kriterlerin ele alınmasıyla mevcut çizelgeleme problemi çok amaçlı bir optimizasyon problemi olarak da değerlendirilebilir. Buna ek olarak, büyük boyutlu problemlerin çözümü için sezgisel ve meta-sezgisel algoritmaların geliştirilmesi de bir diğer gelecek çalışma alanı olabilir.

## ETİK STANDARTLARIN BEYANI (DECLARATION OF ETHICAL STANDARDS)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

## YAZARLARIN KATKILARI (AUTHORS' CONTRIBUTIONS)

**Merve BAKIR:** Veri seti üretimi, deneysel çalışmaların yapılması ve makale yazımında rol almıştır.

**Ashlı SEBATLI-SAĞLAM:** Matematiksel modellerin yazılması ve makalenin düzenlenmesinde rol almıştır.

**Fatih ÇAVDUR:** Çalışmanın kurgulanması ve makalenin düzenlenmesinde rol almıştır.

## ÇIKAR ÇATIŞMASI (CONFLICT OF INTEREST)

Bu çalışmada herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

## KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Chang P. Y., Damodaran P. and Melouk S., "Minimizing makespan on parallel batch processing machines", *International Journal of Production Research*, 42(19), 4211-4220, (2004).
- [2] Stefansson H., Sigmarsdottir S., Jansson P. and Shah N., "Discrete and continuous time representations and mathematical models for large production scheduling problems: A case study from the pharmaceutical industry", *European Journal of Operational Research*, 215(2), 383-392, (2011).
- [3] Mönch L., Fowler J. W., Dauzère-Péres S., Mason S. J. and Rose O., "A survey of problems, solution techniques, and future challenges in scheduling semiconductor manufacturing operations", *Journal of scheduling*, 14(6), 583-599, (2011).
- [4] Arroyo J. E. C. and Leung J. Y. T., "An effective iterated greedy algorithm for scheduling unrelated parallel batch machines with non-identical capacities and unequal ready times", *Computers & Industrial Engineering*, 105, 84-100, (2017).
- [5] Arroyo J. E. C., Leung J. Y. T. and Tavares R. G., "An iterated greedy algorithm for total flow time minimization in unrelated parallel batch machines with unequal job release times", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 77, 239-254, (2019).
- [6] Ceylan Z., Karan R. E., Bakırçı Ç. ve Sabuncu S., "Sıra Bağımlı Hazırlık Süreli Tek Makine Çizelgeleme Problemi: Beyaz Eşya Sektöründe Bir Uygulama", *International Journal of Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies*, 3(1), 14-21, (2019).
- [7] Chu C., "A branch-and-bound algorithm to minimize total tardiness with different release dates", *Naval Research Logistics (NRL)*, 39(2), 265-283, (1992).
- [8] Kaya S., "A genetic algorithm for the resource constrained project scheduling problem having a single machine with sequence dependent setup times", *MSc Thesis*, Middle East Technical University, (2013).
- [9] Chen W. J., "Minimizing total flow time in the single-machine scheduling problem with periodic maintenance" *Journal of the Operational Research Society*, 57(4), 410-415, (2006).
- [10] Kanet J. J., "Minimizing the average deviation of job completion times about a common due date", *Naval Research Logistics Quarterly*, 28(4), 643-651, (1981).

- [11] Arkin E. M. and Roundy R. O., “Weighted-tardiness scheduling on parallel machines with proportional weights”, *Operations Research*, 39(1), 64-81, (1991).
- [12] De P., Ghosh J. B. and Wells C. E., “Due-date assignment and early/tardy scheduling on identical parallel machines”, *Naval Research Logistics (NRL)*, 41(1), 17-32, (1994).
- [13] Balakrishnan N., Kanet J. J. and Sridharan V., “Early/tardy scheduling with sequence dependent setups on uniform parallel machines”, *Computers & Operations Research*, 26(2), 127-141, (1999).
- [14] De CM Nogueira J. P., Arroyo J. E. C., Villadiego H. M. M. and Gonçalves L. B., “Hybrid GRASP heuristics to solve an unrelated parallel machine scheduling problem with earliness and tardiness penalties”, *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 302, 53-72, (2014).
- [15] Gedik R., Kalathia D., Egilmez G. and Kirac E., “A constraint programming approach for solving unrelated parallel machine scheduling problem”, *Computers & Industrial Engineering*, 121, 139-149, (2018).
- [16] Kaya S. ve Saraç T., “Plastik enjeksiyon makinelerinin vardiya bazında çizelgelenmesi problemi için bir hedef programlama modeli”, *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 24(1), 12, (2013).
- [17] Eren T. ve Güner E., “Paralel Makineli Çizelgelemede Toplam Tamamlanma Zamanı ve Maksimum Gecikmenin Enküçüklenmesi”, *Selçuk Üniversitesi Mühendislik, Bilim Ve Teknoloji Dergisi*, 21(1), 21-32, (2006).
- [18] Xu D. and Yang D. L., “Makespan minimization for two parallel machines scheduling with a periodic availability constraint: mathematical programming model, average-case analysis, and anomalies”, *Applied Mathematical Modelling*, 37(14-15), 7561-7567, (2013).
- [19] Yang-Kuei L. and Chi-Wei L., “Dispatching rules for unrelated parallel machine scheduling with release dates”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 67(1-4), 269-279, (2013).
- [20] Sivrikaya-Şerifoğlu F. and Ulusoy G., “Parallel machine scheduling with earliness and tardiness penalties”, *Computers & Operations Research*, 26(8), 773-787, (1999).
- [21] Ikura Y. and Gimple M., “Efficient scheduling algorithms for a single batch processing machine”, *Operations Research Letters*, 5(2), 61-65, (1986).
- [22] Jin M., Liu X. and Luo W., “Single-machine parallel-batch scheduling with nonidentical job sizes and rejection”, *Mathematics*, 8(2), 258, (2020).
- [23] Herr O. and Goel A., “Comparison of two integer programming formulations for a single machine family scheduling problem to minimize total tardiness”, *Procedia CIRP*, 19, 174-179, (2014).
- [24] Gokhale R. and Mathirajan M., “Minimizing total weighted tardiness on heterogeneous batch processors with incompatible job families”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70(9-12), 1563-1578, (2014).
- [25] Zhang H., Wu F. and Yang Z., “Hybrid approach for a single-batch-processing machine scheduling problem with a just-in-time objective and consideration of non-identical due dates of jobs”, *Computers & Operations Research*, 128, 105194, (2021).
- [26] Zheng S., Xie N. and Wu Q., “Single batch machine scheduling with dual setup times for autoclave molding manufacturing”, *Computers & Operations Research*, 133, 105381, (2021).
- [27] Muter İ., “Exact algorithms to minimize makespan on single and parallel batch processing machines”, *European Journal of Operational Research*, 285(2), 470-483, (2020).
- [28] Abedi M., Seidgar H., Fazlollahtabar H. and Bijani R., “Bi-objective optimisation for scheduling the identical parallel batch-processing machines with arbitrary job sizes, unequal job release times and capacity limits”, *International Journal of Production Research*, 53(6), 1680-1711, (2015).
- [29] Bilyk A., Mönch L. and Almeder C., “Scheduling jobs with ready times and precedence constraints on parallel batch machines using metaheuristics”, *Computers & Industrial Engineering*, 78, 175-185, (2014).
- [30] Chung S. H., Tai Y. T. and Pearn W. L., “Minimising makespan on parallel batch processing machines with non-identical ready time and arbitrary job sizes”, *International Journal of Production Research*, 47(18), 5109-5128, (2009).
- [31] Damodaran P. and Vélez-Gallego M. C., “A simulated annealing algorithm to minimize makespan of parallel batch processing machines with unequal job ready times”, *Expert systems with Applications*, 39(1), 1451-1458, (2012).
- [32] Jia Z., Li X. and Leung J. Y. T., “Minimizing makespan for arbitrary size jobs with release times on P-batch machines with arbitrary capacities”, *Future Generation Computer Systems*, 67, 22-34, (2017).
- [33] Kashan A. H., Karimi B. and Jenabi M., “A hybrid genetic heuristic for scheduling parallel batch processing machines with arbitrary job sizes”, *Computers & Operations Research*, 35(4), 1084-1098, (2008).
- [34] Koh S. G., Koo P. H., Ha J. W. and Lee W. S., “Scheduling parallel batch processing machines with arbitrary job sizes and incompatible job families”, *International Journal of Production Research*, 42(19), 4091-4107, (2004).
- [35] Ozturk O., Espinouse M. L., Mascolo M. D. and Gouin A., “Makespan minimisation on parallel batch processing machines with non-identical job sizes and release dates”, *International Journal of Production Research*, 50(20), 6022-6035, (2012).
- [36] Zhou S., Liu M., Chen H. and Li X., “An effective discrete differential evolution algorithm for scheduling uniform parallel batch processing machines with non-identical capacities and arbitrary job sizes”, *International Journal of Production Economics*, 179, 1-11, (2016).
- [37] Wang J. Q. and Leung J. Y. T., “Scheduling jobs with equal-processing-time on parallel machines with non-identical capacities to minimize makespan”, *International Journal of Production Economics*, 156, 325-331, (2014).
- [38] Mönch L., Balasubramanian H., Fowler J. W. and Pfund M. E., “Heuristic scheduling of jobs on parallel batch machines with incompatible job families and unequal ready times”, *Computers & Operations Research*, 32(11), 2731-2750, (2005).
- [39] Gong H., Chen D. and Xu K., “Parallel-batch scheduling and transportation coordination with waiting time constraint”, *The Scientific World Journal*, (2014).
- [40] Rocholl J., Mönch L. and Fowler J., “Bi-criteria parallel batch machine scheduling to minimize total weighted

- tardiness and electricity cost”, *Journal of Business Economics*, 90(9), 1345-1381, (2020).
- [41] Zhang H., Jia Z. H. and Li K., “Ant colony optimization algorithm for total weighted completion time minimization on non-identical batch machines”, *Computers & Operations Research*, 117, 104889, (2020).
- [42] Ozturk O., “A truncated column generation algorithm for the parallel batch scheduling problem to minimize total flow time”, *European Journal of Operational Research*, 286(2), 432-443, (2020).
- [43] Fowler J. W. and Mönch L., “A survey of scheduling with parallel batch (p-batch) processing”, *European Journal of Operational Research*, (2021).
- [44] Arroyo J. E. C. and Leung J. Y. T., “Scheduling unrelated parallel batch processing machines with non-identical job sizes and unequal ready times”, *Computers & Operations Research*, 78, 117-128, (2017).
- [45] Li X., Huang Y., Tan Q. and Chen H., “Scheduling unrelated parallel batch processing machines with non-identical job sizes”, *Computers & operations research*, 40(12), 2983-2990, (2013).
- [46] Shahidi-Zadeh B., Tavakkoli-Moghaddam R., Taheri-Moghaddam A. and Rastgar I., “Solving a bi-objective unrelated parallel batch processing machines scheduling problem: A comparison study”, *Computers & Operations Research*, 88, 71-90, (2017).
- [47] Klemmt A., Weigert G., Almeder C. and Mönch L., “A comparison of MIP-based decomposition techniques and VNS approaches for batch scheduling problems”, *In Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference (WSC)*, 1686-1694, IEEE., (2009).
- [48] Che Y., Hu K., Zhang Z. and Lim A., “Machine scheduling with orientation selection and two-dimensional packing for additive manufacturing”, *Computers & Operations Research*, 130, 105245, (2021).
- [49] Baker K. R. and Bertrand J. W. M., “An investigation of due-date assignment rules with constrained tightness”, *Journal of Operations Management*, 1(3), 109-120, (1981)

## EK A. MODEL SONUÇLARI (APPENDIX A. MODEL RESULTS )

**Çizelge A.1.**  $\alpha = 1$  için elde edilen sonuçlar (Results obtained for  $\alpha = 1$ )

Veri Seti	MPM-1				MPM-2				MPM-3			
	Performans Parametreleri				Performans Parametreleri				Performans Parametreleri			
	PP1	PP2	PP3	Süre	PP1	PP2	PP3	Süre	PP1	PP2	PP3	Süre
1	777	117	156	29:36:00	881	111	250	00:91:00	777	117	156	14:45:00
2	743	106	141	07:44:00	832	104	207	00:42:00	743	106	141	10:20:00
3	766	124	139	25:41:00	842	105	200	00:49:00	785	132	139	21:18:00
4	721	121	133	15:14:00	855	109	237	00:85:00	731	125	111	05:38:00
5	719	116	119	09:37:00	754	107	151	00:37:00	719	116	119	12:49:00
6	751	123	130	19:30:00	887	111	253	00:36:00	751	123	130	07:35:00
7	719	119	114	05:02:00	883	109	238	00:04:00	719	119	114	03:46:00
8	735	100	100	03:29:00	757	100	122	00:28:00	735	100	100	02:31:00
9	737	107	132	08:18:00	783	107	179	01:68:00	737	107	132	08:13:00
10	687	116	107	01:46:00	751	95	137	00:04:00	687	116	107	04:38:00
Minimum	687	100	100		751	95	122		687	100	100	
Maksimum	777	124	156		887	111	253		785	132	156	
Ortalama	735,5	114,9	127,1		822,5	105,8	197,4		738,4	116,1	124,9	

PP1: Toplam Akış Süresi, PP2: Son İşin Tamamlanma Zamanı, PP3: Toplam Gecikme