Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi
ISSN: 2147 - 1037
http://kefad.ahievran.edu.tr

What Drives Teachers' Instructional Decisions?: An Exploration of Knowledge and Beliefs

Ayfer Eker

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.998214

Received: 20.09.2021
Revised: 14.01.2022
Accepted: 20.03.2022

Keywords:

Mathematical Knowledge for Teaching,
Mathematical Beliefs,
Constructivism

Abstract

This study investigates the impact of knowledge and beliefs on an elementary teachers' instructional decisions and whether one of these factors is more prominent in making those decisions. The teacher implemented a unit about fractions, which was designed based on a constructivist approach, yet he did not fully commit to using the ideas promoted in the unit. In order to find out the reasons behind his instructional decisions that caused this disparity, his mathematical knowledge for teaching, mathematical beliefs, and self-efficacy beliefs were investigated by using a survey and a semi-structured interview. The results showed that he had a different set of beliefs about learning and teaching mathematics than the underlying beliefs of which the unit was designed. Also, he held strong self-efficacy beliefs about his teaching and knowledge of mathematics even though the results from the survey proved otherwise. In sum, his strong self-efficacy beliefs appeared to dominate his decisions about mathematics instruction in his classroom.

Öğretmenlerin Eğitsel Kararlarına Neler Yön Verir?: Bir Bilgi ve İnanç İncelemesi

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.998214

Yükleme: 20.09.2021
Düzeltme: 14.01.2022
Kabul: 20.03.2022

***Anahtar Kelimeler*:**

Matematik Öğretim Bilgisi,
Matematiksel İnançlar,
Yapılandırmacılık

Öz

Bu çalışma, bilgi ve inançların bir sınıf öğretmeninin öğretim kararları üzerindeki etkisini ve bu faktörlerden hangisinin daha belirgin olduğunu araştırmaktadır. Öğretmen, yapılandırmacı yaklaşıma dayalı olarak tasarlanmış kesirler ile ilgili bir üniteyi uygulamış, ancak ünitede desteklenen fikirleri tam olarak kullanmaya bağlı kalmamıştır. Bu farklılığa neden olan eğitsel kararlarının arkasındaki nedenleri bulmak için, öğretmenin matematik öğretme bilgisi, matematiksel inançları ve öz-yeterlik inançları anket ve yarı yapılandırılmış görüşme kullanılarak araştırılmıştır. Sonuçlar, ünitenin tasarlandığı temel inançlarla karşılaştırıldığında, öğretmenin matematik öğrenme ve öğretme konusunda farklı inançlara sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca, anket sonuçları aksini kanıtlasa da öğretmenin öğretim ve matematik bilgisi hakkında güçlü öz-yeterlik inançlarına sahip olduğu bulunmuştur. Özetle, güçlü öz-yeterlik inançlarının, öğretmenin sınıftaki matematik öğretimiyle ilgili kararlarını yönlendirdiği düşünülmüştür.

Sorumlu Yazar: Ayfer Eker, Dr., Giresun Üniversitesi, ayfer.eker@giresun.edu.tr, ORCID ID: 0000- 0002- 6611-9755

Alt Bilgi: This study has been derived from the author's dissertation. An early version of the study was presented virtually at International Conference on Mathematics Education (ICOME) 2021.

This study was originally written in English, and the Turkish version was translated from English by staying true to the original version.

Atıf için: Eker, A. (2022). Öğretmenlerin eğitsel kararlarına neler yön verir?: bir bilgi ve inanç incelemesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 612-642.

Giriş

K-6 matematik eğitimindeki reform çabaları, anlamlı öğrenmeyi teşvik ederek öğrencilerin matematikteki başarısını artırmayı amaçlamaktadır (NCTM, 1989, 1991). Bu bağlamda, reform odaklı matematik müfredatı geliştiricileri, bu materyalleri eleştirel düşünme ve akıl yürütmeyi, problem çözmeyi ve sınıflarda bireysel bilgi inşasını teşvik etmek için tasarlamışlardır. Öğrencilerin bilginin yapılandırıcıları olmaları için öğretmenlerin yeni roller üstlenmeleri, onları bilgi sahibi ve aktarıcı olarak konumlandıran daha geleneksel öğretmen rolleri yerine öğrenmenin kolaylayıcıları olmaları beklenmektedir. Bu rolü üstlenmek, öğrencilerin anlayarak öğrenmelerini sağlayacak şekilde kaliteli öğretimi destekleyecektir. Reform fikirleriyle uyumlu matematik öğretme ve öğrenme yaklaşımlarından biri de yapılandırmacılıktır. Bu teoriye göre insanlar, dış dünyaya ilişkin bilgilerini çevreleriyle olan deneyimleri aracılığıyla yapılandırırlar (Cobb ve Steffe, 1983; Simon, 1995; Steffe ve D'Ambrosio, 1995; Von Glasersfeld, 1995). Yeni bilgiler sürekli olarak önceki öğrenmelerin yer aldığı bilgi tabanımıza eklenmektedir. Öğrenme, aslında dış dünya ile olan etkileşimlerimiz sonucunda edindiğimiz yeni bilgileri halihazırda var olan bilgi tabanımıza bağlama sürecidir. Birçok araştırmacı ve eğitimci, araştırmaları ve öğrenme ve öğretme uygulamaları için temel teori olarak yapılandırmacılığı benimsemektedirler.

Bu alanda yapılan birçok araştırma, yapılandırmacı öğrenme teorisi ile uyumlu öğretimin çocuklara fayda sağlayacağını göstermektedir (Confrey, 1990; Simon, 1995; Steffe ve D'Ambrosio, 1995). Öğrencilere sadece formülü anlatarak veya göstererek bir kavramı öğretmeye çalışmak ve bu bilgiyi yüzlerce yılda inşa edilmiş mevcut bilgi tabanlarına anlamlı bir şekilde entegre etmelerini beklemek yerine yapılandırmacı temelli öğretim, öğrencileri bilgiyi üreten ve bilgiye sahip olan olarak kabul etmeyi teşvik edecektir. Bu nedenle, [yapılandırmacı öğrenme teorisi] öğrencileri akıl yürütme, problem çözme ve eleştirel düşünmeyi teşvik eden anlamlı etkinliklere dahil ederek bilgi oluşturma süreçlerinde onlara rehberlik etmeyi savunur.

Diğer öğrenme teorilerine benzer olarak, yapılandırmacılık her yaştan ve her türden öğrenci için geçerlidir ve bu durum öğretmenleri de kapsamaktadır. Yapılandırmacılığın ilkeleri, bu çalışmanın teorik çerçevesinde kullanıldığı şekliyle, öğrenen merkezlidir, işbirliği de dahil olmak üzere çevre ile etkileşimi içerir ve sadece ürünü (bilgiyi) değil, tüm öğrenme sürecini dikkate alır. Yapılandırmacılığın savunduğu öğrenme uygulamaları reform odaklı matematik programları tarafından da paylaşılmaktadır (NCTM, 1991, 2014). Reform yanlıları, öğretmenleri öğrenmeyi kolaylaştırıcı kişi rolüne sokmayı ve öğrencileri akıl yürütme, problem çözme ve eleştirel düşünme yoluyla bilgi inşasına dahil etmeyi amaçlamaktadır. Öğretmenlerin, öğrenmeye odaklanmak için matematik hedefleri belirleyerek, akıl yürütmeyi ve problem çözmeyi teşvik eden görevleri uygulayarak, matematiksel temsilleri kullanarak ve birleştirerek, anlamlı matematiksel söylemi kolaylaştırarak, amaçlı sorular ortaya koyarak, kavramsal anlamadan prosedürel akıcılık oluşturarak öğrencilere matematiksel bilgi temellerini oluşturmalarında rehberlik etmeleri, matematik öğrenmede üretken mücadeleyi desteklemeleri ve öğrenci düşüncesinin kanıtlarını ortaya çıkarmaları ve kullanmaları beklenir (NCTM, 2014). Öğretmenlerin bu uygulamaları veya bunlarla uyumlu diğer uygulamaları sınıflarında ne ölçüde uygulayabildikleri öğretimin kalitesini belirler (Hill, Ball ve Schilling, 2008).

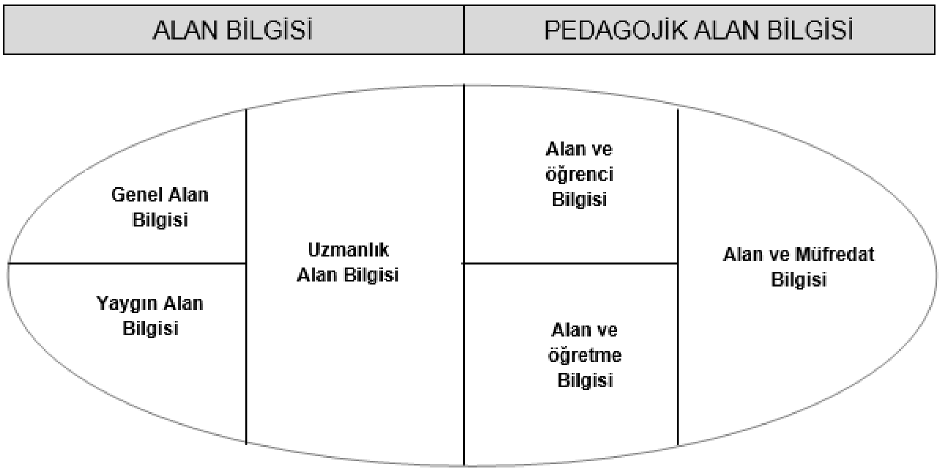
Öğretmenlerin karar verme durumlarının, sınıf içi etkinliklerinin hemen her bölümünde yer alan aktif bir süreç olduğu düşünüldüğünde, reform odaklı uygulamaların kullanılması öğretmenlerin kararlarından büyük ölçüde etkilenmektedir. Öğretmenler planlama, bu planları uygulama ve planlarının verimliliğini günlük rutinlerinin bir parçası olarak değerlendirme konusunda kararlar alırlar. Karar verirken çeşitli yapılar kullanırlar. Araştırmacılar, öğretmenlerin içeriği anlamalarının (Hill ve Ball, 2009), müfredat materyalleri hakkındaki anlayış ve inançlarının (Hill ve Charalambous, 2012) ve öğrenmeye ilişkin inançlarının (Borko ve Shavelson, 1990) onların öğretimi nasıl şekillendirecekleri konusundaki kararlarını etkilediğini bulmuşlardır. Matematik söz konusu olduğunda, öğretmenlerin matematik öğretme bilgisi (MKT), öğretim kararlarını etkilediği iddia edilen içerik, öğrencilerin matematiksel düşünme bilgileri ve müfredat materyalleri hakkındaki bilgilerini içerir (Hill, Ball, ve Schiling, 2008).

Matematiksel inançlarla ilgili olarak, öğretmenlerin bir disiplin olarak matematiğin doğasına ilişkin inançları, matematiği öğrenmeye ilişkin inançları ve son olarak da matematik öğretmeye ilişkin inançlarını incelenmektedir (Ernest, 1986). Ek olarak, öğretmenlerin matematik bilgilerinin kapsamına ilişkin öz-yeterlik inançları ve onu nasıl öğrettikleri konusundaki inançları da göz ardı edilemez. Aşağıda, bu yapılar ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Matematik Öğretim Bilgisi (MKT)

Öğretmenlerin matematiksel alan bilgisi öğretim uygulamalarını etkilemektedir (Cai ve Wang, 2010; Cross, 2009; Ernest, 1989; Pajares, 1992; Philipp, 2007; Thompson, 1992). Shulman (1986), öğretmenlerin öğretmek için sahip olması gereken üç tür bilgiyi ortaya koymuştur: alan bilgisi, müfredat bilgisi ve pedagojik alan bilgisi. Pedagojik alan bilgisi, alan bilgisinin yanı sıra bir konuyu öğrenmeyi öğrenciler için zor veya kolay kılan şeyleri içeren alan bilgisidir. Ball, Thames ve Phelps (2008), bu tür bilgileri matematik öğretim bilgisi (MKT) çatısı altında toplayarak ve alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisini daha da alt bölümlere ayırarak Shulman'ın kategorilerinde bir geliştirme önermiştir. MKT modelleri, matematiği etkili bir şekilde öğretmek için gereken altı tür bilgiyi içerir. Bu altı bileşen, ortak alan bilgisi (CCK), uzmanlık alan bilgisi (SCK) ve matematiksel öngörü bilgisi (Shulman tarafından önerilen alan bilgisinin alt bölümleri), alan ve öğrenci bilgisi (KCS), alan ve öğretim bilgisi (KCT) ve müfredat ve alan bilgisidir (KCC) (Shulman tarafından önerilen pedagojik alan bilgisinin alt bölümleri) (bkz. Şekil 1).

Ball, Thames ve Phelps (2008), alan bilgisinin bileşenlerini açıklarken, genel alan bilgisini (CCK) yalnızca öğretmenler tarafından değil, matematiği kullanan tüm bireylerin sahip olduğu matematiksel bilgi olarak tanımlamaktadır. Öğretmenlere özgü matematik bilgisinin uzmanlık alan bilgisi (SCK) olduğunu belirtmektedirler. Bu bilgi, standart prosedürleri açıklayabilmeyi, matematiksel fikirleri açık bir şekilde temsil edebilmeyi ve verilen problemlerin farklı çözümlerini anlayabilmeyi içerdiğinden öğretime özgüdür. Bu kategorinin son bileşeni, yaygın alan bilgisi (HCK) de matematiksel kavramların birbirleri ile bağlantısını anlamayı içeren alan bilgisidir.



Şekil 1. Matematik Öğretim Bilgisi (MKT) (Ball, Thames ve Phelps, 2008)

İkinci kategoride, Ball, Thames ve Phelps (2008), alan ve öğrenci bilgisinin (KCS) belirli bir içerik içinde öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini anlamaya odaklandığını belirtmektedir. Bu kategorideki ikinci bileşen olan alan ve öğretim bilgisi (KCT), belirli bir içeriğin nasıl öğretileceğini bilmeye odaklanması bakımından benzerdir. Son bileşen ise, müfredatın belirli matematiksel fikirleri ne ölçüde içerdiğini bilmek anlamına gelen alan ve müfredat (KCC) bilgisidir.

Hill, Ball ve Schilling (2008), kategorilerin ve aralarındaki ilişkilerin daha detayli açıklamasında, KCS'nin alan bilgisinden farklı olduğunu, çünkü bir öğretmenin matematiksel fikirlerin kavramsal olarak anlamada güçlü bir arka plana sahip olabileceğini iddia eder, ancak bu onların bu konu hakkında öğrencinin öğrenmesi konusunda derin bilgiye sahip olacakları anlamına gelmez. Ayrıca bu iddianın, zıt yönlü bir ilişki için geçerli olduğunu da eklerler; bir öğretmen, öğrencilerin belirli bir içeriği nasıl öğrendiği konusunda güçlü bir anlayışa sahip olabilir, ancak aynı zamanda içeriğin kendisi hakkında zayıf bir anlayışa sahip olabilir.

Hill ve Charalambous (2012) öğretmenlerin MKT seviyelerinin öğretim uygulamalarını etkilediğini bulmuşlardır. Ek olarak, Manouchehri ve Goodman (1998), öğretmenlerin matematik bilgisinin, standartlara dayalı müfredatı nasıl kullandıklarını etkileyen kritik değişkenlerden biri olduğunu bulmuşlardır. Bu nedenle, öğretmenlerin öğretim kararlarını etkileyen faktörlerin araştırılmasında incelenmesi gereken ilk yapılardan biri MKT'dir.

Matematiksel İnançlar

Öğretmenlerin matematiksel inançları, öğretim kararları üzerinde potansiyel olarak etkisi olan bir başka faktördür (Ernest, 1989; Pajares, 1992; Beswick, 2012). Matematiksel inançlar üç bileşenden oluşur: i) matematik öğrenmeye ilişkin inançlar, ii) matematik öğretmeye ilişkin inançlar ve iii) matematiksel bilginin doğasına ilişkin inançlar (Ernest, 1989). Matematiksel inançlar ve öğretim uygulamaları arasındaki ilişkinin basit olduğu düşünülmüştür; eğer bir öğretmen öğrencinin öğrenmesi hakkında reform odaklı inançlara sahipse, o zaman sınıfında reform odaklı öğretim yöntemlerini kullanacaktır (örneğin, Cross, 2009; Beswick, 2005). Öte yandan, diğer araştırmalar, öğretmenlerin matematiksel uygulamalarının inançlarını yansıtmadığı veya inançlarının uygulamalarıyla mutlaka eşleşmediği durumlara dair kanıtlar sunmaktadır (örn., Beswick, 2012; Cross, 2015; Leatham, 2006; Skott, 2009).

Leatham, inançlar ve uygulamalar arasındaki tutarsızlığı "*mantıklı sistemler çerçevesi*" isimli çerçeve ile açıklar (Leatham, 2006). İkisi arasındaki çatışmanın doğrudan bir ilişkinin olmamasından kaynaklanmadığını, ancak uygulamaları tespit edilenlerden daha fazla etkileyen diğer inançların etkisinden kaynaklandığını iddia etmektedir. Örneğin, bir öğretmenin belirli bir öğretim türünü etkilediğine ve çağrıştırdığına inandığımız inancı ile bu öğretmenin öğretim uygulamaları arasında bir tutarsızlık olduğunu fark ettiğimizde, bu, öğretmenin öğretim surecini karar verme anında hissettiği başka bir inancı yansıtarak şekillendirmeyi seçtiği anlamına gelebilir. Sonuç olarak, bu çalışma aynı zamanda öz-yeterlik inançları ve bağlamla ilgili inançlar (örneğin öğrencileri, okulları, müfredatları hakkındaki inançlar) dahil olmak üzere inançları öğretmenlerin öğretim kararlarını etkileyebilecek faktörler olarak ele almıştır.

Öğretmen Öz-yeterliği

Bandura, öz-yeterlik kavramını ilk kez ünlü çalışması "Self-Efficacy: Toward a Unifying Theory of Behavioral Change" (1977) adlı eserinde tanıtmıştır. Daha sonra bunu, "kişinin olası durumları yönetmek için gerekli eylemleri organize etme ve yürütme yeteneklerine olan inançları" olarak tanımlamıştır (Bandura, 1997, s. 2). Bandura, öğretmenlerin öz yeterliklerinin öğretime uygulandığında öğretim uygulamalarını ve buna bağlı olarak öğrencilerin öğrenme deneyimlerini etkileyeceğini savunmakta idi. Böylece, öz yeterlilik diğer araştırmacılar için önemli bir araştırma alanı haline geldi (örneğin Ashton ve Webb, 1986; Guskey, 1981; Enochs ve Riggs, 1990). Öğretim yeterliğinin iki bileşeni vardır: bilgi yeterliliği ve kişisel yeterlik (Roberts ve Henson, 2000). Bilgi yeterliliği, bir kişinin matematik içerik bilgisini anlama konusundaki güvenini ifade ederken, kişisel yeterlik, bir kişinin öğretim yoluyla öğrencilerin öğrenmesini destekleme becerisine olan güvenini ifade eder.

Öğretmen yeterliliği, öğretmenlerin uygulamalarını etkileyen bir faktör olarak kabul edilmiştir. Güçlü bir yeterlik duygusuna sahip öğretmenler, belirli öğretim uygulamalarını öğrenmeye, benimsemeye ve hayata geçirmeye daha istekli olma eğilimindedir (Guskey, 1988). Yüksek yeterliliğe sahip öğretmenlerin, öğrencilerinin öğrenmesine daha fazla odaklanacakları ve öğrencilerin kavramları sorgulama yoluyla keşfetmelerini sağlamak gibi öğrenci merkezli öğretim uygulamalarına daha açık olacakları kabul edilmektedir (örn. Marshall, Horton, Igo ve Switzer, 2009). Ayrıca, yüksek düzeyde yeterliliğe sahip öğretmenlerin müfredat değişikliklerini benimseme konusunda daha motive olacakları ve yeni müfredatı uygulamalarının daha kolay olacağı da bulunmuştur (Charalambous ve Philippou, 2010). Öğretmenler, öğretim yöntemlerinin öğrencilerinin öğrenmesinde bir fark yarattığını gözlemlediğinde yani öğrencinin öğrenmesine odaklanan bir öğretim modelinin ise yaradığını gördüklerinde, öğretimleri konusunda kendilerini daha etkili hissederler ve bu da onları öğrenci merkezli bir yaklaşım kullanmaya devam etmeye motive eder (Hull, Booker ve Naslund-Hadley, 2016).

Öğretmen Kararları

Borko ve Shavelson (1990), "öğretmenler karmaşık, belirsiz bir ortamda makul yargılar ve kararlar veren profesyonellerdir" ve "öğretmenlerin davranışlarına düşünceleri, yargıları ve kararları rehberlik eder" (s. 312) diye belirtmektedir. Onların iddialarına dayanarak, öğretmenlerin inançlarını, yargılarını, değerlerini ve kararlarını dikkate almadan planlamadan başlayarak tüm öğretim süreci boyunca uygulamalarını araştırmak mümkün değildir. Öğretmenler öğretim sürecinin herhangi bir bölümünde kararlar verirler ve bu kararları bilgilerinden, inançlarından, değerlerinden, tutumlarından ve hedeflerinden etkilenmektedir (Levenson, 2013; Nicol ve Crespo, 2006; Stahnke, Schueler ve Roesken-Winter, 2016; Thompson, 1992).

Araştırmacılar, bir öğretmenin MKT seviyesinin öğretiminin kalitesini etkilediğini bulmuşlardır (Ball, Hill ve Bass, 2005; Charalambous ve Hill, 2012; Hill, Ball ve Schilling, 2008). Öğretmenlerin neyi öğretecekleri ve nasıl öğretecekleri konusundaki kararları öğretimlerinin doğasını belirlediğinden, bu iddia öğretmenlerin MKT seviyeleri ile kararları arasındaki ilişki için geçerlidir. Örneğin, MKT çerçevesinin önemli bir bileşeni olan alan ve öğrenci bilgisi (KCS), öğretimsel karar verme için bir katalizör olarak kabul edilir (Rhine, 2016). Ayrıca, MKT çerçevesinin bir başka bileşeni olan alan ve müfredat bilgisi (KCC) (bkz. Şekil 1), matematik müfredatı hakkında geniş bir anlayışa sahip olmayı içerir ve öğretmenlerin müfredatı yıllar içinde etkili bir şekilde kullanmasına katkıda bulunur.

Öğretmenlerin matematiğin doğası ve matematiği öğrenme ve öğretme konusundaki inançları veya yaklaşımları, neyi öğretecekleri ve nasıl öğretecekleri konusundaki kararlarını da etkiler (Escudero ve Sánchez, 2007; Nicol ve Crespo, 2006; Thompson, 1992). Örneğin, Nicol ve Crespo, çalışmalarında öğretmenlerden birinin matematiğin prosedürel doğasından hoşlandığını ve buna bağlı olarak öğretim sırasında öncelikle prosedürel problemleri kullandığını belirttiğini bildirmiştir. Escudero ve Sánchez (2007) de çalışmalarında öğrenci merkezli öğretim yaklaşımı benimseyen öğretmenlerden birinin dersi öğrencilerin pedagojik ihtiyaçlarını göz önünde bulundurarak tasarladığını ve onları anlamlandırmaya dahil etmeye odaklandığını bulmuşlardır. Öte yandan, öğretimi bir bilgi aktarım süreci olarak gören diğer öğretmen, dersini temeli öğrencinin öğrenmesini kolaylaştırma yaklaşımı olan sıralı adımlara odaklanarak tasarlamıştır.

Öğrenme ve öğretmede yapılandırmacı yaklaşımı benimsemek ve ona göre hareket etmek zordur (Manouchehri ve Goodman, 1998). Her şeyden önce, öğretmenler bu inançlara henüz sahip değillerse, öğretme ve öğrenmeye ilişkin inançlarını buna göre değiştirmeleri gerekir. İnançların öğretmenlerin öğretim uygulamaları üzerinde etkili faktörlerden biri olduğu bilinmektedir (Beswick, 2005; Ernest, 1989; Philipp, 2007; Cross, 2014). Öğrenme ve öğretmeye yönelik yapılandırmacı bir yaklaşıma sahip bir öğretmen, rolünü öğrencilere öğrenme deneyimleri yoluyla rehberlik etmek olarak görür yani onlara matematiksel fikirleri keşfetme şansı vermeden onlara her şeyi anlatmak veya göstermek olarak değil, bir öğrenci merkezli öğrenme ortamı yaratmak için uygun öğretim uygulamalarını kullanmaya çalışmak olarak görür. Bu noktada kaliteli öğretimin bir diğer gerekli bileşeni olan matematik öğretim bilgisi (MKT) devreye girer (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Öğrenci merkezli öğretim için ne tür öğretim uygulamalarının uygun olacağı konusunda bilinçli kararlar vermek için öğretmenlerin alan, müfredat ve pedagojik alan hakkında bilgi sahibi olmaları gerekir (Shulman, 1986; Ball, Thames ve Phelps, 2008). Yüksek MKT'ye sahip bir öğretmenin sınıflarında yapılandırmacılığı izleyen kaliteli öğretim uygulamalarını kullanma olasılığı daha yüksektir. Buna bağlı olarak, düşük MKT seviyesine sahip bir öğretmen, bu uygulamaları sınıflarında kullanmakta yetersiz kalacaktır. Bu nedenle, burada incelenen araştırma soruları aşağıdaki gibidir.

* [Aşağıda verilen ikililer] arasındaki ilişkinin doğası nedir?

i) bir ilkokul öğretmeninin matematik öğretim bilgisi ve öğretimsel kararları?

ii) bir ilkokul öğretmeninin inançları ve öğretimsel kararları?

iii) bir sınıf öğretmeninin matematik öğretim bilgisi ve inançları?

Yöntem

Bu durum çalışması (Merriam, 1988; Patton, 2002; Yin, 2003), bir ilkokul öğretmeninin dördüncü sınıfta kesirler öğretimi hakkında yeni bir ünite tasarımı kullanma yolculuğunu araştırmaktadır. Öğretmen, dördüncü sınıf öğrencileri için kesirlerle ilgili bir ünite tasarlayan ve daha sonra bunu sınıflarında uygulayan işbirlikçi bir grupta bulunmakta idi (Eker, 2018). Ünite tasarım süreci, ünite içinde teşvik edilen öğretim uygulamalarını da şekillendiren yapılandırmacı bir öğrenme yaklaşımı tarafından yönlendirilmekte idi. Öğretmenlerin çoğu matematik öğrenmeye yönelik geleneksel öğretmen merkezli yaklaşımı benimseyen ders kitapları kullandığından, tasarlanan ünite öğretmenler için nispeten yeni bir yaklaşımdı. Ünite uygulamalarını inceledikten sonra, sonuçlar bu çalışmadaki öğretmenin ünite tasarım sürecinde planladıkları ünite ile sınıfında öğrettiği ünite arasında düşük düzeyde uyum olduğunu, ancak sınıf uygulamasının tasarlanan ünite ile tamamen uyumlu olduğunu düşündüğünü ortaya koymuştur (Eker, 2018). Bu özel durum, diğer katılımcıların sonuçlarından farklılık gösterdiği için bu öğretmenin durumunun daha fazla araştırılması gerekliliği ortaya çıkmış oldu. Bu çalışma, bu çelişkinin altında yatan nedenleri belirlemek için öğretmenin durumunu daha yakından incelemek üzere tasarlanmıştır. Katılımcının ayrıntılı açıklaması aşağıda verilmiştir.

Ryan. Ryan, ilkokul sınıflarında üç yıllık öğretmenlik deneyimine sahipti ve son okulunda bir yıldır çalışmakta idi. Matematik derslerinde "Everyday Math" ders kitabı serisini kullanıyordu. Aldığı en ileri matematik dersi İlköğretim Matematik Kavramları idi. Önceki profesyonel gelişim (PD) deneyimi, "Everyday Math" ders kitabı serisi eğitimlerine katılmaktan ibaretti. Yeni okulunda herhangi bir liderlik rolü üstlenmemişti, ancak bir yıl önceki okulunda Pozitif Davranışsal Müdahaleler ve Destek (PBIS) Eğitiminde kadrolu olarak görev yaptı.

Ryan gruptaki tek erkek öğretmendi ve çalışmak için çok arkadaş canlısı bir insandı. Eşsiz el yazısıyla bir şeyler yazmakta öncülük ederek, grubun geri kalanı için işleri kolaylaştırmaktaydı. İşbirliğine her zaman açıktı ve deneyimlerini paylaşmayı çok sevdiği kadar, tartışma konusu hakkında başkalarının ne söyleyeceğini de merak ediyordu. Ryan'ın işbirliğine olan ilgisi ve savunuculuğu, inançlarının ve uygulamasının önemli bir parçası gibi görünüyordu. Matematiği ilişkilendirdiği kelimelerden biri işbirlikçi çalışmak idi ve onu çalışmasında ve sınıfında nasıl gördüğünü şöyle açıklıyordu: "Sınıfta öğrencilerinizle işbirliği ve ayrıca bir öğretmen, bir eğitimci olarak akranlarınızla işbirliği yani tamamen birbirinizden öğrenmek ve paylaşmakla ilgili biliyorsunuz, en iyi uygulamalar bunlar, [matematik öğretiminde] ne işe yarar, ne işe yaramaz, neleri iyileştirebilir, neleri değiştirebiliriz [gibi paylaşımlar]." Ryan'ın matematikle ilişkilendirdiği diğer kelimeler problem çözme, gerçek hayat ve bilimdi ve daha sonra bunlara sorgulamayı da ekledi. Matematik ve bilimin özellikle çizelgeler, tablolar ve grafikler gibi kavramlarla birbirine bağlı olduğuna inanıyordu. Ek olarak, her iki disiplinin de problem çözme ve sorgulamayı içerdiğini ve seçtiği kelimeler arasında bağlantı kurduğunu söyledi. Matematik ve bilim arasında gördüğü ilişki yüzeysel olsa da, seçtiği kelimeler matematiği yalnızca insanların zihinlerinde çalıştırdığı soyut bir şey olarak değil, gerçek hayatın bir parçası olarak gördüğünü düşündürmektedir. Ayrıca, işbirliğinin matematiğin büyük bir parçası olduğunu açıkça belirtmekte idi - bu, bir öğrenci olarak matematiği öğrenmede ve bir öğretmen olarak gerekli becerileri geliştirmede işbirliğinin savunucusu olduğunu düşünmemize yol açabilir.

Ryan işini severdi ve genellikle bir okul gününün sonunda mutlu hissederdi. Özellikle her şey yolunda gittiğinde ve öğrencilerinin kavramları iyi anladığı ortaya çıktığında, bu onu başarılı hissettirirdi. Ancak bazen öğrenciler dersi anlamakta güçlük çekerlerdi ve Ryan neyin yanlış gittiğini ve tüm öğrencilerin kavramları anlamalarını nasıl sağlayacağını düşünerek günü değerlendiren bir yapıya sahipti. Kendini olumsuz duygulara kaptırmak yerine, o günleri öğretme becerilerini geliştirmek için uygulamaları üzerinde düşünmek için bir fırsat olarak kullanırdı. Elbette bu, asla hayal kırıklığına uğramayacağı veya olumsuz duygular yaşamadığı anlamına gelmemekteydi - ara sıra karamsar hissederdi ama bunun nedeni genellikle dış etkenlerdi. Her ne kadar fark yaratmak ve öğrencilere rol model olmak istediği için öğretmen olmuş olsa da devletin gereksinimleri ve uygun tazminat olmadan çalışma talepleri, mesleki seçimini yeniden gözden geçirmesine neden olmakta idi.

Ryan'ın matematik bilgisine ve öğretimine olan güveni yakından ilişkiliydi. Güvenin, birinin bir şeyi ne sıklıkta etkili bir şekilde yaptığına dayandığını iddia etmekte idi. Ayrıca, özgüvenin uygulama yoluyla gelişeceğine ve kişinin deneyim yoluyla bir şeyler yapmakta daha yetkin hale geleceğine inanıyordu. Matematik öğretme becerilerinin profesyonel gelişim (PD) programı boyunca geliştiğini belirtmekte idi. Pratik olmakla ilgili olarak, bunu öğrenci başarısı ve anlayışıyla ilişkilendiriyor gibi görünüyordu. Ryan, öğrencilerin işbirliği yaptığı grup etkinliklerini birleştirmeyi severdi ve grup çalışmaları sırasında öğrencileri gözlemlerdi. Öğrencilerin bir dersi ne ölçüde anlayabileceklerine karar verirken, sadece çıkış kartlarına güvenmekle kalmaz, aynı zamanda öğrencilerin katılımını ve sunulan materyalle etkileşimini de dikkate almaya çalışırdı. Ayrıca değerlendirme araçlarında çoktan seçmeli sorulardan daha çok açık uçlu ve problem çözme türünde sorulara yer vermeye çalıştığını belirtmişti.

Ryan'ın öğretim metoduyla ilgili olarak, dikkat edilmesi gereken ilk şey, içeriğe bağlı olarak çeşitli somut materyaller kullandığıdır. Bu materyalleri yalnızca geometri için değil -ki bunun kolay ve kaçınılmaz olduğu iddia edilebilir- aynı zamanda farklı materyalleri birleştirmenin avantajını kullandığı kesirler gibi diğer kavramları keşfederken de kullanmakta idi. Öğrencileri, bir tepegöz veya tahta üzerinde materyaller ile sadece aktiviteyi modellemek yerine aktif olarak kullanabilmeleri için uygulamalı aktivitelere tabi tutardı. Ancak, [dersleri gösterirdi ki] sorduğu sorular ve öğrencilerin yanıtlarını takip etme şekli, kavramın daha fazla araştırılması için fırsatlar sağlamaya yönelik değildi. Soruları öğrencileri belirli bir cevaba yönlendiriyordu ya da sadece kısa cevaplar gerektiriyordu. Bu, öğrencilerden nasıl bir cevap bulduklarını açıklamalarını istemediği anlamına gelmiyordu, ancak bunlar nadirdi ve ayrıca öğrenciler genellikle zihinsel süreçlerini değil izledikleri prosedürü açıklamakta idiler.

Ryan'ın öğretim yönteminin bir başka yönü de yanlış anlamaları veya dil özensizliğini önlemek için genellikle matematiksel terminolojiyi doğru kullanması ve öğrenci hatalarını hemen düzeltmeye çalışmasıydı. Ancak, bazı derslerinde matematiksel dilin sağlam bir şekilde kullanılmasını teşvik etmediği de oluyordu. Örneğin, öğrettiği bir geometri dersi sırasında, geometri kavramları genellikle zengin bir matematiksel dili teşvik etmekte idi ve bu konuda iyi olduğu için matematiksel terminoloji ders boyunca sıklıkla kullanıldı. Ne yazık ki, öğrettiği diğer kavramlar için durum böyle değildi. Öğretim sırasında hata yapmıyordu, ancak ilgili matematiksel terminolojinin sağlam bir şekilde kullanılmasını teşvik etmekte yetersiz kalıyordu. Genel olarak, Ryan'ın matematik öğretimi, sinirli sayıda öğrenci girdileri ve bunlara ek olarak temelde benimsediği hatasız doğrudan öğretimin bir örneğiydi.

Veri Toplama Araçları ve Analiz Yöntemleri

Bu çalışmanın araçlarından biri yarı yapılandırılmış görüşmedir (Given, 2008). Görüşmede yer alan sorularda öğretmenden öz-yeterlik inançlarının yanı sıra matematik öğretimi ve matematiği öğrenmeye ilişkin inançlarından bahsetmesi istendi. Bu sorular, öğretmenin inançlarını dolaylı olarak değerlendirmek için tasarlanmıştır. Sorulardan bazıları, öğretmenin iki öz-yeterlik maddesine ilişkin varsayımsal puanlara tepkisini öğrenmek için tasarlanmıştır. Görüşmenin son bölümünde matematik, öğretme ve öğrenme ile ilgili ifadeler yer almış ve öğretmenden bunlara katılıp katılmayacağını açıklaması istenmiştir. Ses kaydına alınan görüşmelerin dökümleri tematik analiz yöntemleri (Braun ve Clarke, 2006) kullanılarak analiz edilmiştir.

Araştırmada kullanılan bir diğer araç ise, öğretmenin kesirleri öğretmek için matematik bilgi düzeyini belirlemek için kesirler hakkında bir MKT anketidir. MKT anketi maddeleri, Cross ve arkadaşlarının MKT'nin farklı kategorileri arasındaki ilişkiler hakkındaki çalışmasından türetilmiştir (Cross ve diğerleri, 2015). Ankette, öğretmenin CCK'sini değerlendiren her bir soru için KCS'sini ve KCT'sini değerlendirmek için en az bir karşılık gelen soru bulunmakta idi. Öğretmenden sorulara mümkün olduğunca ayrıntılı yanıt vermesi istenmekte idi - yani yanıtları en yüksek düzeyde muhakeme becerisini gösterecekti. Böylelikle öğretmenin sorulara verdiği yanıtlar, onun kesirleri anlaması ve bu kavramı sınıfta öğretmesi hakkında çıkarımlarda bulunmaya yardımcı olacak şekilde tasarlamisti. Anketten bir soru örneği ve nasıl değerlendirildiği aşağıda açıklanmıştır.

Kesirlerde Karşılaştırmaya İlişkin Ortak Alan Bilgisi (CCK) Sorusu

Soru 1. Aşağıda verilen kesir çiftleri arasındaki ilişkiyi “<, =, >” sembollerini kullanarak belirleyin.

i) 1/5 ve 1/7

ii) 2/4 ve 3/6

iii) ¾ ve 5/6

iv) ½ ve 5/9

MKT anketinden gelen ilk soru, karşılaştırılacak 4 farklı kesir çiftine sahipti ve öğretmenlerin CCK'si hakkında sadece kesirlerde karşılaştırma değil, aynı zamanda genel olarak kesirler hakkında genel bir fikir vermekte idi (örn. 1/5 ile 1/7'yi karşılaştırma). Öğretmenlerin yanıtlarını analiz ederken, soruya doğru yanıt verdiklerinde ve düşüncelerini açıklamada kavramsal muhakeme sağladıklarında güçlü bir kesir anlayışına sahip oldukları kabul edilir. Kesirleri karşılaştırmada geçerli bir kavramsal akıl yürütme stratejisi, parçaların boyutunu kullanmayı, kesirleri kıyaslama numaralarıyla karşılaştırmayı veya akıl yürütmeyi göstermek için bir çizim veya modeller kullanmayı gerektirir. Ayrıca öğretmenlerin doğru yanıt verdiği ancak kavramsal muhakeme sağlayamadığı ve bunun yerine işlemsel muhakeme kullandığı durumlarda, kavrama ilişkin anlayışlarının orta hatta düşük olduğu kabul edilmektedir. Kesirlerde karşılaştırma soruları için işlemsel muhakeme stratejileri örnekleri arasında, bunlarla sınırlı olmamak üzere, standart algoritmaların kullanılması, ondalık sayılara, yüzdelere vb. dönüştürmenin kullanılması, ezberlenmiş kuralların kullanılması ve eşdeğer kesirlerin kullanılması yer almaktadır. Son olarak, eğer öğretmenler soruya yanlış cevap veriyorsa ve/veya eksik veya yanlış muhakeme gösteriyorsa, bu kavram hakkında genel bir yanlış anlayışa veya hatta kesirlerle ilgili bilgilerinde bazı boşluklar olduğuna işaret eder. Eksik akıl yürütme stratejilerinin örnekleri, yüzde, ondalık ve eşdeğer kesirlere eksik dönüşüm kullanmak ve bütün kavramının sınırlı anlaşılması olabilirken, yanlış akıl yürütme stratejileri yalnızca paydalara odaklanmak (iki niceliği koordine etmek yerine) ve parça sayısından bağımsız olarak parçalara veya tam tersi yalnızca boyutuna odaklanmak olabilir.

Bulgular ve Tartışma

Ryan'ın Matematik Öğretim Bilgisi (MKT)

MKT Anket Soruları	**Ryan'ın Sonuçları**
Soru 1: Kesirlerde karşılaştırmaya dair CCK sorusu	Doğru cevap **Yanlış muhakeme**
i) 1/5 ve 1/7	Doğru cevap **Yanlış muhakeme**
ii) 2/4 ve 3/6	Doğru cevap **Doğru muhakeme** (işlemsel)
iii) ¾ ve 5/6	Doğru cevap **Doğru muhakeme** (işlemsel)
iv) ½ ve 5/9	Doğru cevap **Yanlış muhakeme**
Soru 2: Kesirlerde karşılaştırmaya dair KCS ve KCT sorusu	Orta düzeyde KCS Orta düzeyde KCT
Soru 3: Kesirlerde parçalara ayırma ve eş paylaştırmaya dair CCK sorusu	Orta düzeyde CCK
Soru 4: Kesirlerde parçalara ayırma ve eş paylaştırmaya dair KCS ve KCT sorusu	Orta düzeyde KCS Orta düzeyde KCT

Şekil 2. Ryan' in MKT anket sonuçları

Ryan, ilk sorunun altındaki tüm maddelere doğru yanıt vermişti ancak birinci ve son maddeler için gerekçesi yanlıştı ve ikinci ve üçüncü maddeler için doğru gerekçesi işlemseldi. 1/5 ve 1/7'yi karşılaştırırken Ryan, "1/5 daha büyüktür çünkü bütünler farklıdır ve her birinin 1 parçası vardır" diye yazmıştı. Akıl yürütmesi yanlış kabul edildi çünkü soru, kesirlerin farklı bütünlerden oluştuğunu göstermiyordu - Ryan, paydaların, bütünün bölündüğü farklı sayıda parça yerine farklı bütünleri temsil ettiğini düşünmüş olabilirdi. Benzer şekilde son maddeye de “5/9 daha büyüktür çünkü daha fazla parça vardır ve ½ sadece %50'dir" şeklinde yanıt vermişti. Akıl yürütmesi, parçaların boyutundan bağımsız olarak parça sayısına dayanıyordu. Genel olarak, Ryan'ın kesir karşılaştırma anlayışında bazı boşluklar var gibi görünüyordu, bu nedenle onun kesir karşılaştırması hakkındaki bilgisini düşük bir seviye olarak kabul edebiliriz.

Anketteki ikinci soru için Ryan'dan bir kesir karşılaştırma probleminde yanlış öğrenci çalışmasına not vermesi, verdiği puanın gerekçesini vermesi ve öğrencinin bu problemi çözmesine nasıl yardımcı olacağını açıklaması istendi. Ryan, öğrenci çalışmasını 4 (5 en yüksek olmak üzere) olarak puanladı ve öğrencinin eksik olduğuna dair çok önemli bir gerçeğe dikkat çekti, "Bütünü veya tamı anlıyor. Ancak, neyin daha büyük olduğunu biliyor mu?" Bu açıklamadan Ryan'ın öğrencilerin matematiksel düşüncesini anlayabildiği sonucuna varılabilir, ancak görüşme esnasında bunu yeterince açıklayamadı ve öğrencinin anlamasında eksik olan şeyi açıkça ortaya koyamadı - orta düzeyde KCS'nin bir göstergesi. Aynı sorunun son kısmı için, Ryan iki daire çizdi, 4 ve 6 parçaya ayırdı, yarısını boyadı ve dairelerin altına sırasıyla 2/4 ve 3/6 yazdı. Kullandığı model, bütünlerin aynı olduğunu, parçaların farklı boyutlarda olduğunu ve verilen kesirleri karşılaştırmanın kolay olduğunu göstermeye uygundu. Ancak, öğrencilerden bir bütünü 2 ile başlayan sayıyı iki katına çıkarma modelini takip etmeyen parçalara ayırmaları istendiğinde kesir dairelerini kullanmak bazı karışıklıklara yol açabileceği için uygun olmayabilir (de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013). Ryan, öğrencilerin zorluklarını ele almak için doğru bir yaklaşım öneriyor gibi görünse de öğrenciler için kesirleri karşılaştırırken kesir çemberlerini kullanmanın sorunlu olabileceğini düşünmediği sonucuna varılabilir – bu da orta düzeyde KCT'yi gösterir.

Anketteki son iki soru bütünü parçalara ayırma ve eşit paylaşım ile ilgiliydi. Üçüncü soru CCK düzeyini belirlemek için, dördüncü soru ise bu kavramla ilgili KCS ve KCT düzeylerini belirlemek üzere tasarlanmıştır. Soruların analizi ve puanlaması Ryan'ın parçalara ayırma ve eşit paylaşım konusunda orta düzeyde bilgiye sahip olduğunu göstermiştir. MKT anketinden elde edilen genel sonuçlar, Ryan'ın kesirler anlayışında, kesirler hakkında düşük ila orta düzeyde kavramsal bilgi düzeyine işaret eden bazı boşluklar olduğunu gösterdi. Ryan, öğrencilerin matematiksel düşüncesini anlayabilmekte idi, ancak öğrencilerin anlamasında eksik olan şeyleri net bir şekilde ifade edememişti ve öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılamak için eksiksiz ve uygun bir etkinlik önerememişti – bunlar da düşük ila orta düzeyde pedagojik içerik bilgisinin göstergeleri olarak kabul edilebilir. Öğretimsel kararları, öğrenme ve öğretme konusundaki yapılandırmacı fikirlerle tam olarak uyumlu olmadığından, içerikle ilgili düşük ila orta düzeyde MKT'sinin öğretim uygulamaları boyunca kararlarını etkilemiş olabileceği düşünülebilir.

Ryan'ın İnançları

Görüşme transkriptlerinin analizinden elde edilen sonuçlar, Ryan'ın matematiksel inançlarının, matematiğin doğası hakkındaki inançları dışında, matematik öğrenme ve öğretmeye yönelik öğretmen merkezli bir yaklaşıma daha fazla meyilli olduğunu ortaya koymakta idi. "Etkili bir öğretmen, öğrencilerin hayal kırıklığına uğramaması ve kafalarının karışmaması için onları adım adım problem çözmede yönlendirerek matematiği kolaylaştırır" ve "Öğrenciler ancak temel becerilerde ustalaştıktan sonra matematiği uygulamayı öğrenebilirler." Bu ifadeler, onun öğretim kararlarını etkilemiş olabilecek, verimsiz matematiksel inançlarının örnekleridir. Bu aslında onun öğretim kararlarıyla tutarlı olarak kabul edilebilir. Bu kararlar, öğrencilere bilgiyi sorgulamadan aktarmaya odaklanan ve onlara kavramla ilgili kendi anlayışlarını oluşturma şansı vermeyen bir matematik öğretimi oluşturmakta idi.

Öte yandan matematikle eş anlamlı olarak kullanılabilecek sözcükleri seçmesi istendiğinde ise Ryan "problem çözme, gerçek yaşam, bilim, birlikte çalışma ve sorgulama" sözcüklerini seçmiştir. Bu kelimeler, genellikle öğrenci merkezli bir sınıfta gördüğümüz matematik türü olan problem çözme ve sorgulama yoluyla insanlar tarafından geliştirilen bir matematik anlayışına yol açabilir. Ancak bunları diğer inanç grupları için yaptığı açıklamalarla birlikte ele alırsak, matematik öğrenme ve öğretme konusunda hala öğretmen merkezli bir yaklaşıma daha çok yöneldiği açıkça görülecektir. Örneğin, matematiğin problem çözme ile yakından ilişkili ve eş anlamlı olduğuna inanıyordu, ancak onun problem çözmeyi sınıfta uygulama veya kullanma şekli daha çok öğretmen tarafından açıklanan adımları takip etmeye ve temel becerilerde uzmanlaştıktan sonra pratik yapmaya benzemekte idi.

Öz-yeterlik öğeleriyle ilgili olarak, Ryan, görüşmeci tarafından yönlendirilen varsayımsal öz-yeterlik puanlarına katılmadı. Öğretim etkinliği ile ilgili olarak şunları söyledi:

> "Bence bunlardan bazıları, kullanabileceğiniz veya çekebileceğiniz birçok farklı kaynağın farkına varmak ve yine öğretmenlerle işbirliği konuşması yapmak yani nasıl yaptığını, neyin işe yaradığını, neyin işe yaramadığını [konuşmak]. Yani şu an bundan biraz daha yüksek diyebilirim, henüz en üst seviyede değil ama yavaş yavaş gidiyorum, ayak uyduruyorum."

Ryan'ın ifadesi, eskiye göre kendinden daha emin olduğuna inandığını ve bunun temel olarak kullanabileceği farklı türde kaynakları fark etmesinden ve öğretim yöntemlerini iyileştirmenin yeni yollarını bulmak için diğer öğretmenlerle işbirliği yapmasından kaynaklandığını ortaya koydu. Matematik bilgisine ilişkin etkinliğinden bahsederken, "Güven, bir şeyi ne sıklıkta ve sıklıkla etkili bir şekilde yaptığınıza bağlıdır, matematik bilgisi için geçerlidir" diye ekledi. Bu nedenle, Ryan'ın matematiksel bilgisini etkin bir şekilde kullanarak kendine güveninin artacağına inandığı sonucuna varılabilir. Ancak, MKT'sinin düşük ila orta düzeyde olduğu ve öğretim kararlarının yapılandırmacı öğrenme deneyimlerine ve üretken öğretim uygulamalarına yol açmadığı göz önüne alındığında, yüksek yeterlik seviyeleri neyi öğreteceğine ve nasıl öğreteceğine ilişkin kararlarını etkilemiş olabileceği sonucuna varılabilir ve maalesef bu durumun öğretiminin kalitesi üzerinde olumsuz bir etkisi vardır. Bu bulgu, Charalambous ve Philippou'nun (2010) öğretmenlerin öğretimlerinden emin olduklarında kendi uygulamalarını kullanmaya devam etme eğiliminde olduklarına ilişkin bulgularını desteklemektedir.

Ortaya Çıkan Sonuçlar ve İleri Araştırma Önerileri

Öğretmenlerin MKT düzeylerinin öğretimleri üzerindeki etkisi, MKT düzeyi yüksek olan öğretmenlerin öğretimlerinde daha yüksek kaliteye sahip olduklarını belirten Charalambous ve Hill (2012) ve Hill ve meslektaşları (2008) tarafından rapor edilmiştir. Bu çalışma da benzer bulgular sağlamaktadır, ancak özellikle KCT ve KCS'nin etkisi göstermiş oldu ki, kesir kavramlarını anlayabilmek ve öğrencilerin bu kavramlar hakkında düşündüklerini ve bu bilgiyi öğrencilerin anlamalarını geliştirmeye odaklanarak bu bilgiyi nasıl kullanacaklarına karar verebilmek belirli bir MKT seviyesi gerektirir. Bu nedenle, bu bilgi alanları içerik, öğretim ve öğrencilerin kesişim noktasında olduğundan öğretmenlerin KCT ve KCS'sini geliştirmenin, öğrencilerin düşünmesi ve öğrenmesine odaklanarak öğretimi uygulamaya yönelik eğilimlerini geliştirmeye yardımcı olabileceği önerilebilir. Öğretmenler yapılandırmacı öğrenme deneyimlerinin ve bunları mümkün kılan öğretim uygulamalarının önemini ne kadar çok anlarlarsa, onlara o kadar bağlı kalacaklardır.

Bu çalışmadaki bir diğer önemli bulgu, Ryan'ın bilgisi ve öğretimi ile ilgili yeterlik inançlarını içeriyordu. Bu, öğretmenlerin MKT ile öğretim kararları arasındaki ilişkinin bulgularıyla bağlantılıdır. Öğretmenlerin MKT'sini geliştirmek daha önemli hale gelir çünkü MKT'si düşük ve yeterliliği yüksek olan bir öğretmen, sınıfında yaptıklarının, gerçekte olanın tam tersi olsa bile, öğrencilerin düşünmesini ve öğrenmesini geliştirmede gerçekten değerli olduğunu düşünebilir. Bu nedenle, matematik eğitimcileri ve PD düzenleyicileri, yeterlik inançları ile MKT arasındaki ilişkinin, öğretmenlerin uygulamalarını geliştirmeye yönelik müdahalelerini dahil etmeyi planlarken dikkat edilmesi gereken zor bir ilişki olduğunun farkında olmalıdır.

Matematik Öğretim Bilgisi (MKT) anketinde kullanılan maddeler sadece kesirlerde karşılaştırma, bölümleme ve eşit paylaşım ile ilgiliydi. Bu nedenle, bulgular bize öğretmenin genel olarak kesirlerle ilgili MKT seviyeleri hakkında bilgi verirken, odak noktası kesir karşılaştırması ve bölümleme idi. Öğretmenin MKT'si ile öğretim kararları arasındaki ilişki hakkında daha iyi bir yargıya sahip olmak için, öğretmenin sıralama gibi kesirler ile ilgili diğer kavramları anlayıp anlamadığı da araştırılmalıdır. Bu, bir öğretmenin MKT'sinin kararlarını nasıl etkilediğine dair sağlam bir anlayış sağlayacaktır.

Bu çalışmada öğrenci kazanımları değerlendirilmemiştir. Bu nedenle, öğretimden önce ve sonra öğrencilerin kesirler hakkındaki bilgilerini değerlendirmek, tüm sürecin öğrencilerin öğrenmesini gerçekten nasıl etkilediğine dair değerli bulgulara yol açabilir. Öğrencilerin matematiksel kazanımlarını ve karşılaştıkları zorluklarla nasıl basa çıktıklarını belirlemek, öğretim yöntemlerinin öğrencilerin öğrenmelerini nasıl etkilediği, ne zaman daha fazla desteğe ihtiyaç duydukları ve gelecekte bu sorunları nasıl daha verimli bir şekilde ele almaları gerektiği konusunda öğretmenleri bilgilendirecektir. Bu bilgi aynı zamanda profesyonel gelişim programları düzenleyicilerinin çabalarının öğrencilerin öğrenmelerini nasıl etkilediğini görmelerine yardımcı olacak ve başarılı matematik öğretmenleri olarak gelişmelerine yardımcı olmak için öğretmenlerle çalışma konusundaki kararlarını nasıl gözden geçirecekleri hakkında faydalı bilgiler sağlayacaktır.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

The reform efforts in K-6 mathematics education aim to increase student success in mathematics by promoting learning with understanding (NCTM, 1989, 1991). In this regard, the developers of reform-oriented mathematics curricula have designed these materials to foster critical thinking and reasoning, problem-solving, and individual knowledge construction in classrooms. For students to be constructors of knowledge, teachers are expected to take on new roles, becoming facilitators of learning instead of more traditional teacher roles that position them as knowledge holders and transmitters. Taking on this role supports quality teaching in ways that enable students to learn with understanding. One of the approaches to teaching and learning mathematics in alignment with reform ideas is constructivism. According to this theory, people construct their knowledge of the outside world through their experiences with their environment (Cobb and Steffe, 1983; Simon, 1995, Steffe and D'Ambrosio, 1995; Von Glasersfeld, 1995). New information is constantly being connected to our prior knowledge base. Learning is actually the process of connecting the new information, which we gain through our interactions with the outside world, to our already existing knowledge base. Many researchers and educators adopt constructivism as the grounding theory for their investigations and practices of learning and teaching.

A significant amount of research shows teaching in alignment with constructivist learning theory would benefit children (Confrey, 1990; Simon, 1995; Steffe and D'Ambrosio, 1995). Instead of trying to teach a concept by just telling or showing the formula to students and expecting them to integrate this knowledge meaningfully into their existing knowledge base, which has been built in hundreds of years, constructivist-based teaching would promote acknowledging students as the producers and owners of knowledge. Thus, it advocates guiding students in their knowledge construction process by engaging them in meaningful activities that promote reasoning, problem-solving, and critical thinking.

Similar to other learning theories, constructivism applies to all kinds of ages and types of learners—in this case, teachers. The tenets of constructivism, as they utilized in this study's theoretical framework, are learner-centered, incorporating interaction with the environment, including collaboration, and taking the whole process of learning into account - not simply the product (knowledge). The practices of learning advocated by constructivism are also shared by the reform-oriented mathematics programs (NCTM, 1991, 2014). The reform initiators intend to put teachers in a facilitator role and engage students in knowledge construction by reasoning, problem-solving, and critical thinking. Teachers are expected to guide students in constructing their mathematical knowledge base by *establishing mathematics goals to focus learning, implementing tasks that promote reasoning and problem solving, using and connecting mathematical representations, facilitating meaningful mathematical discourse, posing purposeful questions, building procedural fluency from conceptual understanding, supporting productive struggle in learning mathematics and eliciting and using evidence of student thinking* (NCTM, 2014). The quality of teaching is determined by the extent to which teachers can implement these practices or other practices that align with them in their classrooms (Hill, Ball, and Schilling, 2008).

Considering the fact that teachers' decision-making is an active process that takes place in almost every part of their classroom-related activities, the implementation of reform-oriented practices is highly influenced by teachers' decisions. Teachers make decisions about planning, implementing those plans, and evaluating the efficiency of their plans as part of their daily routine. They employ a variety of constructs while making decisions. Researchers found that teachers' understanding of the content (Hill and Ball, 2009), understanding and beliefs about curriculum materials (Hill and Charalambous, 2012), and their beliefs about learning (Borko and Shavelson, 1990) influence their decisions of how to shape their instruction. In the case of mathematics, teachers' mathematical knowledge for teaching (MKT) includes their understanding of the content, knowledge of students' mathematical thinking, and knowledge of the curriculum materials, which are all claimed to influence their instructional decisions (Hill, Ball, and Schiling, 2008).

Regarding mathematical beliefs, we examine teachers' beliefs about the nature of mathematics as a discipline, their beliefs about learning mathematics, and lastly, their beliefs about teaching mathematics (Ernest, 1986). Additionally, one cannot disregard teachers' self-efficacy beliefs about the extent of their knowledge of mathematics and their beliefs about how they teach it. Below, these constructs are described in detail.

Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)

Teachers' mathematical content knowledge affects their teaching practices (Cai and Wang, 2010; Cross, 2009; Ernest, 1989; Pajares, 1992; Philipp, 2007; Thompson, 1992). Shulman (1986) introduced three types of knowledge teachers should have for teaching—content knowledge, curricular knowledge, and pedagogical content knowledge. The last one, pedagogical content knowledge, is the unique nature of content knowledge, which includes content ideas as well as what makes learning a topic difficult or easy for students. Ball, Thames, and Phelps (2008) proposed a refinement to Shulman's categories by encapsulating these types of knowledge under the umbrella of mathematical knowledge for teaching (MKT) and further subdividing content knowledge and pedagogical content knowledge. Their MKT model includes six types of knowledge needed to teach mathematics effectively. These six components are common content knowledge (CCK), specialized content knowledge (SCK), and knowledge on the mathematical horizon (subdivisions of the content knowledge proposed by Shulman), knowledge of content and students (KCS), knowledge of content and teaching (KCT), and knowledge of curriculum (subdivisions of the pedagogical content knowledge proposed by Shulman) (see Figure 1).

In explaining the components of subject matter knowledge, Ball, Thames, and Phelps (2008) describe *common content knowledge* as the mathematical knowledge not only held by teachers but all consumers of mathematics. They state that the mathematical knowledge specific to teachers is *specialized content knowledge*. This knowledge is specific to teaching as it involves being able to explain the standard procedures, represent mathematical ideas clearly, and understand different solutions to given problems. The last component of this category is *horizon content knowledge*, which involves understanding how mathematical concepts are connected over the course of mathematics curricula.

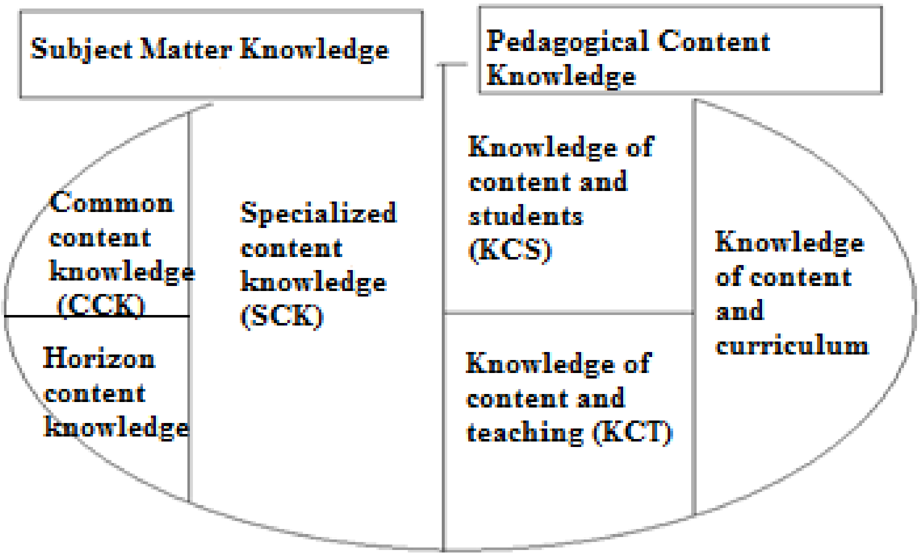


Figure 1. Mathematical knowledge for teaching (Ball, Thames, and Phelps, 2008)

In the second category, Ball, Thames, and Phelps (2008) state that *knowledge of content and students* focuses on understanding how learning occurs within a specific content. The second component in this category, *knowledge of content and teaching,* is also similar in that it focuses on knowing how to teach a particular content. The last component is *content and curriculum knowledge, which* means knowing how curriculum incorporates particular mathematical ideas.

In further explanation of the categories and the relations between them, Hill, Ball, and Schilling (2008) claim that KCS is different from subject matter knowledge because a teacher might have a strong background in conceptual understanding of mathematical ideas, but that does not mean they would have profound knowledge of student learning about that specific subject. They also add that the claim holds true for an inverse relationship; a teacher can have a strong understanding of how students learn a specific content but at the same time have a weak understanding of the content itself.

Hill and Charalambous (2012) found that teachers' MKT levels influence their instructional practices. In addition, Manouchehri and Goodman (1998) found that teachers' mathematical knowledge was one of the critical variables that impacted how they used standards-based curricula. Therefore, in investigating what factors impact teachers' instructional decisions, MKT becomes one of the first constructs that need to be examined.

Mathematical Beliefs

Teachers' mathematical beliefs constitute another factor that potentially have an impact on their instructional decisions (Ernest, 1989; Pajares, 1992; Beswick, 2012). A person's mathematical beliefs constitute three types of beliefs, i) beliefs about learning mathematics, ii) beliefs about teaching mathematics, and iii) beliefs about the nature of mathematical knowledge (Ernest, 1989). The relationship between mathematical beliefs and teaching practices has been thought to be straightforward; if a teacher held reform-oriented beliefs about student learning, then she would use reform-oriented teaching methods in her classroom (e.g. Cross, 2009; Beswick, 2005). On the other hand, other studies provide evidence of cases where teachers' mathematical practices do not necessarily reflect their beliefs, or their beliefs do not necessarily match with their practices (e.g., Beswick, 2012; Cross, 2015; Leatham, 2006; Skott, 2009).

Leatham explains the inconsistency between beliefs and practices in his *sensible systems framework* (Leatham, 2006). He claims that the conflict between the two is not due to a lack of a direct relationship, but it is due to the effect of other beliefs that happen to affect practices more than the identified ones. For example, when we realize, there is an inconsistency between a teacher's belief, which we believe to affect or bring about a particular type of instruction, and her practice, that might mean the teacher chooses to shape her instruction reflecting another belief that makes more sense at the time of her decision. As a result, this study also considered beliefs including self-efficacy beliefs and context-related beliefs (e.g. beliefs about their students, school, curricula) as factors that might impact teachers' instructional decisions.

Teacher Self-efficacy

Bandura first introduced the concept of self-efficacy in his famed work *Self-Efficacy: Toward a Unifying Theory of Behavioral Change* (1977). He later defined it as, "beliefs in one's capabilities to organize and execute the courses of action required to manage prospective situations" (Bandura, 1997, p. 2). Bandura argued that when applied to teaching, teachers' self-efficacy would affect their practices and relatedly the students' learning experiences. Thus, it became an important area of research to many others (e.g. Ashton and Webb, 1986; Guskey, 1981; Enochs and Riggs, 1990). Teaching efficacy has two components - knowledge and personal efficacy (Roberts and Henson, 2000). Knowledge efficacy refers to a person's confidence in her understanding of mathematics content, while personal efficacy describes a person's confidence in her ability to support students' learning through teaching.

Teacher efficacy has been recognized as one factor that influences teachers' practices. Teachers with a strong sense of efficacy tend to be more eager to learn, adopt and enact particular instructional practices (Guskey, 1988). It was suggested that highly efficacious teachers would focus more on student learning and be more open to employ student-centered teaching practices such as having students explore the concepts through inquiry (e.g. Marshall, Horton, Igo, and Switzer, 2009). It has also been argued that highly efficacious teachers would be more motivated to adopt to curricular changes and it would be easier for them to implement the new curricula (Charalambous and Philippou, 2010). Moreover, when teachers realize that their instruction makes a difference in their students' learning – in this case, an instruction model that focuses on student learning – they feel more efficacious in their teaching and that motivates them to continue using a student-centered approach (Hull, Booker, and Naslund-Hadley, 2016).

Teacher Decisions

Borko and Shavelson (1990) state, "teachers are professionals who make reasonable judgments and decisions in a complex, uncertain environment" and "teachers' behaviour is guided by their thoughts, judgments and decisions" (p. 312). Based on their claims, investigating teachers' practices starting from planning through the whole instruction process cannot be accomplished without taking their beliefs, judgments, values, and decisions into account. Teachers make decisions during any part of the teaching process, and their decisions are influenced by their knowledge, beliefs, values, attitudes, and goals (Levenson, 2013; Nicol and Crespo, 2006; Stahnke, Schueler and Roesken-Winter, 2016; Thompson, 1992).

Researchers have found that a teacher's MKT level impacts the quality of her instruction (Ball, Hill, and Bass, 2005; Charalambous and Hill, 2012; Hill, Ball and Schilling, 2008). Since teachers' decisions about what to teach and how to teach determine the nature of their instruction, the claim holds true for the relationship between teachers' MKT levels and their decisions. For example, knowledge of content and students (KCS), a major component of the MKT framework, is considered a catalyst for instructional decision-making (Rhine, 2016). Also, another component of the MKT framework, knowledge of content and curriculum (KCC) (see Figure 1), involves having a broad understanding of the mathematics curricula, and it contributes to teachers' effective use of curricula over the years.

Teachers' beliefs about or approaches to the nature of mathematics and learning and teaching mathematics also affect their decisions about what to teach and how to teach it (Escudero and Sánchez, 2007; Nicol and Crespo, 2006; Thompson, 1992). For example, Nicol and Crespo report that one of the teachers in their study stated that he enjoyed the procedural nature of mathematics, and relatedly he primarily used procedural problems during instruction. Escudero and Sánchez (2007) also found that one of the teachers in their study, who held a student-centred teaching approach, designed the lesson with students' pedagogical needs in mind and focused on engaging them in meaning making. On the other hand, the other teacher who viewed teaching as a knowledge transmission process designed the lesson mainly focusing on sequential steps, which was his approach to facilitating student learning.

Embracing and acting on the constructivist approach to learning and teaching is complex (Manouchehri and Goodman, 1998). First of all, it requires teachers to change their beliefs about teaching and learning accordingly if they had not already carried those beliefs. We know that beliefs are one of the influential factors on teachers' instructional practices (Beswick, 2005; Ernest, 1989; Philipp, 2007; Cross, 2014). A teacher who has a constructivist approach to learning and teaching would consider their role as guiding students through learning experiences – not telling or showing them everything without giving them a chance to explore mathematical ideas and would try to employ appropriate teaching practices to create a student-centered learning environment. At this point, another necessary component of quality teaching comes into play, that is mathematical knowledge for teaching (MKT) (Ball, Thames, and Phelps, 2008). Making informed decisions about what kind of teaching practices would be suitable for student-centered instruction, teachers need to have the knowledge of the content, the curriculum, and the pedagogical content (Shulman, 1986; Ball, Thames, and Phelps, 2008). A teacher with strong MKT would be more likely to employ quality teaching practices that are following constructivism in their classrooms. Relatedly, a teacher with low levels of MKT would fall short of using those practices in their classrooms. Therefore, the research questions that are investigated here are,

* What is the nature of the relationship between

i) an elementary teacher's mathematical knowledge for teaching and his instructional decisions?

ii) an elementary teacher's beliefs and his instructional decisions?

iii) an elementary teacher's mathematical knowledge for teaching and his beliefs?

Methods

This single case study (Merriam, 1988; Patton, 2002; Yin, 2003) explores an elementary teacher's journey in using a new unit design about teaching fractions in fourth grade. The teacher was part of a collaborative group that designed a unit about fractions for fourth-grade students and then implemented it in their classrooms (Eker, 2018). The unit design process was guided by a constructivist learning approach that also shaped the teaching practices promoted within the unit. It was a relatively new approach for the teachers as most of them used textbooks that embraced a traditional teacher-centered approach to learning mathematics. After examining their unit implementations, the results revealed that the teacher in this study had low alignment between what was planned during the unit design process and what was taught in his classroom, but he thought his implementation was in complete alignment with the designed unit (Eker, 2018). This particular situation was different from other participants' results and thus called for further investigation of his case. This study is designed to examine his case more closely to determine the underlying reasons behind this disparity. A detailed description of the participant is provided below.

Ryan. Ryan had three years of teaching experience in elementary grades, and he had been working at his last school for one year. He used the textbook series Everyday Math in his math classrooms. The most advanced mathematics course he had taken was Elementary Math Concepts. His prior PD experience was to participate in Everyday Math textbook series pieces of training. He did not hold any leadership roles at his new school, but he had served as a staff member at Positive Behavioral Interventions and Support (PBIS) Training at his previous school for one year.

Ryan was the only male teacher in the group and he was a very friendly person to work with. By taking the lead in writing things down with his unique handwriting, he made things easier for the rest of the group. He was always open to collaboration and as much as he loved sharing his experiences, he was curious to hear what others had to say about the topic of discussion. Ryan's interest and advocacy in collaboration appeared to be an essential part of his beliefs and practice. One of the words he associated math with was *working together* and he explained how he saw it in his work and class by saying, "It's collaboration in the classroom with your students and also a collaboration with your peers as a teacher, an educator so it's all about sharing and learning from one another you know, that's best practices, what works, what doesn't work, what could you refine, what could you change." The other words Ryan associated with math were *problem solving, real life*, and *science* and later on he added *inquiry* to them. He strongly believed math and science were interconnected, especially with concepts like charts, tables, and graphs. Additionally, he said both disciplines incorporated problem solving and inquiry—making a connection among the words he chose. Although the relation he saw between math and science was superficial, the words he chose might suggest that he saw math as part of real life, not only something abstract that people work out in their minds. Also, he made it clear that collaboration was a big part of math---that might indicate he was an advocate for collaboration in learning math as a student and developing necessary skills as a teacher himself.

Ryan enjoyed his job and he would usually feel happy at the end of a school day. Especially when everything went smoothly and his students appeared to understand the concepts well, that would make him feel accomplished. But sometimes, the students would have some troubles in understanding and he would reflect on the day by thinking about what went wrong and how he could make sure all students were able to understand the concepts. Instead of getting himself caught up with negative feelings, he would use those days as an opportunity to reflect on his practice to improve his teaching skills. Of course that does not mean he would never get frustrated or have negative feelings—he would occasionally feel pessimistic but it was usually because of outside factors. Even though he became a teacher because he wanted to make a difference and be a male role model for students, the state requirements and work demands without appropriate compensation would make him reconsider his professional choice.

Ryan's confidence in his mathematical knowledge and teaching were closely related. He claimed that confidence was based on how often someone did something effectively. Furthermore, he believed confidence would improve through practice and one would become more proficient at doing something by experience. He said his skills in teaching mathematics had improved over the course of PD. Related to being practical, he appeared to associate it with student success and understanding. Ryan liked incorporating group activities where students would collaborate, and he would be able to observe students during their group work. In deciding to what extent students were able to understand a lesson, he would not only rely on exit slips but also take students' participation and interaction with the presented material. He also stated that he tried to include more open ended and problem-solving type questions than multiple choice questions in his assessment tools.

Regarding Ryan's instruction, the first thing to point out is that he used a variety of manipulatives depending on the content. He would not only use manipulatives for geometry—which one could argue would be easy and inevitable—but also in exploring other concepts such as fractions, where he took advantage of incorporating different manipulatives. He engaged students in hands on activities so that they would be able to actively use them instead of only modelling the activity with the manipulative on an overhead projector or board. But, the questions he posed and the way he followed up students' responses were not geared towards providing opportunities for further exploration of the concept. His questions were pointing students towards a specific answer, or they only required brief answers. That does not mean he did not ask students to explain how they came up with an answer, but those were rare and also, students usually explained the procedure they followed, not their mental process.

Another aspect of Ryan's instruction was that he generally used mathematical terminology correctly and tried to remediate student errors immediately in order to prevent misunderstandings or language sloppiness. But, he did not encourage a robust use of mathematical language in all of his lessons. For example, during a geometry lesson he taught, the mathematical terminology was often used since geometry concepts usually work well to promote and encourage a rich mathematical language. Unfortunately, that was not the case for other concepts he taught. He did not make an error during instruction, but he did not encourage a robust use of related mathematical terminology. Overall, Ryan's instruction was an example of error free direct instruction with some student input.

Instruments

One of the instruments of this study was a semi-structured interview (Given, 2008). The questions in the interview asked the teacher to talk about his beliefs about mathematics and teaching and to learn mathematics in addition to his self-efficacy beliefs. These questions were designed to assess the teacher's beliefs indirectly. Some of the questions were designed to learn about the teacher's reaction to hypothetical scores on two self-efficacy items. The last part of the interview included statements about mathematics, teaching and learning and the teacher was asked to explain whether he would agree or disagree with them. The transcripts of audio-recorded interviews were analyzed by using thematic analysis methods (Braun and Clarke, 2006).

Another instrument used in the study is an MKT survey about fractions to determine the teacher's level of mathematical knowledge for teaching fractions. The MKT survey items were derived from Cross et al.'s study about the relations between different categories of MKT (Cross et. al., 2015). The items are used to explore the teacher's fraction knowledge by focusing on different aspects of MKT. The survey has at least one corresponding item to evaluate the teacher's KCS and KCT for each item assessing his CCK. The teacher was asked to respond to the items in as much detail as possible – meaning his responses would show the highest level of reasoning. As such, the teacher's responses to the items would make inferences about his understanding of fractions and teaching this concept in his classroom. An example of an item from the survey and how it was evaluated is described below.

Item for Common Content Knowledge (CCK) Regarding Fraction Comparison

Question 1. Can you determine the relationship between the fraction pairs given below using the symbols “<, =, > ” ?

i) 1/5 vs 1/7

ii) 2/4 vs 3/6

iii) ¾ vs 5/6

iv) ½ vs 5/9

The first question from the MKT survey has 4 different pairs of fractions to be compared and it provides a general insight into teachers' CCK regarding not only fraction comparison but also fractions in general (e.g. comparing 1/5 vs 1/7). In analyzing teachers' responses, they are accepted to have a strong understanding of fractions when they respond to the item correctly and provide conceptual reasoning in explaining their thinking. A valid conceptual reasoning strategy in comparing fractions would entail using the size of the pieces, comparing fractions to the benchmark numbers or using a drawing or models to illustrate the reasoning. Additionally, in cases where teachers respond correctly but fail to provide conceptual reasoning, and use a procedural reasoning instead, their understanding of the concept is considered to be moderate or even low. Examples of procedural reasoning strategies for fraction comparison items include but not limited to using standard algorithms, using conversion to decimals, percentages, etc., using memorized rules and using equivalent fractions. Finally, if the teachers respond to the item incorrectly and/or show incomplete or incorrect reasoning, that indicates a common misunderstanding of the concept or even some gaps in their knowledge regarding fractions. Examples of incomplete reasoning strategies would be using incomplete conversion to percent, decimal, and equivalent fractions and limited understanding of the concept of the whole while incorrect reasoning strategies would be focusing only on denominators (not coordinating two quantities) and focusing only on the size of the parts irrespective of the number of parts or vice versa.

Findings and Discussion

Ryan's Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)

MKT Survey Items	**Ryan's results**
Question 1: CCK item about fraction comparison	
i) 1/5 vs 1/7	Correct answer **Incorrect reasoning**
ii) 2/4 vs 3/6	Correct answer Correct reasoning (procedural)
iii) ¾ vs 5/6	Correct answer Correct reasoning (procedural)
iv) ½ vs 5/9	Correct answer **Incorrect reasoning**
Question 2: KCS and KCT item regarding fraction comparison	Moderate level of KCS Moderate level of KCT
Question 3: CCK item regarding partitioning and equal sharing	Moderate level of CCK
Question 4: KCS and KCT item regarding partitioning and equal sharing	Moderate level of KCS Moderate level of KCT

Figure 2. Ryan's results from the MKT survey

Ryan responded correctly to all items under the first question, but his reasoning for the first and last items was incorrect, and his correct reasoning for the second and third items were procedural. In comparing 1/5 and 1/7, Ryan wrote, "1/5 is larger because the wholes are different and each one has 1 piece." His reasoning was considered incorrect because the question did not indicate the fractions were from different wholes—Ryan might have thought that their denominators represented different wholes instead of the different number of pieces the whole was divided into. Similarly, he responded to the last item by writing, "5/9 is larger because there are more pieces, and ½ is only 50%." His reasoning was based on the number of pieces irrespective of the size of the pieces. Overall, Ryan's understanding of fraction comparison appeared to have some gaps so that we might consider his knowledge about fraction comparison as a low level.

For the second question on the survey, Ryan was asked to grade incorrect student work on a fraction comparison problem, provide reasoning to his score and explain how he would help the student solve the same problem. Ryan scored the student work as 4 (5 being highest) and pointed out an essentialessential fact that the student was missing, "He understands the whole or complete. However, does he know what is larger?" It might be inferred that Ryan was able to understand student mathematical thinking, but he was unable to unpack it and communicate clearly what was missing in student's understanding – an indicator of a moderate level of KCS. For the last part of the same question, Ryan drew two circles, partitioned into 4ths and 6ths, shaded half of them, and wrote 2/4 and 3/6 respectively underneath the circles. The model he used was appropriate to show that the wholes were the same, the pieces were in different sizes, and easy to compare the given fractions. But, using fraction circles could be problematic when students are asked to partition a whole into pieces that do not follow the pattern of doubling the number starting with 2. So, using length models tend to help students better compare fractions of all kinds (see van de Walle, Karp, and Bay-Williams, 2013). It might be inferred that although Ryan appeared to suggest a correct approach to address students' difficulty, he did not consider that using fraction circles might be problematic for students in comparing fractions – indicating a moderate level of KCT.

The last two questions in the survey were about partitioning and equal sharing. The third question was designed to determine the level of CCK, while the fourth question was designed to determine the levels of KCS and KCT regarding this specific concept. The analysis and scoring of the questions showed that Ryan had a moderate level of knowledge on partitioning and equal sharing. The overall results from the MKT survey showed that Ryan's understanding of fractions had some gaps indicating a low to moderate level of conceptual knowledge on fractions. He was able to understand student mathematical thinking, but he was unable to unpack it and communicate clearly what was missing in students' understanding and to provide a complete and appropriate activity to address students' needs – indicators of a low to moderate level pedagogical content knowledge. Because his instructional decisions did not fully align with constructivist ideas about learning and teaching, it appears that his low to moderate level of MKT about the content might have affected his decisions throughout his instruction.

Ryan's Beliefs

The results from the analysis of the interview transcripts revealed that Ryan's mathematical beliefs leaned more towards a teacher-centered approach to learning and teaching mathematics except his beliefs about the nature of mathematics. He agreed with the following statements in his interview, "An effective teacher makes the mathematics easy for students by guiding them step by step through problem solving to ensure that they are not frustrated or confused" and "Students can learn to apply mathematics only after they have mastered the basic skills." These statements are examples of unproductive mathematical beliefs, which might have impacted his instructional decisions. This might actually be considered consistent with his instructional decisions. Those decisions constituted a mathematics instruction that focused on transmitting knowledge to students without questioning and providing them a chance to build their own understanding of the concept.

On the other hand, he chose the words "problem-solving, real life, science, working together and inquiry" when he was asked to select words that could be used as synonyms of math. These words might lead to an understanding of mathematics that is developed by people through problem solving and inquiry – the type of mathematics that we usually see in a student-centered classroom. But, if we take them together with his statements for other set of beliefs, it will be clear that he still is inclined towards a teacher-centered approach to learning and teaching of mathematics. For example, he does believe math is closely related to and synonymous with problem solving but the way this problem solving implemented or used in the classroom is more like following the steps explained by the teacher and practicing after mastering basic skills.

Regarding self-efficacy items, Ryan disagreed with the hypothetical efficacy scores prompted by the interviewer. Regarding his teaching efficacy, he said,

"I think some of that is kind of realizing a lot of the different resources that you can use or pull in as well as again, you know collaboration talk with teachers as were doing it, what works, what doesn't work. So, I'd say it's a little higher than that now, not quite to the highest level yet, but I'm slowly, I'm keeping up."

Ryan's statement revealed that he believed he was more confident than before, and that was mainly due to realizing different kinds of sources he could use and collaborating with other teachers to figure out new ways to improve their teaching. He also added, "Confidence is based on how frequently and often you do something effectively, applies to math knowledge" when talking about his efficacy regarding his mathematical knowledge. So, it might be inferred that Ryan believed his confidence would improve by effectively using his mathematical knowledge. But given that his MKT was on a low to moderate level and his instructional decisions did not lead to constructivist learning experiences and productive teaching practices, his high efficacy levels might have impacted his decisions in what to teach and how to teach it and they appeared to have a negative impact on the quality of his teaching. This finding supported Charalambous and Philippou's (2010) findings that teachers are inclined to continue using their own practices when confident about their teaching.

Implications and Future Research

The impact of teachers' MKT levels on their instruction has been reported by Charalambous and Hill (2012) and Hill and colleagues (2008), who stated that teachers with high levels of MKT had higher levels of quality in their instruction. This study also provided similar findings, but specifically, the impact of KCT and KCS showed that being able to understand fraction concepts and students' thinking about those concepts and being able to decide how to use that knowledge with a focus on improving students' understanding of the concept requires a certain level of MKT. So, it might be suggested that improving teachers' KCT and KCS, as these domains of knowledge are at the intersection of content, teaching and students could help improve their inclination towards implementing instruction with a focus on student thinking and learning. The more teachers understand the importance of constructivist learning experiences and the teaching practices that enable them, the more they will adhere to them.

Another important finding in this study involved Ryan's efficacy beliefs concerning his knowledge and teaching. This ties back to the findings of the relation between teachers' MKT and their instructional decisions. Improving teachers' MKT becomes more important because a teacher with low MKT and high efficacy might think what they are doing in their classroom is actually valuable in enhancing student thinking and learning even though that is the opposite of what happens. So, mathematics educators and PD organizers should be aware that the relationship between efficacy beliefs and MKT is a tricky one that needs attention while planning to engage teachers' interventions about improving their practice.

The items used in the MKT questionnaire were only about fraction comparison and partitioning and equal sharing. So, while the findings informed us about the teacher's MKT levels regarding fractions in general, the focus was on fraction comparison and partitioning. In order to have better judgment about the relationship between the teacher's MKT and instructional decisions, teacher's understanding of other concepts regarding fractions, such as ordering should also be investigated. That would provide a robust understanding of how a teacher's MKT might have impacted their decisions.

This study did not assess student gains. Thus, assessing students' knowledge about fractions before and after the instruction could lead to valuable findings about how the whole process actually affected their students' learning. Identifying students' gains and struggles will inform teachers about how their instruction impacts their students' learning, when they need more support, and how they should address these issues more productively in the future. This information will also help PD organizers to see how their efforts impact students' learning, which is the ultimate goal of their studies, and provide usable knowledge about how to revise their decisions about working with teachers in order to help them grow as successful mathematics teachers.

References

Ball, D. L, Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Beswick, K. (2005). The beliefs/practice connection in broadly defined contexts. *Mathematics Education Research Journal, 17*(2), 39-68.

Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(1), 127-147.

Borko, H., & Shavelson, R. J. (1990). Teacher decision making. *Dimensions of thinking and cognitive instruction*, 311-346.

Braun, V., Clarke, V. (2006). "Using thematic analysis in psychology". *Qualitative Research in Psychology*, 3(2): 77–101.

Cai, J., & Wang, T. (2010). Conceptions of effective mathematics teaching within a cultural context: perspectives of teachers from China and the United States. *Journal of Mathematics Teacher Education, 13*(3), 265-287.

Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(2), 83-94.

Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 4*, 107-122.

Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion and change: Examining mathematics teachers' belief structure and its influence on instructional practice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*(5), 325-346.

Cross Francis, D. I, Lee, M. Y., Zeybek, Z., & Adefope, O. (2015). Delving into the pieces: Drawing connections between different domains of mathematical knowledge for teaching. Presented at 2015 Annual Meeting of American Educational Research Association, Chicago, IL.

Eker, A. (2018). *Teachers as unit designers: Exploring the factors that influence elementary mathematics teachers' decisions in designing and implementing a fraction unit*. [Unpublished dissertation]. Curriculum and Instruction Department, Indiana University – Bloomington.

Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art* (pp. 249-254). The Falmer Press.

Escudero, I., & Sánchez, V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers' practice? *Journal of Mathematical Behavior, 26*, 312-327.

Given, L. M. (2008). *The SAGE encyclopedia of qualitative research methods* (Vols. 1-0). SAGE Publications, Inc. doi: 10.4135/9781412963909

Hill, H.C., Ball, D. L., &Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(4), 372-400.

Hill, H. & Ball, D. L. (2009). The Curious—and crucial—case of mathematical knowledge for teaching. *Kappan*, *91*(2), 68- 71.

Hill, H. C., & Charalambous, C. Y. (2012). Teacher knowledge, curriculum materials, and quality of instruction: Lessons learned and open issues. *Journal of Curriculum Studies*, *44*(4), 559-576.

Leatham, K. (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*, 91-102.

Levenson, E. (2013). Tasks that may occasion mathematical creativity: Teachers' choices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*, 269-291.

Manouchehri, A., & Goodman, T. (1998). Mathematics curriculum reform and teachers: Understanding the connections. *Journal of Educational Research, 92*(1), 27–41.

Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach.* Jossey-Bass.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics. NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* NCTM.

Nicol, C. C., & Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriuclum materials. *Educational Studies in Mathematics, 62*, 331-355.

Pajares, F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, *62*(3), 307-332.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods* (3rd edition). Sage Publications, Inc.

Philipp, R. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester (Ed.*), Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 257–318). Information Age Publishing.

Rhine S. (2016). The critical nature of the knowledge of content and students domain of mathematical knowledge for teaching. *Teacher Education and Practice, 29*(4), 595-614.

Shavelson, R. J. (1973). What is the basic teaching skill? *Journal of Teacher Education, 14*, 144- 151.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(2), 114-145.

Skott, J. (2009). Contextualising the notion of 'belief enactment'. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *12*(1), 27-46.

Stahnke, R., Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: A systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, *48*, 1-27.

Steffe, L. P., & D'Ambrosio, B. S. (1995). Toward a working model of constructivist thinking: A reaction to Simon. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 146-159.

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127–146). Macmillan.

Yin, R.K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Sage.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning.* The Falmer Press.