

Kevser ARMAN

Pamukkale Üniversitesi

[karman@pau.edu.tr](mailto:karman@pau.edu.tr)

Arzu ORGAN

Pamukkale Üniversitesi

[aorgan@pau.edu.tr](mailto:aorgan@pau.edu.tr)

Simge YENİLMEZEL

Pamukkale Üniversitesi

[simgeyen@gmail.com](mailto:simgeyen@gmail.com)

Müge AKAY

Pamukkale Üniversitesi

[makay202@posta.pau.edu.tr](mailto:makay202@posta.pau.edu.tr)

<https://orcid.org/0000-0002-4400-5976>

<https://orcid.org/0000-0002-2400-4343>

<https://orcid.org/0000-0002-1097-9131>

<https://orcid.org/0000-0003-2282-8151>



## Ulaştırma Modeli ile Elektronik Firmasının Dağıtım Ağının Planlanması

### *Planning the Distribution Network of the Electronics Firm with the Transportation Model*

#### Araştırma Makalesi / Research Article

Geliş Tarihi / The Date of Received: 30.09.2021

Kabul Tarihi / The Date of Accepted: 20.10.2021

Yayın Tarihi / The Date of Published: 28.12.2021

Arman K. & Organ A. & Yenilmez S. & Akay M. (2021). Ulaştırma Modeli ile Elektronik Firmasının Dağıtım Ağının Planlanması, Yeni Fikir Dergisi, 13 (27), 13-22

Arman K. & Organ A. & Yenilmez S. & Akay M (2021). Planning the Distribution Network of the Electronics Firm with the Transportation Model, The Journal of Yeni Fikir, 13 (27), 13-22

Bu makalede intihal programıyla benzerlik raporu alınmıştır.  
In this article, a similarity report with the plagiarism program was received.

## Ulaştırma Modeli ile Elektronik Firmasının Dağıtım Ağının Planlanması

### Öz

Yoğun rekabetin yaşandığı günümüzde taşıma maliyetleri işletmeler açısından oldukça önemli bir unsurdur. Firmalar rekabet yaparken ürünlerini minimum maliyet ile satışa sunmak ve en hızlı bir şekilde müşteriye ulaştırmak durumundadırlar. Bu nedenle ulaştırma faaliyetlerinin optimize edilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada İstanbul'da faaliyet gösteren elektronik firmasının müşterilerine ürün dağıtım problemi ele alınmıştır. Talebi karşılamak için ürünler üç farklı şehirdeki fabrikalardan dokuz farklı şehirdeki müşterilere teslim edilmektedir. Çalışmada başlangıç uygun çözümü bulmak için Vogel Yaklaşım Yöntemi (VAM), optimum taşıma maliyetini bulmak için Çoğaltan (MODI) yöntemi kullanılmıştır. Problem daha sonra GAMS programında doğrusal programlama modeli ile çözülmüş ve her iki yöntemle göre bulunan sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu çalışmanın sonucunda, elektronik firması için en az taşıma maliyetini veren en iyi dağıtım planı elde edilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** VAM, MODI, Doğrusal Programlama, Taşıma Maliyeti, Ulaştırma Modelleri

## *Planning the Distribution Network of the Electronics Firm with the Transportation Model*

### Abstract

Transportation costs are a vital factor for businesses in today's intense competition. While competing, companies have to offer their products for sale with minimum cost and deliver them to the customer as quickly as possible. Therefore, transportation activities need to be optimized. The problem of product distribution to the customers of the electronics firm operating in Istanbul is handled in this study. To meet demand, products should be delivered from factories in three different cities to customers in nine different cities. In the study, the Vogel Approximation Method (VAM) was used to find the initial suitable solution, and the MODI method was used to find the optimum transportation cost. Then, the problem was solved with the linear programming model in the GAMS program and the results obtained according to both methods were compared. As a result of this study, the best distribution plan that gives the least transportation cost for the electronics firm has been obtained.

**Keywords:** VAM, MODI, Linear Programming, Transportation cost, Transportation Models

## 1. GİRİŞ

Ulaştırma faaliyetleri, işletmeleri çeşitli iş ortaklarına fiziksel olarak bağlamaktadır. Ulaştırma faaliyetleri İşletme Bilimi kapsamında oldukça önemlidir ve ulaştırma yeteneği işletmelere rekabetçi bir güç sağlamaktadır. Ulaştırma faaliyetlerinin en az maliyet ile gerçekleştirilmesi günümüz işletmelerin odaklandığı temel konulardan biridir. Çeşitli alanlarda birçok uzman, ulaştırma faaliyetlerini daha etkin bir şekilde gerçekleştirmek için yöntemler geliştirmektedir. Doğrusal programlama probleminin özel bir hali olan ulaştırma problemleri, belirli malların bir dizi kaynaktan (fabrika, depo vb.) bir dizi varış noktasına (depo, market vb.) taşıma maliyetini en aza indirmeyi amaçlamaktadır.

Bir ulaştırma problemi simpleks yöntemi ile çözülebilmektedir ancak ulaştırma algoritmaları ile daha az zaman ve hesaplama ile problem daha etkin bir şekilde çözülebilir (Öztürk 2016: 425). Ulaştırma problemlerini çözmek için kullanılan optimal çözüm algoritmaları, öncelikle temel/başlangıç uygulanabilir çözüm gerektirmektedir (Nahar vd., 2018). En sık kullanılan başlangıç çözüm yöntemleri Kuzey Batı-Köşe Yöntemi, En Az Maliyetli Gözeler Yöntemi, Greedy Sezgisel Yöntemi, Sıra veya Sütun En Küçüğü Yöntemi ve Vogel Yaklaşım Yöntemi'dir (VAM). VAM, genellikle en iyi başlangıç çözümleri üreten en düşük maliyetli gözeler yönteminin geliştirilmiş bir versiyonudur (Taha, 2017: 218). Ulaştırma problemlerinde başlangıç çözüm ile ulaşılan dağıtım programından sonra çözümün optimal olup olmadığını belirlemek için iki yöntem sıklıkla kullanılmaktadır. Bunlar; Atlama Taşı Yöntemi ve Çoğaltan Yöntemidir.

Bu çalışmada İstanbul'da faaliyet gösteren bir elektronik firmasının üç farklı şehirdeki fabrikalardan ülke genelinde dokuz farklı şehirdeki müşterilerinin bulunduğu depolara ürün dağıtım problemi ulaştırma modeli kullanılarak çözülmüştür. Uygulamada başlangıç çözüm için VAM yöntemi ve optimal çözüm için MODI yöntemi kullanılmıştır. Günümüzde bilgisayar yazılım programlarının gelişmesi ile özellikle çok fazla sayıda kısıt ve değişkene sahip ulaştırma problemleri, geleneksel ulaştırma modeli yöntemleri yerine çeşitli paket programlar kullanılarak daha kısa sürede ve hatasız bir şekilde çözülebilmektedir (Atan ve Gülüdağı, 2019: 658). Bu nedenle çalışmada ele alınan problem ilk olarak VAM ve MODI yöntemleri ile çözüldükten sonra GAMS programında doğrusal programlama modeli kullanılarak çözülmüştür.

Çalışma şu şekilde düzenlenmiştir. 2.bölümde literatür taramasına yer verilmiş olup, 3. bölümde ulaştırma yöntemleri ele alınmıştır. Çalışmanın 4. bölümü uygulama kısmıdır. Bu bölümde problemin VAM, MODI ve doğrusal programlama modeli ile uygulanması yer almaktadır. Çalışmanın sonuç bölümünde elde edilen sonuçlar yorumlanarak gelecekteki çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur.

## 2. LİTERATÜR TARAMASI

Geçmişten günümüze ulaştırma yöntemleri ile ilgili birçok çalışma literatürde mevcuttur. Bu çalışmalardan bazıları şu şekildedir. Erdoğan vd. (2007), bir konfeksiyon işletmesinde ulaştırma modeli kullanarak jean pantolon üretiminin planlamasını gerçekleştirmiş ve minimum birim maliyeti hesaplamıştır. Ertuğrul ve Işık (2008), Denizli'de faaliyette bulunan bir gıda işletmesinin ürün dağıtım problemi için VAM ve MODI yöntemlerini kullanmıştır. Ghazali vd. (2012), Malezyalı bir ticaret şirketi için doğrusal programlama kullanarak ulaştırma sorununun en uygun çözümünü elde etmiştir. Çalışmada verilerle model kurularak Excel çözücü yardımıyla sonuca ulaşılmıştır. Salami (2014), Nijerya'da alkolsüz içecek endüstrisinde bulunan bir firmanın verilerini kullanarak dağıtımların maliyetlerini en aza indirmeye çalışmıştır. Çalışmada başlangıç çözüm için Kuzey-Batı Köşe yöntemi, En Az Maliyetli Gözeler yöntemi ve VAM yöntemi kullanılmış optimal çözüm için ise Atlama Taşı yöntemi ve MODI yöntemi kullanılmıştır. Tan ve Patır (2017), Bingöl'de faaliyette bulunan bir meşrubat firmasının dağıtım planını geliştirmek amacıyla VAM ve MODI yöntemlerini kullanmıştır. Pasaribu vd. (2018), VAM ve MODI yöntemleri ile ulaştırma maliyetlerini minimize etmeye çalışmıştır. Lestari ve Christy (2018), Coca Cola'nın bölgede gerçekleştirilen dağıtım için VAM ve MODI yöntemini kullanarak elde edilen sonuçları karşılaştırmıştır. Abdelwali vd. (2019), Mısır'da bulunan bir şirketin, 10 farklı şehirde bulunan ürünlerini 19 şehre ulaştırma problemini ele almıştır. Atan ve Gülüdağı (2019), harekât ortamında mühimmat lojistiğinin optimizasyonu için VAM ve MODI yöntemlerini kullanmıştır. Pasaribu (2020), Kuzey Samatra'da bulunan bir dizüstü bilgisayar dağıtım şirketi için En Az Maliyetli Gözeler yöntemi ve Atlama Taşı yöntemini kullanarak maliyet optimizasyonu sağlamıştır. Askerbeyli (2020), Alter Demir Çelik Sanayi A.Ş.'nin Karabük'teki kendi üretim tesislerinde ürettiği nihai ürün için toplam taşıma maliyetlerini VAM, MODI yöntemleri ve R/SIMPLEX paket programı ile minimize etmeye çalışmıştır. Putra vd. (2020), ürünlerin dağıtım ve taşıma maliyetlerinin optimizasyonunu sağlamak için Kuzey-Batı Köşe yöntemi ve Atlama Taşı yöntemini kullanmıştır.

## 3. METODOLOJİ

Bu bölümde, çalışmada kullanılan yöntemler sunulmaktadır.

### 3.1. Ulaştırma Yöntemleri

Ulaştırma problemi, doğrusal programlama problemlerinin ilk uygulamalarından biridir. Temel ulaştırma problemi ilk olarak Hitchcock tarafından geliştirilmiştir. 1947'de simpleks algoritmasından türetilen verimli çözüm yöntemleri, öncelikle Dantzig ve ardından Charnes ve diğerleri tarafından geliştirilmiştir (Bit, 1992: 135). Ulaştırma modelleri, minimum maliyetle

sunum merkezlerinden istem merkezlerine mal ve hizmet atanması için kullanılan bir yöntemdir. Ulaştırma modelleri, 1960'lı yıllardan beri birçok sektörde tesis yeri seçimi, ürünlerin fabrikalardan depolara veya müşterilere dağıtımını, işlerin makinelere atanması ve personelin makinelere atanması gibi aktarma ve atama problemleri için kullanılmıştır. Ulaştırma modellerinde sunum merkezlerinin ürettiği ürün sayısı (arz), istem merkezlerinin istediği ürün sayısının (talep) ve birim maliyetlerin bilinmesi gerekmektedir. Dengeli ulaştırma modellerinde tutarlılık kavramı gereği sunum merkezlerinin ürettiği ürün sayısı ve istem merkezlerinin istediği ürün sayısının birbirine eşit olması veya kuramsal olarak eşitliğin sağlanması gereklidir (Ertuğrul ve Işık, 2008: 5). Arz ve talep miktarları her zaman eşit olmayabilir, bu şekildeki modellere de dengesiz ulaştırma modelleri denir. Dengesiz ulaştırma modellerini dengeli hale getirmek için istem merkezine veya sunum merkezine kukla adı verilen bir değişken eklenir. Bu merkezler gerçekte var olmadığı için birim taşıma maliyetleri sıfır olarak kabul edilir (Kocaoğlu, 2010: 17).

Bir ulaştırma modelinin matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir (Das vd., 2014: 42):

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{sunum kısıtı})$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{talep kısıtı})$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

$\sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j$  (sunum miktarının istem miktarına eşit veya büyük olma koşulu)

Burada; m kaynak ve n varış noktalarını,  $c_{ij}$ ; i.nci kaynağın j.inci varış noktasına maliyetini,  $a_i$ ; her bir i.inci kaynağın sunum miktarı kapasitesini ve  $b_j$ ; her j.'nci varış yerinin talep miktarını temsil eder. Ulaştırma problemini çözmenin temel amacı, toplam taşıma maliyetini en aza indirmek için i. kaynaktan j. varış noktasına gönderilecek  $x_{ij}$  ürününün miktarını bulmaktır.

Ulaştırma problemlerinde genellikle Kuzeybat Köşe Yöntemi, En Az Maliyetli Gözeler Yöntemi, Vogel Yaklaşım Yöntemi (VAM), Sıra veya Satır En Küçüğü yöntemi olmak üzere 4 tane başlangıç çözüm yöntemi, optimum çözümün bulunmasında ise Atlama Taşı Yöntemi ve MODI Yöntemi (Çoğaltan Yöntemi) kullanılır (Taha, 2017: 216). Bu çalışma kapsamında kullanılan yöntemler aşağıda ele alınmaktadır.

### 3.2. Vogel Yaklaşım Yöntemi (VAM)

William R. Vogel tarafından 1958 yılında ileri sürülen VAM yönteminin diğer başlangıç çözüm yöntemlerine göre optimal çözümü verme olasılığı daha fazladır. Bu nedenle çalışma kapsamında VAM yöntemi kullanılmıştır. VAM yönteminde şu adımlar takip edilir (Korukoğlu ve Ballı, 2011: 372; Nahar vd., 2018: 2):

Adım 1: Her satır için ilgili satırdaki en küçük iki maliyet, her sütun için ilgili sütundaki en küçük iki maliyet birbirinden çıkarılır ve ceza puanları belirlenir.

Adım 2: Satırdaki veya sütundaki en yüksek ceza puanı bulunur.

Adım 3: Bulunan en yüksek ceza puanı satırda ise o satırdaki en düşük maliyete, sütunda ise o sütundaki en düşük maliyete istem ve sunum miktarlarına göre mümkün olan en yüksek seviyede atama yapılır.

Adım 4: Atamalar yapılırken istem veya sunum miktarının karşılandığı satır veya sütun olduğunda ilgili göze tablodan elenir ve ceza puanları bir sonraki adımda ilgili sütun veya satır için hesaplanmaz.

Adım 5: İlgili satır veya sütunun elendiği yeni matris için maliyet farkları tekrar hesaplanır.

Adım 6: Ceza puanları hesaplama işlemine tek bir sütun veya satır kalana kadar devam edilir ve sona kalan gözeler kalan istem ve sunum miktarlarına göre atama yapılarak başlangıç temel uygun çözüme ulaşılır.

### 3.3. Çoğaltan Yöntemi (MODI)

Optimal çözüme ulaşmada kullanılan MODI yönteminin hesaplama işlemleri ve optimum çözüme ulaşması Atlama Taşı yöntemine göre daha kolay bir şekilde gerçekleştirilebilir. MODI yöntemi dual problemin çözümüne dayanmaktadır. MODI yönteminin adımları şu şekilde gerçekleşir (Atan ve Güldağı, 2019: 667):

Adım 1: Öncelikle problem başlangıç çözüm yöntemlerinden biri ile çözülür.

Adım 2: Başlangıç çözüm yöntemiyle çözülen ulaştırma tablosunda dolu gözeler yani temel değişkenler için  $u_i + v_j = C_{ij}$  denklemi ile  $u_i$  ve  $v_j$  değerleri bulunur. Burada  $u_i$  ve  $v_j$  gölge maliyetleri ifade etmektedir. Bu adımda genellikle  $u_1$  değerine sıfır verilerek diğer  $u_i$  ve  $v_j$  değerleri hesaplanır.

Adım 3: Bu adımda boş gözeler için çözümün iyileştirilip iyileştirilemeyeceği  $d_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}$  denklemi ile hesaplanır.

Adım 4: Boş gözelerin test miktarı sonuçları  $d_{ij} \leq 0$  ise çözüm optimaldir.  $d_{ij} \geq 0$  ise o gözeye atama yapılarak maliyet azaltılabilir. Bir diğer ifade ile boş göze için gönderme ve alma maliyetlerinin toplamı ilgili gözünün gerçek maliyetinden yüksekse ilgili boş gözeye atama yapılarak maliyet tasarrufu sağlanır. Birden fazla sıfırdan büyük test miktarı olması durumunda en büyük değer seçilir.

Adım 5: Dağıtım yapılacak boş göze belirlendikten sonra o gözeden başlayarak diğer dolu hücrelerden geçmek kaydıyla kapalı bir çevrim elde edilir. Dağıtım yapılacak gözeden + ile başlanır ve sırasıyla -,+,- işaretleri kullanılır.

Adım 6: Boş gözeye dağıtım yapılacak miktarın bulunmasında çevrimdeki negatif işaretli gözelerin en küçüğü seçilir ardından pozitif ve negatif işaretli gözeler, işaretlerine göre arttırma ve azaltma işlemleri yapılır.

Adım 7: Boş gözelerin test miktarı  $d_{ij} \leq 0$  olana kadar işlemler tekrar edilir.

#### 4. UYGULAMA

Bu çalışmanın amacı, İstanbul'da faaliyet gösteren bir elektronik firmasının taşıma maliyetlerini minimum kılacak optimum dağıtım planı oluşturmaktır. Bu kapsamda, çalışmanın modeli kurulduktan sonra çözüm aşamasına geçilmiştir. Problemin çözümü iki şekilde gerçekleştirilmiştir. Problem ilk olarak ulaştırma problemleri çözüm yöntemlerinden VAM ve MODI yöntemleri ile çözülmüş olup, ardından GAMS programı kullanılarak çözülmüş ve elde edilen sonuçlar sunulmuştur. İşletme üç farklı şehirde bulunan fabrikalardan, dokuz farklı şehirde müşterilerinin bulunduğu depolara ürün göndermektedir. Çalışmada yer alan tüm tablolar Ek Bilgiler bölümünde yer almaktadır. Tablo 1'de tablolarda kullanılan kısaltmalara ilişkin açıklamalar yer almaktadır. Tablo 2'de İşletmenin fabrikaları ile dağıtım yapılan müşteriler arasındaki birim taşıma maliyetleri gösterilmektedir. Tablo 3'te ise işletmenin 2021 yılı mevcut aylık dağıtım planı yer almaktadır. Buna göre  $TM_{MEVCUT} = (25 \times 40) + (85 \times 70) + (67 \times 80) + (40 \times 10) + (60 \times 27) + (47 \times 30) + (20 \times 45) + (40 \times 75) + (20 \times 20) + (25 \times 28) + (23 \times 40) + (25 \times 20) + (20 \times 45) + (10 \times 18) = 23.240$  TL'dir.

##### 4.1. Problemin VAM ve MODI Yöntemleri ile Çözümü

Bu çalışmada başlangıç dağıtımların elde edilmesinde için optimal çözüme oldukça yakın sonuçlar veren VAM yöntemi kullanılmıştır. Tablo 4'te VAM yöntemi ile edilen dağıtım yer almaktadır. VAM yöntemi ile başlangıç çözüm sonunda elde edilen toplam maliyet:  $TM_{VAM} = (67 \times 80) + (40 \times 10) + (16 \times 27) + (377 \times 0) + (47 \times 30) + (68 \times 45) + (85 \times 75) + (30 \times 20) + (25 \times 28) + (44 \times 38) + (25 \times 20) + (60 \times 45) = 23.209$  TL'dir.

Problemin optimal çözümünün bulunması amacıyla MODI yöntemi kullanılmıştır. Örnek teşkil etmesi için MODI yönteminin 1. aşamasına ait çözüm aşağıda detaylı bir şekilde ele alınmıştır.

VAM yöntemi ile dağıtım yapılmış gözeler, temel değişkenlerdir. Temel değişkenlere karşılık gelen dual denklemler aşağıdaki gibidir:

$$X_{15} = u_1 + v_5 = C_{15} = 80$$

$$X_{18} = u_1 + v_8 = C_{18} = 10$$

$$X_{19} = u_1 + v_9 = C_{19} = 27$$

$$X_{110} = u_1 + v_{10} = C_{110} = 0$$

$$X_{21} = u_2 + v_1 = C_{21} = 30$$

$$X_{22} = u_2 + v_2 = C_{22} = 45$$

$$X_{24} = u_2 + v_4 = C_{24} = 75$$

$$X_{26} = u_2 + v_6 = C_{26} = 20$$

$$X_{27} = u_2 + v_7 = C_{27} = 28$$

$$X_{29} = u_2 + v_9 = C_{29} = 38$$

$$X_{33} = u_3 + v_3 = C_{33} = 20$$

$$X_{34} = u_3 + v_4 = C_{34} = 45$$

$u_1 = 0$  için dual değişkenlerin değerleri aşağıdaki gibidir:

$$X_{15} = 0 + v_5 = 80 \quad v_5 = 80$$

$$X_{18} = 0 + v_8 = 10 \quad v_8 = 10$$

$$X_{19} = 0 + v_9 = 27 \quad v_9 = 27$$

$$X_{110} = 0 + v_{10} = 0 \quad v_{10} = 0$$

$$X_{21} = 11 + v_1 = 30 \quad v_1 = 19$$

$$X_{22} = 11 + v_2 = 45 \quad v_2 = 34$$

$$X_{24} = 11 + v_4 = 75 \quad v_4 = 64$$

$$X_{26} = 11 + v_6 = 20 \quad v_6 = 9$$

$$X_{27} = 11 + v_7 = 28 \quad v_7 = 17$$

$$X_{29} = u_2 + 27 = 38 \quad u_2 = 11$$

$$X_{33} = 19 + v_3 = 20 \quad v_3 = 39$$

$$X_{34} = u_3 + 64 = 45 \quad u_3 = 19$$

Temel olmayan değişkenlerin test miktarları aşağıdaki gibidir:

$$d_{11} = u_1 + v_1 - c_{11} = 0 + 19 - 50 = -31$$

$$d_{12} = u_1 + v_2 - c_{12} = 0 + 34 - 40 = -6$$

$$d_{13} = u_1 + v_3 - c_{13} = 0 + 39 - 50 = -11$$

$$d_{14} = u_1 + v_4 - c_{14} = 0 + 64 - 70 = -6$$

$$d_{16} = u_1 + v_6 - c_{16} = 0 + 9 - 30 = -21$$

$$d_{17} = u_1 + v_7 - c_{17} = 0 + 17 - 35 = -18$$

$$d_{23} = u_2 + v_3 - c_{23} = 11 + 39 - 55 = -5$$

$$d_{25} = u_2 + v_5 - c_{25} = 11 + 80 - 98 = -7$$

$$d_{28} = u_2 + v_8 - c_{28} = 11 + 10 - 47 = -26$$

$$d_{210} = u_2 + v_{10} - c_{210} = 11 + 0 - 0 = 11$$

$$d_{31} = u_3 + v_1 - c_{31} = -19 + 19 - 23 = -23$$

$$d_{32} = u_3 + v_2 - c_{32} = -19 + 34 - 40 = -25$$

$$d_{35} = u_3 + v_5 - c_{35} = -19 + 80 - 60 = 1$$

$$d_{36} = u_3 + v_6 - c_{36} = -19 + 9 - 18 = -28$$

$$d_{37} = u_3 + v_7 - c_{37} = -19 + 17 - 13 = -15$$

$$d_{38} = u_3 + v_8 - c_{38} = -19 + 10 - 42 = -51$$

$$d_{39} = u_3 + v_9 - c_{39} = -19 + 27 - 50 = -42$$

$$d_{310} = u_3 + v_{10} - c_{310} = -19 + 0 - 0 = -19$$

$X_{210}$  temel olmayan değişkenin test miktarı pozitif değerlidir bu durum VAM yöntemi ile elde edilen çözümün optimal olmadığı sonucunu ortaya koymaktadır. Bu nedenle bu aşamada ilgili değişken programa dahil edilmelidir. Tablo 5'te ilgili değişkenin programa dahil edildiği hali yer almaktadır.

Elde edilen yeni çözüm tablosu ile toplam taşıma maliyeti:  $TM_{MODI} = (67 \times 80) + (40 \times 10) + (60 \times 27) + (333 \times 0) + (47 \times 30) + (68 \times 45) + (85 \times 75) + (30 \times 20) + (25 \times 28) + (44 \times 0) + (25 \times 20) + (60 \times 45) = 22.725$  TL'dir. Oluşturulan yeni dağıtım planı ile bir önceki çözüme göre 484 TL'lik bir tasarruf sağlanmıştır. Yeni çözümün optimum olup olmadığını belirlemek için MODI yöntemi tekrar uygulanır.  $X_{12}$  temel olmayan değişkenin test miktarı pozitif değerlidir. Bu nedenle ilgili değişken programa dahil edildikten sonra elde edilen yeni dağıtımlar Tablo 6'daki gibidir.

Elde edilen yeni çözüm tablosu ile toplam taşıma maliyeti:  $TM_{MOD2} = (68 \times 40) + (67 \times 80) + (40 \times 10) + (60 \times 27) + (265 \times 0) + (47 \times 30) + (85 \times 75) + (30 \times 20) + (25 \times 28) + (112 \times 0) + (25 \times 20) + (60 \times 45) = 22.385$  TL'dir. Oluşturulan yeni dağıtım planı ile bir önceki çözüme göre 340 TL'lik bir tasarruf sağlanmıştır. Yeni çözümün optimum olup olmadığını belirlemek için MODI yöntemi tekrar uygulanır.  $X_{14}$  temel olmayan değişkenin test miktarı pozitif değerlidir. Bu nedenle ilgili değişken programa dahil edildikten sonra elde edilen yeni dağıtımlar Tablo 7'deki gibidir.

Elde edilen yeni çözüm tablosu ile  $TM_{MOD3} = (68 \times 40) + (85 \times 70) + (67 \times 80) + (40 \times 10) + (60 \times 27) + (180 \times 0) + (47 \times 30) + (30 \times 20) + (25 \times 28) + (197 \times 0) + (25 \times 20) + (60 \times 45) = 21.960$  TL'dir. Oluşturulan yeni dağıtım planı ile bir önceki çözüme göre 425 TL'lik bir tasarruf sağlanmıştır. Yeni çözümün optimum olup olmadığını belirlemek için MODI yöntemi tekrar uygulanır. Temel olmayan değişkenlerin test miktarı negatif olduğu için ulaşılan yeni çözüm optimaldir. Buna ek olarak m+n-1 gözeye atama yapıldığı için uygun temel çözüme ulaşılmıştır. Buna göre toplam taşıma maliyeti 21.960 TL olarak bulunur.

İşletmenin 2021 yılı mevcut aylık dağıtım maliyeti 23.240 TL'dir. MODI yöntemi kullanılarak işletmenin optimal taşıma maliyeti 21.960 TL olarak elde edilmiştir. Mevcut duruma göre maliyetlerde yaklaşık % 5.5 azalma meydana gelmiştir.

#### 4.2. GAMS ile Çözüm

Bu bölümde ulaştırma problemi, GAMS programı kullanılarak çözülmüştür. Çalışmada ele alınan ulaştırma modelinin doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibidir:

Minimum  $Z =$

$$50X_{11} + 40X_{12} + 50X_{13} + 70X_{14} + 80X_{15} + 30X_{16} + 35X_{17} + 10X_{18} + 27X_{19} + 30X_{21} + 45X_{22} + 55X_{23} + 75X_{24} + 98X_{25} + 20X_{26} + 28X_{27} + 47X_{28} + 38X_{29}$$

$$+ 23X_{31} + 40X_{32} + 20X_{33} + 45X_{34} + 60X_{35} + 18X_{36} + 13X_{37} + 42X_{38} + 50X_{39}$$

Kısıtlar:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} \leq 500$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} \leq 299$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} \leq 85$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq 47$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq 68$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 25$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} \geq 145$$

$$X_{15} + X_{25} + X_{35} \geq 67$$

$$X_{16} + X_{26} + X_{36} \geq 30$$

$$X_{17} + X_{27} + X_{37} \geq 25$$

$$X_{18} + X_{28} + X_{38} \geq 40$$

$$X_{19} + X_{29} + X_{39} \geq 60$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i = 1,2,3 \text{ ve } j = 1,2,3, \dots, 9)$$

Ulaştırma modelinin doğrusal programlama modeli GAMS programında Şekil 1'deki gibi girilmektedir. Burada "=" ile, "<=" ile ve ">=" ile gösterilmektedir. Çalışmada model ismi, model transport /all/ şeklinde adlandırılmıştır. Modeli çözmek için solve komutu kullanılmaktadır.

```
sets
i fabrikalar /1*3/
j müşteriler /1*10/;

parameters
k(i) i fabrikasının kapasitesi /1 500, 2 299, 3 85/,
t(j) j müşterisinin talebi /1 47, 2 68, 3 25, 4 145,
5 67, 6 30, 7 25, 8 40, 9 60,10 377 /;

table c(i,j) i den j ye ürün gönderme maliyeti
1 50 40 50 70 80 30 35 10 27 0
2 30 45 55 75 98 20 28 47 38 0
3 23 40 20 45 60 18 13 42 50 0
;

variable
x(i,j) i den j ye gönderilecek ürün miktarı
z toplam ulaştırma maliyeti
;

positive variable
x(i,j);

equation
cost
supply(i)
demand(j);
cost.. z =e= sum((i,j),c(i,j)*x(i,j));
supply(i)..sum(j,x(i,j))=l=k(i);
demand(j)..sum(i,x(i,j))=g=t(j);

Model transport /all/;
Solve transport using lp minimizing z;

display x.l,x.m;
```

Şekil 1: GAMS programı ile ulaştırma probleminin modeli

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1.1	.	.	+INF	20.0000
1.2	.	68.0000	+INF	.
1.3	.	.	+INF	5.0000
1.4	.	85.0000	+INF	.
1.5	.	67.0000	+INF	.
1.6	.	.	+INF	10.0000
1.7	.	.	+INF	7.0000
1.8	.	40.0000	+INF	.
1.9	.	60.0000	+INF	.
1.10	.	180.0000	+INF	.
2.1	.	47.0000	+INF	.
2.2	.	.	+INF	5.0000
2.3	.	.	+INF	10.0000
2.4	.	.	+INF	5.0000
2.5	.	.	+INF	18.0000
2.6	.	30.0000	+INF	.
2.7	.	25.0000	+INF	.
2.8	.	.	+INF	37.0000
2.9	.	.	+INF	11.0000
2.10	.	197.0000	+INF	.
3.1	.	.	+INF	18.0000
3.2	.	.	+INF	25.0000
3.3	.	25.0000	+INF	.
3.4	.	60.0000	+INF	.
3.5	.	.	+INF	5.0000
3.6	.	.	+INF	23.0000
3.7	.	.	+INF	10.0000
3.8	.	.	+INF	57.0000
3.9	.	.	+INF	48.0000
3.10	.	.	+INF	25.0000
		LOWER	LEVEL	UPPER
--- VAR z		-INF	21960.0000	+INF

Şekil 2: GAMS programı ile ulaştırma probleminin çıktısı

Şekil 2’de GAMS programı ile elde edilen çıktı yer almaktadır. Buna göre Minimum  $Z=21.960$   $X_{12}: 68$ ;  $X_{14}: 85$ ;  $X_{15}: 67$ ;  $X_{18}: 40$ ;  $X_{19}: 60$ ;  $X_{110}: 180$ ;  $X_{21}: 47$ ;  $X_{26}: 30$ ;  $X_{27}: 25$ ;  $X_{210}: 197$ ;  $X_{33}: 25$ ;  $X_{34}: 60$  olarak elde edilmiştir.

## 5. SONUÇ

Ulaştırma faaliyetleri bir işletme için hayati öneme sahip ekonomik faaliyetler arasındadır. Ulaştırma faaliyetleri ile işletmeler ürünlerini talep edildikleri yerlere iletmektedir. Yöneylem araştırmasında önemli bir yeri olan ulaştırma modelleri ile işletmeler ulaştırma faaliyetlerini daha etkin bir şekilde gerçekleştirebilir ve maliyetlerini önemli ölçüde azaltabilir.

Bu çalışmada İstanbul’da faaliyet gösteren elektronik firmasının müşterilerine ürün dağıtım problemi VAM, MODI gibi geleneksel ulaştırma modeli yöntemleri ve doğrusal programlama modeli kullanılarak GAMS programı ile çözülmüştür. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre VAM yöntemi ile TM: 23.209 TL, MODI yöntemi ile TM: 21.960 TL olarak bulunmuştur. MODI yöntemi ile elde edilen çözüm, dağıtım maliyetleri açısından optimal çözüm olarak bulunmuştur. Çalışmada ele alınan problem doğrusal programlama kullanılarak GAMS programında çözülmüş ve TM: 21.960 TL olarak elde edilmiştir. Bu çalışmada önerilen yeni dağıtım planı, işletmenin aylık mevcut taşıma maliyetinin yaklaşık %5.5 azalmasına katkı sağlamaktadır.

Geleneksel ulaştırma modeli yöntemleri özellikle çok fazla sayıda kısıt ve değişkene sahip modellerin olduğu durumlarda yetersiz kalmaktadır. Bunun yerine çeşitli programların kullanılması işletmelere zaman ve maliyet açısından birçok avantaj sağlamaktadır. Bu nedenle bu çalışmada ele alınan problemin çözümü için geleneksel ulaştırma modeli yöntemlerine ek olarak ulaştırma modelinin doğrusal programlama modeli

kullanılarak GAMS programı ile uygulanması gösterilmiştir. İki yöntemin sonuçlarının birbirini desteklediği saptanmıştır ancak kısıt ve değişken sayısının daha fazla olması durumunda işlem hatalarını azaltması ve daha kısa sürede çözüm vermesi nedeniyle geleneksel yöntemler yerine GAMS vb. programların kullanılması önerilmektedir.

## KAYNAKÇA / BIBLIOGRAPHY

- Abdelwali, H. A., Swilem, S. M., El Shiaty, R., & Murad, M. M. (2019). "Solving A Transportation Problem Actual Problem Using Excel Solver", *International Journal of Engineering and Technical Research (IJETR)*, 9(12), s. 2454-4698.
- Askerbeyli, R. (2020). "Study of Transportation Problem of Iron and Steel Industry in Turkey Based on Linear Programming, VAM and MODI Methods", *Communications Faculty of Sciences University of Ankara Series A2-A3 Physical Sciences Engineering*, 62(1), s. 79-99.
- Atan, S. & Güldağı, L. S. (2019). "Harekât Ortamında Mühimmat Lojistiğinin Optimizasyonu", *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 33 (2), s. 653-684 .
- Bit, A. K., Biswal, M. P., & Alam, S. S. (1992). "Fuzzy Programming Approach To Multicriteria Decision Making Transportation Problem", *Fuzzy Sets And Systems*, 50(2), s. 135-141.
- Das, U. K., Babu, M. A., Khan, A. R., Helal, M. A., & Uddin, M. S. (2014). "Logical Development of Vogel's Approximation Method (LD-VAM): An Approach To Find Basic Feasible Solution of Transportation Problem", *International Journal of Scientific & Technology Research (IJSTR)*, 3(2), s. 42- 48.
- Erdoğan, M. Ş. (2007). "Konfeksiyon Üretiminde Ulaştırma Modeli Yardımıyla Birim Maliyetlerinin Belirlenmesi", *Tekstil ve Konfeksiyon*, Cilt:2, s. 132-139.
- Ertuğrul, İ., & Tuş, A. (2008). "Bir Gıda İşletmesinde Ulaştırma Modeli ile Yeni Bir Dağıtım Planı Geliştirme", *Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 2008(1), s. 267-283.
- Ghazali, Z. M. (2012). "Optimal Solution of Transportation Problem Using Linear Programming: A Case of a Malaysian Trading Company", *Journal of Applied Sciences*, Cilt:12, s. 2430-2435.
- Kocaoğlu, M. (2010). *Bir Akaryakıt Dağıtım Dizgesinin Ulaştırma Giderinin Doğrusal Programlama Yoluyla En Aza İndirgenmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Ankara Üniversitesi.
- Korukoğlu, S., & Ballı, S. (2011). "An Improved Vogel's Approximation Method For The Transportation Problem", *Mathematical and Computational Applications*, 16(2), s. 370-381.
- Lestari, O. & Christy, T. (2018). "Analisis Penbandingan Pengiriman Barang Menggunakan Metode Vogel's Approximation Method (VAM) Dan Modified Distribution (MODI) (Studi Kasus: PT: Coca Cola Amatil Indonesia Surabaya)", *Jurnal Teknologi dan Sistem Informasi*, Cilt: 1, s. 51-58.
- Nahar, J., Rusyaman, E., & Putri, S. D. V. E. (2018, March). "Application of Improved Vogel's Approximation Method in Minimization of Rice Distribution Costs of Perum BULOG", In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 332, No. 1, p. 012027). IOP Publishing.
- Öztürk, A. (2016). *Yöneylem Araştırması, (Genişletilmiş 16. Baskı)*. Bursa: Ekin Basım Yayın Dağıtım.
- Pasaribu, P. (2020). "Distribution Cost Optimization Using the Least Cost Method and the Stepping Stone Method", *International Journal of Basic and Applied Sciences*, Cilt: 9, s. 1-9.
- Pasaribu, V. S. (2018). "Approximation Vogels Effectiveness Method (VAM) Minimize Cost of Transportation", *International Journal of Advanced Research*, Cilt: 6, s. 1512-1517.
- Putra, F. P. (2020). "The Optimization of Distribution and Transportation Cost for Common Good Products", *International Journal of Industrial Optimization*, Cilt:1, s. 111-120.
- Salamı, A. (2014). "Application of Transportation Linear Programming Algorithm to Cost Reduction in Nigeria Soft Drinks Industry", *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Economics and Management Engineering*, Cilt:8, s. 416-422.
- Taha, H. A. (2017). *Operations Research An Introduction*. Pearson Education Limited 2017.
- Tan, M. & Patır, S. (2017). "Bingöl İlinde Faaliyet Gösteren Bir Meşrubat Firmasının Ulaştırma Modelleri ile Dağıtım Planı Oluşturulması", *Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi*, Cilt: 4, s. 135-147.



## EK BİLGİLER / APPENDIX

F: Fabrika	M: Müşteri	F1: İstanbul	F2: İzmir	F3: Antalya
M1: Aydın	M2: Ankara	M3: Konya	M4: Gaziantep	M5: Trabzon
M6: Denizli	M7: Isparta	M8: Kocaeli	M9: Bursa	T: Talep
S: Sunum	K: Kukla	TM: Toplam Maliyet		

Ek 1: Tablo1: Tablolarda kullanılan kısaltmalara ilişkin açıklamalar

M F	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	S
F1	50 X <sub>11</sub>	40 X <sub>12</sub>	50 X <sub>13</sub>	70 X <sub>14</sub>	80 X <sub>15</sub>	30 X <sub>16</sub>	35 X <sub>17</sub>	10 X <sub>18</sub>	27 X <sub>19</sub>	500
F2	30 X <sub>21</sub>	45 X <sub>22</sub>	55 X <sub>23</sub>	75 X <sub>24</sub>	98 X <sub>25</sub>	20 X <sub>26</sub>	28 X <sub>27</sub>	47 X <sub>28</sub>	38 X <sub>29</sub>	299
F3	23 X <sub>31</sub>	40 X <sub>32</sub>	20 X <sub>33</sub>	45 X <sub>34</sub>	60 X <sub>35</sub>	18 X <sub>36</sub>	13 X <sub>37</sub>	42 X <sub>38</sub>	50 X <sub>39</sub>	85
T	47	68	25	145	67	30	25	40	60	884 507

Ek 2: Tablo 2: İşletmenin depoları ile dağıtım yapılan müşteriler arasındaki birim taşıma maliyetleri (TL)

M F	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	S
F1	50	40 25	50	70 85	80 67	30	35	10 40	27 60	500
F2	30 47	45 20	55	75 40	98	20 20	28 25	47	38	299
F3	23	40 23	20 25	45 20	60	18 10	13	42	50	85
T	47	68	25	145	67	30	25	40	60	884 507

Ek 3: Tablo 3: İşletmenin 2021 yılı mevcut aylık dağıtım planı (TL)

M F	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	K	S
F1	50	40	50	70	80 67	30	35	10 40	27 16	0 377	500
F2	30 47	45 68	55	75 85	98	20 30	28 25	47	38 44	0	299
F3	23	40	20 25	45 60	60	18	13	42	50	0	85
T	47	68	25	145	67	30	25	40	60	377	884 884

Ek 4: Tablo 4: Vogel (VAM) yöntemi ile ulaşılan başlangıç çözümü

M F	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	K	S
F1	50	40	50	70	80 <b>67</b>	30	35	10 <b>40</b>	27 <b>60</b>	0 <b>333</b>	500
F2	30 <b>47</b>	45 <b>68</b>	55	75 <b>85</b>	98	20 <b>30</b>	28 <b>25</b>	47	38	0 <b>44</b>	299
F3	23	40	20 <b>25</b>	45 <b>60</b>	60	18	13	42	50	0	85
T	47	68	25	145	67	30	25	40	60	377	884 884

Ek 5: Tablo 5: MODİ yöntemi 1. Aşama

M F	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	K	S
F1	50	40 <b>68</b>	50	70	80 <b>67</b>	30	35	10 <b>40</b>	27 <b>60</b>	0 <b>265</b>	500
F2	30 <b>47</b>	45	55	75 <b>85</b>	98	20 <b>30</b>	28 <b>25</b>	47	38	0 <b>112</b>	299
F3	23	40	20 <b>25</b>	45 <b>60</b>	60	18	13	42	50	0	85
T	47	68	25	145	67	30	25	40	60	377	884 884

Ek 6: Tablo 6: MODİ yöntemi 2. Aşama

M F	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	K	S
F1	50	40 <b>68</b>	50	70 <b>85</b>	80 <b>67</b>	30	35	10 <b>40</b>	27 <b>60</b>	0 <b>180</b>	500
F2	30 <b>47</b>	45	55	75	98	20 <b>30</b>	28 <b>25</b>	47	38	0 <b>197</b>	299
F3	23	40	20 <b>25</b>	45 <b>60</b>	60	18	13	42	50	0	85
T	47	68	25	145	67	30	25	40	60	377	884 884

Ek 7: Tablo 7: MODİ yöntemi 3. Aşama