

DEĞİŞİK GEOMETRİLERDEKİ LAMİNER AKIŞ ALANLARININ KOORDİNAT DÖNÜŞÜMÜ İLE HESAPLANMASI

*Yücel ÖZMEN**

*Ertan BAYDAR**

Özet: Bu çalışmada, eğik ve eğrisel yüzeyler üzerinden laminer akış alanları sayısal olarak incelenmiştir. Fiziksel alandan hesap alanına koordinat transformasyonu gerçekleştirilerek, eğrisel yüzey üzerinden akış, yayıcı ve dairesel dirsek içinden akış alanları farklı Reynolds sayılarında değişik sınır şartları için çözülmüştür. Bu çözümlerden hız alanları ve ters akış bölgelerinin uzunlukları hesaplanmıştır. Artan Reynolds sayısı ile birlikte ters akış bölgesi boyutlarının arttığı, artan eğim açısı ile akış ayrılmasının daha küçük Reynolds sayılarında gerçekleştiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Laminer akış, Koordinat transformasyonu, Eğik yüzey, Eğrisel yüzey, Ters akış bölgesi.

Prediction of Laminar Flow Fields at Various Geometries with Coordinate Transformation

Abstract: In this study, laminar flow fields over slanted and curved surfaces have been investigated numerically. Flow in diffusers with different slope angles, flow over a circular surface and flow in a circular bend have been solved for different boundary conditions, and different Reynolds numbers, performing coordinate transformation from physical domain to computational domain. From these solutions, the velocity fields and the reverse flow region lengths have been predicted. It was seen that the dimensions of the reverse flow region have increased with increasing Reynolds numbers, and flow separation occurs at small Reynolds numbers for increasing slope angle.

Key Words: Laminar flow, Coordinate transformation, Slanted surface, Curved surface, Reverse flow region.

1. GİRİŞ

Bir akışkan, hareketi sırasında büyük ölçüde katı yüzeylerle temas halindedir. Bu yüzeyler, bir boru veya kanal gibi düz, bir yayıcı gibi eğik, ya da bir uçak kanadı veya dirsek gibi eğrisel geometride olabilirler. Yüzey eğriliği akış alanında büyük değişimler meydana getirmektedir. Yüzeyin eğikliği veya eğriliğine bağlı olarak, akış boyunca pozitif basınç gradyentinin meydana geldiği bölgelerde enerji kaybı nedeniyle akış yüzeyden ayrılmakta ve akış alanında ters akış bölgeleri oluşmaktadır. Bu tür yüzeyler üzerindeki akış alanlarının incelenmesi, çeşitli araç ve yapıların tasarımında dayanıklılık, estetik ve ekonomik açılarından büyük önem taşımaktadır.

Akışkanlar mekaniği ile ilgili problemlerin sayısal çözümünde, eğik veya eğrisel yüzeylere sahip geometriler için geometriye uyumlu koordinat sisteminin kullanılması daha uygun olmaktadır. Bu tür geometriler için kartezyen koordinatlardan eğrisel koordinatlara yapılan transformasyon sonucunda, hareket denklemleri içinde transformasyonla ilgili ilave terimler yer almaktadır. Koordinat transformasyonu ve hesap ağı üretim teknikleri, akışkanlar mekaniği ile ilgili karmaşık ve değişik geometrideki problemlerin sayısal olarak çözülmesinde önemli ilerlemeler sağlamıştır Anderson ve diğ., (1984); Fletcher, (1990); Hoffmann, (1989).

Kompleks cisimler etrafındaki akış alanları için cisim sınırları ile uyumlu eğrisel bir koordinat sistemini nümerik olarak oluşturan bir yöntem Thompson ve diğ. (1974) tarafından geliştirilmiştir. Ortogonal olmayan ağı düzeninde kartezyen koordinatlardan eğrisel koordinatlara transformasyonla ilgili bazı çalışmalar Maliska ve Raithby (1984), Smith ve diğ. (1993) ve Liu ve diğ. (1994), ortogonal

* Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 61080, Trabzon.

ağ düzeninde transformasyonla ilgili bir kısım çalışma da Mobley ve Stewart (1980) ve Hodge ve diğ. (1978) tarafından gerçekleştirilmiştir.

Karki ve Patankar (1988), sıkıştırılmaz viskoz akışkanlar için ortogonal olmayan bir koordinat sisteminde genel bir hesaplama yöntemi geliştirerek karmaşık akış alanlarının çözümüne uygulamışlardır. Chiu ve Wu (1990), çok boyutlu nümerik çözümler için bir algoritma geliştirerek aksel simetrik, iki boyutlu, zaman bağımlı silindirik içindeki akışı ortogonal olmayan eğrisel koordinatlarda cebrik yöntemle ağ üreterek hesaplamışlardır. Shyy ve diğ. (1985), geometri uyumlu bir koordinat sistemi kullanarak, iki boyutlu sıkıştırılmaz ters akış bölgesi problemler için bir sonlu fark algoritması geliştirmişlerdir. Kartezyen koordinatlar için geliştirilmiş SIMPLE çözüm algoritmasını eğrisel koordinatlara uygulayarak, ağ dağılımının çözüm kararlılığı üzerinde etkili olduğunu belirlemişlerdir. Ge ve Sotiropoulos (2007), eğrisel koordinat sistemini kullanarak karmaşık geometrilerdeki akış alanlarında, üç boyutlu sıkıştırılmaz Navier-Stokes denklemlerini çözmek üzere nümerik bir metod geliştirmişlerdir. Geometriye uyumlu eğrisel koordinat sisteminin kullanıldığı ve sonlu fark yaklaşımının esas alındığı bir diğer çalışma da Baghlani ve diğ. (2008) tarafından gerçekleştirilmiştir.

Eğrisel kanallarda laminer ve türbülanslı akışlar için bir kısım deneysel çalışma Taylor ve diğ. (1982), Mori ve diğ. (1971), Hille ve diğ. (1985) ve Shao ve diğ. (2003) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmalarda hız ölçümleri yapılarak ikincil akışların etkileri incelenmiştir. Humphrey ve diğ. (1977), kare kesitli eğrisel bir kanaldaki laminer akışı deneysel olarak incelemişlerdir. Cheng ve diğ. (1976), eğrisel dikdörtgen kesitli kanallarda sürekli sıkıştırılmaz tam gelişmiş laminer akış alanlarını eğrilik oranı etkisini de dikkate alarak sayısal olarak çözmüşlerdir. Eğrilik oranına bağlı olarak yüksek Reynolds sayılarında ikincil akışların ortaya çıktığını belirlemişlerdir.

2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

Viskoz akış problemlerinin çözümünde kullanılan Navier-Stokes denklemleri, ikinci dereceden kısmi diferansiyel denklemlerdir. Çok sınırlı uygulamalar dışında, bu denklemlerin tam çözümleri elde edilememektedir. Bu nedenle, çeşitli akış problemleri için sayısal yöntemler ile yaklaşık çözümler bulunabilmektedir.

2.1. Hareket Denklemleri

Sıkıştırılmayan bir akışkanın iki boyutlu, laminer, sürekli hareketi,

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

şeklindeki Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmektedir. Süreklilik denklemi ise;

$$\frac{\partial}{\partial x}(u) + \frac{\partial}{\partial y}(v) = 0 \quad (3)$$

şeklinindedir. Momentum denklemleri (1, 2) daha genel bir formda

$$\frac{\partial}{\partial x}(u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(v\phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + R(x, y) \quad (4)$$

olarak yazılmaktadır. Denklemin sol tarafı konvektif akıyı, sağ tarafı difüzyon akıyı göstermektedir. Denkleminde, ϕ bağımlı değişken (u veya v), Γ efektif difüzyon katsayısı, R ise kaynak terimidir. Fiziksel ve hesaplama alanları arasındaki ilişki

$$\xi = \xi(x, y) \quad (5)$$

$$\eta = \eta(x, y) \quad (6)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Kısmi türevler için zincir kuralı uygulanmakta ve alt indis notasyonunun kullanımı ile $\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$ şeklinde transformasyon türevleri (metrik türevler) belirlenmektedir. Kartezyen koordinatlardan (x, y) eğrisel koordinatlara (ξ, η) transformasyon yapıldığında Denklem (5) ve Denklem (6)'daki transformasyon bağıntıları ile Denklem (4),

$$\begin{aligned} \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho U \phi) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho V \phi) &= \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\Gamma}{J} (q_1 \phi_\xi - q_2 \phi_\eta) \right] + \\ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\Gamma}{J} (-q_2 \phi_\xi + q_3 \phi_\eta) \right] &+ S(\xi, \eta) * J \end{aligned} \quad (7)$$

şeklini almaktadır. Burada,

$$U = uy_\eta - vx_\eta \quad (8)$$

$$V = vx_\xi - uy_\xi \quad (9)$$

$$q_1 = x_\eta^2 + y_\eta^2 \quad (10)$$

$$q_2 = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \quad (11)$$

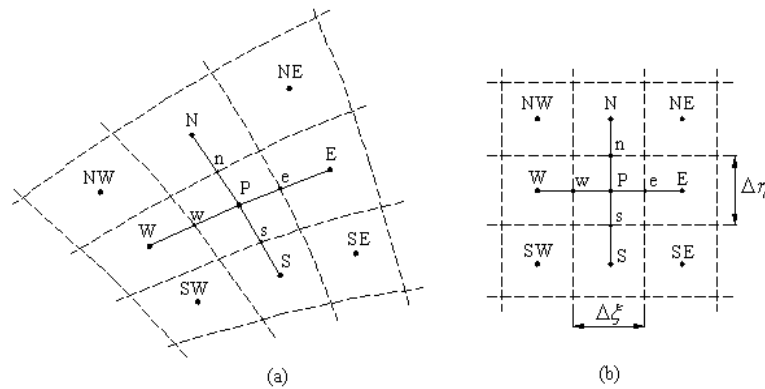
$$q_3 = x_\xi^2 + y_\xi^2 \quad (12)$$

$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \quad (13)$$

olarak tanımlanmakta olup, U, V ve S sırasıyla (ξ, η) koordinatlarındaki hız bileşenlerini ve kaynak terimini göstermektedir. q_1, q_2 ve q_3 koordinat sistemleri arasındaki transformasyon bağıntıları, J ise, hesap düzleminde fiziksel düzleme alan oranı olarak tanımlanan Jakobiyen matrisidir. Metrik türevler ve Jakobiyen, akış hareketini karakterize eden kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünden önce değerlendirilmektedir. Önce $x_\xi, y_\xi, x_\eta, y_\eta$ terimleri hesaplanmakta, daha sonra Jakobiyen belirlenmektedir.

2.2. Sonlu Fark Ayrıklaştırması

Akış alanını oluşturan ağ içinde, tipik bir kontrol hacmi üzerinden momentum denklemini integre edilmekte ve her bir terime ağ noktalarında (P, E, W, N, S) , ϕ 'nin ayrık değerleri ile yaklaşılmaktadır. Hız bileşenleri ağ noktaları arasına, diğer skaler değişkenler ise ağın düğüm noktalarına yerleştirilmiştir. Şekil 1a'da görülen eğrisel ağlara bölünmüş fiziksel alan, eğrisel koordinatlara transformasyon sonucu Şekil 1b'deki dikgen ağlardan oluşan hesap alanına dönüştürülmektedir. Hesap alanına ait hız bileşenleri de fiziksel alanda olduğu gibi skaler bir kontrol hacminin yüzeylerinin ortasında yer almaktadır.



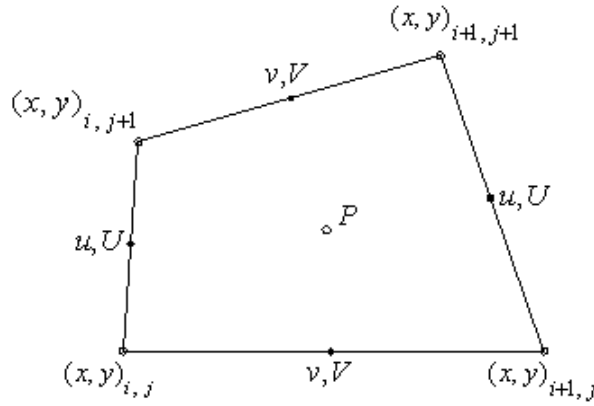
Şekil 1:

Sonlu fark ağ gösterimi: (a) Fiziksel alan, (b) Hesap alanı.

Denklem (7) kontrol hacmi üzerinden integre edildiğinde

$$\begin{aligned}
 & (\rho U \phi)_e - (\rho U \phi)_w + (\rho V \phi)_n - (\rho V \phi)_s = \\
 & \left[\frac{\Gamma}{J} (q_1 \phi_\xi - q_2 \phi_\eta) \right]_e - \left[\frac{\Gamma}{J} (q_1 \phi_\xi - q_2 \phi_\eta) \right]_w + \\
 & \left[\frac{\Gamma}{J} (-q_2 \phi_\xi + q_3 \phi_\eta) \right]_n - \left[\frac{\Gamma}{J} (-q_2 \phi_\xi + q_3 \phi_\eta) \right]_s + S \cdot J
 \end{aligned} \tag{14}$$

şeklini almaktadır. Burada q_1 ve q_3 'lü ifadeler difüzyon terimlerini ve q_2 'li ifadeler de transformasyon sonucu oluşan çapraz türevli terimleri göstermektedir. Ortogonal (dikgen) koordinat sisteminde $q_2 = 0$ olmaktadır. Çözüm alanında, Şekil 2'de gösterilen kaydırılmış bir ağ sistemi kullanılmaktadır. U ve V noktaları sırasıyla doğu-batı ve kuzey-güney yüzeyleri üzerinde yer aldığı için Denklem (8), kartezyen koordinatlarda türetilen sonlu fark denklemi ile aynı formda olmaktadır.



Şekil 2:
Kaydırılmış ağ sistemi gösterimi.

Konveksiyon ve difüzyon terimleri ile çapraz türevli terimlerin yeniden düzenlenmesi ile momentum denklemi

$$\begin{aligned}
 & C_W \phi_w - C_E \phi_e + C_S \phi_s - C_N \phi_n + D_W (\phi_W - \phi_P) + \\
 & D_E (\phi_E - \phi_P) + D_S (\phi_S - \phi_P) + D_N (\phi_N - \phi_P) = S * J
 \end{aligned} \tag{15}$$

şeklini almaktadır. Bu denklemde $\phi_e, \phi_w, \phi_n, \phi_s$ değerleri kontrol hacminin sınırlarında, $\phi_E, \phi_W, \phi_N, \phi_S$ değerleri ve bütün katsayılar ise ağ noktalarında tanımlanmışlardır. Kontrol hacmine giren akış pozitif işaretli, çıkan akış negatif işaretli olarak göz önüne alınmıştır. Denklemde, C 'ler taşınım, D 'ler ise yayılım katsayılarını göstermektedir.

Sonlu farklar yöntemine göre ve iki boyutlu kartezyen koordinatlar için hazırlanmış bir bilgisayar programı eğrisel koordinatlarda çalışacak şekilde düzenlenmiş ve çözüm algoritması olarak Patankar (1980) tarafından geliştirilen SIMPLE kullanılmıştır. Değişkenlerin ağ noktaları arasındaki değişiminde Van Doormaal ve Raithby (1984)'ın HYBRID yaklaşımı kullanılmış, difüzyon terimleri için merkezi farklar uygulanmıştır. Sonlu fark denklemleri, tridiagonal matris algoritması (TDMA) ile her bir ağ noktasında iteratif olarak çözülmüştür. Normalize edilmemiş artıkların 10^{-5} 'den küçük olması, çözüm yakınsama kriteri olarak kullanılmıştır.

3. HESAPLAMALAR

Eğrisel koordinatlar için hazırlanan bir bilgisayar programı kullanılarak; sıkıştırılmaz, viskoz bir akışkanın eğik ve eğrisel yüzeyler üzerinden iki boyutlu, laminer, sürekli hareketi değişik Reynolds

sayıları için sayısal olarak çözülmüştür. Değişik eğim açılarındaki yayıcı akışı, eğrisel yüzey üzerinden akış ve dairesel dirsek içinden akış alanlarının geometrileri Şekil 3’de gösterilmiştir.

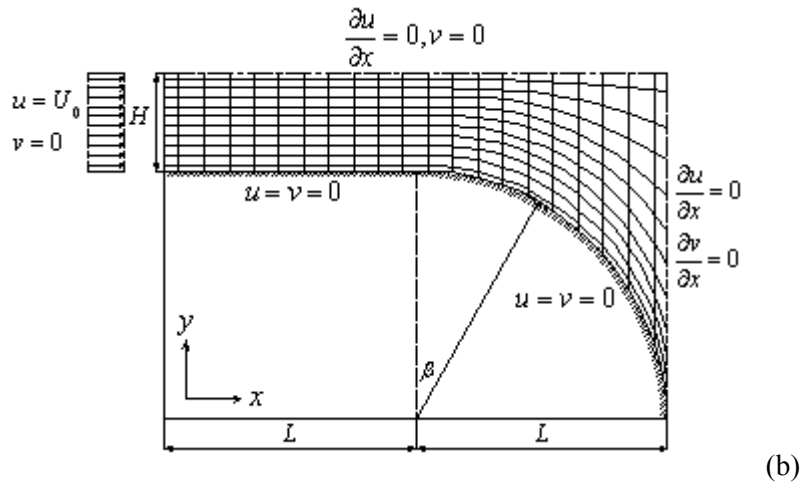
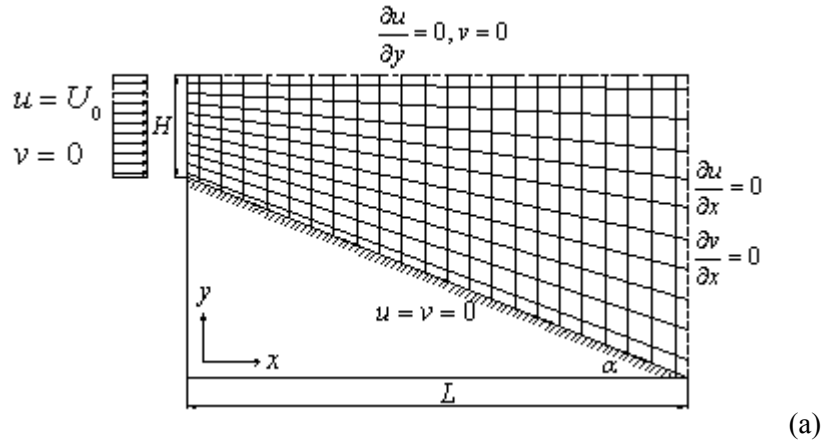
Yayıcı geometrisinde, H , yayıcı girişi yüksekliğini, L , yayıcı uzunluğunu, α ise yayıcı eğimini göstermektedir. Eğrisel yüzey üzerinden akış geometrisinde, H , çözüm bölgesi giriş yüksekliği, L , eğrisel yüzeyin eğrilik yarıçapı, β , eğrisel kısmın başlangıcından itibaren eğrilik boyunca değişken açı olmaktadır. Dairesel dirsek içinden akış geometrisinde ise, d , dirsek boru çapını, θ ise dirseğin başından itibaren dirsek boyunca değişken açığı göstermektedir.

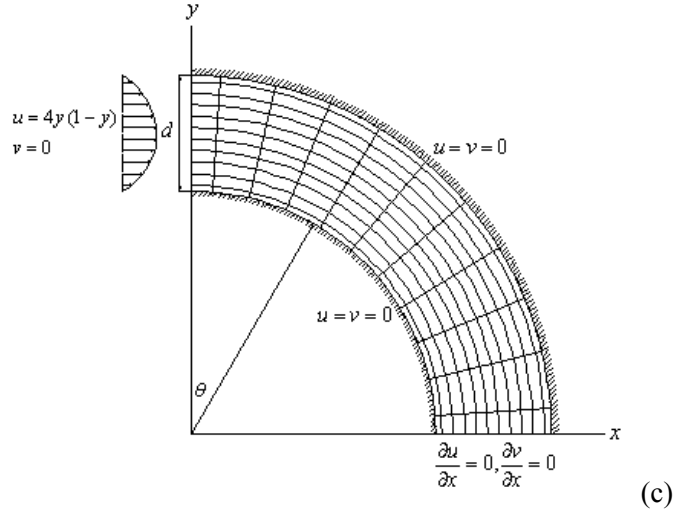
Yayıcı akışında, U_0 , üniform giriş hızı, L , karakteristik yayıcı uzunluğu ve ν kinematik viskozite olmak üzere Reynolds sayısı

$$Re = \frac{U_0 L}{\nu} \quad (16)$$

olarak tanımlanmıştır. Reynolds sayısı tanımında yer alan karakteristik uzunluk eğrisel yüzey üzerinden akışta, eğrilik yarıçapı, dairesel dirsek içinden akışta ise dirsek boru çapı olarak dikkate alınmıştır.

Akış alanlarının hesaplanmasında Tablo 1’de verilen sınır şartları kullanılmıştır. Yayıcı akışı ve eğrisel yüzey üzerinden akışta, giriş sınır şartı olarak üniform hız dağılımı seçilmiştir. Dairesel dirsek içinden akışta ise yakınsamayı kolaylaştırmak amacıyla parabolik bir dağılım uygulanmıştır. Her üç akış geometrisinde de çıkışta türev sınır şartı dikkate alınmıştır. Akış alanlarının diğer sınırları için, tabloda belirtilen sınır şartları kullanılmıştır. Konumla ilgili transformasyon bağıntıları Tablo 2’de verilmiştir.





Şekil 3:

İncelenen akış geometrileri:

(a) Yayıcı akışı; (b) Eğrisel yüzey üzerinden akış; (c) Dairesel dirsek içinden akış.

Tablo I.
Sınır şartları

	girişte	katı sınırlarda	serbest sınırlarda	çıkışta
yayıcı akışı	$u = U_o = 1$ $v = 0$	$u = v = 0$	$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0$	$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0$
eğrisel yüzey üzerinden akış	$u = U_o = 1$ $v = 0$	$u = v = 0$	$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0$	$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0$
dairesel dirsek içinden akış	$u = 4y(1-y)$ $v = 0$	$u = v = 0$	-	$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0$

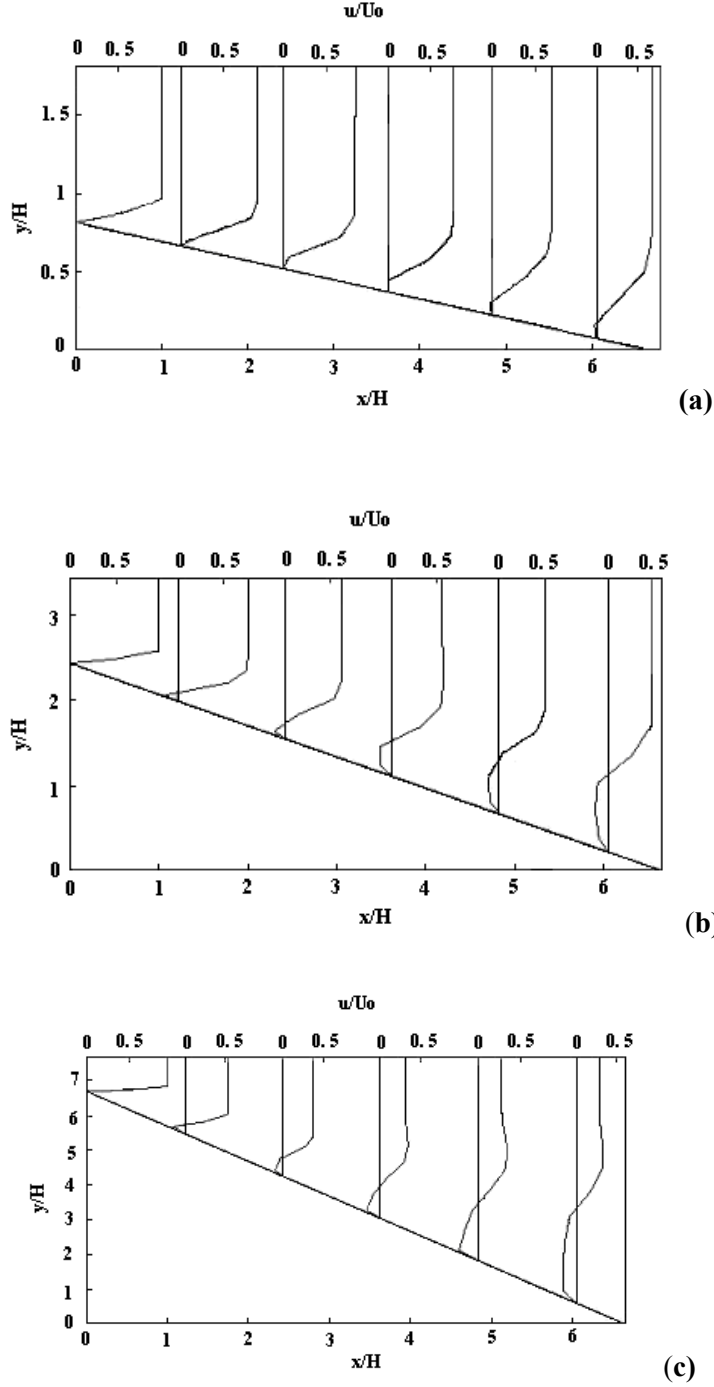
Tablo 2.
Ağ noktalarının konumları için bağıntılar

yayıcı akışı	x	$x = \xi$
	y	$y = \xi(\eta - 1)tg\alpha + 0.15\eta + tg\alpha$
dairesel yüzey üzerinden akış	x	$x = 2\xi$
	y	giriş $y = 0.4\eta + 0.95$ eğrisel kısım $y = \frac{-\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right) + \sqrt{\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^2 + 4\left(\frac{0.9025 + 0.4475\eta - (x-1.05)^2}{1-\eta}\right)}}{2}$
dairesel dirsek içinden akış	x	$x = (1 + 0.1\eta)Sin\left(\xi \frac{\pi}{2}\right)$
	y	$y = \sqrt{(1 + 0.1\eta)^2 - \left[(1 + 0.1\eta)Sin\left(\xi \frac{\pi}{2}\right)\right]^2}$

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. Yayıcı Akışı

Yayıcı akışında, yayıcı uzunluğu $L = 6.67H$ olarak sabit tutulup eğim açısı değiştirilmiştir. Sayısal çözümler, ağ bağımsız durumun sağlandığı 24×12 'lik ağ düzeni ile, Reynolds sayısının 25 ile 2500 aralığındaki değerleri için ve yayıcı eğim açısının 5° , 7° , 10° , 20° , 45° değerleri için elde edilmiştir. $Re = 500$ 'de, eğim açısının $\alpha = 7^\circ$, 20° , 45° değerleri için akış yönünde değişik istasyonlardaki hız profilleri Şekil 4a, b ve c'de verilmiştir.

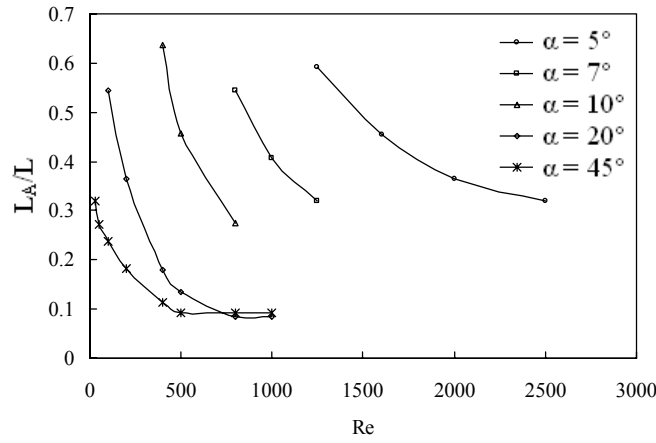


Şekil 4:

- a) $\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri, b) $\alpha = 20^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri, c) $\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri

$\alpha = 7^\circ$ için verilen hız profillerinden yayıcı çıkışına doğru $3.05H$ uzunluğunda zayıf bir ayrılma bölgesinin olduğu görülmektedir. $\alpha = 20^\circ$ için yapılan çözümde $6.13H$ uzunluğunda ve ortalama $1.67H$ yüksekliğinde bir ayrılma bölgesi meydana gelmektedir. $\alpha = 45^\circ$ için verilen hız profillerinde ise, $8.57H$ uzunluğunda ve $2.33H$ yüksekliğinde bir ters akış bölgesi oluşmaktadır. Yayıcı eksen boyunca akış yönünde hız azalmaktadır. Kesit genişlemesi sonucu oluşan basınç artışı ve hızdaki azalma nedeniyle hız profilleri basıklaşmaktadır. Elde edilen çözümlerden ayrılmış akışın tekrar tutunmadığı ve yayıcı çıkışına kadar devam ettiği görülmüştür. Bu nedenle ters akış bölgesinin uzunluğu yerine ayrılmanın başladığı bölge göz önüne alınmıştır.

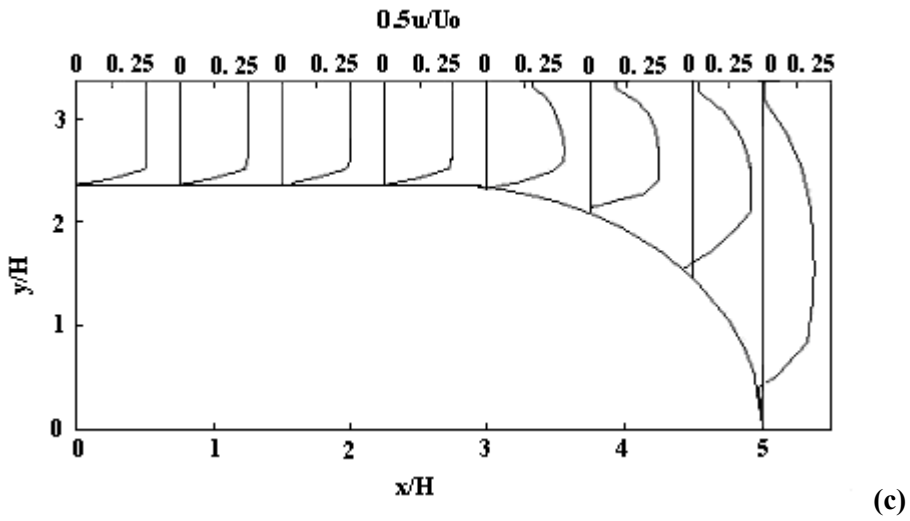
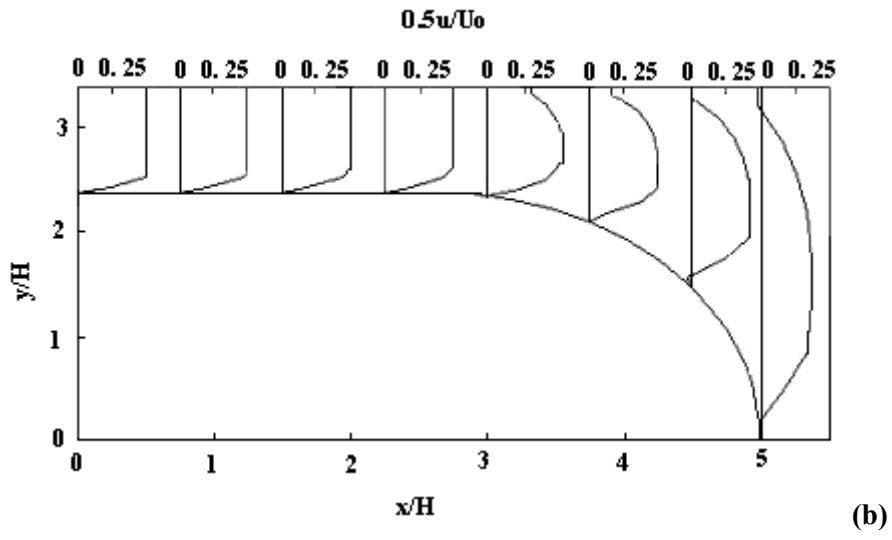
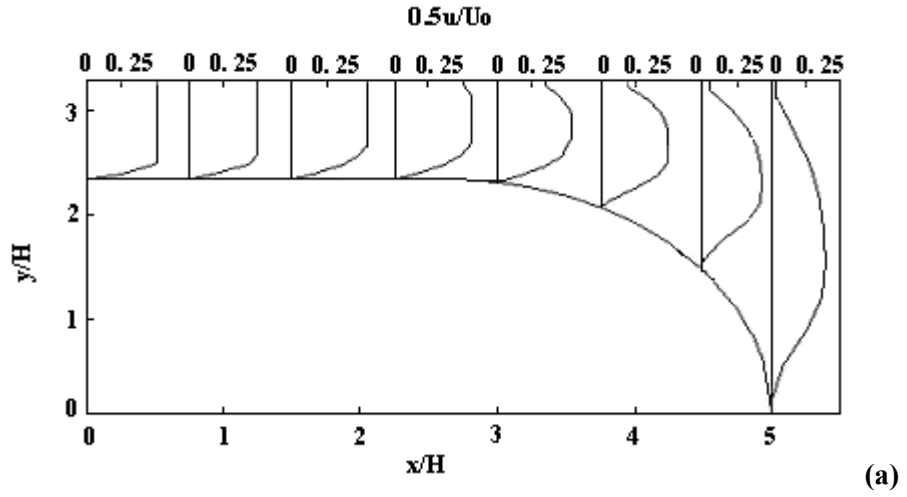
Şekil 5'de, $\alpha = 5^\circ, 7^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ ve 45° eğim açıları için akışın ayrılma noktasının yayıcı girişine olan uzaklığının Reynolds sayısına göre değişimleri verilmiştir. Artan Reynolds sayısı ile birlikte ayrılma bölgesinin başlangıç noktası yayıcı girişine doğru yaklaşmaktadır. $\alpha = 5^\circ$ lik eğim açısında $Re = 1000$ değerine kadar yapılan çözümlerden herhangi bir akış ayrılmasının olmadığı görülmüştür. Eğim açısının 7° 'den büyük olması durumlarında yayıcı içindeki akışta ayrılma meydana geldiği bilinmektedir (Schlichting, 1990). Eğim açısı arttıkça akış ayrılmasının daha küçük Reynolds sayılarında meydana geldiği görülmektedir.



Şekil 5:
Değişik eğim açıları (α) için ayrılma noktasının yayıcı girişine uzaklığının (L_A)
Reynolds sayısı (Re) ile değişimi

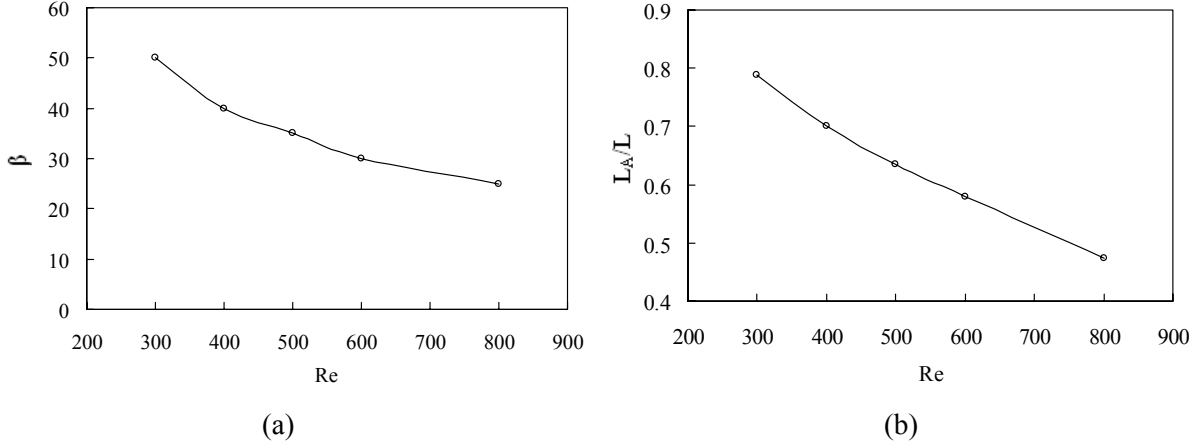
4.2. Eğrisel Yüzey Üzerinden Akış

Eğrisel yüzey üzerinden akışta, çözüm bölgesi uzunluğu $13.33H$ olarak dikkate alınmıştır. Sayısal çözümler ağ bağımsız durumun sağlandığı 22×12 'lik bir ağ yapısıyla sürekli durumda Reynolds sayısının 200, 300, 400, 500, 600, 800 değerleri için elde edilmiştir. Şekil 6 a, b ve c'de, eğrisel yüzey üzerinden akışta sırasıyla Reynolds sayısının 200, 500 ve 800 değerleri için akış yönünde hesaplanan sayısal hız profilleri görülmektedir. $Re = 200$ için, eğrisel yüzey üzerinde bir akış ayrılması oluşmamasında, akış alanının üst kısmındaki hız değerlerinde azalma meydana gelmektedir. $Re = 500$ 'de, eğrisel yüzey üzerinde $\beta = 37^\circ$ 'de ayrılma meydana gelmekte ve çözüm alanının üst kısmında küçük bir negatif hız bölgesi oluşmaktadır. $Re = 800$ 'de ise, ayrılma $\beta = 25^\circ$ 'de oluşmakta ve $Re = 500$ 'deki duruma göre daha belirgin olmaktadır. Çözüm bölgesinin üst kısmı serbest sınır olarak seçildiğinden, bu bölgelerde kısmen akış alanına momentum girişi olmakta ve bu bölgelerde hız değerleri azalmaktadır.



Şekil 6:
a) $Re=200$ için sayısal hız profilleri, b) $Re=500$ için sayısal hız profilleri
c) $Re=800$ için sayısal hız profilleri

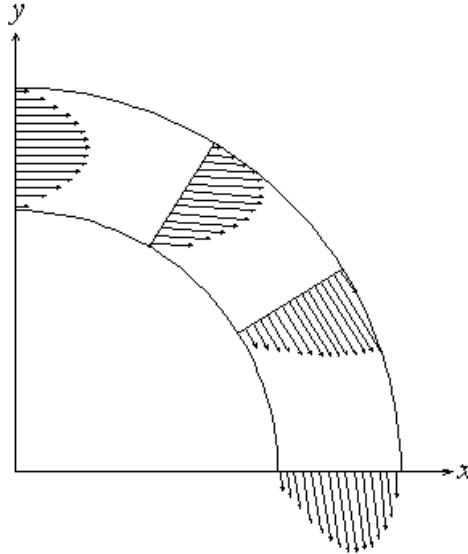
Eğrisel yüzey üzerinden akışta, eğrilik boyunca değişken açının ve ayrılma bölgesi uzunluğunun Reynolds sayısı ile değişimleri sırasıyla Şekil 7 a ve b'de gösterilmektedir. Şekil 7a'da, artan Reynolds sayısı ile birlikte eğrilik boyunca değişken açının azaldığı ve ayrılma bölgesinin eğrisel kısmının başlangıcına doğru yaklaştığı görülmektedir. Ayrılma noktasının eğrisel kısmın başlangıcına uzaklığı ile Reynolds sayısı arasındaki değişimde de, benzer şekilde artan Reynolds sayısı ile birlikte ayrılma noktasının eğrisel kısmın girişine yaklaştığı görülmektedir (Şekil 7b).



Şekil 7:
Ters akış bölgelerinin Reynolds sayısı ile değişimi:
a) Eğrilik boyunca açısal değişim b) Ayrılma bölgesi uzunluğu değişimi.

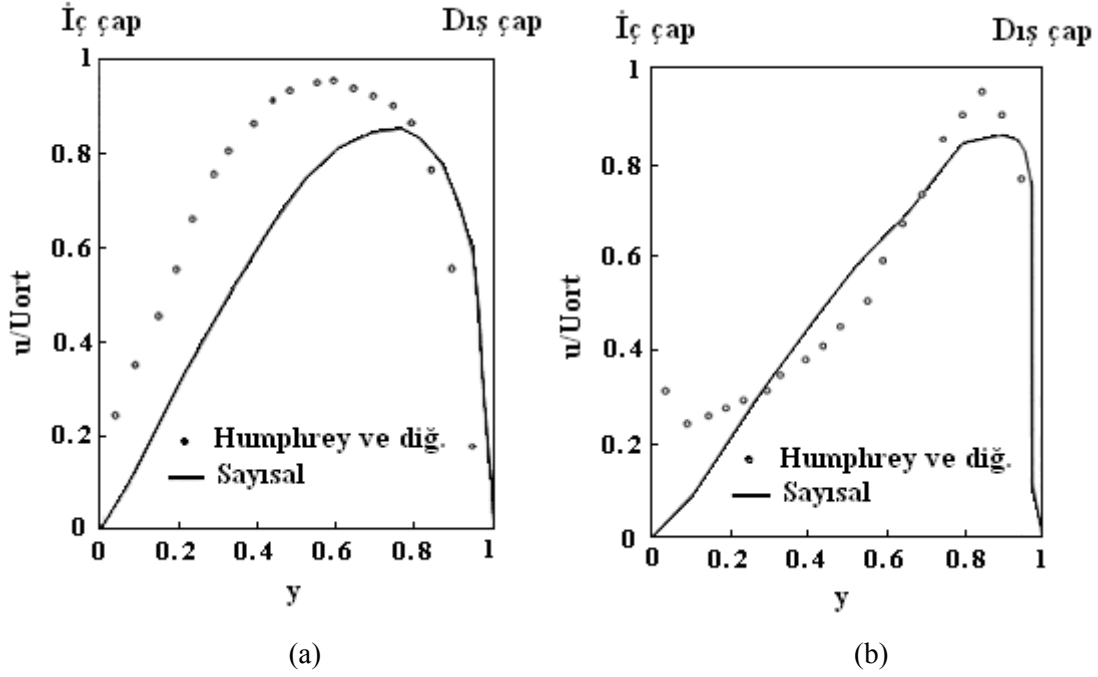
4.3. Dairesel Dirsek İçinden Akış

Dairesel dirsek içinden akışta, sayısal çözümler, ağ bağımsız durumun sağlandığı 62x62'lik ağ düzeni ile Reynolds sayısının 790 değeri için elde edilmiştir. Şekil 8'de dairesele dirsek içinden akışta $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ ve 90° için vektörel hız profilleri görülmektedir. Dirsek boyunca değişken açı arttıkça hız profillerinin maksimumları dirseğin dış çap yüzeyine yaklaşmaktadır.



Şekil 8:
 $Re = 790$ için vektörel hız profilleri.

Şekil 9 a ve b'de dairesele dirsek içinden akışta $Re = 790$ için $\theta = 30^\circ$ ve $\theta = 60^\circ$ de sayısal çözümlerle belirlenen hız profilleri, Humphrey ve diğ. [10]'nin kare kesitli bir dirseğin aynı açılarında ölçtükleri deneysel profillerle karşılaştırılmıştır.



Şekil 9:

Dirsek içinde sayısal ve deneysel hız profilleri a) $\theta = 30^\circ$ b) $\theta = 60^\circ$

Laminer akış şartlarında ölçülmüş deneysel değerlerle karşılaştırmalı olarak verilen sayısal çözümlerde hız profillerinin maksimumlarının dirseğin dış çapına doğru yönlendiği ve sayısal sonuçların deneysel verilere yakın olduğu görülmüştür.

5. SONUÇLAR

Sonlu farklar yöntemi kullanılarak, değişik geometrilerdeki akış alanları sürekli akış durumu için hesaplanmıştır.

Yayıcı akışında, artan Reynolds sayısı ile birlikte ayrılma noktası yayıcı girişine yaklaşmaktadır. Eğim açısı arttıkça akış ayrılması daha küçük Reynolds sayılarında gerçekleşmektedir. Yayıcı akışında en büyük ayrılma bölgesi boyutlarının $8.57H$ uzunluk ve $2.33H$ yükseklik olarak, 45° eğimli yayıcı geometrisinde $Re = 500$ için olduğu görülmüştür. Eğrisel yüzey üzerinden akışta artan Reynolds sayısı ile birlikte eğrisel kısmın başlangıcından itibaren eğrilik boyunca oluşan açı küçülmekte ve ayrılma bölgesi eğrisel kısmın başlangıcına doğru yaklaşmaktadır. Dairesel dirsek içinden akışta dirsek eğriliği boyunca artan açı ile birlikte hız profillerinin maksimumları dirseğin dış çap yüzeyine yaklaşmaktadır.

Metrik türevlerin nümerik olarak belirlenmesi nedeniyle, kullanılan yöntemden kaynaklanan kesme hataları ve bilgisayarların neden olduğu yuvarlatma hataları çözüm hassasiyetini etkilemektedir. Bu tip akışların sayısal olarak incelenmesinde, genelleme açısından oldukça geniş başlangıç ve sınır şartları durumlarının göz önüne alınması gerekmektedir. Bu sonuçların eğrisel geometrilere sahip pratik uygulamalar için akış ayrılmasını kontrol etmeye yönelik katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

6. SEMBOLLER

C	Sonlu fark denklemindeki taşınım katsayısı
D	Sonlu fark denklemindeki yayılım katsayısı
H	Giriş yüksekliği
J	Jacobian
L (m)	Çözüm bölgesi uzunluğu
L_A (m)	Ayrılma bölgesi uzunluğu
R	Fiziksel alanda momentum denklemlerindeki kaynak terimi
Re	Reynolds sayısı
S	Hesap alanında momentum denklemlerindeki kaynak terimi
U, V (m/s)	Hesap alanındaki yatay ve düşey hız bileşenleri
U_0 (m/s)	Serbest akış hızı
p (Pa)	Basınç
q_1, q_2, q_3	Koordinat sistemleri arasındaki geometrik bağıntılar
u, v (m/s)	Fiziksel alanda yatay ve düşey hız bileşenleri
x (m)	Yatay uzunluk
y (m)	Düşey uzunluk
α	Eğim açısı
β	Ayrılma açısı
μ (Pas)	Dinamik viskozite
ν (m ² /s)	Kinematik viskozite
ρ (m ³ /kg)	Yoğunluk
Γ	Efektif difüzyon katsayısı
ϕ	Genel bağımlı değişken
ξ, η	Eğrisel koordinat eksenleri
P, E, W, S, N	Ağ düğüm noktaları
e, w, n, s	Kontrol hacmi yüzeyleri

7. KAYNAKLAR

1. Anderson, D.A., Tannehill, J.C., Pletcher, R.H. (1984) *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, New York.
2. Baghlani, A., Talebbeydokhti, N., Abedini, M.J. (2008) A Shock-Capturing Model Based on Flux-Vector Splitting Method in Boundary-Fitted Curvilinear Coordinates, *Applied Mathematical Modelling*, 32, 249-266.
3. Cheng, K.C., Lin, R.C., Ou, J.W. (1976) Fully Developed Laminar Flow in Curved Rectangular Channels, *Transactions of the ASME - Journal of Fluid Engineering*, 41-48.
4. Chiu, C.P., Wu, T.S. (1990) Study of Air Motion in Reciprocating Engine Using an Algebraic Grid Generation Technique, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 17, 309-327.
5. Fletcher, C.A.J. (1990) *Computational Techniques for Fluid Dynamics - I, Second Edition*, Springer-Verlag, Berlin.
6. Ge, L., Sotiropoulos, F. (2007) A Numerical Method for Solving the 3D Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations in Curvilinear Domains with Complex Immersed Boundaries, *Journal of Computational Physics*, 225, 1782-1809.
7. Hille, P., Vehrenkamp, R., Schulz-Dubois, E.O. (1985) The Development and Structure of Primary and Secondary Flow in a Curved Square Duct, *Journal of Fluid Mechanics*, 151, 219-241.

8. Hodge, J.K., Stone, A.L., Miller, T.E. (1978) Numerical Solution for Airfoils Near Stall in Optimized Boundary-Fitted Curvilinear Coordinates, *AIAA Journal*, 17 (5), 278-284.
9. Hoffmann, K.A. (1989) *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, Engineering Education System, Austin, Texas.
10. Humphrey, J.A.C., Taylor, A.M.K., Whitelaw, J.H. (1977) Laminar Flow in a Square Duct of Strong Curvature, *Journal of Fluid Mechanics*, 83 (3), 509-527.
11. Karki, K.C., Patankar, S.V. (1988) Calculation Procedure for Viscous Incompressible Flows in Complex Geometries, *Numerical Heat Transfer*, 14, 295-307.
12. Liu, Z., Liu, Z., Liu, Z., McCormick, S. (1994) Multilevel Methods for Temporal and Spatial Flow Transition Simulation in a Rough Channel, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 19, 23-40.
13. Maliska, C.R., Raithby, G.D. (1984) A Method for Computing Three Dimensional Flows Using Non-Orthogonal Boundary-Fitted Co-ordinates, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 4, 519-537.
14. Mobley, C.D., Steward, R.J. (1980) On The Numerical Generation of Boundary - Fitted Orthogonal Curvilinear Coordinate Systems, *Journal of Computational Physics*, 34, 124-135.
15. Mori, Y., Uchida, Y., Ukon, T. (1971) Forced Convective Heat Transfer in a Curved Channel with a Square Cross Section, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 14, 1787-1805.
16. Patankar, S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York .
17. Schlichting, H. (1990) *Boundary-Layer Theory, Seventh Edition*, McGraw-Hill Book Co., New York.
18. Shao, X., Wang, H., Chen, Z. (2003) Numerical Modeling of Turbulent Flow in Curved Channels of Compound Cross-Section, *Advances in Water Researches*, 26, 525-539.
19. Shyy, W., Tong, S.S., Correa, S.M. (1985) Numerical Recirculating Flow Calculation Using a Body-Fitted Coordinate System, *Numerical Heat Transfer*, 8, 99-113.
20. Smith, K.M., Cope, W.K., Vanka, S.P. (1993) A Multigrid Procedure for Three-Dimensional Flows on Non-Orthogonal Collocated Grids, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 17, 887-904.
21. Taylor, A.M.K.P., Whitelaw, J.H., Yianneskis, M. (1982) Curved Ducts with Strong Secondary Motion : Velocity Measurements of Developing Laminar and Turbulent Flow, *Transactions of the ASME - Journal of Fluid Engineering*, 104, 350-359.
22. Thompson, J.F., Thames, F.C., Mastin, C.W. (1974) Automatic Numerical Generation of Body-Fitted Curvilinear Coordinate System for Field Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies, *Journal of Computational Physics*, 15, 299-319.
23. Van Doormaal, J.P., Raithby, G.D. (1984) Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, *Numerical Heat Transfer*, 7,147-163.

Makale 16.01.2008 tarihinde alınmış, 23.05.2008 tarihinde düzeltilmiş, 23.05.2008 tarihinde kabul edilmiştir. İletişim Yazarı: Y. Özmen (yucelozmen@hotmail.com).