

DAİRESEL HİDROSTATİK EKSENEL KAYMALI YATAKLARDA ÇOKLU KRİTER TABANLI TASARIM OPTİMİZASYON ÇALIŞMALARI

*Erol SOLMAZ**
Fatih C. BABALIK
Ferruh ÖZTÜRK

Özet: Bu araştırmada, dairesel hidrostatik yataklarda, yatak için gerekli olan toplam gücün ve yatakta meydana gelen sıcaklık artışının minimum değerlerde kalması için tek ve çok kriterli eniyileme çalışmaları yapılmıştır. Önerilen yaklaşımın etkinliği, tek ve çok kriterli çalışmalardan elde edilen sonuçların karşılaştırılması ile verilmiştir. Elde edilen sonuçlar temelinde, hidrostatik yatak tasarımlarında çoklu kriterin tercih edilmesi önerilmiştir. Örnek bir uygulama çalışması ile önerilen yaklaşımın etkinliği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Hidrostatik yatak, Çoklu kriter optimizasyon uygulamaları, Bilgisayar destekli optimizasyon.

Optimization Studies According to Multi-Criteria Based Design in Circular Thrust Bearings

Abstract: In this research, single and multiple-criterion optimisation approaches were carried out to determine the circular hydrostatic journal bearing design parameters for the minimisation of total power requirement and for the minimisation of the temperature rise of the oil, so that the total performance of the system is optimal. The efficiency of proposed approach is verified comparing the results of single criteria optimization with multicriteria optimisation. In this paper, computer-aided design optimization approach for hydrostatic bearings is proposed as an efficient method compared to single criteria optimisation. Sample results are presented to verify the proposed approach.

Key Words: Hydrostatic bearings, Multicriteria-optimization, Computer-aided optimisation.

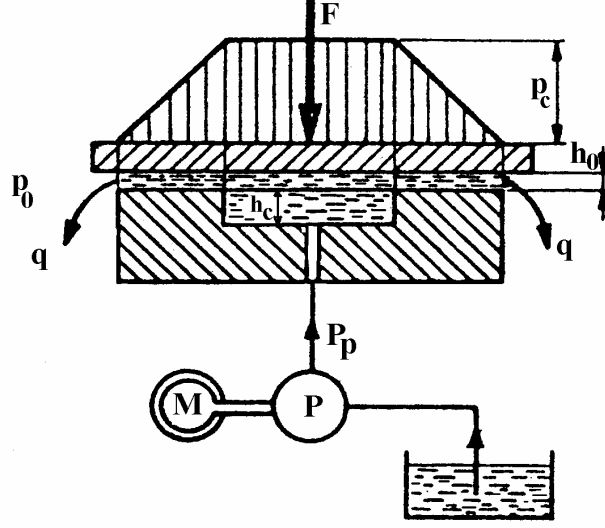
1. GİRİŞ

Yataklar iki eleman arasındaki bir veya birkaç yönde izafi harekete minimum bir sürtünme ile müsaade eden fakat kuvvet doğrultusundaki harekete engel olan elemanlardır. Hidrostatik sıvı sürtünmesinde, dış kuvvetin dengelenmesi ve yüzeylerin birbirinden ayrılması için gereken basınç, bir yüksek basınçlı pompa vasıtası ile dışardan sağlanır ve basınç ile hidrostatik kaymalı yataklara yağ gönderilir. Hidrostatik kaymalı yataklarda, yatak yüzeyleri arasında metalik temas olmadan yani aşınmaya neden olmadan, mümkün olan en küçük sürtünme katsayısında çalışılır. Çok küçük çalışma hızlarında dahi kayma yüzeyleri arasında taşıyıcı yağ filminin hidrodinamik etkisi olmaksızın yatağın çalışması sağlanır.

1. 1. Hidrostatik Kaymalı Yataklar

Hidrostatik kaymalı yataklarda, metalik yüzeyler arasında sürekli bir yağ tabakası oluşması için gereken basınç dışarıdan bir yüksek basınçlı pompanın yardımı ile sağlanır. Pompa ile gönderilen yağ, bir cebe girer ve buradan mil ve yatak yüzeylerin arasından dışarıya akar. Yağ, pompa yardımıyla doğrudan doğruya yatağa gönderilir. (Şekil 1)

* Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Bursa



Şekil 1:
Dirençsiz hidrostatik eksenel yatak

1. 2. Dairesel Hidrostatik Eksenel Kaymalı Yataklar

Dairesel hidrostatik eksenel yatakların çalışma prensibi Şekil 2’de gösterilmektedir. Pompadan gönderilen yağın basıncı ile merkezi dairesel silindirik yağ cebinin çalışması sonucunda bir plaka üzerinde geniş bir mil desteklenir. Böylece cepte $0 \leq r \leq r_i$ aralığındaki yağ basıncı p_c (efektif cep basıncı) hakim olur. Sistemde yağ debisi için Hagen-Poiseuille eşitliğinde milin dönmesi ihmal edilerek aşağıdaki bağıntı verilebilir:

$$q = -\frac{2\pi r h_0^3}{12\eta} \frac{dp}{dr} \quad (1)$$

Bağıntıdaki eksi işareti, dp/dr gradyanının negatif olmasından dolayı konulmuştur. Bu denklemden

$$dp = -\frac{6\eta q}{\pi h_0^3} dr$$

bulunur ve bu ifadenin integrasyonu ile

$$p = -\frac{6\eta q}{\pi h_0^3} \ln r + c$$

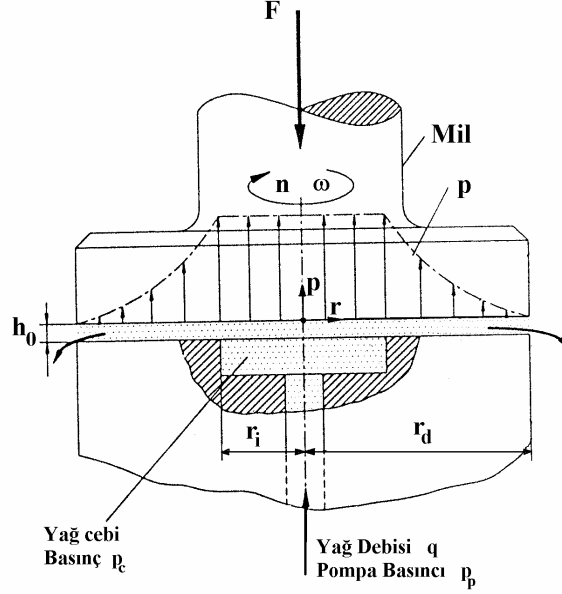
sonucu elde edilir. $r=r_d$ için $p=p_0=0$ sınır koşulundan integrasyon sabitesi tayin edilerek

$$p = \frac{6\eta q}{\pi h_0^3} \ln \frac{r_d}{r}$$

ifadesi bulunur. $r=r_i$ için $p=p_c$ koşulundan

$$p_c = \frac{6\eta q}{\pi h_0^3} \ln \frac{r_d}{r_i} \quad (2)$$

yazılır. Bu elde edilen denklemden de debi



Şekil 2:
Dairesel hidrostatik aksenal yatak

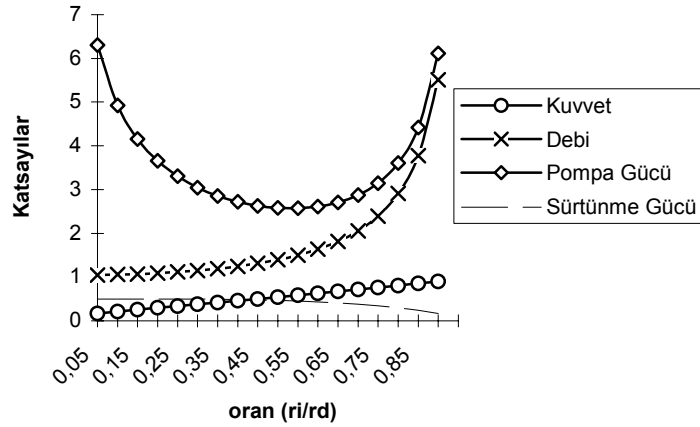
$$q = \frac{\pi h_0^3}{6\eta \ln(r_d / r_i)} p_c \quad (3)$$

şeklinde elde edilir.

1. 3. Dairesel Hidrostatik Aksenal Yatakların İncelenmesi

Bu tip yataklarda geometriye bağlı olarak elde edilen kuvvet katsayısı (K_F), debi katsayısı (K_q), sürtünme gücü katsayısı (K_s) ve pompa gücü katsayısı (K_p) boyutsuz olan katsayılardır. Bu katsayılar, kuvvet, debi, sürtünme ve pompa gücü hesaplarında kullanılır. Yatağın yarıçap oranlarının değişimi boyutsuz geometrik katsayıları etkilemektedir. Boyutsuz geometrik katsayıların yatağın iç ve dış yarıçapına bağlı olarak değişimi şekil 3’de verilmektedir.

Şekil 3’den görüleceği gibi yarıçap oranlarının değişimi sayısal olarak pompa gücü katsayısında büyük değerlere ulaşmaktadır. Dairesel hidrostatik aksenal yataklarda bilinmesi gereken büyüklükler olarak, taşıyabileceği aksenal kuvvet (F), yatağın iç (r_i) veya dış (r_d) yarıçapı, devir sayısı (n), yağın viskozitesi (η), kullanılan pompanın verimi (η_p) ve yağın ortalama sıcaklığı (t) verilir. Bu değerler sabit alınarak yatağın iç ve dış yarıçap oranlarının (r_i/r_d) değişimine bağlı olarak debi, sürtünmeye harcanan güç, pompa için gerekli olan güç, yatak için gerekli olan toplam güç ve sıcaklık farkı değerlerinin değişimi incelenmiştir. Yarıçap oranı arttıkça debi miktarı da artmaktadır. Çap oranları değiştiğinde, pompa gücü katsayısı ve sürtünme gücü katsayısı değişimlerine paralel olarak pompa için gerekli olan güç ve sürtünmeye harcanan güç sarfiyatı değişmektedir. Yağda meydana gelen ısınma ve dolayısıyla yağda meydana gelen sıcaklık farkı, yağ filmi kalınlığı sabit kalsa bile yarıçap oranlarına bağlı olarak değişmektedir. Yarıçap oranı arttıkça debi miktarı artar ve buna paralel olarak ta sıcaklık farkı azalmaktadır.



Şekil 3:
Geometrik katsayıların yarıçap oranlarına göre değişimi

2. DAİRESEL EKSENEL HİDROSTATİK KAYMALI YATAKLARDA OPTİMİZASYON ÇALIŞMALARI

Hidrostatik aksenal kaymalı yatakta gerekli olan toplam gücün minimum olabilmesi için optimizasyon çalışması yapılmıştır. Boyutsuz olarak tanımlanan yatak katsayısı ve istenilen minimum sıcaklık farkını elde etmek amacıyla çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu çalışmaların sonucunda elde edilen yağ film kalınlık değerlerine göre toplam güç ve sıcaklık farkı değerleri yeterli görülmemiştir. Bu nedenle daha sonra, minimum güç ve yatak katsayısı, yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkı, minimum güç ve minimum sıcaklık farkı olmak üzere ikili kriterler birlikte ele alınarak optimizasyon çalışmaları sürdürülmüştür.

Bilindiği üzere aksenal hidrostatik kaymalı yataklarda minimum yağ film kalınlığı, Niemann'a (1973) göre

$$h_{\min} \geq 5 \cdot 10^{-5} d_0 \quad (4)$$

olarak verilmiştir. Bu ifade de d_0 - yatağın ortalama çapı (m) dir. Yağ film kalınlıklarının, sıvı sürtünmesinin meydana gelmesi için minimum yağ film kalınlığından büyük olması gerekmektedir. Bu çalışmada yapılan tüm optimizasyon işlemleri sonucunda elde edilen yağ film kalınlıklarının (h_0), minimum yağ film kalınlığından büyük olduğu görülmektedir.

2. 1. Minimum Güç İçin Optimizasyon Çalışmaları

Yatak için gerekli olan toplam güç, sürtünmeye harcanan güç (P_s) ile pompa için gerekli gücün (P_p) toplamından elde edilmektedir. Toplam güç için

$$P_t = K_s \eta \frac{\omega^2 r_d^2}{h_0} A + \frac{1}{\eta_p} K_p \left(\frac{F}{A} \right)^2 \frac{h_0^3}{\eta} \quad (5)$$

denklemleri verilmektedir (Akkurt, 1990). Bu denklem önce geometrik katsayılar cinsinden değerlendirilmiştir. Toplam güce etki eden geometrik katsayılar, sürtünme gücü katsayısı (K_s) ve pompa gücü katsayısı (K_p) boyutsuz katsayılardır. Pompa gücü katsayısının toplam güce etkisi, sürtünme gücü katsayısının etkisine göre daha fazladır. Toplam gücü minimum yapmak için, öncelikle pompa gücü katsayısını minimum yapan yarıçap oranı hesaplanmıştır. Boyutsuz geometrik katsayıların yarıçap oranlarına bağlı olarak değişimini incelemek amacıyla yazılan programın çalıştırılması sonucunda;

$r_i / r_d = 0,5335$ olduğunda, pompa gücü katsayısı $K_p = 2,5713$ olarak minimum değerini aldığı tespit edilmiştir.

Toplam güç için verilen 5 nolu bağıntı incelendiğinde, yağ film kalınlığı arttıkça, sürtünmeye bağlı güç sarfiyatı azaldığı, pompa için gerekli güç ihtiyacının arttığı görülmektedir. Belirli bir yağ film kalınlığı

değeri için toplam güç sarfiyatının minimum olması gerekmektedir. Elde edilen bu değer toplam güç sarfiyatı bakımından optimum bir değerdir. Optimum değeri elde etmek için toplam güç denkleminin, yağ film kalınlığına göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse, optimum yağ film kalınlığı değeri elde edilir. Bunun için

$$\frac{\partial P_t}{\partial h} = 0$$

işlemi yapıldığında optimum yağ film kalınlığı

$$h_{opt} = \sqrt[4]{\frac{1}{3} \frac{K_s \eta_p}{K_p} \left(\frac{\omega r_d \eta}{F/A} \right)^2} A \quad (6)$$

olarak elde edilir. Elde edilen optimum yağ film kalınlığı toplam gücü minimum yapmaktadır. Bu çalışmada 6 nolu denklemden elde edilen yağ film kalınlığı değeri, debi denklemine, sürtünmeye harcanan güç denklemine, pompa için gerekli olan güç denklemine, sıcaklık artışı denklemine ve son olarak toplam güç denklemine uygulanmıştır.

2. 2. Yatak Katsayısına Göre Çalışmalar

Yatak için gerekli olan toplam gücün, minimum olması amacıyla yapılan optimizasyon işlemi sonunda elde edilen optimum yağ film kalınlığı değeri, sıcaklık artış ifadesine tatbik ettirildiğinde, yağda meydana gelen sıcaklık artışının yüksek olduğu tespit edilmiştir. Eksenel hidrostatik kaymalı yataklar için tanımlanan yatak katsayısını (Steinhilper ve Röper 1990) belirlemek amacıyla, bu çalışmada sürtünmeye harcanan gücün pompa için gerekli olan güce oranı incelenmiş ve boyutsuz olarak bir yatak katsayısı tanımlanmıştır. Yatak yarıçap oranları, oran= r_i / r_d olarak tanımlanırsa, belirlenen yatak katsayısı yarıçap oranlarına bağlı olarak

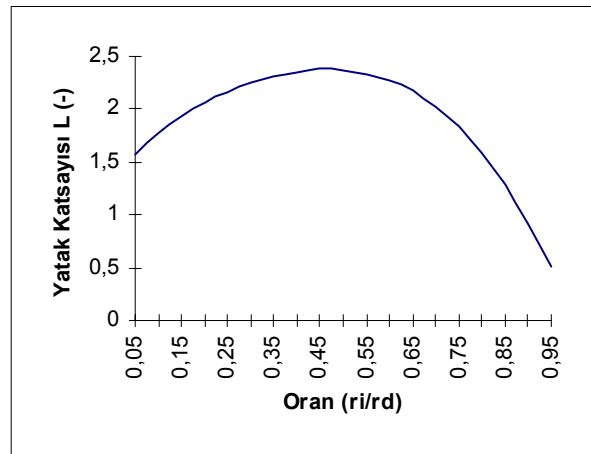
$$L = \sqrt{\frac{3}{4} \pi^2 \frac{(1 - \text{oran}^4)(1 - \text{oran}^2)^2}{\ln(1/\text{oran})}} \quad (7)$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu çalışmada elde edilen yatak katsayısı ifadesinin, Steinhilper ve Röper (1990) 'in tanımladığı yatak katsayısı ifadesi ile aynı olduğu görülmüştür. Aynı zamanda yatak katsayısı boyutsuz olarak

$$L = \frac{F h_0^2}{\eta \omega r_d^4} \quad (8)$$

şeklinde ifade edilir (Steinhilper ve Röper 1990, Haberhauer ve Bodenstern 1997).

Yatak katsayısının yarıçap oranlarına göre değişimi şekil 4.'de verilmiştir. Boyutsuz olarak tanımlanan pompa gücü katsayısını, minimum yapan yatak yarıçap oranı değeri, literatürde 0,5 olarak verilen bu değer, çalışmamızda daha hassas bir yaklaşımla 0,5335 olarak bulunmuştur. Elde edilen bu değer, yatak katsayısına uygulandığında, yatak katsayısının $L = 2,3539$ değerini aldığı tesbit edilmiştir.



Şekil 4.
Yatak katsayısının yarıçap oranlarına göre değişimi

Bulunan yatak katsayısı değeri sabit tutularak, yağ film kalınlığını tesbit etmek amacıyla, yatak katsayısı için verilen 8 nolu bağıntıdan yağ film kalınlığı (h_0),

$$h_0 = \sqrt{\frac{L \eta \omega r_d^4}{F}} \quad (9)$$

olarak elde edilir. Denklem 9'dan elde edilen yağ film kalınlığı değeri, debi denklemine, sürtünmeye harcanan güç denklemine, pompa için gerekli olan güç denklemine, sıcaklık artışı denklemine ve son olarak toplam güç denklemine uygulanır.

2. 3. Minimum Sıcaklık Farkına Göre Çalışmalar

Eksenel hidrostatik yataklarda ısı, yalnız yağ tarafından yataktan dışarı atıldığından, sıcaklık artış hesabı

$$\Delta t = \frac{P_s}{c_o \rho q} \quad (10)$$

eşitliğine göre yapılır. Burada P_s - sürtünme gücü, c_o - yağın özgül ısısı, ρ - yağın yoğunluğu ve q debidir. Sürtünme gücü ve debi denklemleri sıcaklık artışı eşitliğine uygulandığında, sıcaklık farkı

$$\Delta t = \frac{(\eta \omega r_d A)^2 K_s}{c_o \rho F K_q h_0^4} \quad (11)$$

olarak elde edilir. Burada istenen bir sıcaklık farkı değeri girildiğinde bu değeri sağlayan yağ film kalınlığı

$$h_0 = \sqrt[4]{\frac{(\eta \omega r_d A)^2 K_s}{c_o \rho F K_q \Delta t}} \quad (12)$$

olarak ifade edilir. Elde edilen bu yağ film kalınlığı sıcaklık artışını istenen minimum değere indirgemektedir. Bu çalışmada 12 nolu denklemden elde edilen yağ film kalınlığı değeri, debi denklemine, sürtünmeye harcanan güç denklemine, pompa için gerekli olan güç denklemine, sıcaklık artışı denklemine ve son olarak toplam güç denklemine uygulanmıştır.

Toplam gücü minimum yapan optimum yağ film kalınlığı, yatak katsayısına bağlı olarak elde edilen yağ film kalınlığı ve istenilen minimum sıcaklık farkına göre elde edilen yağ film kalınlığı incelenmiştir. Yağ film kalınlıklarının, debi miktarlarını, güç sarfiyatlarını ve sıcaklık artışlarını nasıl etkilediği tespit edilmiştir. Dairesel eksenel hidrostatik kaymalı yataklarda elde edilen bu yağ film kalınlığı değerleri yeterli görülmemiştir. Daha etkin sonuçlara ulaşmak amacıyla minimum güç ve yatak katsayısı, yatak katsayısı ve minimum sıcaklık, minimum güç ve minimum sıcaklık kriterleri, ikili kriterler halinde birlikte incelenmiştir.

2. 4. Minimum Güç ve Yatak Katsayısına Göre Optimizasyon Çalışmaları

Minimum güç ve yatak katsayısına göre yapılan çalışmalarda, öncelikle minimum güç ve yatak katsayısı denklemleri ele alınmış ve her iki denklemin birleştirilmesinden yeni bir denklem elde edilmiştir. Elde edilen bu denklem

$$Y = w_1 P_t + \lambda w_2 L \quad (13)$$

şeklinde ifade edilir. Burada w_1 , w_2 ağırlık faktörleri ve λ hassasiyet faktörüdür. Hassasiyet faktörü

$$\lambda = \frac{P_{t \min}}{L_{\min}} \quad (14)$$

olarak yazılır. Ağırlık faktörleri arasındaki ilişki ise

$$w_1 + w_2 = 1 \quad (15)$$

şeklinde dir. Toplam güç için verilen 5 nolu denklemi ve yatak katsayısı için verilen 8 nolu denklemi, 13 nolu denkleme uygulandığında

$$Y = w_1 K_s \eta \frac{(\omega r_d)^2}{h_0} A + w_1 K_p \left(\frac{F}{A} \right)^2 \frac{h_0^3}{\eta \eta_p} + w_2 \lambda \frac{F h_0^2}{\eta \omega r_d^4} \quad (16)$$

elde edilir. Burada

$$K_1 = K_s \eta (\omega r_d)^2 A$$

$$K_2 = K_p \left(\frac{F}{A} \right)^2 \frac{1}{\eta \eta_p}$$

$$K_3 = \frac{F}{\eta \omega r_d^4}$$

olarak tanımlandığında

$$Y = w_1 \frac{K_1}{h_0} + w_1 K_2 h_0^3 + w_2 \lambda K_3 h_0^2 \quad (17)$$

şeklinde ifade edilir. Elde edilen bu denklem optimizasyon için amaç fonksiyonudur. Kısıtlayıcı fonksiyonlar ise

$$K_3 h_0^2 \leq L_{\min} \Rightarrow K_3 h_0^2 - L_{\min} \leq 0$$

$$h_0 > h_{\min} \Rightarrow h_{\min} - h_0 < 0$$

olarak alınır. Buna göre Lagrange fonksiyonu

$$Y = w_1 \frac{K_1}{h_0} + w_1 K_2 h_0^3 + w_2 \lambda K_3 h_0^2 + u_1 (K_3 h_0^2 - L_{\min} + s_1^2) + u_2 (h_{\min} - h_0 + s_2^2) \quad (18)$$

şeklinde elde edilir. Lagrange çarpan teoremine göre optimizasyon işlemleri yapılır. Bu fonksiyonu minimum yapan yağ film kalınlığını bulmak için, fonksiyonun yağ film kalınlığına göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenir. Elde edilen denklemin çözümü için bu çalışmada sayısal analiz yöntemi olan Newton Raphson yöntemi uygulanarak program yazılmıştır. Programın çalıştırılması sonucunda yağ film kalınlığı değeri elde edilir. Elde edilen yağ film kalınlığı değeri, debi denklemine, sürtünmeye harcanan güç denklemine, pompa için gerekli olan güç denklemine, sıcaklık artışı denklemine ve son olarak yatak için gerekli olan toplam güç denklemine uygulanmıştır.

2. 5. Yatak Katsayısı ve Minimum Sıcaklık Farkına Göre Optimizasyon Çalışmaları

Yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkına göre yapılan çalışmalarda, öncelikle yatak katsayısı ve minimum güç denklemleri ele alınmış ve her iki denklemin birleştirilmesinden yeni bir denklem elde edilmiştir. Elde edilen bu denklem

$$Y = w_1 L + \lambda w_2 \Delta t \quad (19)$$

şeklinde ifade edilir. Burada w_1 , w_2 ağırlık faktörleri ve λ hassasiyet faktörüdür. Hassasiyet faktörü

$$\lambda = \frac{L_{\min}}{\Delta t_{\min}} \quad (20)$$

olarak ifade edilir. Ağırlık faktörleri arasındaki ilişki ise 15 eşitliğinde olduğu gibidir.

Yatak katsayısı için verilen 8 nolu denklemini ve sıcaklık farkı için verilen 11 nolu denklemini, 19 nolu denkleme uygulanırsa

$$Y = w_1 \frac{F h_0^2}{\eta \omega r_d^4} + w_2 \lambda \frac{(\eta \omega r_d A)^2 K_s}{c_0 \rho F K_q h_0^4} \quad (21)$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$K_3 = \frac{F}{\eta \omega r_d^4}$$

olarak ve

$$K_4 = \frac{(\eta \omega r_d A)^2 K_s}{c_0 \rho F K_q}$$

şeklinde tanımlandığında 21 nolu denklem

$$Y = w_1 K_3 h_0^2 + w_2 \lambda \frac{K_4}{h_0^4} \quad (22)$$

şeklinde ifade edilir. Elde edilen bu denklem optimizasyon için amaç fonksiyonudur. Kısıtlayıcı fonksiyonlar ise

$$\begin{aligned} K_3 h_0^2 \leq L_{\min} &\Rightarrow K_3 h_0^2 - L_{\min} \leq 0 \\ h_0 > h_{\min} &\Rightarrow h_{\min} - h_0 < 0 \\ \frac{K_4}{h_0^4} \geq \Delta t_{\min} &\Rightarrow \Delta t_{\min} - \frac{K_4}{h_0^4} \leq 0 \end{aligned}$$

olarak alınır. Buna göre Lagrange fonksiyonu

$$Y = w_1 K_3 h_0^2 + w_2 \lambda \frac{K_4}{h_0^4} + u_1 (K_3 h_0^2 - L_{\min} + s_1^2) + u_2 (h_{\min} - h_0 + s_2^2) + u_3 (\Delta t_{\min} - \frac{K_4}{h_0^4} + s_3^2) \quad (23)$$

şeklinde elde edilir. Lagrange çarpan teoremine göre optimizasyon işlemleri yapılır. Bu fonksiyonu minimum yapan yağ film kalınlığını bulmak için, fonksiyonun yağ film kalınlığına göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenir. Elde edilen denklemi çözmek amacıyla yazılan programda sayısal analiz yöntemi olan Newton Raphson yöntemi uygulanmıştır. Programın çalışması sonucunda yağ film kalınlığı değeri elde edilir. Elde edilen yağ film kalınlığı değeri, debi denklemine, sürtünmeye harcanan güç denklemine, pompa için gerekli olan güç denklemine, sıcaklık artışı denklemine ve son olarak yatak için gerekli olan toplam güç denklemine uygulanmıştır.

2. 6. Minimum Güç ve Minimum Sıcaklık Farkına Göre Optimizasyon Çalışmaları

Minimum güç ve minimum sıcaklık farkı denklemleri birlikte ele alınarak, her iki denklemin birleştirilmesinden yeni bir denklem elde edilmiştir. Elde edilen bu denklem

$$Y = w_1 P_t + \lambda w_2 \Delta t \quad (24)$$

şeklinde yazılır. Burada w_1 , w_2 ağırlık faktörleri ve λ hassasiyet faktörüdür. Hassasiyet faktörü

$$\lambda = \frac{P_{t \min}}{\Delta t_{\min}} \quad (25)$$

olarak ifade edilir. Ağırlık faktörleri arasındaki ilişki ise

$$w_1 + w_2 = 1 \quad (26)$$

şeklinde dir. Minimum güç için verilen 5 nolu denklemi ve sıcaklık farkı için verilen 11 nolu denklemi, 24 nolu denkleme uygulandığında

$$Y = w_1 K_s \eta \frac{(\omega r_d)^2}{h_0} A + w_1 K_p \left(\frac{F}{A} \right)^2 \frac{h_0^3}{\eta \eta_p} + w_2 \lambda \frac{(\eta \omega r_d A)^2 K_s}{c_0 \rho F K_q h_0^4} \quad (27)$$

elde edilir. Burada K_1 , K_2 ve K_4 önceden tanımlanmıştır. Buna göre 27 nolu denklem

$$Y = w_1 \frac{K_1}{h_0} + w_1 K_2 h_0^3 + w_2 \lambda \frac{K_4}{h_0^4} \quad (28)$$

şeklinde ifade edilir. Elde edilen bu denklem optimizasyon için amaç fonksiyonudur. Kısıtlayıcı fonksiyonlar ise

$$h_0 > h_{\min} \Rightarrow h_{\min} - h_0 < 0$$

$$\frac{K_4}{h_0^4} \geq \Delta t_{\min} \Rightarrow \Delta t_{\min} - \frac{K_4}{h_0^4} \leq 0$$

olarak alınır. Buna göre Lagrange fonksiyonu

$$Y = w_1 \frac{K_1}{h_0} + w_1 K_2 h_0^3 + w_2 \lambda \frac{K_4}{h_0^4} + u_1 (h_{\min} - h_0 + s_1^2) + u_2 (\Delta t_{\min} - \frac{K_4}{h_0^4} + s_2^2) \quad (29)$$

şeklinde elde edilir. Lagrange çarpan teoremine göre optimizasyon işlemleri yapılır. Bu fonksiyonu minimum yapan yağ film kalınlığını bulmak için, fonksiyonun yağ film kalınlığına göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenir. Elde edilen denklemin çözümü için yazılan programda sayısal analiz yöntemi olan Newton Raphson yöntemi uygulanmıştır. Programın çalışması sonucunda yağ film kalınlığı değeri elde edilir. Elde edilen yağ film kalınlığı değeri, debi denkleminde, sürtünmeye harcanan güç denkleminde, pompa için gerekli olan güç denkleminde, sıcaklık artışı denkleminde ve son olarak yatak için gerekli olan toplam güç denkleminde uygulanmıştır.

3. DAİRESEL EKSENEL HİDROSTATİK KAYMALI YATAK İÇİN YAPILAN OPTİMİZASYON ÇALIŞMASI SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Bu çalışmada dairesel aksenal hidrostatik kaymalı yataklarda minimum güç için optimizasyon çalışması yapılmıştır. Yatak katsayısına ve minimum sıcaklık farkı değerlerine göre çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Çalışmalar sonucunda elde edilen değerlerin kullanıcı için yeterli görülmediğinden, karşılaştırma yapmak ve daha etkin sonuçlara ulaşmak amacıyla minimum güç ve yatak katsayısı, yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkı, minimum güç ve minimum sıcaklık farkı olmak üzere ikili optimizasyon çalışmaları yapılmıştır.

Sayısal örneklerle yapılan optimizasyon çalışmaları sonuçları karşılaştırmalı olarak sunulmuş ve optimizasyon çalışmaları aşağıdaki şekilde gruplandırılmıştır.

1. Opt: Minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması sonuçları
2. Opt: Yatak katsayısına göre yapılan çalışmanın sonuçları
3. Opt: Minimum sıcaklık farkına göre yapılan çalışmanın sonuçları
4. Opt: Minimum güç ve yatak katsayısına göre yapılan optimizasyon çalışması sonuçları
5. Opt: Yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkına göre yapılan optimizasyon çalışması sonuçları
6. Opt: Minimum güç ve minimum sıcaklık farkına göre yapılan optimizasyon çalışması sonuçları

Dairesel hidrostatik aksenal kaymalı yataklarda yapılan çalışmada her bir optimizasyon grubu için aşağıdaki sayısal veriler kullanılmıştır.

İç yarıçap $r_i = 80$ mm	Eksenel Kuvvet $F = 600$ kN
Devir sayısı $n = 300$ d/d	Yağın viskozitesi $\eta = 0.0414$ Pas
Pompa verimi $\eta_p = 0.75$	
Yağın yoğunluğu ρ	Yağın özgül ısı $c_p = 1,67 \cdot 10^6$ J/kg °C

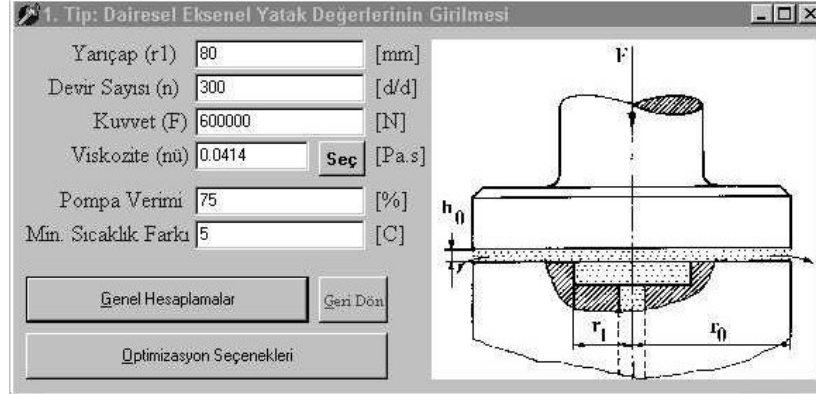
Optimizasyon yapmak amacıyla hazırlanan programda, giriş verilerinin kullanımı şekil 5’de görülmektedir. Sayısal giriş verileri tamamlandıktan sonra, yazılan bilgisayar programında verilen sayısal verilere göre öncelikle pompa gücü katsayısını (K_p) minimum yapan oran bulunmuş ve bu orana bağlı olarak yatağın dış çapı hesaplanmıştır. Çalışma sonucunda

oran (r_i / r_d) = 0,5335, $K_{pmin} = 2,5713$ ve dış yarıçap $r_d = 150$ mm olarak bulunmuştur.

Yatakta oluşması gereken minimum yağ film kalınlığı ise $h_{\min} = 11,5$ μ m olarak hesaplanmıştır.

Optimizasyon çalışmalarının sonuçları çizelge 1’de verilmektedir. Optimizasyon sonuçları incelendiğinde, yağ film kalınlığı değeri, minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması (Opt. 1) sonucunda minimum, minimum sıcaklık farkı için yapılan çalışma (Opt. 3) sonucunda maksimum değerini aldığı belirlenmiştir. Minimum sıcaklık farkı değerini sağlayabilmek için yatağa gönderilecek yağ miktarının artması gerekir ve bu durum ise yağ film kalınlığı değerinin ve buna bağlı olarak debi miktarının artmasına neden olmaktadır. Minimum güç ve yatak katsayısı için yapılan optimizasyon çalışması (Opt. 4) sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değerinin, sadece minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması (Opt. 1) sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değeri ile sadece yatak katsayısı için yapılan çalışma (Opt. 2) sonu-

cunda elde edilen yağ film kalınlığı değerleri arasında olduğu tesbit edilmiştir. Aynı şekilde yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkı için yapılan optimizasyon çalışması (Opt. 5) sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değerinin, sadece yatak katsayısına göre yapılan çalışma (Opt. 2) sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değeri ile sadece minimum sıcaklık farkı değeri için yapılan çalışma (Opt. 3) sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değerleri arasında olduğu görülmektedir.



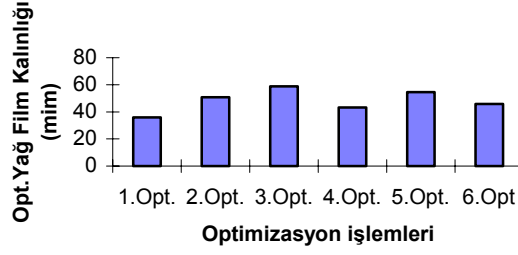
Şekil 5:
Dairesel eksenel hidrostatik kaymalı yatakta sayısal verilerin girilmesi

Minimum güç ve minimum sıcaklık farkı için yapılan optimizasyon çalışması (Opt. 6) sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değerinin, sadece minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması (Opt. 1) sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değeri ile sadece minimum sıcaklık farkına göre gerçekleştirilen çalışma (Opt. 2) sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değerleri arasında olduğu tesbit edilmiştir. Altı ayrı optimizasyon çalışması sonucunda elde edilen yağ film kalınlığı değerleri, şekil 6 'da grafik halinde gösterilmiştir.

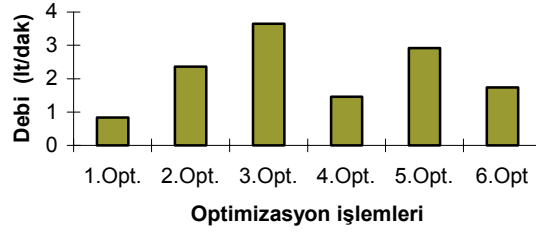
Çizelge I incelendiğinde, debi miktarının yağ film kalınlığına bağlı olarak arttığı tesbit edilmiştir. Yağ film kalınlığı değerinde olduğu gibi, debi miktarı değeri, minimum güç için yapılan optimizasyon işleminde minimum ve minimum sıcaklık farkı için yapılan çalışmada ise maksimum değerini aldığı görülmektedir. Bir başka deyişle yağ film kalınlığındaki değişime paralel olarak debi miktarı değeri de değişmektedir. İkili olarak yapılan optimizasyon çalışmaları sonucunda elde edilen debi miktarı değerleri, birbiriyle ilişkili olan tekli yapılan çalışmaların sonucunda elde edilen debi miktarı değerleri arasında kalmaktadır. Buna göre 4 nolu optimizasyon çalışması sonucunda elde edilen debi miktarı değeri, 1 ve 2 nolu optimizasyon çalışması sonucunda elde edilen debi miktarı değerleri arasında kalmaktadır. Aynı şekilde 5 nolu optimizasyon çalışması sonucunda elde edilen debi miktarı, 2 ve 3 nolu çalışma sonucunda elde edilen debi miktarı değerleri arasında değer almaktadır. 6 nolu optimizasyon çalışması sonucunda elde edilen debi miktarı, 1 ve 3 nolu optimizasyon çalışması sonucunda elde edilen debi miktarı değerleri arasında yer almaktadır. Ara değer olarak bulunan bu değerlerin hangi değerlere daha yakın olduğu ise programda girilen veri girişleri ile yakından ilgilidir. Çalışma sonucunda elde edilen debi miktarındaki değişimler şekil 7'de verilmiştir.

Çizelge I. Dairesel hidrostatik kaymalı yatak optimizasyon çalışması sonuçları

Opt. No	h_{opt} (μm)	Q (lt/dak)	Pp (W)	Ps (W)	Pt (W)	Ps/Pp	Δt
1	35,92	0,835	277	830	1107	3,00	35,73
2	50,79	2,361	783	587	1370	0,75	8,93
3	58,73	3,649	1210	508	1718	0,42	5,00
4	43,27	1,460	484	689	1173	1,42	16,96
5	54,52	2,920	968	547	1515	0,565	6,73
6	45,82	1,733	574	651	1225	1,130	13,50



Şekil 6:
Optimizasyon çalışması sonuçlarında elde edilen yağ film kalınlığının değişimi



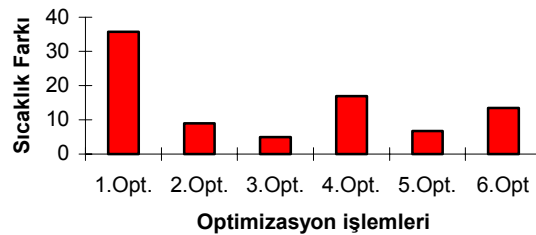
Şekil 7:
Optimizasyon çalışması sonuçlarında elde edilen debi miktarlarının değişimi

Çizelge I incelendiğinde, debi miktarının değişiminin aynı zamanda sıcaklık farkı değişimini de etkilediği görülmektedir. Buna göre, debi miktarı arttıkça yani yağ film kalınlığı değeri arttıkça sıcaklık farkı değeri azalmaktadır. Yapılan çalışmalar sonucunda sıcaklık farkı değeri, minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması sonucunda maksimum, minimum sıcaklık farkı için yapılan çalışma sonucunda ise beklenildiği gibi minimum değerini aldığı görülmektedir. Diğer optimizasyon çalışmalarında (Opt. 2,4,5,6) elde edilen sıcaklık farkı değerleri ise yağ filmi kalınlığı değerinde ve debi miktarı değişimlerinde ayrıntılı olarak açıklanan değişimlerle yakından ilgilidir. Sıcaklık farkı değerlerinin optimizasyon çalışması sonuçlarında nasıl değiştiği şekil 8’de grafik halinde verilmektedir.

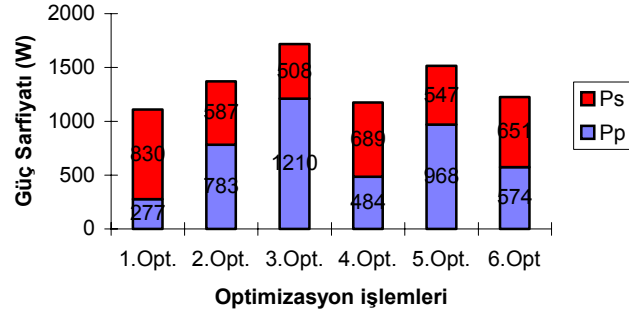
Çizelge I incelendiğinde, minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması (Opt1.) sonucunda elde edilen toplam güç değeri tahmin edileceği gibi minimum ve minimum sıcaklık farkına göre yapılan çalışma (Opt. 3) sonucunda elde edilen toplam güç değeri ise maksimum olmaktadır. Dairesel aksenal hidrostatik kaymalı yataklarda, yatak için gerekli olan toplam güç, sürtünmeye harcanan güç (P_s) ile pompa için gerekli olan gücün (P_p) toplamından oluşmaktadır.

Sürtünmeye harcanan gücün pompa için gerekli olan güce oranında (P_s / P_p), minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması sonucunda maksimum değerini ve minimum sıcaklığa göre yapılan çalışma sonucunda da minimum değerini almaktadır.

Sürtünmeye harcanan güç (P_s) ve pompa için gerekli olan güç (P_p) ve bu güçlerin toplamından elde edilen toplam güç değerlerinin optimizasyon çalışması sonuçlarındaki değişimleri şekil 9’de verilmektedir.



Şekil 8:
Optimizasyon çalışması sonuçlarında elde edilen sıcaklık farkının değişimi



Şekil 9:
Optimizasyon çalışması sonuçlarında elde edilen güç sarfiyatlarının değişimi

Çizelge I incelendiğinde, çalışmalar sonucunda, yağ film kalınlığı değerleri değişimlerinin sürtünmeye harcanan gücü ve pompa için gerekli olan gücü etkilediği görülmektedir. Buna göre yağ film kalınlığı değeri artırıldığında, sürtünme etkisi azaldığından şekil 9 de görüldüğü üzere sürtünmeye harcanan güç azalmaktadır. Ayrıca yağ film kalınlığı değeri artırıldığında, daha fazla basma gücü gerektiğinden pompa için gerekli olan güç artmaktadır. Bu nedenle, 1 nolu optimizasyonda elde edilen minimum yağ filmi kalınlığı değerine bağlı olarak sürtünmeye harcanan güç maksimum değerine ulaşmakta ve pompa için gerekli olan güç ise minimum olmaktadır. Bu bilgiler ışığı altında 1 nolu optimizasyon çalışmasında sürtünmeye harcanan gücün pompa için gerekli olan güce oranının maksimum olduğu görülmektedir. Yağ filmi kalınlığı değeri 3 nolu çalışmada maksimum değerde olduğundan, sürtünmeye harcanan güç minimum ve pompa için gerekli olan güç ise maksimum değerini almaktadır. Buna bağlı olarak 3 nolu çalışmada sürtünmeye harcanan gücün pompa için gerekli olan güce oranının minimum olduğu tesbit edilmiştir.

4. SONUÇ

Dairesel hidrostatik eksenel kaymalı yatak için gerekli olan toplam gücün minimum olabilmesi için optimizasyon çalışması yapılmıştır. Boyutsuz olarak tanımlanan yatak katsayısı ve istenilen minimum sıcaklık farkını elde etmek amacıyla çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu çalışmalarda, elde edilen yağ film kalınlık değerlerine göre toplam gücün ve sıcaklık farkının aldığı değerler kullanıcı için yeterli görülmüştür. Elde edilen sonuçların ara değerlerini de hesaplamak ve daha fazla sayısal değerlere göre karşılaştırma yapabilmek amacıyla daha sonra, minimum güç ve yatak katsayısı, yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkı, minimum güç ve minimum sıcaklık farkı olmak üzere ikili kriterler birlikte ele alınarak optimizasyon çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Yapılan altı farklı çalışmanın sonuçlarını karşılaştırmak amacıyla, dairesel eksenel hidrostatik kaymalı yataklarda, minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması (Opt. 1) sonucunda elde edilen toplam güç değeri minimum değer aldığından P_{tmin} ve minimum sıcaklık farkına göre gerçekleştirilen çalışma (Opt. 3) sonucunda elde edilen sıcaklık farkı değeri tahmin edilebileceği gibi minimum olduğundan Δt_{min} olarak kabul edilmiştir. Dairesel hidrostatik kaymalı yataklar için gerçekleştirilen tüm optimizasyon çalışmalarında elde edilen minimum güç değerleri, kabul edilen P_{tmin} değerine oranlandığında bulunan sayısal değerler ile tüm optimizasyon çalışmalarında elde edilen minimum sıcaklık farkı değerleri, kabul edilen Δt_{min} değerine oranlandığında bulunan sayısal değerler karşılaştırma amacıyla çizelge II'de verilmiştir. Ayrıca bu çizelgede tüm optimizasyon çalışmalarında elde edilen, sürtünmeye harcanan gücün pompa için gerekli olan güce oranı da yer almaktadır.

Çizelge II. Dairesel hidrostatik eksenel kaymalı yatak optimizasyon çalışması sonuçlarının karşılaştırılması

Opt. No	P_t / P_{tmin}	$\Delta t / \Delta t_{min}$	P_s / P_p
1	1,00	7,15	3,000
2	1,24	1,79	0,750
3	1,55	1,00	0,470
4	1,06	3,39	1,650
5	1,37	1,35	0,525
6	1,11	2,70	1,198

Hidrostatik eksenel kaymalı yataklarda, gerekli olan toplam gücün minimum olması istenmektedir. Toplam gücün minimum olması, sürtünmeye harcanan gücün ve pompa için gerekli olan gücün minimum olmasına bağlıdır. Dairesel hidrostatik eksenel kaymalı yataklarda, sürtünmeye harcanan gücün pompa için gerekli olan güce oranı 3 olduğunda ($P_s/P_p = 3$), yatak için gerekli olan toplam gücün minimum olduğu tespit edilmiştir. Yatak için gerekli olan toplam güç minimum olduğunda yatakta meydana gelen sıcaklık artışı yüksek olmaktadır. Bu olay yatakta istenmeyen bir durumdur. Sıcaklık artışının fazla olması kullanılan yağın özelliklerini değiştirmekte ve kullanılan yağın viskozitesi azalmaktadır. Viskozitenin azalması yatak için gerekli olan toplam gücün artmasına neden olmaktadır. Bunun için sıcaklık artışının ve toplam gücün birlikte değerlendirilmesi gerekmektedir.

Bu çalışma da hazırlanan bilgisayar programının çalıştırılması sonucunda, sadece yatak için gerekli olan toplam gücü minimize eden optimizasyon işlemi sonunda (Opt. No:1), sıcaklık farkı değerinin, istenen minimum sıcaklık farkı değerine göre yaklaşık 7 kat fazla olduğu tespit edilmiştir.

İstenen sıcaklık farkı değeri için yapılan optimizasyon işlemi (Opt. No:3) sonunda, yatak için gerekli olan toplam gücün, minimum toplam güce oranının yaklaşık 1,5 katı olduğu tespit edilmiştir. Her iki optimizasyon işlemleri sonucunda isteklerin birebir karşılanmadığı görülmüştür. Bu nedenle, minimum toplam güç ve minimum sıcaklık farkının beraberce incelenmesi gerekmektedir. Her iki şartın beraber incelenerek yapılan optimizasyon çalışması (Opt. No:6) sonucunda, yatak için gerekli olan gücün, minimum toplam güce oranı yaklaşık 1,1 dir. Buna karşılık sıcaklık farkının istenen minimum sıcaklık farkı değerine oranı yaklaşık 2,7 dir. Elde edilen sonuçlara göre, yatak için gerekli olan toplam güç sarfiyatının az olması ve kullanılan yağın özelliklerinin fazla değişmemesi için 6 nolu optimizasyon işleminin yapılması gerekmektedir. Maliyet ve enerji tasarrufu açısından incelendiğinde yatak için gerekli olan toplam gücün az olması gerekmektedir.

Sadece minimum güç için için yapılan optimizasyon işlemi (Opt. No:1) sonunda, sürtünmeye harcanan gücün, pompa için gerekli olan güce oranı 3'tür. Sadece minimum sıcaklık farkı için yapılan optimizasyon işlemi (Opt No:3) sonunda ise bu oranın yaklaşık 0,5 olduğu tesbit edilmiştir. Yatak için gerekli olan toplam güç ve minimum sıcaklık farkı için yapılan optimizasyon işlemi (Opt. No:6) sonunda, sürtünmeye harcanan gücün, pompa için gerekli olan toplam güce oranı yaklaşık 1,2'dir. Literatürde bu değer yaklaşık 1'e eşit olduğu belirtilmiştir (Haberhauer ve Bodenstern 1997, Weck 1985). Bu değer, literatür değerlerine oldukça iyi yaklaşım göstermektedir.

Sonuç olarak sürtünmeye harcanan gücün, pompa için gerekli olan toplam güce oranı 1 ile 3 arasında değişmektedir. Minimum toplam güç ve minimum sıcaklık farkı değerlerinin birlikte değerlendirilmesi sonucunda, sürtünmeye harcanan gücün, pompa için gerekli olan toplam güce oranı yaklaşık 1,2 olması gerekmektedir.

Ayrıca bu çalışmada, daireseleksenel hidrostatik kaymalı yataklarda boyutsuz olarak bir yatak katsayısı tanımlanmış ve yatak katsayısına göre optimizasyon işlemleri gerçekleştirilmiştir. Böylece kullanıcının daha doğru bir yaklaşımla değerlendirme yapabilmesi için alternatif sayısının artırılması sağlanmıştır.

Tanımlanan yatak katsayısının yardımıyla, belirli bir yağ film kalınlığında, yatak katsayıları kullanarak yatağın geometrik boyutları elde edilir. Elde edilen geometrik boyutlara göre, yağ debisi değerleri, pompa için gerekli olan güç, sürtünmeye harcanan güç ve sıcaklık farkı değerleri hesaplanabilir.

Dairesel eksenel hidrostatik kaymalı yataklarda minimum güç için yapılan optimizasyon çalışması, yatak katsayısına göre ve minimum sıcaklık farkına göre yapılan çalışmalar sonucunda elde edilen değerlerin yeterli olmayacağı düşünülmüştür. Bu nedenle minimum toplam güç ve yatak katsayısı, yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkı, minimum toplam güç ve minimum sıcaklık farkı kriterleri birlikte ele alınarak, ikili kriterlerin yatak için gerekli olan toplam güce ve yatakta meydana gelen sıcaklık farkı değişimlerine de etkisi incelenmiştir.

Literatürde minimum güç, yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkına göre çalışmaların yapıldığı görülmüştür. Fakat bu kriterlerin birlikte değerlendirilerek, minimum toplam güç ve yatak katsayısı, yatak katsayısı ve minimum sıcaklık farkı, minimum toplam güç ve minimum sıcaklık farkına göre iki kriter ele alınarak yapılan çalışmaya rastlanmamıştır. İkili kriterler alınarak yapılan optimizasyon sonuçları, tek kriterle elde edilen optimizasyon sonuçlarına göre, yatak için gerekli olan toplam güç ve yatakta meydana gelen sıcaklık farkı değişimleri açısından çok daha iyi sonuçların elde edilmesini sağlamıştır.

Bundan sonra yapılacak çalışmalarda, kriter sayısı artırılarak sonuçlar üzerindeki etkisi incelenebilir. Yatak için gerekli olan toplam güç ve yatakta meydana gelen sıcaklık farkı değişimlerinin minimum olması için kriter sayısının artırılması daha hassas sonuçlara ulaşmayı sağlayacaktır.

5. KAYNAKLAR

1. Akkurt, M. (1980) *Makine Elemanları*, İkinci Cilt. İTÜ. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İstanbul. (s. 1-239).
2. Akkurt, M. (1990) *Makine Elemanları*, Birsen Yayınevi, Cilt No:1, İstanbul. (s. 263-334).
3. Aktaş, Z., Öncül, H. ve Ural, S. (1981) *Sayısal Çözümleme*, ODTÜ, Ankara. (s. 155-160).
4. Arora, J.S. (1989) *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, United States of America. (pp. 78-183).
5. Freund, H. (1992) *Konstruktions Elemente*, Wissenschaftsverlag, Band 2, Mannheim. (pp. 63-67).
6. Haberhauer, H., Bodenstern, S. (1997) *Maschinenelemente*, Springer, Berlin. (pp. 311-317).
7. Niemann, G. (1973) *Makine Elemanları*, Fon Matbaası, Ankara. (s. 259-290).
8. Peeken, H. (1975) *Die Berechnung Hydrostatischer Lager*, VDI Berichte Nr. 248, Aachen. (pp. 85-94).
9. Peeken, H. (1975) *Hydrostatische Lager*, TH Aachen. (pp. 145-177).
10. Steinhilper, W., Röper, R. (1990) *Maschinen-und Konstruktionselemente*, 3. Springer Verlag, Berlin. (pp. 313-333).
11. Weck, M. (1985) *Werkzeugmaschinen*, Band 2. Konstruktion und Berechnung. VDI Verlag, Düsseldorf. (pp. 145-197).