

## ZAMANA BAĞLI MÜŞTERİ GELİŞ ORANLARINA SAHİP SİSTEMLERİN PERFORMANS ANALİZİ: BANKA UYGULAMASI

Yrd. Doç. Dr. Ahmet HASKÖSE\*

### ÖZET

*Kuyruk sistemleri (bekleme hatları) günlük hayatın vazgeçilmez parçalarından birini oluşturmakta ve gerçek hayat sistemlerinin çoğunda kaçınılmaz bir olgu olarak ortaya çıkmaktadır. Kuyruk sistemleri, yaygın bir şekilde durağan-durum (steady-state) olarak analiz edilmektedir. Ancak, günlük hayatın birçok kısmında ortaya çıkan kuyruk sistemlerinde, müşteri gelişleri gün, hafta, ay veya yıl içerisinde değişmektedir. Bu tür sistemlerin durağan-durum olarak analiz edilmesi, sistem performansına yönelik sapmalı tahminlere neden olmaktadır. Zamana bağlı müşteri geliş oranlarına sahip sistemlerin Kesikli Zaman Modeli ile analiz edilmesi sistemin performansına yönelik tahminlerdeki sapmaları önemli ölçüde azaltabilir. Bu çalışmada, zamana bağlı olarak değişen müşteri gelişlerinin olduğu bir banka şubesinin Kesikli Zaman Modeli ile performans analizi amaçlanmaktadır. Kesikli zaman modelinin, performans ölçütlerine yönelik belirlenecek hedef değerler bakımından çeşitli senaryoların karşılaştırılmasına ve en uygun alternatifin belirlenmesine yardımcı olduğu görülmüştür.*

**Anahtar Kelimeler:** *Kuyruk Modelleri, Durağan Olmayan Kuyruk Sistemleri, Zamana Bağlı Müşteri Gelişleri*

**JEL Sınıflaması:** C69

### PERFORMANCE ANALYSIS OF THE SYSTEMS WITH TIME-DEPENDENT ARRIVALS: APPLICATION OF A BANK BRANCH

### ABSTRACT

*Queueing (Waiting Lines) is unavoidable in many real industrial and service operations. Queueing theory and queueing models have provided insight into many industrial and service situations. Most of this analysis assumes constant parameter values and steady-state results are appropriate. However many real service operations face significant variations in their customers' arrival rates over time such as day, week, month or year. In these cases steady-state results may only offer a poor approximation. For this purpose, the Discrete Time Modelling approach can be used to evaluate the time-dependent behaviour of queueing systems. The aim of this paper is to apply Discrete*

---

\* Erciyes Üniversitesi, İİBF, İşletme Bölümü, [haskose@erciyes.edu.tr](mailto:haskose@erciyes.edu.tr)

*Time Modelling approach to evaluate the performance of a bank branch that proves the time-dependent behaviour for customer arrivals. It has been seen that the Discrete Time Modelling helps to evaluate various scenarios and to determine the most appropriate one regarding to predetermined levels of performance measures.*

**Keywords:** *Queueing Models, Non-stationary Queueing Systems, Time-Dependent Behaviour for Customer Arrivals*

**JEL Classification:** *C69*

## 1. GİRİŞ

Kuyruk sistemleri (bekleme hatları) günlük hayatın vazgeçilmez parçalarından birini oluşturmaktadır; bankalarda, arama merkezlerinde, hastanelerde, süpermarketlerde, yemekhanelerde ve hayatın daha birçok kısmında kaçınılmaz bir olgu olarak ortaya çıkmaktadır. Bekleme hatları, hizmet alma için gelen müşterilerin taleplerinin anında karşılanamaması sonucu ortaya çıkmaktadır. Taleplerin anında karşılanamamasının temel nedenleri, müşteri gelişleri arasındaki süreler ile hizmet sürelerinin farklı olması ve gerek müşteri gelişlerinin gerekse hizmet sürelerinin stokastik yapıya sahip olmasıdır.

Kuyruk sistemlerinin incelenmesine ilişkin ilk sistematik çalışma olan Erlang (1918)'dan başlayarak 20. yy. başından beri kuyruk teorisi sunulan hizmetin kalitesinin ve sistemin etkinliğinin değerlendirilmesinde çok yaygın bir şekilde uygulanmıştır. Bu süre içerisinde kuyruk sistemlerinin modellenmesinde ve analizinde Jackson (1957), Kelly (1975) ve Whitt (1983) gibi çalışmalar, kuyruk teorisinin gerçek hayattaki sistemlerin yönetilmesinde önemli katkılar sağlamıştır. Bununla birlikte, bu modellerde temel varsayım müşteri gelişlerinin zaman içerisinde farklılaşmadığı ve sistemin durağan-durum olarak kabul edilmesidir. Ancak, bu varsayımın günlük hayatın birçok kısmına ilişkin gerçekliliği tartışılabilir. Hall, Belson, Murali ve Dessouky (2006) müşterilerin veya işlerin sisteme gelişlerindeki değişimin gün, hafta, ay veya yıl içerisinde de gerçekleşebildiğini ifade etmektedir. Örneğin arama merkezlerine veya bankalara gelen müşteri sayıları günün farklı saatleri içerisinde değişmektedir. Bu durum, sisteme stokastik yapıdan kaynaklanan değişime ilave olarak, tahmin edilmesi gerekli olan zaman içindeki değişimi de katmaktadır. Bu nedenle, sunulan hizmetin kalitesi ve sistemin etkinliği bakımından, sisteme gelen müşteri sayılarının zaman aralıkları arasında değişmesinin söz konusu olduğu sistemlerde (zamana bağlı müşteri geliş oranlarına sahip sistemlerde), personel sayılarının zaman aralıkları dikkate alınarak değiştirilmesi gerekmektedir. Kuyruk sistemlerinde, personel sayısının belirlenmesine ilişkin çeşitli karar modelleri söz konusudur; bu modelleri genel olarak iki grupta toplayabiliriz: maliyet modelleri ve istek düzeyi modelleri (Taha, 2007). Her iki model de sistemde bekleme süresini azaltmayı dikkate almaktadır. Maliyet modelleri birbiriyle çelişen hizmet maliyeti ve bekleme maliyetini dengelemeye çalışır. İstek düzeyi modelleri

ise çelişen sistem performans ölçütleri için ulaşılması istenen düzeyleri dikkate alarak kabul edilebilir aralık belirlenmesi temeline dayanmaktadır. Performans ölçütü olarak genellikle sistemde bekleme süresi ve hizmet veren personelin boş olma olasılıkları kullanılır.

Bu çalışmada, bir banka şubesine gelen müşterilerin gün içerisinde farklı saatlerde değişen geliş oranları nedeniyle, zamana bağlı müşteri geliş oranlarına sahip sistemin, kuyruk modelleri ile performans analizi amaçlanmaktadır. Çalışmanın ilk bölümünde, araştırma konusuna ilişkin literatürde yer alan modeller tartışılacaktır. İkinci bölümde, bir banka uygulamasına ilişkin elde edilen veriler ve modellenecek sisteme ilişkin varsayımlar tanımlanacaktır. Üçüncü bölümde ise, Kesikli Zaman Modeli (Discrete Time Modelling-DTM) ile banka şubesinin performans analizi gerçekleştirilecek ve elde edilen bulgular ortaya konulacaktır. Son bölümde, banka şubesinin ve zamana bağlı müşteri oranlarına sahip sistemlerin performans analizine yönelik genel bir değerlendirme yapılacaktır.

## **2. ZAMANA BAĞLI MÜŞTERİ GELİŞ ORANLARINA SAHİP SİSTEMLERİN MODELLENMESİ**

Literatürde, zamana bağlı müşteri geliş oranlarına sahip sistemlere yani zaman aralıkları (saat, gün, ay, vb. gibi) içerisinde müşteri gelişleri açısından farklı davranış gösteren sistemlere ilişkin çeşitli modeller söz konusudur. Green ve Kolesar (1991)'de bahsedilen Basit Durağan Yakınsama (Simple Stationary Approximation-SSA) modelinde müşteri geliş oranlarındaki zamana bağlı değişme göz ardı edilmekte ve temel olarak incelenen zamanın bütünündeki gelişlerin ortalaması kullanılmaktadır. Bu nedenle, modelin zamana bağlı geliş oranlarının mevcut olduğu sistemlerin performanslarının değerlendirilmesindeki zayıf yönlerine rağmen, SSA uygulamada kolay olduğu için yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. SSA'nın sistem performanslarını tahminine yönelik başarısını Green, Kolesar ve Svoronos (1991) incelemiş ve sistemin performansını gerçekten daha düşük tahmin ettiği tespit edilmiştir.

Green ve Kolesar (1995), Basit Yoğun Saat Yakınsaması (Simple Peak Hour Approximation-SPHA) modeli ile, sistemin performansını durağan-durum (steady-state) olarak tahmin etmekte ve sistemin müşteri geliş oranını yoğun saatteki ortalama geliş oranına eşitlemektedir. Ancak, yoğun saatte karşılaşılan ortalama müşteri geliş oranlarının kullanılmasının, bir kısım zaman aralıklarında sistemde gereğinden fazla personel sayısına neden olduğu ve SPHA'nın hizmet kapasitelerinin çok sık değişmediği sistemler için daha uygun olduğu söylenebilir.

Green ve Kolesar (1991) ile Whitt (1991)'de belirtilen Noktasal Durağan Yakınsama (Pointwise Stationary Approximation-PSA) modeli, ilgili zaman aralığındaki müşteri geliş oranlarını kullanmakta ve performans ölçütlerini zamanın her anı için hesaplamaktadır. Ancak, uzun hizmet süreli sistemler için elde edilen tahminlerin çok başarılı olmadığı görülmektedir. Ayrıca, PSA sistemdeki yoğunluk ile gelişlerdeki yoğunluğun aynı zamanda gerçekleştiğini varsaymakta; oysa gerçekte sistemdeki yoğunluk, gelişlerdeki yoğunluktan sonra ortaya çıkmaktadır. Jennings vd (1996), Düzeltilmiş İş Yüğü

Yakınsama (Modified Offered Load Approximation-MOL) modelinde, incelenen zamana yakın zaman aralığındaki ortalama geliş oranlarını dikkate alarak PSA'nın zayıflığını ortadan kaldırmaya çalışmıştır.

Planlanan dönem içerisinde farklı zaman aralıklarında farklı müşteri geliş oranlarına sahip sistemlerin analiz edilmesinde kullanılabilir alternatiflerden birinin de simülasyon olduğu söylenebilir. Simülasyonun farklı durumları dikkate alabilen ve çoğu durumun modellenmesinde kullanılabilen esnek bir alternatif olduğu kabul edilebilir. Ayrıca, simülasyon analitik modellerin kullanılmayacağı çok karmaşık problemlerin de modellenmesinde kullanılabilen bir alternatiftir. Simülasyona ilişkin en önemli dezavantajlardan biri, modellenecek sisteme yönelik sağlıklı sonuçların elde edilebilmesi için sistemin simülasyonunun çok sayıda tekrarlanması gerekliliği ve bu durumun da zaman alıcı olduğu gerçeğidir. Simülasyon ile güvenilir performans ölçütlerini elde etmek için oldukça fazla çaba gerekmektedir ve bu durum simülasyonun özellikle gerçek zamanlı personel sayılarının güncellenmesindeki etkinliğini ve uygulanabilirliğini azaltmaktadır (Green, Kolesar ve Whitt, 2007).

Daha önce bahsedilen analitik çalışmalardan farklı olarak Ingolfsson (2007) ve Gross, Shortle, Thompson ve Harris (2008) zamana bağlı müşteri geliş oranlarını yakınsama yapmadan sistemi  $M(t)/M/s(t)$  olarak modellemiştir. Ancak hizmet süresinin gerçek hayatta karşılaşılabilecek çoğu durumdan farklı bir şekilde üstel dağılım gösterdiği kabul edilmektedir.

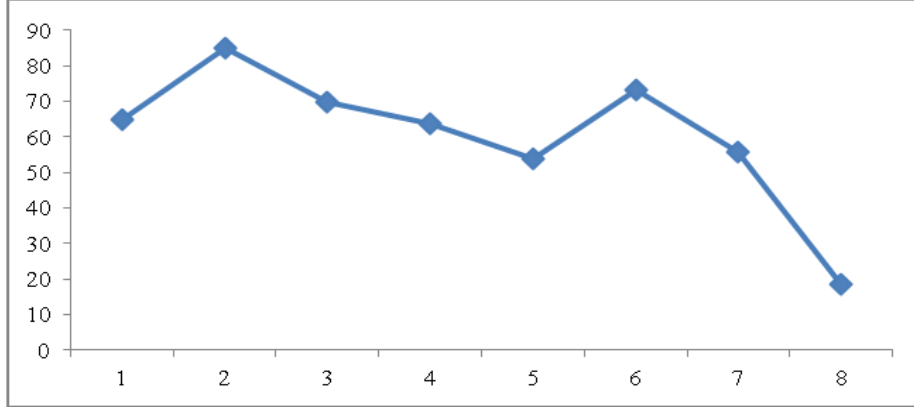
Kesikli Zaman Modeli (DTM), sistemin kesikli zaman aralıkları içerisinde analiz edilmesini öngörmektedir. Kuyruk sistemlerinin kesikli zaman olarak modellenmesine ilişkin çalışmalar Meisling (1958)'e kadar uzanmaktadır. Alfa ve Neuts (1995), Alfa ve Chakravarthy (1994) ile Alfa, Chakravarthy ve Dolhun (1995), Markov gelişler ve faz tipi (phase type) hizmet sürelerinin geçerli olduğu sistemlerin modellenmesine yönelik çalışmalara örnek olarak verilebilir. Markov gelişler ve faz tipi hizmet sürelerinin geçerli olduğu kuyruk sistemlerine yönelik kesikli ve sürekli Markov zincirlerinin modellenmesinde matris-geometrik yöntem yaygın olarak kullanılmaktadır (Neuts 1981). Matrix-geometrik yöntemi, zaman bağlı olarak değişmeyen geçişler matrisi kullanmakta ve sistemin durağan-durumuna ilişkin sonuçlar elde etmektedir. Ancak, Kesikli Zaman Modeli hem zamana bağlı olmayan geçişler matrisini hem de zamana bağlı olarak değişen geçişler matrisini dikkate almaktadır. Bu nedenle, Wall (1995) ile Wall ve Worthington (1999)'da geliştirilen Kesikli Zaman Modeli, zamana bağlı müşteri gelişlerinin ve genel hizmet sürelerinin mevcut olduğu sistemleri,  $M(t)/G/s(t)$  sistemi olarak modelleyerek analiz edilmesinde ve sistemin performans ölçütlerinin elde edilmesinde kullanılabilir.

### 3. UYGULAMAYA İLİŞKİN VERİLER VE ÇALIŞMANIN VARSAYIMLARI

Bir banka şubesine gelen müşteri sayıları, geliş saatleri itibari ile incelenmiştir. Müşterilerin bankaya geliş oranlarının belirlenmesinde günlük ortalama müşteri sayısı yerine, bir saatlik aralıklar dikkate alınarak ortalama müşteri geliş oranları hesaplanmıştır. Müşteri geliş oranlarının gün içindeki

değişimleri, bir saatlik zaman aralıklarındaki müşteri geliş oranları olarak Grafik 1’de gösterilmektedir. Grafik 1’den de görüleceği gibi, müşteri geliş oranları gün içerisinde değişmekte ve geliş oranları günün ilk yarısında ikinci yarıya göre daha fazla olarak gerçekleşmektedir.

**Grafik 1. Bir saat aralıklarında sisteme gelen ortalama müşteri sayıları**



Müşteri gelişlerinin dağılımını belirlemek amacıyla, on günlük dönem içerisinde 11.00-12.00 saatleri arasında beşer dakikalık aralıklarda gelen müşteri sayılarına Kolmogrov-Smirnov uyumluluk testi uygulanmış ve 0,925 anlamlılık düzeyinde müşteri gelişlerinin Poisson dağılım gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, hizmet sürelerinin dağılımını belirlemek amacıyla, 170 hizmet süresi kullanılarak hizmet süreleri test edilmiş ve 0,201 anlamlılık düzeyinde hizmet sürelerinin 1,16 dakika standart sapma ve 2,85 dakika ortalama ile normal dağılım gösterdiği elde edilmiştir. Bu durum, uygulamada ele alınan banka şubesinin, zamana bağlı müşteri geliş oranları ile genel hizmet süreli ve  $c$  tane hizmet noktası olan bir kuyruk sistemi olarak, bir başka ifade ile  $M(t)/G/s$  sistemi olarak, Kesikli Zaman Modelini (DTM) kullanarak performans analizini gerektirmektedir.

Uygulamadaki sisteme (banka şubesine) yönelik çalışmanın varsayımlarını özetleyecek olursak,

- Sisteme müşteri gelişleri Poisson dağılım göstermekte,
- Müşteri gelişleri günün farklı saatlerinde farklı geliş oranlarına sahip, yani müşteri gelişleri zamana bağlı Poisson dağılım göstermekte,
- Hizmet süreleri 2,85 dakika ortalama ve 1,16 dakika standart sapma ile normal dağılıma uymakta,
- Müşterilerin gelişleri ve hizmet süreleri birbirinden bağımsız davranış göstermekte,
- Kuyruk kapasitesi sonsuz olarak kabul edilmekte,
- Kuyruktaki müşterilerin hizmet politikasına ilişkin, ilk gelenin ilk hizmet alması (FIFO) kabul edilmekte,
- Sistemde paralel en fazla beş hizmet noktası (personel) olduğu kabul edilmekte,
- Günlük çalışma saatinin 8 saat (480 dakika) olduğu kabul edilmektedir.

## 4. KESİKLİ ZAMAN MODELİ (DTM) İLE PERFORMANS ANALİZİ

### 4.1. DTM Modelinin Teorik Çerçevesi

Kesikli Zaman Modeli (DTM), incelenen sisteme ilişkin durum uzayının (state-space) eleman sayısını azaltmak amacıyla öncelikle sürekli dağılım gösteren hizmet sürelerinin, kesikli hizmet süreleri ile tahmin edilmesini öngörmektedir. Bu amaçla aşağıdaki üç denklemin ortak çözümü gerçekleştirilerek kesikli hizmet süreleri elde edilmektedir.

$$\sum_{i=1}^m P_i = 1 \quad (1)$$

$$v \sum_{i=1}^m iP_i = E(S) \quad (2)$$

$$v^2 \sum_{i=1}^m i^2 P_i = Var(S) + E(S)^2 \quad (3)$$

Bu denklemlerde  $E(S)$  ve  $Var(S)$  sürekli hizmet süresi dağılımının ortalaması ve varyansını,  $P_i$  kesikli dağılımda  $i$ . değer in olasılığını,  $m$  kesikli dağılımda zaman aralıklarının sayısını,  $v$  kesikli dağılımın zaman aralığının büyüklüğünü ifade etmektedir.

Hizmet süresine ilişkin sürekli dağılım kesikli dağılım ile tahmin edildikten sonra sisteme ilişkin durum uzayı

$$\{n, k_m, k_{m-1}, \dots, k_1\} \quad (4)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.  $n$  sistemdeki müşteri sayısını ve  $c$  hizmet noktası (personel) sayısını göstermek üzere  $k_i$  ( $i=1,2, \dots, m$ ),  $\sum_{i=1}^m k_i = \min(n, c)$  koşulunu sağlayan pozitif tamsayı olmak üzere hizmetin tamamlanması için geriye kalan süresi  $i$  birim olan hizmetlerin sayısını ifade etmektedir. Sonuçta, incelen sisteme ilişkin durum uzayının eleman sayısı

$$\sum_{i=0}^c \frac{(i+m-1)!}{i!(m-1)!} + (L-c) \frac{(c+m-1)!}{c!(m-1)!} \quad (5)$$

denklemleri ile elde edilmektedir. Zamana bağlı geliş oranları ve  $c$  adet hizmet noktasından oluşan sistemin durum uzayının elemanları için denklem sayılarının fazla olmasından dolayı bu denklemler bir algoritma şeklinde ifade edilmekte ve C++ programlama dili kullanılarak oluşturulan bir program çerçevesinde elde edilmektedir (Wall 1995, Wall ve Worthington 1999).

DTM modeli, belirlenen zaman aralıkları itibari ile, gerek sistemdeki hizmet noktalarının kullanım oranlarını (olasılıklarını) vermekte gerekse istenilen olasılıkta kuyrukta bekleyen müşteri sayısını vermektedir. DTM, müşteri bekleme zamanlarını vermemekle birlikte; uygulamada yer alan banka şubesinin performans analizinde kullanmak amacıyla, müşterilerin bekleme zamanlarına ilişkin Brahimi ve Worthington (1991)'de tanımlanan tahmini bekleme süresini dikkate alarak,  $c$  adet hizmet noktası olan sistem için bekleme süresine yönelik tahmin geliştirilebilir. İki hizmet noktasından oluşan sisteme bir müşteri geldiğinde, kuyrukta 3 müşteri beklediğini varsayalım. Gelen müşteri 4 adet hizmet tamamlanmasının ardından hizmet almaya başlayabilir, bu da her bir hizmet noktasının 2 adet hizmet tamamlamasını gerektirir. Ancak, müşterinin gelişi anında devam eden hizmetlerin ne zaman tamamlanacağını bilmemekle birlikte hizmet süresinin yarısının tamamlandığını varsayarsak, gelen müşterinin 1,5 adet hizmet tamamlanması için gerekli olan süre kadar bekleyeceği söylenebilir. Bu bağlamda, gelen müşterinin hizmet almak için bekleme süresine yönelik aşağıda belirtilen tahmini bekleme süresi hesaplanabilir.

$$Tah. Bekleme Süresi = \begin{cases} 0, & n < c \\ \left( \frac{n+1}{c} - 0.5 \right) x (ort. hizmet süresi), & n \geq c \end{cases} \quad (6)$$

Sistemde  $t$  anında kuyrukta bekleyen müşteri sayısı hizmet veren personel sayısından daha az ( $n < c$ ) ise, gelen müşteri 0 (sıfır) bekleme süresi ile yani beklemeden hizmet alacaktır. Şayet bekleyen müşteri sayısı hizmet veren personel sayısına eşit veya daha fazla ( $n \geq c$ ) ise, devam eden hizmetlerin geriye kalan sürelerinin hizmet süresinin yarısı olduğu varsayımıyla ve  $t$  anındaki hizmet veren personel sayısı dikkate alınarak gelen müşterinin tahmini bekleme süresi yukarıda verilen formülle tahmin edilebilir. Bu süre,  $t$  anında gelen müşterinin kuyrukta bekleme süresinin tahminidir;  $t$  anında gelen müşterinin sistemde geçirdiği süre ise, bu tahmini bekleme süresine ortalama hizmet süresinin eklenmesi ile elde edilebilir.

#### 4.2. Sistemin Performans Analizi

Uygulamada yer alan banka şubesinin hizmet sektöründe bir kurum olduğu dikkate alındığında, hizmet alan yani bankaya gelen müşteri açısından hizmet almak için bekleyen kişi sayısından daha ziyade, hizmet almak için bekleme zamanının önemli olduğu; hizmet veren yani banka açısından da müşteri memnuniyetini en düşük maliyetle sağlamanın önemli olduğu söylenebilir. Bu bağlamda, sunulan hizmetin kalitesi ve sistemin etkinliği bakımından, sisteme gelen müşterilerin bekleme sürelerinin azaltılması kadar hizmet veren personelin kullanım oranlarının yüksek olması veya personelin boş kalma oranlarının düşük olması önemlidir. Bu nedenle, uygulamadaki sisteme (banka

şubesine) yönelik performans ölçütleri olarak, gelen müşterinin sistemde bekleme süresi ve hizmet veren personelin yani sistemin boş olma olasılıkları kabul edilmiştir.

Zamana bağlı müşteri geliş oranlarına sahip sistemlerde, durağan-durum analizinin gerçekleştirilememesi nedeniyle, sistemin gün boyunca gösterdiği performansın izlenmesi gerekmektedir. Bu durum hizmet kalitesi ve sistem etkinliği açısından hizmet veren personel sayılarının gün içerisinde çeşitli zaman aralıkları dikkate alınarak değiştirilmesini gerektirir. Bu amaçla uygulamadaki banka şubesinin hizmet kapasitesine yani hizmet veren personel sayılarına ilişkin temelde iki durum dikkate alınmıştır:

- Personel sayılarının 4-saatlik aralıklarda değişmesi ve hizmet kapasitesinin günde iki kez değişmesi,
- Personel sayılarının 2-saatlik aralıklarda değişmesi ve hizmet kapasitesinin günde dört kez değişmesi.

Bahsedilen temel iki durum çerçevesinde, 4 ve 2 saatlik aralıklarda öngörülen personel sayılarına ilişkin çeşitli senaryolar sırasıyla Tablo 1 ve 2’de tanımlanmaktadır. Bu senaryolarda, gün içerisinde istihdam edilen toplam personel sayısından ziyade, bu sayıların gün içerisinde kullanılan toplam adam-saat (toplam çalışma saati) olarak dikkate alınması, senaryoların karşılaştırılmasında daha doğru olacaktır. Örneğin, 4-saatlik aralıklarda personel sayılarının değişmesine izin verilen birinci durumun gösterildiği Tablo 1’deki toplam 6 personel, gün içerisinde 24 adam-saat’e karşılık gelmektedir. Benzer şekilde, 2-saatlik aralıklarda değişmeye izin verilen ikinci durumun gösterildiği Tablo 2’deki toplam 12 personel, 24 adam-saat/gün’e ve 13 personel sayısı da 26 adam-saat/gün’e karşılık gelmektedir.

**Tablo 1. Personel Sayılarının 4-Saatlik Aralıklarda Değişmesine Yönelik Çeşitli Senaryolar**

Senaryo Kodu	Personel sayısı (1-4. saat)	Personel sayısı (5-8. saat)	Toplam Personel Sayısı	Toplam adam-saat/gün
c33	3	3	6	24
c42	4	2	6	24
c34	3	4	7	28
c43	4	3	7	28
c52	5	2	7	28
c53	5	3	8	32
c44	4	4	8	32
c54	5	4	9	36



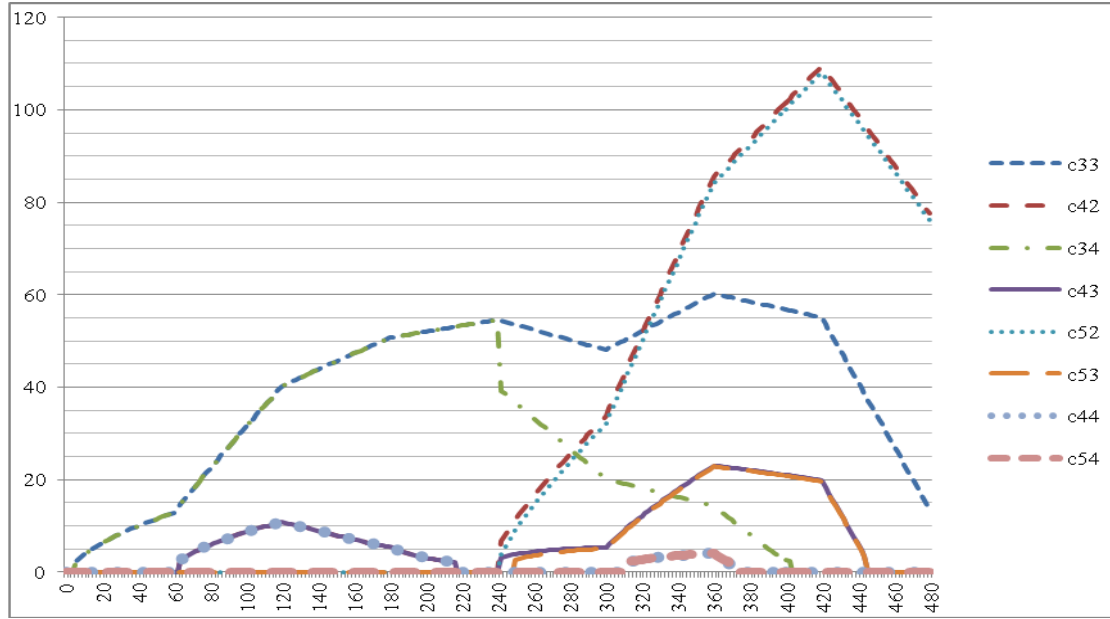
**Tablo 2. Personel Sayılarının 2-Saatlik Aralıklarda Değişmesine Yönelik Çeşitli Senaryolar**

Senaryo Kodu	Personel sayısı (1-2. saat)	Personel sayısı (3-4. saat)	Personel sayısı (5-6. saat)	Personel sayısı (7-8. saat)	Toplam Personel Sayısı	Toplam adam-saat/gün
c4332	4	3	3	2	12	24
c4342	4	3	4	2	13	26
c4432	4	4	3	2	13	26
c4532	4	5	3	2	14	28
c3443	3	4	4	3	14	28
c4343	4	3	4	3	14	28
c4533	4	5	3	3	15	30
c5343	5	3	4	3	15	30
c3543	3	5	4	3	15	30
c5443	5	4	4	3	16	32
c5453	5	4	5	3	17	34

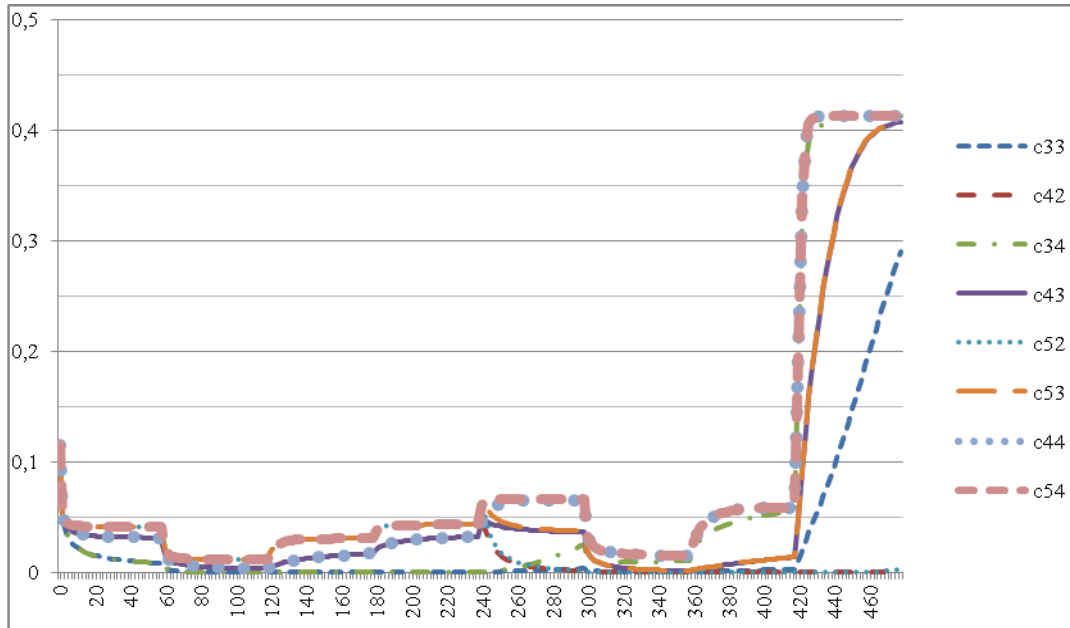
Personel sayılarının 4-saatlik aralıklar olmak üzere, gün içerisinde iki kez değiştiği duruma yönelik 8 farklı senaryo için gelen müşterinin bekleme zamanları ve hizmet veren personelin yani sistemin boş olma olasılıklarının gün içerisindeki değerleri, sırasıyla Grafik 2 ve 3’de gösterilmektedir. Sisteme gelen müşterinin bekleme zamanları açısından en kötü değerler c42 ve c52 senaryolarında elde edilmekte; ki bekleme zamanları özellikle personel sayısının ikiye düşürüldüğü günün ikinci yarısında kötüleşmeye başlamakta ve bekleme zamanı bir süreliğine de olsa 100 dakikayı aşmaktadır. c54 ve c44 senaryoları ise, müşterinin bekleme zamanı bakımından en iyi değerleri vermekte, öyle ki c54 senaryosunda bekleme zamanı günün tamamında beş dakikayı geçmemektedir. C44 senaryosunda ise, bekleme zamanı günün belirli bir kısmında onbeş dakikayı bulmaktadır. c33 ve c42 karşılaştırıldığında, her iki senaryoda da 24 adam-saat/gün kullanılmasına rağmen, c42’de günün ikinci yarısından itibaren bekleme zamanı gittikçe artmakta, ancak c33’de bekleme zamanı günün çoğu zamanında 20 ile 60 dakika arasında değişmektedir.

Senaryoların çoğunda, günün son saatinden önce sistemin boş olma olasılığı 0,07’nin altında kalmaktadır. Ancak, günün son saatinde sisteme müşteri geliş oranlarının azalması nedeniyle, günün son saatinde sistemin boş olma olasılıkları 0,40’ı bulmaktadır.

**Grafik 2. Personel Sayılarının 4-Saatlik Aralıklarda Değiştiği Senaryolarda Sisteme Gelen Müşterinin Bekleme Zamanları**



**Grafik 3. Personel Sayılarının 4-Saatlik Aralıklarda Değiştiği Senaryolarda Sistemin Boş Olma Olasılıkları**

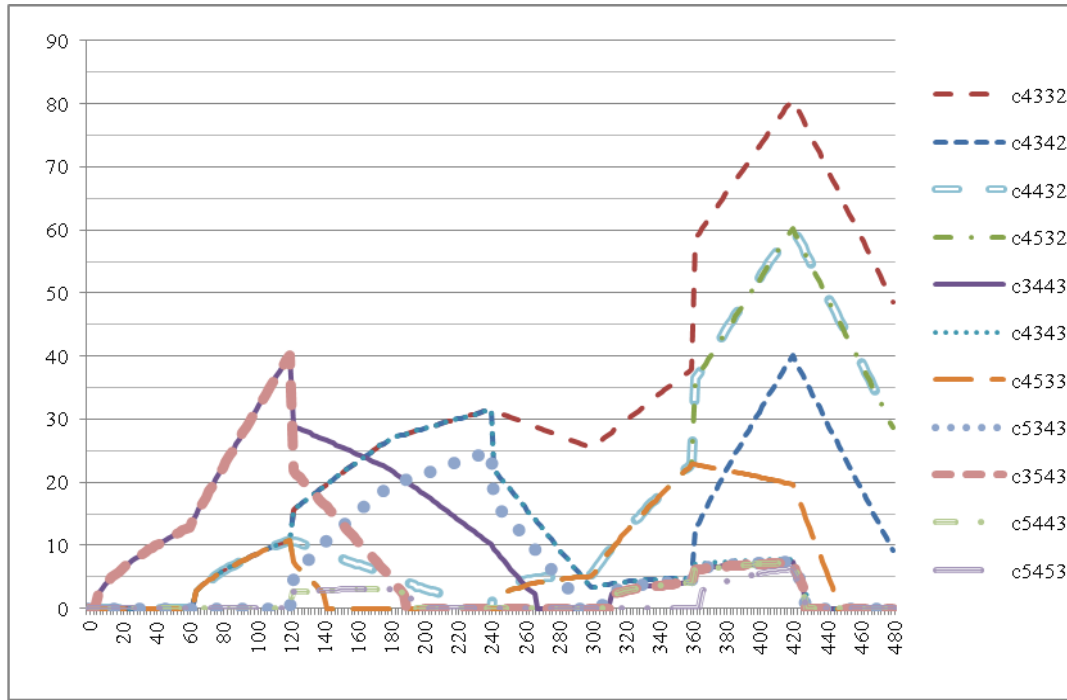


Personel sayılarının 2-saatlik aralıklarda olmak üzere, gün içerisinde dört kez değiştiği duruma yönelik incelenen 11 senaryo için, gelen müşteri bekleme zamanları Grafik 4’de ve sistemin boş olma olasılıkları da Grafik 5’de gösterilmektedir. Bu senaryolarda, müşteri bekleme zamanı, personel sayılarının 4-saatlik aralıklarda değiştiği duruma göre önemli ölçüde azalmaktadır. En uzun bekleme zamanı, c4332 senaryosunda görülmekte ve 80 dakikaya kadar ulaşmaktadır. c4342 ve c4332 senaryoları arasındaki tek fark, üçüncü aralıkta c4342 senaryosunda 4 personel ve c4332 senaryosunda ise 3 personel bulunmasıdır. Ancak, bu iki senaryo gün içerisinde müşteri bekleme zamanları

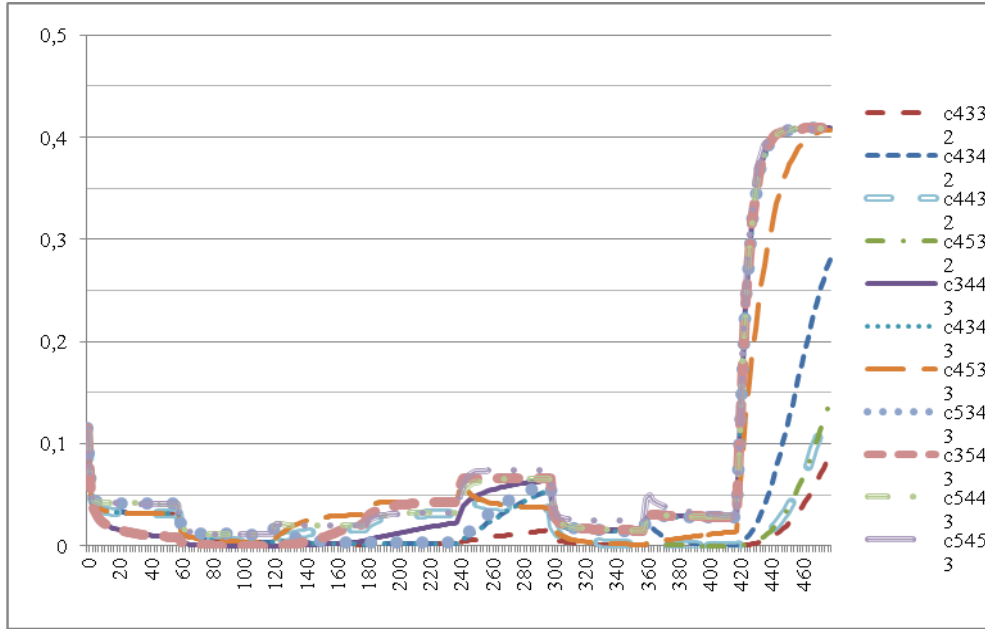
bakımından karşılaştırıldığında, özellikle günün son iki saatinde, müşteri bekleme süreleri arasındaki fark hemen hemen iki kata kadar ulaşmakta; c4342’de en uzun müşteri bekleme süresi 40 dakikaya yaklaşırken, c4332’de ise günün son saatlerinde bekleme süresi 80 dakikaya kadar yaklaşmaktadır. Bu duruma günün son saatinden önceki saat aralıklarında oluşan birikme etkili olmaktadır. Ayrıca, c4532 ve c4533 senaryoları karşılaştırıldığında, bunların son iki saate kadar benzer davranış gösterirken; son iki saatteki personel sayısındaki azalma nedeniyle c4532’de bekleme sürelerinde artışa yol açmakta ve 60 dakikaya varan süreler görülmektedir. c4533 senaryosunda ise bekleme süreleri gittikçe azalmakta ve günün son dakikalarında bekleme olmadan hizmet alma şeklinde sonuçlanmaktadır.

Sistemin boş olmasına yönelik olasılıklar incelendiğinde, 4-saatlik ve 2-saatlik aralıklarda personel sayısının değişmesine izin veren iki durum arasında, günün son saati hariç diğer zamanlarda çok büyük farklılıkların ortaya çıkmadığı görülmekte ve yine en yüksek boş olma olasılığı 0,08’i aşmamaktadır.

**Grafik 4. Personel Sayılarının 2-Saatlik Aralıklarda Değiştiği Senaryolarda Sisteme Gelen Müşterinin Bekleme Zamanları**



**Grafik 5. Personel Sayılarının 2-Saatlik Aralıklarda Değiştiği Senaryolarda Sistemin Boş Olma Olasılıkları**



#### 4.3. Performans Analiz Sonuçları

Taha (2007)'da belirtilen istek düzeyi modelleri durağan-durum sistemlerinde alternatif personel sayılarının değerlendirilmesinde kullanılabilir. Zamana bağlı müşteri geliş oranlarına sahip sistemlerde durağan-durum performans ölçütlerinin elde edilmesinin mümkün olmaması nedeniyle, bu tür sistemlerin analiz edilmesinde istek düzeyi modelleri geçerli olmayacaktır. Ayrıca, durağan olmayan sistemlerin performans ölçütlerinin planlanan zaman aralığındaki davranışı, DTM modeli ile yukarıda bahsedildiği gibi tespit edilebilmesine rağmen, bütün zaman aralıklarında mutlak üstünlüğün olmadığı durumlarda, alternatif senaryoların karşılaştırılmasında ve en uygun alternatifin seçilmesinde yeterli olmayacaktır.

Bu nedenle, belirlenecek azami (hedef) bekleme zamanının ve sistemin boş olma olasılığına yönelik belirlenecek azami (hedef) olasılık değerinden daha yüksek zamanların ve olasılık değerlerinin görülme oranları, alternatif senaryoların karşılaştırılmasında performans ölçütü olarak kabul görecektir. Bu amaçla, uygulamadaki banka şubesi için hedef bekleme zamanının 15 dakika olmasına, bir başka ifade ile şubeye gelen müşterinin 15 dakikadan daha uzun bir süre beklemesinin arzu edilmediğine karar verilmiştir. Benzer şekilde, sistemin boş olma olasılığına yönelik hedef değer 0,05 olmasına karar verilmiştir. Personel politikasına ilişkin dikkate alınan iki durumda, yani personel sayılarının 4-saatlik ve 2-saatlik aralıklarda değiştiği durumlarda, çeşitli senaryoların sistem performansları Tablo 3 ve 4'de gösterilmektedir.

**Tablo 3. Personel Sayılarının 4-Saatlik Aralıklarda Değiştiği Senaryolarda Sistem Performansları**

Senaryo Kodları	P(Bek.zamanı>15)	P(sistem boş>0,05)	Toplam adam-saat/gün
c33	0,858	0,108	24
c42	0,467	0,008	24
c34	0,600	0,179	28
c43	0,204	0,129	28
c52	0,458	0,013	28
c53	0,200	0,146	32
c44	0,000	0,354	32
c54	0,000	0,358	36

Personel sayılarının 4-saatlik aralıklarda değiştiği durumda, en yüksek bekleme zamanları c33 senaryosunda gözlemlenmiş ve günün son saatlerine doğru bekleme zamanının 100 dakikadan daha uzun sürdüğü görülmüştür (Bknz. Grafik 2). Benzer şekilde, c33 senaryosu bekleme zamanı ve sistemin boş olma olasılığına yönelik hedefler açısından da kötü sonuçlar vermekte; bu senaryoda müşterinin 15 dakikadan daha uzun süre bekleme olasılığı, 0,858 gibi çok yüksek düzeylerde bulunmaktadır (Bknz. Tablo 3).

Personel sayılarının 4-saatlik aralıklarda günde en fazla iki kez değişebildiği durumda 8 farklı senaryo incelenmiş ve bu senaryolarda gözlemlenen sistem performansları Tablo 3’de gösterilmiştir. c33 ile c42 senaryoları karşılaştırıldığında, küçük fakat kritik bir değişikliğin bekleme zamanlarını nasıl etkilediği görülmektedir. Her iki senaryoda da toplam 6 personel hizmet vermesine rağmen, başka bir ifade ile gün içerisinde kullanılan adam-saat bakımından her iki senaryo da 24 adam-saat/gün kullanılmasına rağmen; ilk dört saatlik aralıkta 4 ve ikinci aralıkta 2 personelin hizmet vermesi (c42), bekleme zamanına yönelik hedefi aşma olasılığını 0,858’den yaklaşık yarısına 0,467’ye düşürmektedir. Ayrıca, müşteri bekleme zamanlarındaki önemli iyileştirmeye ilave olarak, sistemin boş olma olasılığına yönelik hedefi aşma olasılığı da 0,108’den 0,008’e düşerek, bu performans ölçütü bakımından da önemli iyileştirme oluşturmaktadır.

Personelin 4-saatlik aralıklarda değişmesi durumunda göz önüne alınan senaryolar içerisinde, bekleme zamanına yönelik hedefi aşma olasılıkları bakımından en iyi değerleri c44 ve c54 senaryoları sağlamakta; ancak bu senaryolarda sistemin boş olma olasılığına yönelik hedefi aşma olasılığı 0,35 gibi yüksek değerlere neden olmaktadır. Bu iki senaryo, hizmet alan açısından tercih edilebilirken, hizmet veren kurum açısından en düşük maliyetle müşteri memnuniyeti amacı ile çalışmaktadır. Bu çerçevede, bekleme zamanı ve maliyet ölçütleri dikkate alındığında c43 senaryosunun, birbiriyle çelişen bu iki ölçüt arasında bir denge oluşturduğu söylenebilir. c43 senaryosunda, 28 adam-saat/gün kullanılarak, bekleme zamanına yönelik hedefi aşma olasılığı için 0,204 ve sistemin boş olma olasılığına yönelik hedefi aşma olasılığı için 0,129 değerleri elde edilmektedir.

**Tablo 4. Personel Sayılarının 2-Saatlik Aralıklarda Değiştiği Senaryolarda Sistem Performansları**

Senaryo Kodları	P(Bek.zamanı>15)	P(sistem boş>0,05)	Toplam adam saat/gün
c4332	0,750	0,038	24
c4342	0,508	0,108	26
c4432	0,317	0,058	26
c4532	0,313	0,075	28
c3443	0,313	0,229	28
c4343	0,296	0,150	28
c4533	0,200	0,146	30
c5343	0,188	0,175	30
c3543	0,167	0,254	30
c5443	0,000	0,254	32
c5453	0,000	0,254	34

Personel sayılarının 2-saatlik aralıklarda günde en fazla dört kez değişebildiği durumda 11 farklı senaryo dikkate alınmış ve bu senaryolarda elde edilen sistem performansları Tablo 4’de gösterilmiştir. Bu senaryolarda, bekleme zamanına yönelik hedefi aşma olasılığı bakımından en kötü performans, 0,75 değeri ile, c4332 senaryosunda ve sistemin boş olma olasılığına yönelik hedefi aşma olasılığı bakımından da en kötü performans, 0,254 değerleri ile, c3543, c5443 ve c5453 senaryolarında görülmektedir. Ancak, bu senaryolar performans ölçütü değiştirildiğinde ise en iyi sonuçları sağlamakta; başka bir ifade ile, bekleme zamanı bakımından en iyi performans c5443 ve c5453 senaryolarında; sistemin boş olma olasılığı bakımından da en iyi performans c4332 senaryosunda gerçekleşmektedir.

Sistem performansının belirlenen ölçütlerden sadece birini kullanarak değerlendirilmesi, müşteri memnuniyetinin düşük maliyetle karşılanması temel amacını mümkün kılmamakta ve bu ölçütlerden birinden ödün vermeyi gerektirmektedir. Ancak, sistem etkinliği açısından bu iki ölçüt açısından bir dengenin gözetilmesi gerekmektedir. Bu bağlamda, bu iki performans ölçütü açısından dengenin sağlanabildiği c4533 ve c5343 senaryoları öne çıkmaktadır. Bu iki senaryoda 30 adam-saat/gün kullanılmakta olup, c5343 senaryosu bekleme zamanı bakımından tercih edilebilir; c4533 senaryosu ise sistemin boş olma olasılığı bakımından tercih edilebilir.

## 5. SONUÇ

Çalışmada, zamana bağlı müşteri geliş oranlarına sahip bir sistem olan banka şubesinde personel sayılarının 4 ve 2 saatlik aralıklarda değişebildiği iki temel durum kapsamında çeşitli senaryolar dikkate alınarak, gelen müşterilerin bekleme zamanlarına ve sistemin yani gişelerde hizmet veren personelin boş olma olasılıklarına ilişkin sistem performansı incelenmiştir.

Banka gibi taleplerdeki değişkenliğin çok fazla olmadığı sistemlerde, personel sayılarının değişim aralıkları saat aralıklarında değiştirilebileceği gibi, arama merkezi gibi değişime daha hızlı cevap verilmesi gereken sistemlerde, etkinlik açısından personel değişim aralıklarının daha kısa olması planlanabilir. Ayrıca, hedef bekleme zamanı ve sistemin boş olma olasılığına yönelik hedef değerlere ilişkin münferit hedefler bakımından sistem performansındaki değişim de incelenebilir. Bu nedenle Kesikli Zaman Modelinin, farklı hedefler çerçevesinde sistemlerin performans analizine yönelik çeşitli senaryoları değerlendirmeye ve personel çizelgelemeye imkân verdiği söylenebilir.

## KAYNAKÇA

- Alfa, A.S. ve Chakravarthy, S.A. (1994) “A Discrete Queue with the Markovian Arrival Process and Phase Type Primary and Secondary Services”, *Communications in Statistics - Stochastic Models*, 10(2): 437-451.
- Alfa, A.S. ve Neuts, M.F. (1995) “Modelling Vehicular Traffic Using the Discrete Time Markovian Arrival Process”, *Transportation Science*, 29(2): 109-117.
- Alfa, A.S., Chakravarthy, S.A. ve Dolhun K.L. (1995) “A Discrete Single Server queue with Markovian Arrival Process and Phase Type Group Services”, *Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis*, 8(2): 151-176.
- Brahimi, M. ve Worthington, D.J. (1991) “The Finite Capacity Multi-Server Queue with Inhomogeneous Arrival Rate Ad Discrete Service Time Distribution And its Application To Continuous Service Time Problem”, *European Journal of Operational Research*, 50(3): 310-324.
- Erlang, A.K. (1918) “Solution of Some Problems in The Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges”, *The Post Office Electrical Engineers*, 10: 189-197.
- Green, L.V. ve Kolesar, P.J. (1991) “The Pointwise Stationary Approximation for Queues with Nonstationary Arrivals”, *Management Science*, 37(1): 84-97.
- Green, L.V. ve Kolesar, P.J. (1995) “On the Accuracy of the Simple Peak Hour Approximation for Markovian Queues”, *Management Science*, 37(1): 84-97.
- Green, L.V., Kolesar, P.J. ve Svoronos, A. (1991) “Some effects of Nonstationary on Multiserver Markovian Queueing Systems”, *Operations Research*, 39(3): 502-511.
- Green, L.V., Kolesar, P.J. ve Whitt W. (2007) “Coping with time-varying Demand when Setting Staffing Requirements for A Service System”, *Production and Operations Management*, 16(1): 13-39.
- Gross, D., Shortle, J.F., Thompson, J.M. ve Harris, C.M. (2008) “*Fundamentals of Queueing Theory*”, Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley & Sons, Inc., Fourth Edition, New Jersey.

- Hall, R., Belson, D., Murali, P. ve Dessouky, M. (2006) “Modeling patient flows through the healthcare system”, *Patient Flow: Reducing Delay in Healthcare Delivery*, International Series in Operations Research & Management Science, 91: 211-252.
- Ingolfsson, A.E., Akhmetshina, S. ve Budge, Y.L. (2007) “A survey and Experimental Comparison of Service Level Approximation Methods For Non-Stationary M(t)/M/s(t) queueing systems with exhaustive discipline”, *INFORMS Journal on Computing*, 19(2): 201–214.
- Jackson, J. R. (1957) “Networks of Waiting Lines”, *Operations Research*, 5: 518-521.
- Jennings, O.B., Mandelbaum, A., Massey, W.A. ve Whitt, W. (1996) “Server Staffing to Meet Time-Varying Demand”, *Management Science*, 42(10): 1383-1394.
- Kelly, F.P. (1975) “Networks of Queues with Customer of Different Types” *Journal of Applied Probability*, 12(3): 542-554.
- Meislig, T. (1958) “Discrete-Time Queuing Theory”, *Operations Research*, 6(1): 96-105.
- Neuts, M.F. (1981) “*Matrix Geometric Solutions in Stochastic Models - An Algorithmic Approach*”, John Hopkins University Press, Baltimore.
- Taha, H.A. (2007) “*Operations Research*”, Pearson Education, Inc., Eight Edition, New Jersey
- Wall, A. (1995) “*Extending the Scope of Discrete Time Models to Provide Practical Results for Continuous Time Queueing Systems*”, PhD Thesis, University of Lancaster, UK.
- Wall, A. ve Worthington, D.J (1999) “Using the Discrete Time Modelling Approach to Evaluate The Time-Dependent Behaviour of Queueing Systems, *Journal of the Operational Research Society*, 50(8): 777-788 .
- Whitt, W. (1983) “The Queueing Network Analyzer”, *The Bell Systems Technical Journal*, 62(9): 2779-2815.
- Whitt, W. (1991) “The Pointwise Stationary Approximation for  $M_t/M_t/s$  queues is asymptotically correct as the rates increase”, *Management Science*, 37(3): 307-314.
- Whitt, W. (2007) “What you should Know about Queueing Models to Set Staffing Requirements in Service Systems”, *Naval Research Logistics*, 54(5): 476-484.