



Teknik Not

Bulanık Doğrusal Regresyona Genel Bir Bakış

Şaban YURTCU, Yılmaz İÇAĞA

Afyonkarahisar Kocatepe Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Yapı Eğitimi Bölümü, 03200, Afyonkarahisar

ÖZET

Bulanık küme kuramına dayalı istatistiksel analiz özellikle de regresyon analizi son on yılda üzerinde çok çalışma yapılmış bir konudur. Bu çalışmada, belirsizliği modellemede başarılı bir yöntem olan bulanık mantığın ileriye yönelik tahmin konusundaki belirsizlikler için önerdiği bulanık regresyon yaklaşımı genel hatlarıyla incelenmiştir. Metodun daha iyi anlaşılması için sayısal örnek sunulmuştur. Çalışmanın son kısmında ise bulanık doğrusal regresyonun yönteminin gelişimi ve hidroloji alanındaki uygulamaları için literatür araştırması yapılmış ve bu çalışmalar hakkında bilgiler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Bulanık mantık, Bulanık regresyon, Belirsizlik, Modelleme

1. GİRİŞ

İstatistik biliminin en önemli konularından birisini regresyon analizi oluşturmaktadır. Regresyon analizi genellikle değişkenler arasındaki ilişkilerin incelenmesinde [1] ve bir fonksiyonun uygun değerleri için katsayılarının belirlenmesinde kullanılmaktadır [2].

Regresyon analizi uygulamalarında bağımsız değişken veya değişkenlerin bağımlı değişkeni ne oranda etkilediğine katsayılar yardımıyla bakılmaktadır. Regresyon analizi sonucunda gözlenen değerlerle hesaplanan değerler arasında belirli bir sapma meydana gelmektedir. Sapmaları minimuma indirmek için Tanaka vd. (1982) tarafından bulanık regresyon yöntemi geliştirilmiştir [3]. Bu metoda göre; gözlenen değerlerle hesaplanan değerler arasındaki sapmalar, istatistiksel regresyondaki gibi ölçüm ve gözlem hatalarından değil, sistem parametrelerinin bulanıklığından veya regresyon katsayılarının bulanıklığından kaynaklanmaktadır. Regresyon katsayıları bulanık sayılar olduğu için, tahmin edilen bağımlı değişken de bulanık bir sayıdır. Bu yöntemin en önemli avantajı her bir gözlemin üyelik derecesine göre katsayı tahminine katılmasıdır.

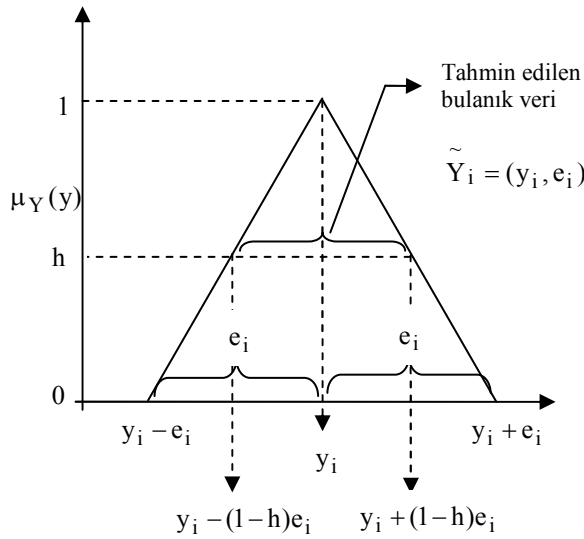
Bulanık regresyon modeli inşasında başlıca iki öneri vardır; Tanaka vd. (1982) tarafından önerilen bulanık doğrusal regresyon ve onun varyasyonu, Diamond (1988) [4] ve Celmins (1987 a, b) [5-6] tarafından geliştirilen bulanık en küçük kareler regresyon önerisidir.

Bu çalışmada Tanaka vd. (1982) tarafından önerilen bulanık doğrusal regresyonun esasları ele alınmış ve öneri basit bir örnekle açıklanmıştır. Çalışmanın son kısmında ise bulanık doğrusal regresyonun Tanaka yaklaşımından sonraki gelişimi ve hidroloji alanındaki uygulamaları için literatür araştırması yapılmış ve bu çalışmalar hakkında bilgiler sunulmuştur.

2. DOĞRUSAL BULANIK REGRESYON YÖNTEMİ

2.1. Bulanık Regresyon Üyelik Fonksiyonlarının Belirlenmesi

Bulanık modellenen ilk doğrusal regresyon analizi 1982’de Tanaka, Uejima ve Asai tarafından ortaya konulmuştur [3]. Bu metoda göre; gözlenen değerlerle hesaplanan değerler arasındaki sapmalar, istatistiksel regresyondaki gibi ölçüm ve gözlem hatalarından değil, sistem parametrelerinin bulanıklığından veya regresyon katsayılarının bulanıklığından kaynaklanmaktadır. Regresyon katsayıları bulanık sayılar olduğu için, tahmin edilen bağımlı değişken de bulanık bir sayıdır. Bu yaklaşımda tahmin edilen bulanık sayısı, simetrik üçgensel üyelik fonksiyonuna sahip $\tilde{Y}_i = (y_i, e_i)$ şeklinde gösterilmektedir (Şekil 1).



Şekil 1. h- Düzey Kümesine Sahip Bir Bulanık Sayının Simetrik Üçgensel Bulanık Çıktı Fonksiyonu Burada; y_i ; bulanık merkez, e_i ; bulanık genişliktir. Güven seviyesi (h) en uygun modelin elde edilmesini sağlayacak şekilde seçilmelidir [7]. “h” ne kadar farklı değer alırsa alsın bulanık ortalama değerler değişmez [8]. Bulanık regresyonda h değerini belirlemek analiste bırakılmıştır. h’nin seçimi konusunda belirli bir ölçüt yoktur. Genellikle tavsiye edilen h seviyesi 0,5’dir [9].

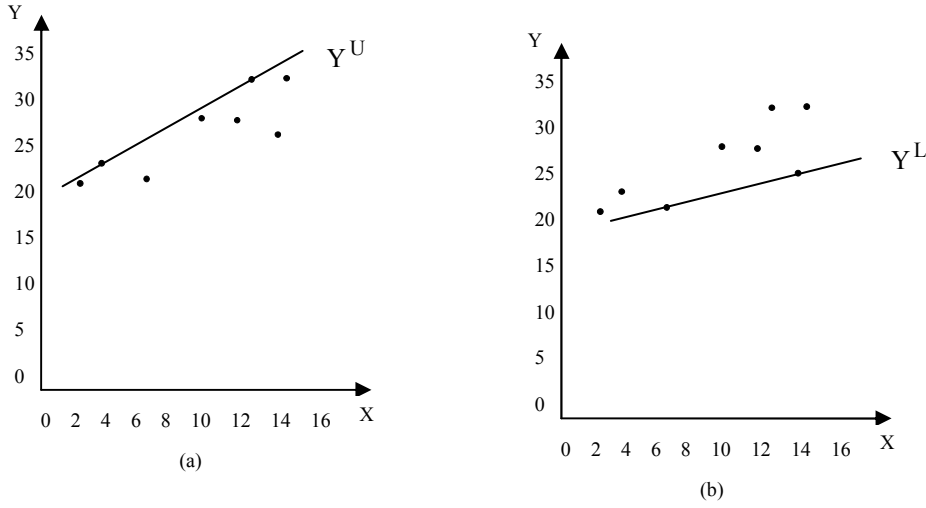
Simetrik üçgensel biçime sahip olan y_i ’nin üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\mu_{\tilde{Y}}(y) = \begin{cases} 1 - \frac{|y - y_i|}{e_i}, & y_i - e_i \leq y \leq y_i + e_i \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases} \quad (1)$$

burada; μ : üyelik fonksiyonudur.

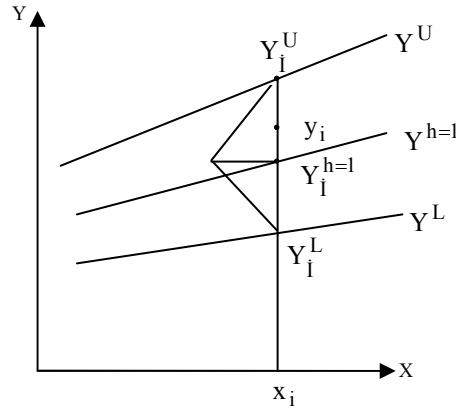
2.2. Bulanık Regresyon Alt Sınır, Üst Sınır ve Yayılımların Belirlenmesi

Bulanık regresyon alt sınır, üst sınır ve yayılımların belirlenmesinde Zadeh’in büyütme prensibi kullanılmaktadır [10]. Verilen herhangi veri çifti (X_i, Y_i) için Şekil 2 de gösterildiği gibi (Y^U, Y^L) bulanık regresyon hatları oluşturulur.



Şekil 2. Bulanık Regresyon Alt ve Üst Sınırların Oluşumu

Burada; (a): Alt sınır, (b): Üst sınırdır. Sınırları sezgisel olarak belirlenen iki veya daha çok veri noktalarının üstünden geçecek şekilde Y^U doğrusal regresyon hattı oluşturulur. Aynı şekilde sınırları iki veya daha çok nokta boyunca veri noktalarının altından geçecek şekilde Y^L doğrusal regresyon hattı oluşturulur. Regresyon hatları üzerindeki seçilen gerçek veriler kullanılarak Y^U ve Y^L regresyon denklemleri elde edilir. Simetrik üçgen üyelik fonksiyonunun alt ve üst sınırları olan Y^U ve Y^L nin modu (1 şartının sağlandığı nokta) sınır çizgileri arasından geçen orta hat (Şekil 3) [11].



Şekil 3. Bulanık Regresyon Aralıkları

$$Y_i^{h=1} = \frac{(Y_i^U + Y_i^L)}{2} \quad (2)$$

denklemleri ile elde edilir [8]. Elde edilen $Y_i^{h=1}$ bulanık regresyon denklemlerinden elde edilen bulanık Y değerleri ile X gözlem değerleri arasında regresyon analizi yapılarak bulanık katsayılar elde edilir. Y_i^U ve Y_i^L bulanık regresyon denklemleri kullanılarak $Y_{i(alt)}$ ve $Y_{i(üst)}$ bulanık değerleri elde edilir ve

$$e_i = \frac{Y_{i(üst)} - Y_{i(alt)}}{2} \quad (3)$$

denklemleri ile (e_i) yayılımları bulunmuş olur.

2.3. Genel Bulanık Regresyon Denklemine ve Katsayıların Yayılımının Elde Edilmesi

Bulanık regresyon analizi ile tahminlenen ortalama değerler ile gerçek X değerleri arasında klasik regresyon analizi yapılarak genel bulanık regresyon denkleminin katsayıları elde edilir. Katsayıların yayılımını elde etmek için denklem 3'ten elde edilen sonuçlar ile X gerçek değerleri arasında klasik regresyon analizi yapılarak genel bulanık regresyon denkleminin yayılımları elde edilmiş olur [10]

$$\tilde{Y} = (\alpha_0, c_0) + (\alpha_1, c_1)X_1 + (\alpha_2, c_2)X_2 + \dots + (\alpha_k, c_k)X_k \quad (4)$$

burada; \tilde{Y} : bulanık bağımlı değişken, α_i : katsayı, c_i : yayılım

3. BULANIK DOĞRUSAL REGRESYON YÖNTEMİNİN UYGULAMASI

3.1. Kullanılan Veriler

Bulanık doğrusal regresyon yönteminin nasıl uygulandığını göstermek için aşağıdaki veri çifti kullanılmıştır [10].

Tablo 1. Analizde Kullanılan Veri Çifti

i	1	2	3	4	5	6	7	8
X_i	2	4	6	8	10	12	14	16
Y_i	14	11	17	15	19	22	18	30

3.2. Klasik Regresyon ve Bulanık Regresyon Analizi

Veri çiftleri (X_i, Y_i) için öncelikle klasik regresyon analizi yapılır ve tahmini Y_i değerleri elde edilir. Sonra veri çiftlerine bölüm 2.2. de anlatılan yöntem uygulanarak $(Y^U, Y^{h=1}, Y^L)$ bulanık regresyon denklemleri oluşturulur. Tahmin edilen bulanık sayılar simetrik üçgensel üyelik fonksiyonu olarak gösterilir. Bu denklemler yardımıyla tablo 2 te gösterilen bulanık alt sınır, bulanık üst sınır, bulanık ortalama ve bulanık yayılım değerleri elde edilir.

Tablo 2. $h=0,5$ Güven Seviyesinde Klasik Regresyon Analizi İle Bulanık Doğrusal Regresyon Analizi Tahminlerinin Gerçek Değerlerle Karşılaştırılması

i	Gerçek (Y)	Regresyon Analizi İle Tahminlenen (Y)	Bulanık Doğrusal Regresyon Analizi İle Tahminlenen (Y)			H=0,5 İçin Sınırlar	
			Alt Sınır	Üst Sınır	Ortalama	Alt Sınır	Üst Sınır
1	14	11,3333	7,399	16,199	11,799	9,599	13,999
2	11	13,3095	8,355	18,927	13,641	10,998	16,284
3	17	15,2857	9,311	21,655	15,483	12,397	18,569
4	15	17,2619	10,267	24,383	17,325	13,796	20,854
5	19	19,2381	11,223	27,111	19,167	15,195	23,139
6	22	21,2143	12,179	29,839	21,009	16,594	25,424
7	18	23,1905	13,135	32,567	22,851	17,993	27,709

8	30	25,1667	14,091	35,295	24,693	19,392	29,994
---	----	---------	--------	--------	--------	--------	--------

Genel bulanık regresyon denklemi ve katsayıların yayılımını elde etmek için bölüm 2.3 de anlatılan işlemler uygulanarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\tilde{Y}_i = (9.957, 3.514) + (0.921, 0.443)$$

4. BULANIK REGRESYON LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

4.1. Bulanık Regresyon Çözümlemesi İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Bulanık mantık (BM) sistemlerin ve modellerin tanımlanmasında ve kontrol edilmesinde geniş çapta kullanılan bir sistemdir. Bulanık ilkeler hakkında ilk bilgiler, Azerbaycan asıllı Lütfü Askerzade tarafından ortaya atıldı [12]. O tarihten sonra önemi gittikçe artarak günümüze kadar gelen bulanık mantık, belirsizlikleri açıklamak ve belirsizliklerle çalışabilmek için kurulmuş kesin bir matematik düzen olarak tanımlanabilir. Zadeh'in bulanık kümeler kavramını tanıtmıştıktan bu yana regresyon modelinde bulanık bilgiyi dikkate alan uygulamalar birçok bilim dalında başarıyla uygulanmıştır. Bulanık regresyon çözümlemesi ile ilgili yapılan çalışmalar ele alındığında aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- Tanaka vd. (1982) bulanık modele sahip doğrusal regresyon çözümlemesindeki ilk çalışmayı önermişlerdir. Bu çalışmada girdi ve çıktı değişkenlerinin bulanık olmadığı, fakat sistem bilgisinin bulanık olduğu varsayılmakta ve amaç fonksiyonu bağımlı değişkenin tahmin değerinin yayılmasının minimizasyonuna dayanmaktadır. Analiz lineer-programlama tekniği kullanılarak çözümlenmektedir [3].
- Moskowitz, Kim (1993) bulanık doğrusal regresyonda bulanık parametrelerin yayılmaları, üyelik fonksiyonları şekilleri ve H değeri arasındaki ilişkiyi belirlemişlerdir. Üyelik fonksiyonun aldığı şekil ve H değerine göre yayılmanın duyarlılığını araştırmışlardır [13]
- Chang, Lee (1996) aykırı değer olması durumu için üyelik dereceleriyle ağırlıklandırma yapan ve karar verici ile etkileşime dayanan genelleştirilmiş bulanık ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemini ileri sürmüşlerdir [14].
- Yang, Ko (1997) basit regresyon için ağırlıklandırılmış bulanık en küçük kareler çözümlemesinin iteratif algoritmasını ileri sürmüşlerdir. Bu algoritma iki aşamalıdır. İlk olarak gözlemlerin sınıf üyeliklerini veren bulanık sınıflama yöntemi seçilir, daha sonra üyeliklerin bu değerleri ağırlıklar olarak kullanılır. Bulanık regresyon çözümlemesinde ağırlıklandırılmış bulanık en küçük kareler bir optimizasyon problemi olarak düşünülmüştür [15].
- Chang (1997) zaman serilerinde mevsimliği ele almış ve bulanık bir tahminleme tekniği geliştirmiştir [16].
- Diomand (1988), klasik en küçük kareler regresyon yöntemine benzer bulanık en küçük kareler regresyon yöntemini bulanık üçgen sayılar üzerinde metrik tanımlaması yaparak ortaya koymuştur
- Wang, Tsaur (2000) Tanaka tarafından tanımlanmış bulanık olmayan bağımsız değişken ve bulanık bağımlı değişkenli problemin çözümü için değiştirilmiş bulanık en küçük kareler yöntemini önermişlerdir [10].
- Ishibuchi, Manabu (2001) bulanık regresyon yönteminin bazı kısıtlarından söz etmişler ve simetrik üçgen bulanık sayı tipinde olan katsayıların asimetric üçgen ve yamuk sayı tipine uzanmasını yapmışlardır [17].
- Chang, Bilal (2001) bulanık regresyon ve klasik regresyon arasındaki farklılıkları tanımlamışlardır. Çalışmada kapsamlı bir literatür taraması yapılarak bulanık regresyonun üç yaklaşımı özetlenmiştir. İlk yaklaşım, en uygun ölçüt ile bulanıklığın minimizasyonu esasına dayanır. İkinci yaklaşımda uygun kriter olarak hataların en küçük kareleri kullanılmaktadır ve makalede iki yöntem özetlenmiştir. Üçüncü yaklaşım aralıklı regresyon analizi olarak tanımlanmaktadır. Her bir bulanık regresyon yöntemi ile klasik en küçük kareler regresyon yöntemi arasındaki farklılığı değerlendirmek için sayısal örnekler ve grafiksel sunular kullanılmıştır. Makalede klasik en küçük kareler regresyon

model verilerindeki belirsizliğin rastgelelik tipi ile geleneksel bulanık regresyon model verilerindeki belirsizliğin bulanıklık tipi arasındaki temel farklılıklar karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir [8].

- Lee, Chen (2001) genelleştirilmiş bulanık doğrusal regresyon modeli sunmuşlar, bulanık parametreleri belirlemek için lineer olmayan programlama modeli önermişlerdir [18].
- Tsaur vd. (2002) mevsimsel değişim ve yıllık değişimin önemli olduğu endüstriyel alanda bulanık regresyon metodunun uygulandığı bir yöntem önermişlerdir. Yapılan iki zaman serisi analizinde ortalama tahmini hata sırasıyla % 2,91 ve % 4,29 bulunurken önerilen bulanık regresyon analizinde ortalama tahmini hata %1,85 bulunmuştur [19].
- Tseng, Tzeng (2002) bulanık regresyon ve mevsimsel zaman serisi ARIMA serisinin avantajlı yönlerini birleştiren bulanık mevsimsel ARIMA (SARIMA) yöntemi önermişlerdir [20].
- Tran, Duckstein (2002) klasik ve bulanık regresyon modellerinin sırasıyla merkezi eğilim ve olabilirlik özelliklerini birleştiren çok amaçlı bulanık regresyon modeli sunmuştur [21].
- Wu, Tseng (2002) en küçük kareler yaklaşımı ile bulanık parametre tahminli bulanık regresyon modeli sunmuşlardır [22].
- Yang, Lin (2002) bulanık girdi ve bulanık çıktı değişkenleri için bulanık en küçük kareler yaklaşımı altında iki tahminleme yöntemi önermişlerdir. Heterojen veri kümesi ve aykırı değerleri belirlemek için kümeleme analizinden yararlanmışlardır [23].
- Yang, Liu (2003) etkileşimli bulanık doğrusal regresyon modelleri için bulanık en küçük kareler algoritmasını önermişlerdir. Bu algoritmalar basit regresyon için aykırı değerlere karşı dayanıklıdır. Bu algoritmalarda ortogonal koşullar optimizasyon problemine kısıt olarak eklenmiştir [24].
- Wu (2003) bulanık küme teorisindeki çözüm benzerliği yardımıyla regresyon parametrelerinin bulanık tahminlerini elde eden bir yöntem önermiştir [25].
- Hong, Hwang, Ahn (2004) öğrenme algoritması kullanarak bulanık doğrusal regresyon modelinin bir tahminlemesini yapmışlardır [26].
- Nasrabadi, Nasrabadi (2004) bulanık/bulanık olmayan bağımlı değişken, bulanık/bulanık olmayan bağımsız değişkenli bulanık doğrusal regresyon modelini ele almış, matematiksel programlama tekniğine dayanarak bir tahminleme yöntemi önermişlerdir [27].
- Hojati, Bector, Smimou (2005) sadece bağımsız değişkenlerin bulanık, hem bağımlı hem bağımsız değişkenlerin bulanık olduğu iki durum için bulanık düşünüş altında hesaplanan yeni bir yöntem önermişlerdir [28].

4.1. Bulanık Regresyonun Hidroloji Alanında Uygulanmasına Yönelik Yapılan Çalışmalar

Bulanık regresyonun hidroloji biliminde uygulanmasına yönelik yapılan çalışmalar ele alındığında aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- Bardossy ve ark (1990), hidrolojik geçirgenlik ile toprak elektriksel öz direnci arasındaki ilişkinin belirsizlik içerdiği düşüncesi ile, bu iki değişken arasındaki eğrisel ilişkiyi bulanık regresyon yöntemi ile modellemişlerdir. Bulanık regresyon analizi sonucunda elde etmiş oldukları maksimum bulanıklık kriteri ve tahmini bulanıklık kriteri ile hidrolojik karar değerini yorumlamışlardır [29].
- Chang ve ark (1997), Tayvan'da pissu arıtma tesisinin maliyet tahmininin yapılması için bulanık regresyon tekniğini geliştirerek, bulanık amaçlı programlama tekniği yöntemini önermişlerdir [30].
- Ertunga ve ark. (2000) Arizona'da Walnut Gulch boşaltma havzasının Lucky Hills alt havzasında yağış akış ilişkisini modellemişlerdir. Modellemede Peters G (1994)'ün önerdiği bulanık aralıklı bulanık doğrusal regresyon yöntemini kullanmışlar ve bu yöntemi geliştirmişlerdir. İstatistiksel regresyon, bulanık aralıklı bulanık doğrusal regresyon ve önerilen bulanık regresyon yöntemleri örnek havza gözlem verilerine uygulanmıştır. Uygulama sonunda önerilen bulanık aralıklı bulanık doğrusal regresyon modeli en iyi performansı göstermiştir [31].
- Ertunga ve ark.(2001) Arizona'da Walnut Gulch havzasında yağış akış modellemesi için klasik regresyon ve bulanık regresyon tekniklerini uygulamışlardır. Uygulama sonucunda klasik regresyon analizi sonucunda ortaya çıkan sapmaların bulanık doğrusal regresyon yöntemleriyle minimuma indirgenmesi sağlanmıştır [32].

- Honnungar (2005), Güney Teksas'ın yarı kurak kıyı bölgesinde boşaltma havzası çalışmasında, akış ve akifer katsayılarının tahmininde bulanık regresyon yöntemini başarıyla uygulamıştır [33].
- Markus Hrachowitz (2007), Yağış enterpolasyonu için çoklu regresyon ve aralıklı bulanık regresyon tekniklerini kullanmıştır. Aralıklı bulanık regresyon tekniği kullanılarak yağış enterpolasyonu için en az sapmalı modeli elde etmiştir [34].

5. SONUÇ

Bu çalışmada, birçok farklı alanda başarıyla uygulamalarından dolayı son yıllarda büyük ilgi gören bulanık doğrusal regresyon hakkında genel bilgi verilmekte ve analizin esasları özetlenmektedir. Bulanık doğrusal regresyonun nasıl işlediğini açıklamak amacıyla basit bir örnek verilmektedir. Çalışmanın son kısmında ise bulanık doğrusal regresyon yönteminin gelişimi ve hidroloji alanındaki uygulamaları için literatür araştırması yapılmış ve bu çalışmalar hakkında bilgi sunulmuştur.

KAYNAKLAR

1. Bardossy, A., 1990. Notes on fuzzy regression. *Fuzzy Sets and Systems* 37, 65-75.
2. Yu Xue, I.S. Kim, J.S.Son, C.E.Park, H.H.Kim, B.S.Sung, I.J.Kim, B.Y.Kang., "Fuzzy regression method for prediction and control the bead width in the robotic arc-welding process", *Journal of Materials Processing Technology* 164-165 (2005) 1134-1139.
3. Tanaka, H., Uejima, S., Asai, K., Linear regression analysis with fuzzy model, *IEEE Systems, Trans. Systems Man Cybernet. SMC-2*, 903-907, (1982).
4. Diamond, P. (1988) "Fuzzy least squares," *Information Sciences* 46(3), 141-157.
5. Celmins, A., 1987a. Multidimensional least-squares fitting of fuzzy models. *Mathematical Modelling* 9 (9), 669-690.
6. Celmins, A., 1987b. Least-squares model fitting to fuzzy vector data. *Fuzzy Sets and Systems* 22, 245-269.
7. Deniz, E., "Bulanık Mantık Tabanlı Tahmin Modeli ve Uygulaması", Yüksek Lisans Tezi, Muđla Üniversitesi, F.B.E., 2006, s. 41, ss.97.
8. Chang, Y.H.O. Ayyub, B.M., Fuzzy regression methods-a comparative assessment, *Fuzzy Set and Systems*, 119(2), 187-203. (2001)
9. Uras, Y., "Bulanık Mantığın Doğrusal Regresyon Analizinde Kullanılmasına İlişkin Bir Uygulama", Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, S.B.E., 1998, ss.111.
10. Wang, F. H. Tsaur, R. C., Insight of a fuzzy regression model, *Fuzzy Set and Systems*, 112(2000), 355-369.
11. Shapiro, A.F., Fuzzy regression and the term structure of interest rates revisited. In: *Proceedings of the 14th International AFIR Colloquium*, vol. 1. pp.29-45 (2004).
12. Zadeh, L. A., 1965, *Fuzzy Sets, Information and Control*, 8(1965): 338-353.
13. H. Moskowitz, K. Kim, On assessing the h value in fuzzy linear regression, *Fuzzy Sets and Systems* 58 (1993) 303-327.
14. Chang, P.T., and Lee, E.S., 1996, A generalized fuzzy weighted least-squares regression, *Fuzzy Sets and Systems*, 82, 289-298.
15. Yang, M.S., and Ko, C.H., 1997, On cluster-wise fuzzy regression analysis, *IEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics Part B: Cybernetics*, Vol, 27, No:1, 1-13.
16. Chang, P.T., 1997, Fuzzy seasonality forecasting, *Fuzzy Sets and Systems*, 90 (1): 1-10.
17. Ishibuchi, H., Manabu, N., 2001, Fuzzy regression using asymmetric fuzzy coefficient and fuzzified neural Networks, *Fuzzy Sets and Systems*, 119 (2): 273-290.
18. Lee, H.T., Chen S.H., 2001, Fuzzy regression model with fuzzy input and output data for manpower forecasting, *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2): 205-213.
19. Tsaur, R.C., Wang, H.F., Yang, J.C., 2002, Fuzzy regression for seasonal time series analysis, *International Journal Of Information Technology&Decision Making*, Vol. 1, No. 1 (2002) 165-175.

20. Tseng, F.M., Tzeng, G.H., 2002, A fuzzy seasonal ARIMA model for forecasting, *Fuzzy Sets and Systems*, 126 (3): 367-376.
21. Tran, L., Duckstein, L., 2002, Multiobjective fuzzy regression with central tendency and possibilistic properties, *Fuzzy Sets and Systems*, 130 (!): 21-31.
22. Wu, B., Tseng, N.F., 2002, A new approach to fuzzy regression models with application to business cycle analysis, *Fuzzy Sets and System*, 130 (1): 33-42.
23. Yang, M.S., Lin, T.S., 2002, Fuzzy least squares regression analysis for fuzzy input-output data, *Fuzzy Sets and Systems*, 126 (3): 389-399.
24. Yang, M.S., Liu, H.H., 2003, Fuzzy least squares algorithms for interactive fuzzy linear regression models, *Fuzzy Sets and Systems*, 135 (2): 305-316.
25. Wu, H.C., 2003, Fuzzy estimates of fuzzy regression parameters in linear regression models for imprecise input and output data, *Computational Statistics & Data Analysis*, 42 (1-2): 203-217.
26. Hong, D.H., Hwang C., Ahn C., 2004, Ridge Estimation for regression models with crisp inputs and Gaussian fuzzy output, *Fuzzy Sets and Systems*, 142 (2): 307-319.
27. Nasrabadi, M.M., Nasrabadi, E., 2004, A mathematical-programming approach to fuzzy linear regression analysis, *Applied Mathematics and Computation*, 155, 873-881.
28. Hojati, M., Bector, C.R., Smimou, K., 2005, A simple method for computation of fuzzy linear regression *European Journal of Operational Research*, 166, 172–184.
29. Bardossy A, Bogardi I, Duckstein L. Fuzzy regression in hydrology. *Water Resources Research* 1990;26(7):1497-508.
30. Chang, N. B., Chen H. W., and Chen, Y. L., 1997. A Fuzzy Regression Analysis for the Construction Cost Estimation of Wastewater Treatment Plants (1) Theoretical Development. *J. Environ. Science and Health*, A32, 4: 885-899. (SCI).
31. Ertunga, C. Ö. and Lucien, D., Multi-objective fuzzy regression: a general framework, *Computers & Operations Research* 27 (2000) 635}652.
32. Ertunga, C. Ö. and Lucien, D., Fuzzy conceptual rainfall-runoff models, *Journal of Hydrology* 253 (2001) 41-68.
33. Honnungar, V., 2005, Estimating water availability and sustainable yield in coastal semi-arid region of South texas, Doctoral Candidate, Department of Environmental&Civil Engineering, Texas A&M University-Kingsville.
34. Hrachowitz, M., 2007, Multiple and fuzzy regression techniques for precipitation interpolation, Hydrology Group Seminar, The University of British Columbia, Watershed Hydrology.