



Makale

İki Boyutlu Sistemlerin Evrimsel Topolojik Boyutlandırılması

Sedat SAVAŞ

Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü ELAZIĞ

ÖZET

Bu çalışmada iki boyutlu kompozit yapıların, evrimsel tam gerilmeli boyutlandırma tekniği ile topolojik dizaynı sunulmuştur. Bu metodun ana fikri, dış yüklemeler altında üniform bir gerilme dağılımına ulaşıldığı andaki topolojinin elde edilmesi. Bu amaca ulaşmak için düşük gerilmeye sahip malzemeler sistemden çıkartılırken yüksek gerilmeye sahip bölgelerde eleman ilave edilmektedir. Evrim sürecinde iki boyutta bir sonlu eleman modellemesi yapılır. Bu modellemede kullanılan katı elemanlar sekiz düğüm noktasına sahip olup her düğüm noktasında üç serbestlik derecesi vardır. Sistemin sonlu eleman analizi yapılarak dış yüklemeler altında sistemde meydana gelen maksimum ve minimum asal gerilmeleri bulunur. Asal gerilmeler başlangıç sınır gerilmeleri ile karşılaştırılır ve bu değerlerin altındaki gerilmeye sahip olan elemanlar sistemden çıkartılır. Gerilmenin yüksek değer aldığı alanlarda ise yeni elemanlar ilave edilir. Şayet bu gerilme değeri kullanılan malzemenin sınırını aşarsa yeni güçlendirilmiş eleman ilave edilir. Eleman eklenmesi ve çıkartılması işlemi, yapıda üniform bir gerilme elde edilene kadar devam eder. Bu işlemler esnasında yapı adım adım optimum topolojiye ulaşır.

1. Giriş

Sürekli yapıların topolojik dizaynı yapısal optimizasyonun önemli bir kısmını oluşturmaktadır. Topolojik optimizasyonla daha ekonomik bir dizayn elde etmek mümkündür. Bunun için çok sayıda algoritma yapı topolojisini belirlemek için geliştirilmiştir. Bunun arkasındaki en büyük sebep topolojik boyutlandırma problemi boyut optimizasyon problemlerinden daha kompleks ve yüksek dereceden doğrusal olmayan denklemlere sahip olmasıdır. Optimum kriteri ve diğer matematiksel programlarla yapılan çözümlerde sayısal zorluklar ve hantal hesaplama güçlükleri ortaya çıkarmaktadır.

Son yıllarda yeni optimizasyon tekniği dalları olarak, doğadaki boyutlandırma tekniklerinin benzerleri sunulmuştur. Genetik algoritma ve evrimsel strateji metotları yapısal optimizasyonda kullanılmıştır. [1, 2, 3, 4, 5]. Evrimsel boyutlandırma metodu yapı optimizasyonu için adaptive Growth prensibinin bir uygulamasıdır. Adaptive Growth işlemi doğadaki bir yapının yaşamını devam ettirebilmesi için üniform bir gerilme dağılımını meydana getirmesi gözlemine dayanmaktadır. Basit olarak aşırı zorlanan bölgelere, diğer bölgelerden malzeme aktarma işlemidir. Bu olay ağaçlar ve zorlanmış kemiklerde gözlenmiştir. Bu işlem tekrarlanması sonucunda en kullanışlı malzeme imalatı çıkmaktadır. İşlem sonucunda yük altında tam zorlanmış bir yapı şekli ortaya çıkar. Bu işlem, çeşitli araştırmacılar tarafından optimum topolojinin belirlenmesi için farklı isimler altında uygulanmıştır.

Soft-Kill metodu, Walther ve arkadaşları tarafından önerilen evrimsel boyutlandırma metotlarından biridir [6]. Yapı elemanının elastisite modülü, gerilmesi hesaplanmış küçük parçacık elemanlar halinde basitleştirilmiştir. Gerilme hesabında ya en büyük asal gerilmeler alınmış ya da Von Mises gerilmeleri alınmıştır. Elemanın elastisite modülü elemanın gerilme durumuyla ilişkilendirilmiştir. Buda çok zorlanan bölgelere sıkılaştırma, az zorlanan bölgeleri ise gevşetme anlamına gelmektedir. Böylece malzemenin homojenliği bozulmaktadır. Bu işlemler tekrarlanarak az zorlanan bölgeler elamandan eksiltilecek optimum topoloji elde edilir. Elemanlar gerilme hesaplamaları sırasında kademeli olarak kaldırılma işleminden dolayı bu metoda Soft-Kill metodu denilmektedir.

Hinton ve Sienz [7] Hard-Kill metodunu sunmuşlardır. Benzer teknikle metodu Xei ve Steven [8, 9, 10, 11] evrimsel yapısal optimizasyon (ESO) olarak sunmuşlar. Bu metotta doğrusal bir fonksiyon yerine adım fonksiyonları kullanılmıştır. Eleman gerilmesi başlangıçta belirlenmiş bir gerilmenin altına düştüğünde o eleman yerine elastisite modülü düşük eleman atanır. Yüksek gerilmeye sahip bölgelere ise eleman eklenir. Hesaplamalar, maksimum asal gerilme ve eşdeğer gerilmelere göre yapılmaktadır. Eleman kaldırma işlemi optimum topoloji bulunana kadar devam eder.

Bu çalışmada ise iki boyutlu yapıların topolojik dizaynı evrimsel boyutlama kavramı altında yapılmıştır. Bu amaçla, iki boyutlu tasarım uzayında sekiz düğüm noktalı ve her düğüm noktasında üç serbestlik derecesine sahip katı elemanlar kullanılarak sonlu eleman modellemesi yapılmıştır. Sistemin sonlu eleman analizi ile dış yükler altında sistem çözülerek maksimum ve minimum asal gerilmeler hesaplanmıştır. Bu gerilmeler başlangıçta seçilen gerilme değerleri ile karşılaştırılmıştır. Bu gerilme değerinden düşük elemanlar sistemden çıkartılmıştır. Bu işlem sistem optimum topolojiye varana kadar devam etmiştir.

2. Evrimsel Topolojik Dizayn Algoritması

İki boyutlu yapı sistemleri için evolutionary topological design iki farklı malzeme kullanılarak uygulanmaktadır. Bunun için adım adım uygulama yapılmaktadır. Yapı her adımda önce hesaplama yapılır sonra düşük ve yüksek gerilmeler bulunur. Düşük gerilme durumunda eleman eksiltilir, yüksek gerilmelerde basınç gerilmesi için tek malzeme, çekme gerilmesi için ise gerilme şiddetine göre iki farklı malzeme eklenir. Bu işlem hacim değişimi duruncaya kadar devam eder. Algoritmanın adımları aşağıdaki gibidir.

- İlk önce çözümü yapılacak olan iki boyutlu yapının malzeme özellikleri girilir, sistemin sonlu eleman modellemesi ve bu modellemeye göre yükleme ve mesnet yapılacak düğüm noktaları tespit edilir.
- Yapının sonlu elemanlar analizi dış yükler altında yapılır ve her eleman için Maksimum ve minimum asal gerilmeleri bulunur .
- Eleman eksiltme işlemi: Yapılan çözüm sonucunda sistemi oluşturan her elemanda meydana gelen Maksimum çekme ve maksimum basınç asal gerilmeleri, mutlak olarak, başlangıç gerilme değeri ile karşılaştırılır ve bu gerilmenin altında hem Maksimum ve hem de minimum gerilmelere sahip elemanların elastisite modülü, düşük değerli elastisite modülü ile değiştirilir. Başlangıç gerilme değeri 0.1 N/mm^2 olup ilk adımdan itibaren 0.1 N/mm^2 kadar artmaktadır.

$$E_{i+1} = E \quad \Leftarrow \quad \sigma_p > \sigma_t \quad (1a)$$

$$E_{i+1} = E_s \quad \Leftarrow \quad \sigma_p < \sigma_t \quad (1b)$$

Buradaki σ_p asal gerilme ve σ_t başlangıç gerilme değeridir. E_{i+1} $i+1$ inci adımdaki sonlu elemanların elastisite modülü ve E malzeme elastisite modülü. E_s sadece yük şiddetini iletebilen fakat mukavemet açısından bir önemi olmayan düşük elastisite modülü değeridir [12].

- Eleman ilave etme: Her adımda başlangıç gerilme değeri arttıkça, Maksimum ve minimum asal gerilme değerlerinde de artış olmaktadır. Her iterasyonda bu değerler ile birlikte aşağıdaki oranda hesaplanır.

$$\left(\frac{\sigma_{p,i} - \sigma_{p,i-1}}{\sigma_{p,i-1} - \sigma_{p,i-2}} \right) \leq \text{sirc}$$

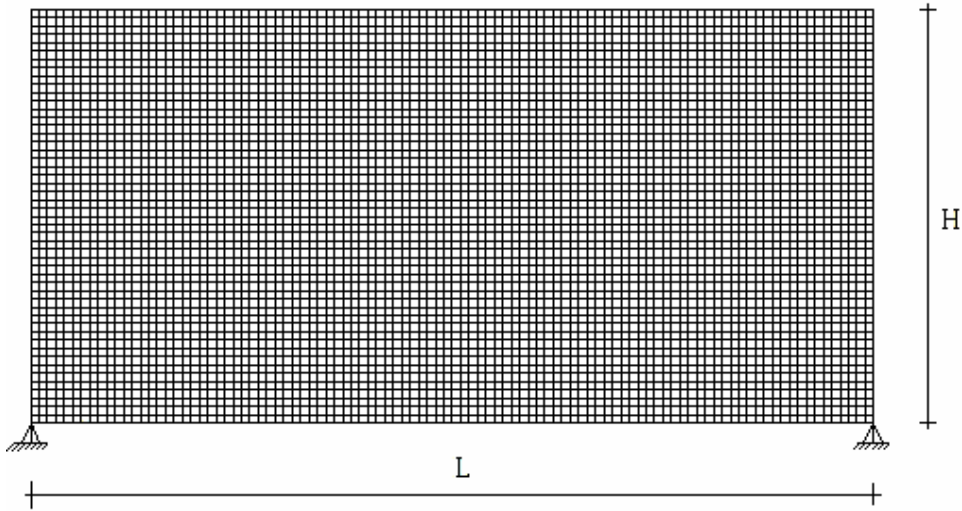
Burada i adım sayısı, $i-1$ ve $i-2$ bir ve iki evvelki adımın numarası, sirc önceden seçilmiş bir değer, σ_p yapıdaki Maksimum veya minimum asal gerilmelerdir. İlk iki döngüden sonra sirc her döngüde karşılaştırılır. Şayet gerilmeler arasındaki artış oranı sirc oranından büyükse her elemanın komşu elemanlarının elastisite modülü gerçek malzeme elastisite modülü ile yer değiştirilir. Bu işlem eleman eklemedir. Ancak elde edilen Maksimum yani çekme asal gerilmesi bir nolu malzemenin gerilme değerinden fazla ise iki nolu malzemenin elastisite modülü ile komşu ve o elemanın elastisite modülü yer değiştirir.

- Bu adımlar yapı hacmi değişimi duruncaya kadar devam eder.

3. Uygulamalar

Yukarıda algoritması verilen evrimsel topolojik boyutlandırma metoduna ait dört Michell kirişi uygulaması yapılmıştır. Bütün örneklerde ilk malzemenin elastisite modülü 21 kN/mm^2 ve güçlendirilmiş malzeme için 210 kN/mm^2 alınmıştır. Eleman eksiltme için kullanılan elastisite modülü değeri ise $1 \times 10^{-5} \text{ kN/mm}^2$ seçilmiştir. Müsaade edilebilir gerilme sınırı, $\pm 140 \text{ MPa}$ ve ikinci malzeme için 240 MPa alınmıştır. Başlangıç gerilme değeri 0.1 MPa ve her döngüde 0.1 MPa artmaktadır.

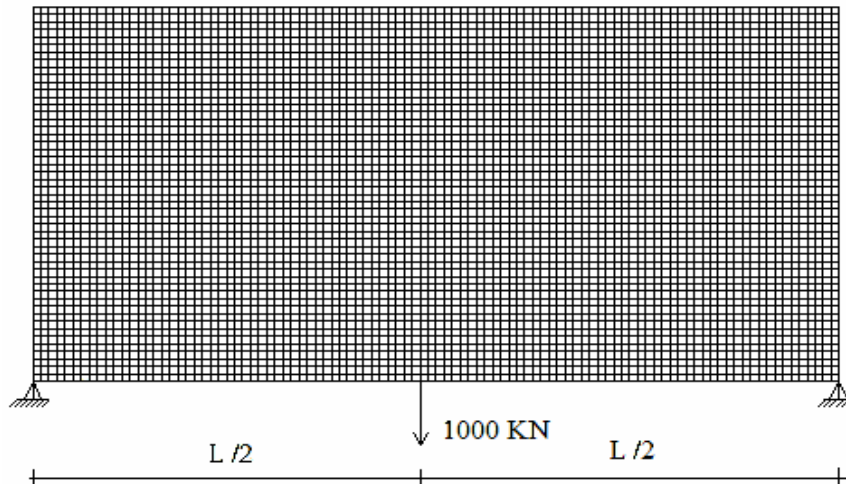
Bütün örnekler Michell tipi kirişin farklı yükleme ve mesnetleme durumu için yapılmıştır. Kiriş, her düğüm noktasında üç serbestlik dereceli sekiz düğüm noktalı 5000 katı sonlu elemanla modellenmiştir. Poisson oranı ve sıçır katsayısı değerleri sırasıyla 0.15 ve 1.5 tir. Kiriş başlangıç hacmi $500 \times 10^6 \text{ mm}^3$ ve H, L ve kalınlık sırası ile 5 m , 10 m , 0.1 m dir (Şekil 1).



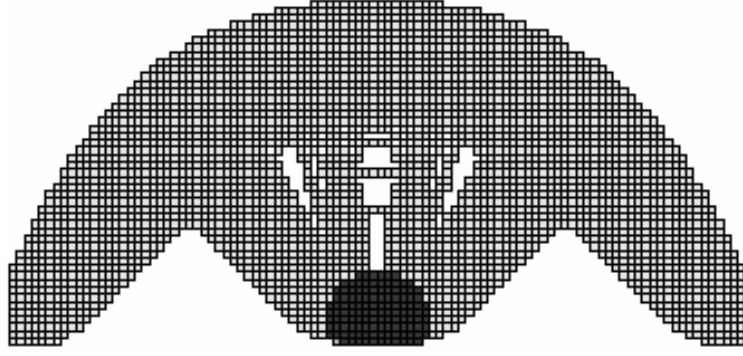
Şekil 1. Michell tipi kiriş

3.1 I nolu yükleme durumu için Michell tipi kiriş çözümü

I nolu yükleme durumu Şekil 2 de verilmiştir. Hesaplama adımlarına göre sistemin aldığı topolojiler Şekil 3, 4, 5 ve 6 'da verilmiştir. Koyu renkli elemanlar güçlendirilmiş elemanları belirtmektedir. Maksimum ve minimum asal gerilmelerin hesaplama adım sayısına göre değişimi Şekil 7 a ve b 'de gösterilmiştir. Bu grafiklerde eleman ekleme ve çıkarma işlemi açıkça görülebilmektedir. Grafikte ani sıçramalar eleman ekleme işlemi belirtmektedir. Her iki diyagramda da kademeli olarak gerilmelerin arttığı görülmekte ve sınır gerilmeye varıldığında hacminde sabit kaldığı belirtilmektedir (Şekil 8). Hesaplamalar sonucunda kirişin hacmi $114,5 \times 10^6 \text{ mm}^3$ olmuştur. Bu değer tek malzeme kullanıldığında $115,6 \times 10^6 \text{ mm}^3$ tür.



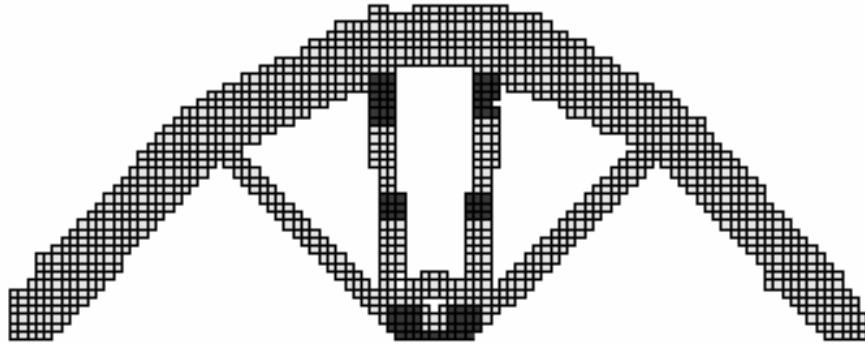
Şekil 2. I nolu yükleme durumu



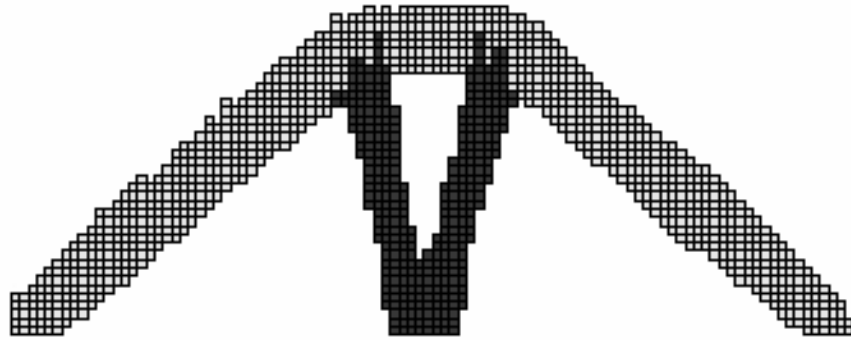
Şekil 3. 150. adımdaki kiriş topolojisi



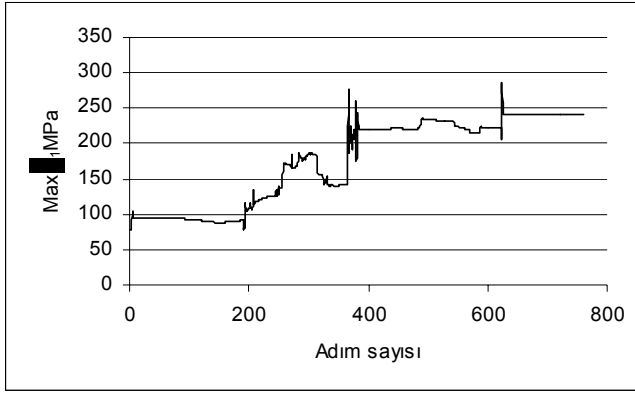
Şekil 4. 300. adımdaki kiriş topolojisi



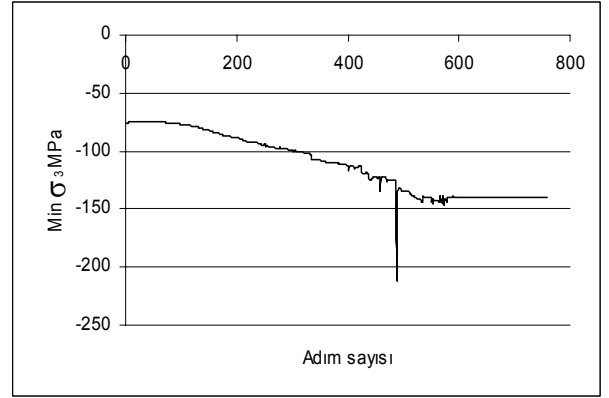
Şekil 5. 450. adımdaki kiriş topolojisi



Şekil 6. 630. adımdaki kirişin en son aldığı topoloji

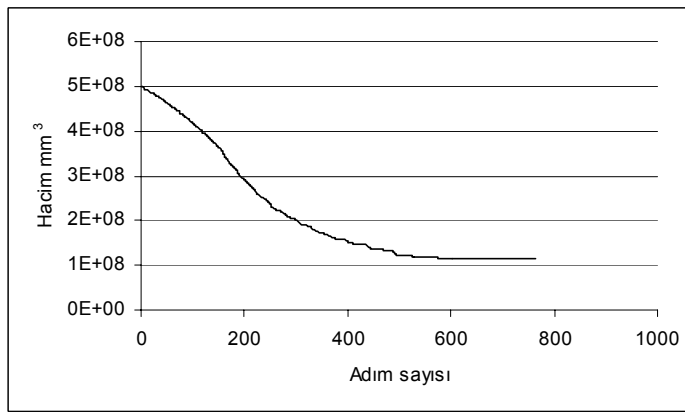


(a) Maksimum asla çekme gerilme grafiği



(b) Maksimum asal basınç grafiği

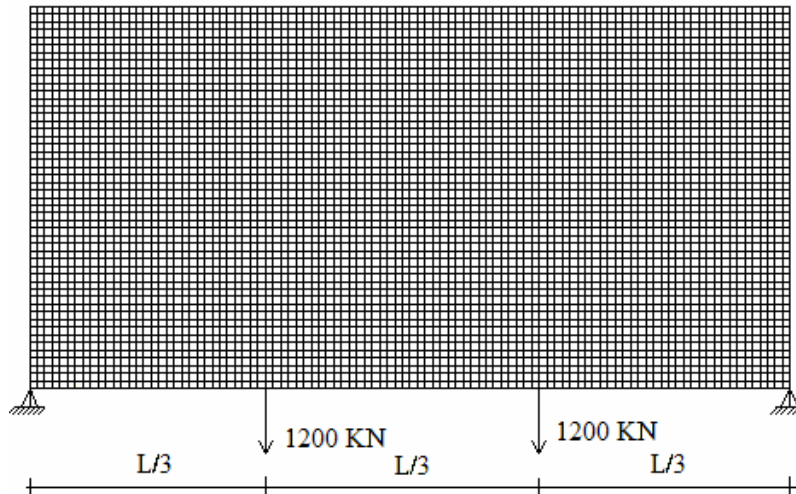
Şekil 7. Hesaplama adımları sırasında kirişteki asal gerilme değişimleri



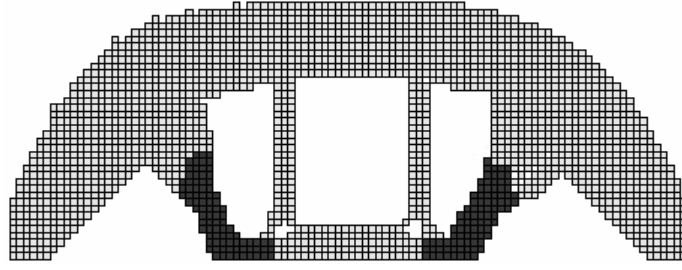
Şekil 8. Adım sayısı-kiriş hacmi grafiği

3.2 II nolu yükleme durumu için Michell tipi kiriş çözümü

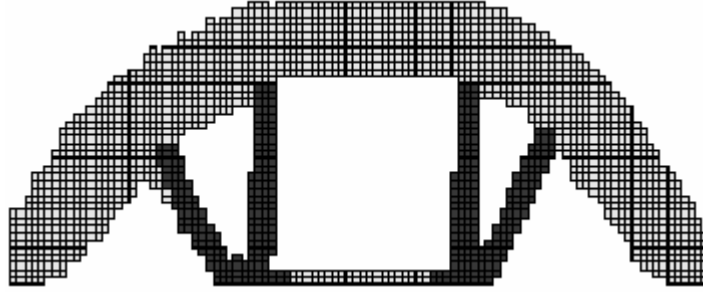
II nolu yükleme durumu Şekil 9 de verilmiştir. Şekil 10 ve 11'de hesaplama adımlarına göre sistemin aldığı topolojiler verilmiştir. Maksimum ve minimum asal gerilmelerinin değişimi Şekil 12 a ve b 'de gösterilmiştir. Her iki diyagramda da kademeli olarak gerilmelerin arttığı görülmekte ve sınır gerilmeye varıldığında hacminde sabit kaldığı belirtilmektedir. Şekil 13 'te hesaplamalar sonucunda kirişin hacim grafiği verilmiştir. Hesaplama sonunda sistemin hacmi $258,2 \times 10^6 \text{ mm}^3$ olmuştur.



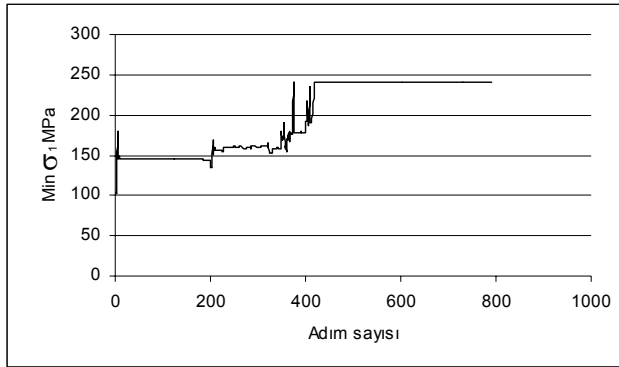
Şekil 9. II nolu yükleme durumu



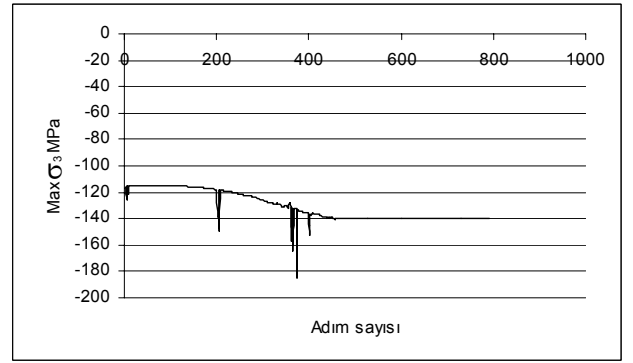
Şekil 10. 300. adımdaki kiriş topolojisi



Şekil 11. 440. adımdaki kirişin en son aldığı topoloji

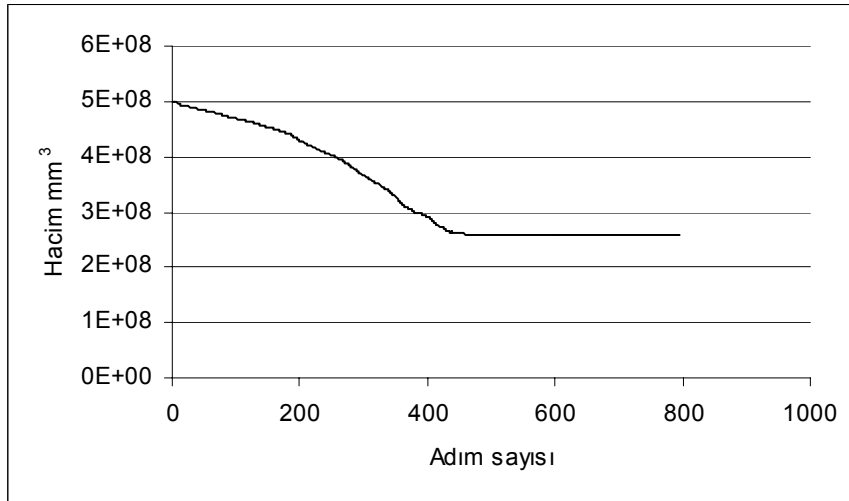


(a) Maksimum asal çekme gerilme grafiği



(b) Maksimum asal basınç grafiği

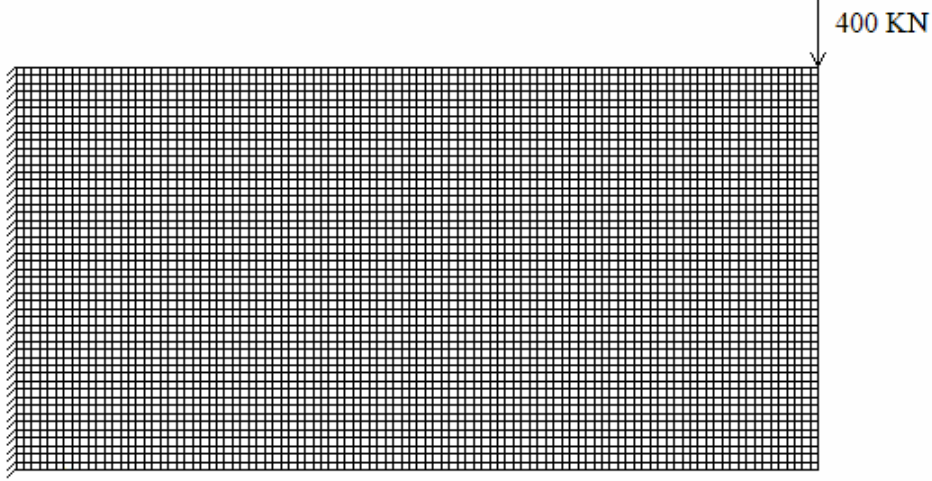
Şekil 12. Hesaplama adımları sırasında kirişteki asal gerilme değışimleri



Şekil 13. adım sayısı-kiriş hacmi grafiği

3.3 III nolu yükleme durumu için Michell tipi kiriş çözümü

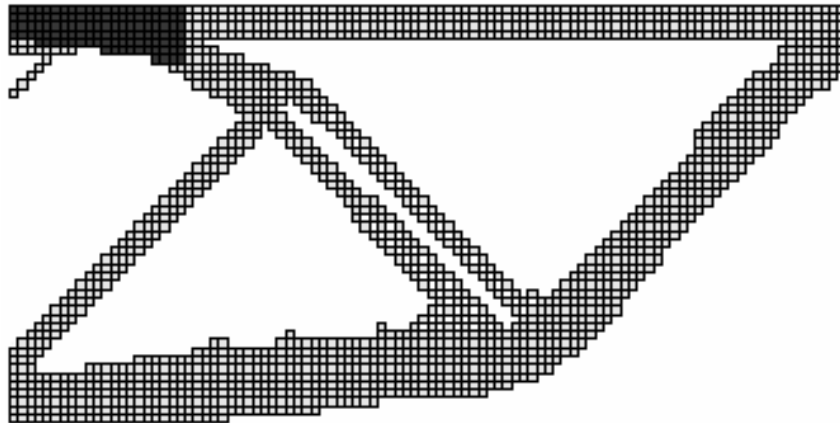
III nolu yükleme durumu Şekil 14 'de verilmiştir. Şekil 15, 16, 17 ve 18'de hesaplama adımlarına göre sistemin aldığı topolojiler verilmiştir. Maksimum ve minimum asal gerilmelerinin değişimi Şekil 19 a ve b 'de gösterilmiştir. Her iki diyagramda da kademeli olarak gerilmelerin arttığı görülmekte ve sınır gerilmeye varıldığında hacminde sabit kaldığı belirtilmektedir. Şekil 20 'de hesaplamalar sonucunda kirişin hacim grafiği verilmiştir. Hesaplama sonunda sistemin hacmi $151,6 \times 10^6 \text{ mm}^3$ olmuştur.



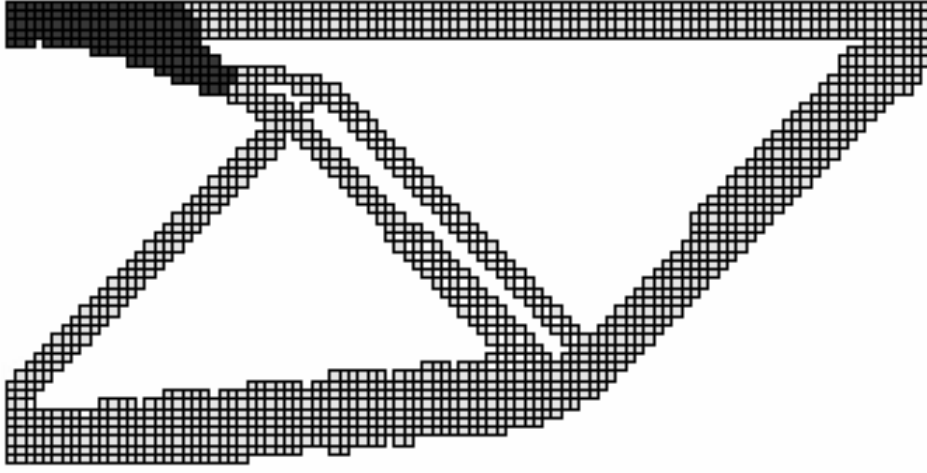
Şekil 14. III nolu yükleme durumu



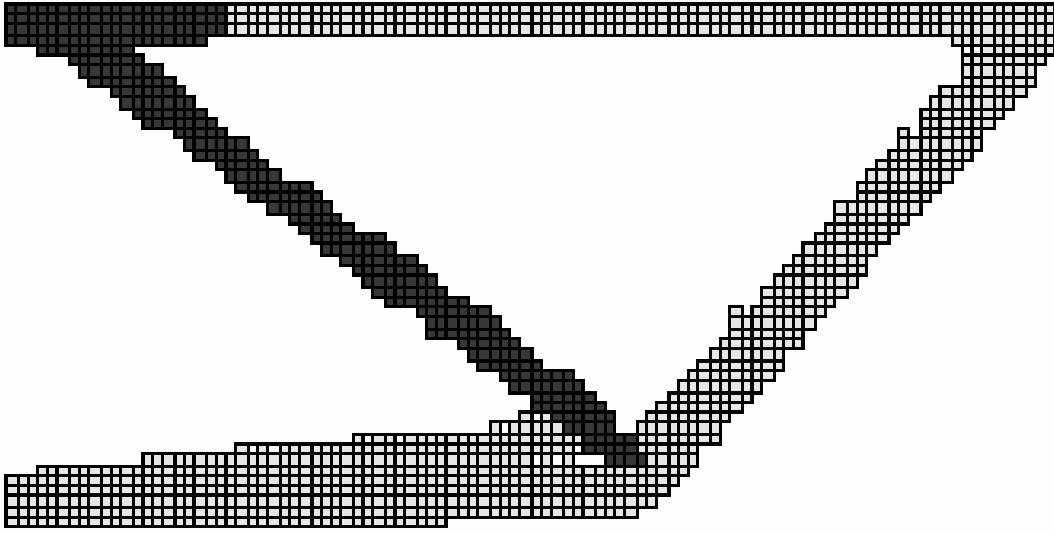
Şekil 15. 150. adımdaki kiriş topolojisi



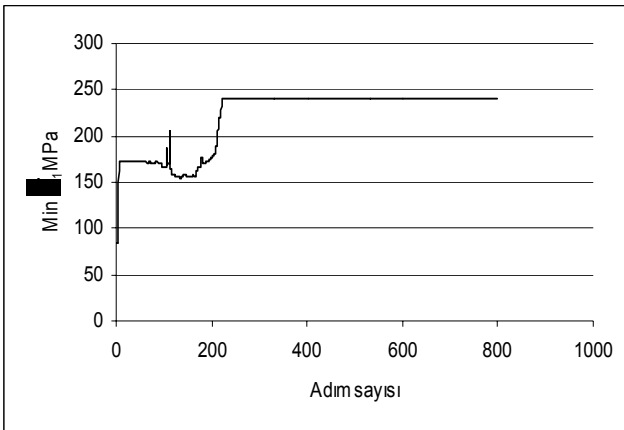
Şekil 16. 250. adımdaki kiriş topolojisi



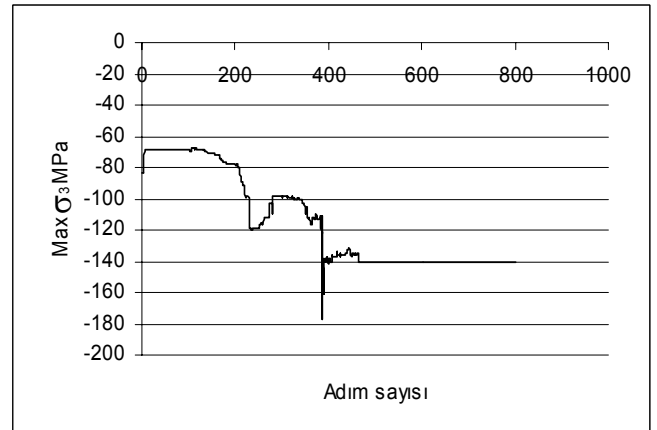
Şekil 17. 350. adımdaki kiriş topolojisi



Şekil 18. 475. adımdaki kirişin en son aldığı topoloji

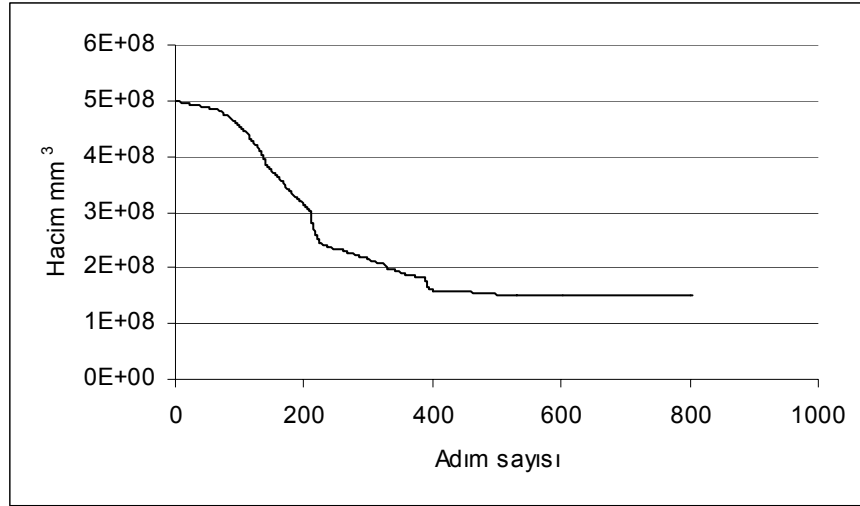


(a) Maksimum asal çekme gerilme grafiği



(b) Maksimum asal basınç grafiği

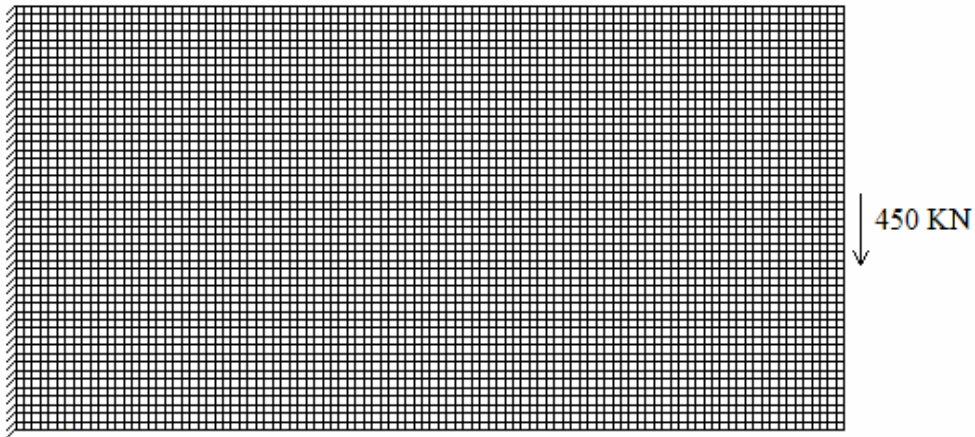
Şekil 19. Hesaplama adımları sırasında kirişteki asal gerilme değişimleri



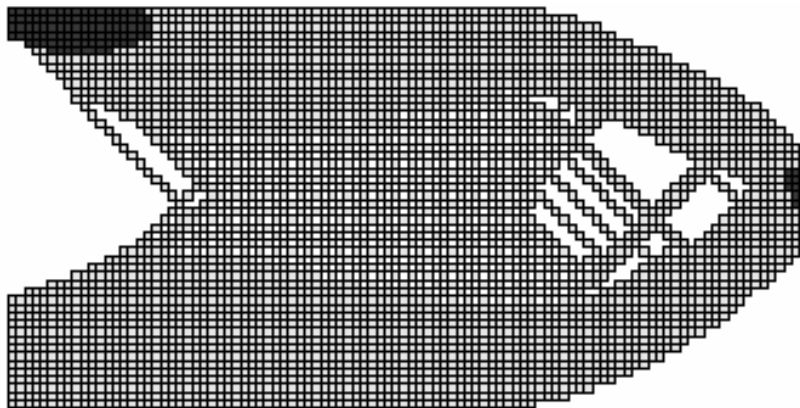
Şekil 20. adım sayısı-kiriş hacmi grafiği

3.3 IV nolu yükleme durumu için Michell tipi kiriş çözümü

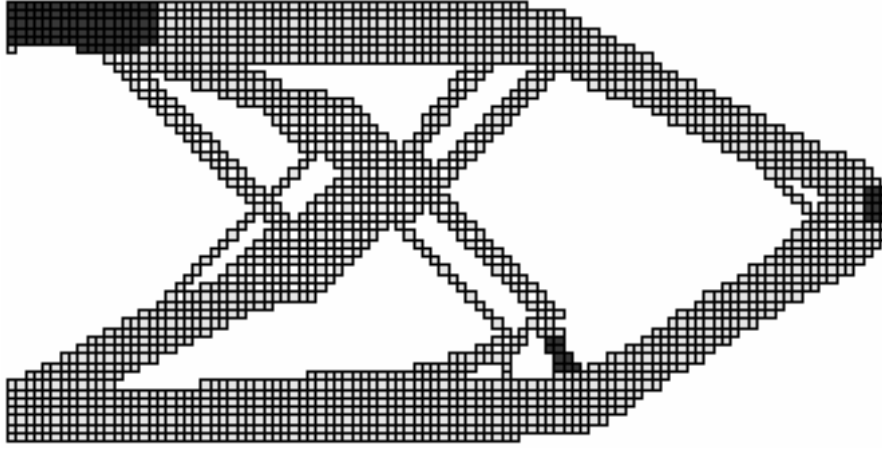
III nolu yükleme durumu Şekil 21 'de verilmiştir. Şekil 22, 23 ve 24'de hesaplama adımlarına göre sistemin aldığı topolojiler verilmiştir. Maksimum ve minimum asal gerilmelerinin değişimi Şekil 25 a ve b 'de gösterilmiştir. Her iki diyagramda da kademeli olarak gerilmelerin arttığı görülmekte ve sınır gerilmeye varıldığında hacminde sabit kaldığı belirtilmektedir. Şekil 26 'da hesaplamalar sonucunda kirişin hacim grafiği verilmiştir. Hesaplama sonunda sistemin hacmi $181,6 \times 10^6 \text{ mm}^3$ olmuştur.



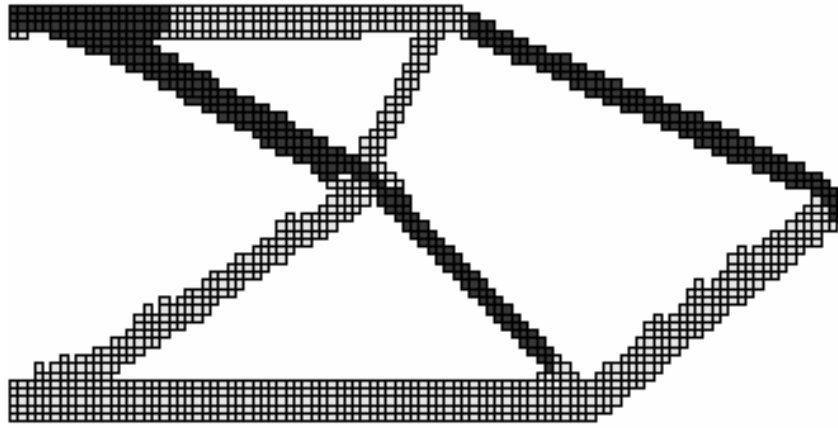
Şekil 21. IV nolu yükleme durumu



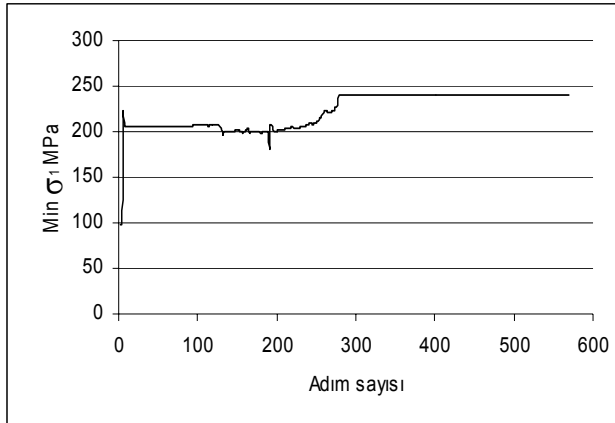
Şekil 22. 100. adımdaki kiriş topolojisi



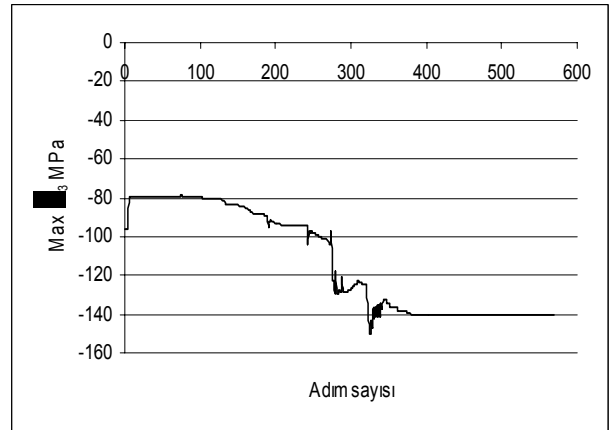
Şekil 23. 200. adımdaki kiriş topolojisi



Şekil 24. 385. adımdaki kirişin en son aldığı topoloji

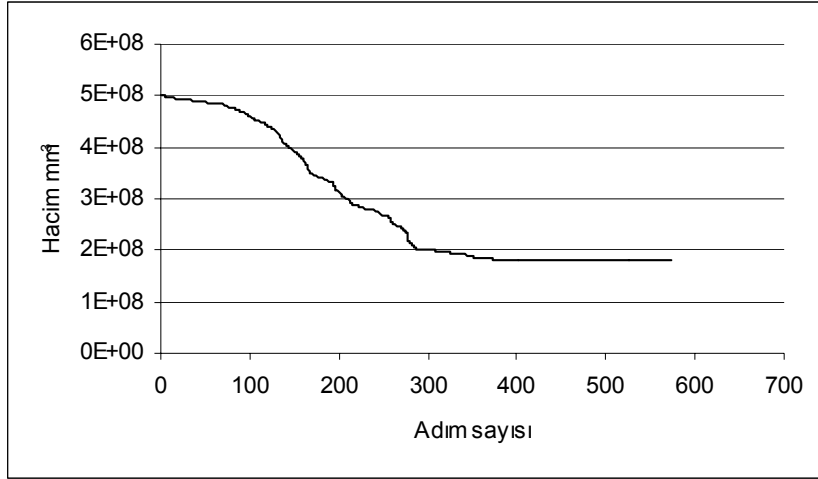


(a) Maksimum asla çekme gerilme grafiği



(b) Maksimum asal basınç grafiği

Şekil 25. Hesaplama adımları sırasında kirişteki asal gerilme değışimleri



Şekil 26. adım sayısı-kiriş hacmi grafiği

4.Sonuçlar

1-Evrimsel yapı optimizasyonu tekniğinde temel kavram, yapıda gerilmenin az olduğu bölgelerde eleman eksiltme, büyük değere vardığı yerlerde ise o bölgeye eleman ilave etmektir. Bu yaklaşımla malzemenin optimum kullanımı sağlanmaktadır.

2-Evrimsel topolojik boyutlama ile iki farklı malzeme kullanılarak optimum boyutlandırılmada başarılı sonuçlar alındığı görülmüştür.

3-Hesaplamalar sonucunda asal çekme gerilmesinin büyük olduğu bölgelere mukavemeti daha büyük ikinci bir malzeme eklenmesi yapılarak yapıda uygun bir gerilme dağılımı ve optimum malzeme kullanımı sağlanarak minimum hacim elde edilebileceği görülmüştür.

4-Çözümler yaklaşık fakat gerçeğe uygundur. Evrimsel algoritmanın hem teorik çalışmalarda hem de pratikte, kompozit sistemler içinde mühendisler tarafından kolayca uygulanabilirliği sonucuna varılmıştır.

Bundan sonra yapılacak çalışmalarda, basınç, çekme ve hem çekme ve hemde basınç gerilmeleri dağılımları için farklı malzeme kullanılarak sadece çekme için çelik halat, sadece basınç için beton hem çekme ve hem basınç için çelik veya betonarme malzeme kullanılarak farklı malzeme özelliklerine sahip sistemler içinde çözüm yapılması önerilmektedir.

5. Kaynaklar

1. M. Osaki, C.C. Swan, "Topology and Geometry Optimization of Trusses", Recent Advances in Optimal Structural Design, Ed. S.A. Burns, 5, 97-124, ASCE, 2002.
2. W.M. Jenkins, "Towards Structural Optimization Via Genetic Algorithm", Computers and Structures, 40, 1321-1327, 1991.
3. B.H.V. Topping, A. I. Khan, J.P. Leite, "Topological Design of Truss Structures Using Simulated Annealing", Structural Engineering Review, 8, 301-314, 1996.
4. Y.M. Xie, G.P. Steven, "Evolutionary Structural Optimization", Springer-Verlag, Berlin, 1997.
5. C. Mattheck, "Design in Nature: Learning from Trees", Springer-Verlag, Berlin, 1997.
6. F. Walther, C. Mattheck, "Local Stiffening and Sustaining of Shell Structures by SKO and CAO" Proceedings of International Conference on Structural Optimisation, Zaragoza, Spain, edited by C. A. Brebbia and S. Hernandez, 181-188, Computational Mechanics, Southampton, U.K., 1993.

7. E. Hinton, J Sienz, “Fully Stresses Topological Design of Structures Using an Evolutionary Approach”, Engineering computations, 12,229-244, 1995.
1. E. Hinton, J Sienz, B. Hassani, “Fully Integrated Design Optimization for Engineering Structures with Benchmarking”, Advances in Structural Engineering Optimization, Ed. B H V Topping, Civil-comp press, Edinburgh, 1-21, 1996.
8. Y. M. Xie, G. P. Steven “Optimal Design of Multiple Load Case Structures Using an Evolutionary Procedure”, Internal report, FEARC-9205, Finite Element Analysis Research Center, University of Sydney, Sydney, Australia, 1992.
9. Y. M. Xie, G. P. Steven, “A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization”, Computers and Structures, 49, 885-896, 1993.
10. Y. M. Xie, G. P. Steven, “Optimal Design of Multiple Load Case Structures Using an Evolutionary Procedure”, Engineering Computations, 11, 295-302, 1994.
11. V. Young, O. M. Querin, G. P. Steven, Y. M. Xie, “3D and Multiple Load Case Bidirectional Evolutionary Structural Optimization”, Structural Optimization, 18, 183-192, 1999.
12. S. Savas, M. Ulker, M. P. Saka, “Evolutionary Topological Design of Two Dimensional Solid Structures”, Civil and Structural Engineering Computing, Ed. B H V Topping, Civil-comp press, Stirling Scotland, 132, 2003.