Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, Cilt: 2, Sayı: 1, 2015
ISSN: 2148-2330 (http://edergi.bilecik.edu.tr/index.php/fbd)

Araştırma Makalesi/Research Article

Rijit Olmayan Sınır Koşullarında Elastik Zemine Oturan Bir Çubuğun Eksenel Titreşim Analizi

Axial Vibration Analysis Of Rods On Elastic Foundation With Non-Rigid Boundary Conditions

Fatma YANIK[1*], Mustafa Özgür YAYLI[2]

Özet- **Bu çalışmada, elastik zemine oturmuş bir çubuğun eksenel titreşim analizi değişik sınır şartlarına göre incelenmiştir. Fourier sinüs serileri ve Stoke dönüşümü kullanılarak bir katsayılar matrisi elde edilmiştir. Bu katsayılar matrisinin öz değerleri serbest titreşim frekanslarını vermektedir. Hesaplanan sonuçlar literatürde bulunan rijit sınır koşulları için karşılaştırılarak teyit edilmiştir. Sonsuz serilerde yeterli terim kullanıldığında, çok güzel bir uyum yakalanmıştır. Deforme edilebilir sınır koşulları için bir çok örnek çözülmüştür. Hesaplanan sonuçlar bir dizi şekil ve tablolarla sunulmuştur.**

Anahtar Kelimeler- **Elastik zemine oturan çubuk, eksenel titreşim, Fourier sinüs serisi, stoke dönüşümü.**

Abstract- **In this work, axial vibration of a rod on elastic foundation (Winkler type) with different boundary conditions has been investigated. A coefficient matrix is derived by using Stokes' transformation and Fourier sine series. Eigen values of this coefficient matrix gives the free vibration frequencies. Calculated results are validated by the results in the literature for rigid boundary conditions. A good agreement has been achieved when the enough terms are used. Several examples are solved for different restrained boundary conditions. Computational results are presented in a series of figures and tables.**

Keywords- **Rod on elastic foundation, axial vibration, Fourier sine series, Stokes' transformation**

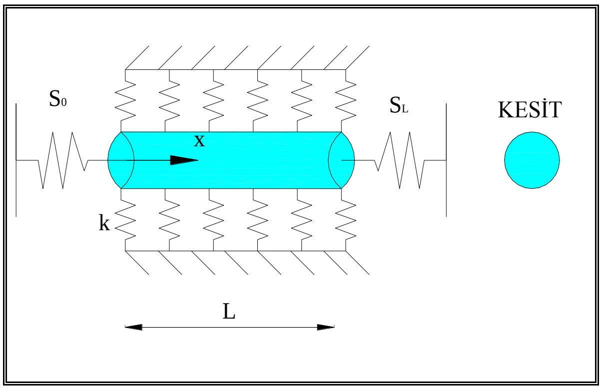
I.GİRİŞ

Elastik zemine oturan çubukların mekanik analizi ile ilgili literatürde birçok çalışma mevcuttur. Söz konusu çalışmalarda benzer kabuller yapılmak sureti ile çözümler gerçekleştirilmiş; titreşim ve burkulma hesapları yapılmıştır. Bir denge noktası etrafındaki mekanik salınım titreşim olarak tanımlanmaktadır. Eşit zaman aralıkları ile tekrarlanan hareketler de, hareketin birim zamanda tekrar sayısı periyodu vermesine rağmen 1'in periyoda bölünmesi(yani 1/periyot) frekansı vermektedir. Titreşim frekanslarını hesaplamak hayati önem taşımaktadır. Harmonik titreşim, bir sinüs dalgası şeklinde değişen titreşim hareketi olup, bu çalışmada kirişin harmonik titreşim yaptığı varsayılar işlemler yapılmıştır. Sistemlerde ki titreşimler, dış kuvvetler(sistemin bağlı olduğu temelden gelen kuvvet, dönen sistemlerde dengelenmemiş kütleler, motorlarda gidip-gelen kütleler, darbe, deprem v.b. nedenlerle oluşan herhangi bir kuvvet olabilir) ve sistemin bu dış kuvvetlere cevap verme özelliğinden kaynaklandığından gürültü, yüksek gerilmeler, aşınma, malzeme yorulması gibi istenmeyen sonuçlara neden olurlar. Titreşime maruz kalan insanlarda fiziksel ve psikolojik rahatsızlıklar(yorgunluk, dikkat azalması, ortopedik rahatsızlık, sakatlıklar, iş kazaları v.b.), yaşam kalitesinde olumsuz etkiler, çalışma performansının azalması v.b. rahatsızlıklar ortaya çıktığından bu titreşim frekansların etkileri yok edilmesi insanlar için büyük önem arz etmektedir. Bu nedenle yapıların, titreşim frekanslarını sönümlenmesi gerekmektedir. Yapının temeli zemine oturduğundan, zeminden kaynaklanan titreşim frekanslarını karşılayacak şekilde yapının hesabı yapılarak, yapı tasarlanmalı ve inşaa edilmelidir. Winkler zeminler, yapı ile zemin arasında ki etkileşim sabit bir yatak katsayısı ile olmaktadır. Bu çalışmada zemin, Winkler zemin modeli olarak kullanılmıştır. Bu çalışmada, kiriş eksenine dik olan düzlemsel en kesitin deformasyonundan sonra da düzlem kaldığı ve kirişin üzerinde ki her bir noktanın sadece düşey doğrultuda hareket eden Euler-Bernoulli kiriş kabulü yapılmıştır.

Bu çalışmaların bir çoğunda sınır koşulları rijit yani(ankastre, basit mesnetli çubuk, iki tarafı rijit) sınır koşullarına göre analizler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca titreşim doğrultusu, çalışmaların çoğunda eksenel değildir.

[1*]Sorumlu yazar iletişim: ftmyank@gmail.com
[2] mozgur.yayli@bilecik.edu.tr
[1,2]*İnşaat Mühendisliği, Mühendislik Fakültesi, Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, 11210 Gülümbe Kampüsü BİLECİK*

Civalek ve Demir[1] elastik zemine oturan kirişlerin analizlerini ayrık tekil konvolüsyon ve harmonik diferansiyel quadrature yöntemlerini kullanarak gerçekleştirmiştir. Bozdoğan ve arkadaşları[2] elastik zemine oturan kirişlerin birinci ve ikinci mertebe statik ve stabilite analizlerini taşıma matrisi yöntemi ile gerçekleştirmiştir. Çelebi ve arkadaşları[3] homojen olmayan çubuğun zorlanmış titreşimi için kapalı-form çözümleri elde etmişlerdir. Civalek[9,11,13,24] elastik zemine(wınkler) oturan dairesel plakaların geometrik bakımdan lineer olmayan dinamik analizini, elastik zemine oturan kirişlerin noro-fuzzy tekniği ile analizini, elastik zemine oturan plakların lineer olmayan analizi ve elastik zemine oturan yapıların hesap yöntemlerine genel bir bakış yapılmıştır. Aköz ve Kadıoğlu[4] elastik zemine oturan doğru ve daire eksenli kirişlerin karışık sonlu eleman çözümünü gerçekleştirmiştir. Özgan ve Daloğlu[5,10] elastik zemine oturan kalın plaklar için kayma kilitlenmesiz bir sonlu eleman modelini ve elastik zemine oturan plaklar için etkili zemin derinliğini incelemiştir. Karaşin ve Gülkan[6] elastik zeminlere oturan plakların sonlu ızgara yöntemi ile yaklaşık çözümünü incelemiştir. Civalek ve Ülker[7] polinom diferansiyel quadrature(PDQ) ve sonlu farklar(SF) metod çifti ile elastik zemine oturan dikdörtgen plakların geometrik bakımdan lineer olmayan analizi gerçekleştirmiştir. Bahçıvan ve Karadağ[8] elastik zemin üzerindeki çubuk uygulamalarının serbest ve nonlineer titreşim analizlerini incelemiştir. Düzgün[12] elastik zemine oturan sürekli temellerin kuvvet yöntemi ile analizini yapmış ve sayısal hesabı için çeşitli bilgisayar programı algoritmaları oluşturmuştur. Aydoğdu[14,16] yerel olmayan sürekli çubuk modeli ile nanoçubukların eksenel titreşimini ve yerel olmayan elastikiyet kullanarak elastik ortamda gömülü nanoçubuklar (karbon nanaotüpler) eksenel titreşim analizi incelemiştir. Kumar and Sujıth[15] üniform olmayan çubuk ve boyuna titreşim için tam çözümleri incelenmiştir. Timoshenko[17] mühendislik titreşim soruları kitabı ile titreşim teorisi üzerine güçlü ve modern hesaplama teknikleri tanıtmıştır. Rao[18] ve Leissa ve Qatu[19] sürekli sistemlerin titreşimi incelenmiştir. Hetenyi[20] elastik zemine oturan kirişleri araştırmıştır. Eisenberger[21] değişken tek parametreli ve iki parametreli elastik zemine oturan kirişler için titreşim frekanslarını incelemiştir. Coşkun[22] bir gerilimsiz Winkler zemin üzerine oturan bir kirişin lineer olmayan titreşimleri araştırmıştır. Ayvaz ve Oguzgan[23] elastik zemine oturan kirişlerin değiştirilmiş Vlasov modelinin uygulanması ile serbest titreşim analizi yapılmıştır. Avcar[25,28,30] elastik zemin üzerinde bulunan homojen olmayan elastik kirişin stabilite ve titreşimini, elastik zemin üzerinde bulunan her iki ucu ankastre mesnetli rastgele ve sürekli homojen olmayan kirişin serbest titreşimini ve farklı geometrik özellikleri ve sınır koşulları göz önüne alınarak kirişlerin serbest titreşim analizini incelemiştir. Sofiyev ve arkadaşları[26] bir Winkler zeminde homojen olmayan kesik konik kabukların serbest titreşimi araştırılmıştır. Attarnejad ve arkadaşları[27] elastik zemine oturan kirişlerin iki parametreli farklı uygulama dönüşümü ile Timoşenko'nun serbest titreşim analizi yapılmıştır. Sofiyev ve Avcar[29] Pasternak zemin eksenel yükü etkisinde bir FGM katmanına içerdiği silindirik kabukların stabilitesi araştırılmıştır.



Şekil 1. Elastik zemine oturan bir çubuğun kesiti

II. MODAL TİTREŞİM FONKSİYONU

Şekil 1'de elastik zemine oturmuş bir çubuk şematik olarak gösterilmiştir. Elastik zemine oturmuş, eksenel titreşim yapan bir çubuğun diferansiyel denklemi aşağıda verilmiştir.

$$EA\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - ku = m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1}$$

Yukarıdaki denklemde E elastisite modülü, A en kesit alanı, k elastik zemin için Winkler katsayısı, u yer değiştirmeyi temsil eden fonksiyon, x bağımsız değişken ve m kütleyi göstermektedir. Çubuğun harmonik titreşim yaptığı kabulü yapılarak, aşağıdaki modal titreşim fonksiyonu seçilmiştir.

$$u(x) = \varphi(x)\cos(\omega t) \tag{2}$$

$\varphi(x)$ fonsiyonu iki tanesi rijit olmayan sınır koşullarını da temsil etmek üzere üç değişik formda aşağıda verilmiştir.

$$\varphi(x) = \varphi_0 \qquad x=0 \tag{3}$$

$$\varphi(x) = \varphi_L \qquad x=L \tag{4}$$

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[\alpha_n x] \qquad 0 < x < L \tag{5}$$

Buradan şu tanım geçerlidir,

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L} \tag{6}$$

III. STOKE DÖNÜŞÜMÜ

Kurulan modelden görüleceği gibi rijit olmayan sınır koşullarını, problem çözümüne dahil etmek için matematiksel bir dönüşüm yapılması gereklidir. Bu çalışmada Fourier sinüs serisi, Stoke dönüşümü ile birlikte kullanılarak hareketli sınır şartları da probleme dahil edilecektir. (5) denklemindeki Fourier katsayısı A_n aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$A_n = \frac{2}{L}\int_0^L \varphi(x)\sin(\alpha_n x)dx \tag{7}$$

Yukarıdaki denklemin türevi alınırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\varphi'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n A_n \cos(\alpha_n x) \tag{8}$$

Üsteki denklem Fourier cosinüs serileriyle gösterilebilir;

$$\varphi'(x) = \frac{f_0}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \cos(\alpha_n x) \tag{9}$$

(9) denklemindeki (f_0, f_n) katsayıları aşağıdaki formdadır.

$$f_0 = \frac{2}{L}\int_0^L \varphi'(x)dx = \frac{2}{L}(\varphi(L) - \varphi(0)) \tag{10}$$

$$f_n = \frac{2}{L}\int_0^L \varphi'(x)\cos(\alpha_n x)dx \qquad n=1,2,...... \tag{11}$$

Son olarak kısmi integrasyon uygulanırsa;

$$f_n = \frac{2}{L}\left[\varphi(x)\cos(\alpha_n x)\right]_0^L + \frac{2}{L}\left[\alpha_n \int_0^L \varphi(x)\sin(\alpha_n x)dx\right] \tag{12}$$

$$f_n = \frac{2}{L}\left[(-1)^n\ \varphi(L) - \ \varphi(0)\right] + \alpha_n A_n \tag{13}$$

bulunur. Yukarıda gerçekleştirilen işlemler Stoke dönüşümü olarak bilinmektedir. Daha yüksek mertebeli türevler benzer şekilde bulunabilir. İkinci mertebeden türeve kadar olan sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = \frac{\varphi_L - \varphi_0}{L} + \sum_{n=1}^{\infty}\cos(\alpha_n x)\left(\frac{2((-1)^n\varphi_L - \varphi_0)}{L} + \alpha_n A_n\right) \tag{14}$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = -\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\ \sin(\alpha_n x)\left(\frac{2((-1)^n\varphi_L - \varphi_0)}{L} + \alpha_n A_n\right) \tag{15}$$

(2), (3),(4),(5) ve (15) denklemleri (1) denkleminde yerine yazılırsa; Fourier katsayısı A_n aşağıdaki gibi bulunur.

$$A_n = \frac{2EAn\pi(\varphi_0 - (-1)^n\varphi_L)}{kL^2 + EAn^2\pi^2 - mL^2\omega^2} \tag{16}$$

IV. SINIR KOŞULLARI

Kirişin uçlarında bulunan elastik yaylar, problemin sınır koşullarını da dikkate alınması ile aşağıda ki iki denklem elde edilmektedir.

$$EA\frac{\partial u}{\partial x} = S_0\varphi_0 \qquad x=0 \tag{17}$$

$$EA\frac{\partial u}{\partial x} = -S_L\varphi_L \qquad x=L \tag{18}$$

(2), (14) ve (16) ifadeleri (17) ve (18) denklemlerinde yerlerine yazılırsa; x=0 ve x=L noktaları için aşağıdaki sonsuz serilerden oluşan lineer denklem sistemi elde edilir.

$$\left[(-1-\bar{S}_0) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(-K+\lambda^2)}{n^2\pi^2 + K - \lambda^2}\right]\varphi_0 + \left[(1 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(-1)^n(-K+\lambda^2)}{n^2\pi^2 + K}\right]\varphi_L = 0 \tag{19}$$

$$\left[(1 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(-1)^n(-K+\lambda^2)}{n^2\pi^2 + K}\right]\varphi_0 + \left[(-1-\bar{S}_L) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(-K+\lambda^2)}{n^2\pi^2 + K - \lambda^2}\right]\varphi_L = 0 \tag{20}$$

Burada şu tanımlar geçerlidir,

$$\lambda^2 = \frac{mL^2\omega^2}{EA} \tag{21}$$

$$K = \frac{kL^2}{EA} \tag{22}$$

$$\overline{S_0} = \frac{S_0 L}{EA} \tag{23}$$

$$\overline{S_L} = \frac{S_L L}{EA} \tag{24}$$

(19) ve (20) denklemlerinin katsayıları aşağıdaki şekilde matris formunda gösterilebilir.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_L \end{bmatrix} = 0 \tag{25}$$

Burada şu tanımlar geçerlidir,

$$\Phi_{11} = \left[(-1 - \bar{S}_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-K + \lambda^2)}{n^2\pi^2 + K - \lambda^2} \right] \tag{26}$$

$$\Phi_{12} = \left[(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n(-K + \lambda^2)}{n^2\pi^2 + K} \right] \tag{27}$$

$$\Phi_{21} = \left[(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n(-K + \lambda^2)}{n^2\pi^2 + K} \right] \tag{28}$$

$$\Phi_{22} = \left[(-1 - \bar{S}_L) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-K + \lambda^2)}{n^2\pi^2 + K - \lambda^2} \right] \tag{29}$$

(25) denklemi bir özdeğer problemidir. λ özdeğerleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\det \begin{vmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{vmatrix} = 0 \tag{30}$$

V. ANALİTİK ÇÖZÜMLER ve DEĞERLENDİRMELER

A. Karşılaştırma Çalışmaları

Bu alt bölümde; bulunan katsayılar matrisinin doğruluğu tahkik edilecektir. İlk olarak sınırlarda bulunan yay parametrelerine sonsuz büyük veya sıfır değerleri vermek suretiyle rijit sınır koşulları için bulunmuş olan sonuçlarla karşılaştırılacaktır. Eğer (25) denkleminde bulunan $\bar{S}_0$ ve $\bar{S}_L$ parametrelerine sonsuz büyük değerler verilirse; iki tarafı ankastre olan çubuk şartlarına ulaşılır. Eğer (25) denkleminde $\bar{S}_0$ değerine sonsuz büyük değer verilir, öte yandan $\bar{S}_L$ sıfır alınırsa konsol çubuk şartlarına ulaşılır.

Bu çalışmada ilk olarak $\bar{S}_0 = \bar{S}_L$ =1000 ve K=0 alınarak çözümler Tablo 1'de gösterilmiştir. İkinci durum için bir konsol kiriş incelenmiş . Tablo 2' de ise parametrelerin bir tanesi sıfır alınmak suretiyle ankastre çubuk için çözümler bulunmuş ve literatürdeki çalışmalar ile karşılaştırılmıştır.

Tablo 1. İki tarafı ankastre olan çubuk için karşılaştırma

Model	Kumar ve Sujith (1997)[15]	Aydoğdu (2012)[16]	Bu Çalışmada
1	3.141	3.141	3.138
2	6.283	6.284	6.277
3	9.424	9.425	9.414

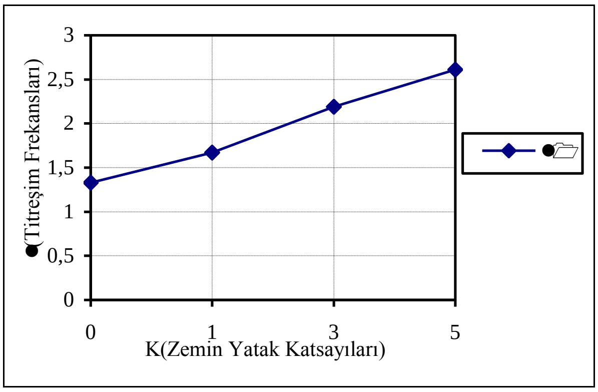
Tablo 2. Konsol kiriş için karşılaştırma

Model	Kumar ve Sujith (1997)[15]	Aydoğdu (2012)[16]	Bu Çalışmada
1	1.570	1.571	1.572
2	4.712	4.712	4.726
3	7.853	7.854	7.858

Tablo 1 ve Tablo 2' den görüleceği gibi K=0 olduğu durumlarda, makalede önerilen yöntem, literatürdeki diğer çalışmalarla karşılaştırıldığında benzer sonuçlar elde edilmiştir.

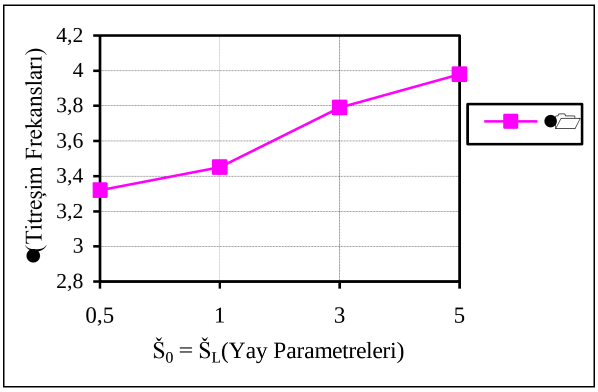
B. Sayısal Sonuçlar ve Değerlendirmeler

Bu alt bölümde çeşitli örnekler çözülerek zemin yatak katsayısı ve sınırlarda bulunan yay parametrelerinin eksenel titreşim frekanslarına etkisi incelenecektir. İlk olarak $\bar{S}_0 = \bar{S}_L = 1$ için değişik zemin yatak katsayıları kullanılarak titreşim frekansları hesaplanmış ve Şekil 2'de görüleceği gibi zemin yatak katsayısı arttıkça titreşim frekansları artmaktadır.



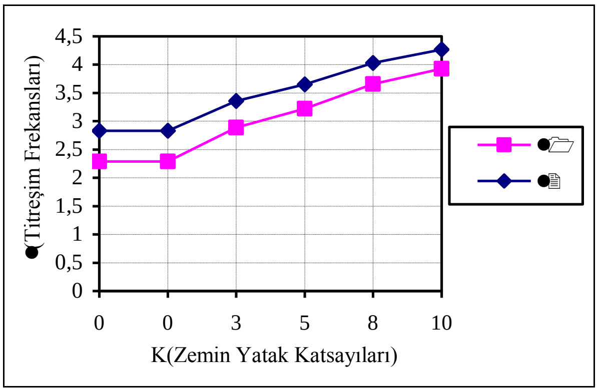
Şekil 2. Zemin yatak katsayısı eksenel titreşim frekansı ilişkisi

İkinci örnekte sabit zemin yatak katsayısı için K=10 , $\bar{S}_0 = \bar{S}_L$ 'nin farklı değerleri için λ1 titreşim frekansları bulunmuş ve Şekil 3'de gösterilmiştir. Şekil 3'den görüleceği gibi $\bar{S}_0$ ve $\bar{S}_L$ parametrelerinin eşit olarak artması durumunda titreşim frekansları da lineer olmayan şekilde artmaktadır.



Şekil 3. Sınır koşulları eksenel titreşim frekansı ilişkisi

Üçüncü örnekte farklı $\bar{S}_0 = 3$, $\bar{S}_L = 8$ parametreleri ile, ilk iki (λ1) ve (λ2) titreşim frekansları incelenmiş ve Şekil 4'de gösterilmiştir. Şekil 4'de görüleceği üzere titreşim frekansları, zemin yatak katsayısına bağlı olarak artmaktadır.



Şekil 4. Farklı yatak kat sayıları için ilk iki λ1 ve λ2 titreşim frekansları

VI. SONUÇLAR

Bu çalışmada ise rijit olmayan sınır koşulları için eksenel titreşim frekanslarının bulunması için matematiksel bir yöntem geliştirilmiştir. Öne sürülen yöntem hem rijit hem de rijit olmayan sınır koşullarının mevcut olması durumunda kullanılabilmektedir. Modal titreşim fonksiyonu olarak fourier sinüs serileri kullanılmış, sınır koşullarının düzeltilmesi için stoke dönüşümünden yararlanılmıştır. Bu dönüşümlerinin yapılmasının temel nedeni sınır koşullarının seçiminde esneklik sağlamasıdır. 2x2 lik ve sonsuz serilerden oluşan bir katsayılar matrisi bulunmuştur. Bu katsayılar matrisinin öz değerleri bulunmak suretiyle, titreşim analizleri yapılabilmektedir.

KAYNAKLAR

[1] Civalek, Ö., and Demir, Ç., “Elastik zemine oturan kirişlerin ayrık tekil konvolüsyon ve harmonik diferansiyel quadrature yöntemleriyle analizi,” *BAÜ FBE Dergisi,* vol. 11(1), pp. 56–71, Temmuz. 2009.

[2] Bozdoğan, K. B., Sezer, A., and Aklık P., “Elastik zemine oturan kirişlerin taşıma matrisi yöntemi ile birinci ve ikinci mertebe statik ve stabilite analizi,” *S.Ü. Müh.-Mim. Fak. Derg.*, vol. 19(1), pp. 39-48, Şubat. 2004.

[3] Çelebi, K., Keleş, İ., and Tütüncü, N., “Homojen olmayan çubuğun zorlanmış titreşim analizi için kapalı-form çözümleri,” *Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der.*, vol. 27(4), pp. 753-763, Ağustos. 2012.

[4] Akoz, A.Y., and Kadıoglu, F., “Elastik zemine oturan doğru ve daire eksenli kirişlerin karışık sonlu eleman çözümü” *INfO Teknik Dergi,* vol. 101, pp. 1373-1395, Haziran.1997.

[5] Özgan, K., and Daloğlu, A.T., “Elastik zemine oturan kalın plaklar için kayma kilitlenmesiz bir sonlu eleman modeli,” *İMO Teknik Dergi*, vol. 346, pp. 5341-5358, Haziran. 2011.

[6] Karaşin, A.H., Ö., and GÜLKAN, P., “Elastik zeminlere oturan plakların sonlu ızgara yöntemi ile yaklaşık çözümü,” *İMO Teknik Dergi*, vol. 293, pp. 4445-4454,Eylül. 2008.

[7] Civalek, Ö., and Ülker, M., “Polinomal diferansiyel quadrature(PDQ) ve sonlu farklar(SF) metod çifti ile elastik zemine oturan dikdörtgen plakların geometrik bakımdan lineer olmayan analizi,” *İMO Teknik Dergi*, vol. 246, pp. 3739-3760,Mart.2006.

[8] Bahçıvan, A., and Karadağ, V., “Elastik zemin üzerindeki çubuk uygulamalarının serbest ve nonlineer titreşim analizi” *itü dergisi/d*, vol. 4(4), pp. 51–61, Ağustos. 2005.

[9] Civalek, Ö., “Wınkler elastik zemine oturan dairesel plakaların geometrik bakımdan lineer olmayan dinamik analizi,” *Journal of Engineering and Natural Sciences Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi*, vol. 2006/1, pp. 56–66, Kasım. 2005.

[10] Özgan K., Daloğlu A.T.,, "Elastik zemine oturan plaklar için etkili zemin derinliği", *Antalya Yöresinin İnşaat Mühendisliği Sorunları Kongresi*, *Antalya, Türkiye*, pp.635-647, 21-23 Eylül 2005

[11] Civalek, Ö., “Elastik zemine oturan kirişlerin noro-fuzzy tekniği ile analizi,” *Zemin Mekaniği ve Temel Mühendisliği Yedinci Ulusal Kongresi, Yıldız Teknik Üniversitesi ,İstanbul, Türkiye*, pp.250-259, 22-23 Ekim 1998.

[12] Düzgün, M., “Elastik zemine oturan sürekli temellerin kuvvet yöntemi ile analizi ve sayısal hesabı için geliştirilen bilgisayar programı” *DEÜ FBE Dergisi*, vol. 3(3), pp. 33-50, Ekim. 2001.

[13] Civalek, Ö., “Elastik zemine oturan plakların lineer olmayan analizi,” *Türkiye Mühendislik Haberleri Dergisi*, vol. 432 pp. 45-54, Nisan. 2004.

[14] Aydogdu, M. “Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model,” *Physica E*, vol. 41 pp. 861-864, Ocak. 2009.

[15] Kumar, B.M., and Sujıth, R.I., “Exact solutıons for the longıtudınal vıbratıon of non-unıform rods,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 207(5) pp. 721-729, Temmuz. 1997.

[16] Aydogdu, M., “Axial vibration analysis of nanorods (carbon nanotubes) embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity,” *Mechanics Research Communications*, vol. 43 pp. 34-40, Şubat. 2012.

[17] Timoshenko, S.P., Vibration Problems in Engineering, *D. Van Nostrand*, Princeton, NJ, 1937.

[18] Rao, S.S., Vibration of continuous systems, *John Wiley and Sons Ltd*, 2007.

[19] Leissa, A.W., Qatu, M.S., Vibration of Continuous Systems, *McGraw Hill*, 2011

[20] Hetenyi, M., Beams on Elastic Foundation..*The University Of Michigan Press*. Michigan, U.S.A., 358p. 1955.

[21] Eisenberger, M., “Vibration frequencies for beams on variable one-parameter and two-parameter elastic foundations,” *Journal of Sound and Vibration*, vol.176(5) pp. 577-584, Ekim.1994.

[22] Coşkun, I., “Non-linear vibrations of a beam resting on a tensionless Winkler foundation,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 236(3) pp. 401-411, Eylül 2000.

[23] Ayvaz, Y. and Oguzgan, K., “Application of modified Vlasov model to free vibration analysis of beams resting on elastic foundations,” *Journal of Sound and Vibration*, vol.255(1) pp. 111-127, Ağustos.2002.

[24] Civalek, Ö., "Elastik zemine oturan yapıların hesap yöntemlerine genel bir bakış,"*Türkiye Mühendislik Haberleri*, vol. 432 pp. 45-52, 2004/4.

[25] Avcar, M.,"*Elastik zemin üzerinde bulunan homojen olmayan elastik kirişin stabilite ve titreşimi*," Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Isparta, 2007.

[26] Sofiyev A.H., Avcar M., Ozyigit P., Adigozel S., "The Free Vibration of Non-Homogeneous Truncated Conical Shells on a Winkler Foundation, " *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol.1(1) pp. 34-41,Nisan.2009.

[27] Attarnejad, R., Shahba, A., Jandaghi Semnani, S., "Application of differential transform in free vibration analysis of Timoshenko beams resting on two-parameter elastic foundation", *The Arabian Journal for Science and Engineering*, vol.35(2B) pp, 125–132, Ekim.2010.

[28] Avcar M., "Elastik zemin üzerinde bulunan her iki ucu ankastre mesnetli rastgele ve sürekli homojen olmayan kirişin serbest titreşimi," *Süleyman Demirel Üniversitesi Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, vol.1(1) pp, 33-38, 2010.

[29] Sofiyev A.H., Avcar M., "The Stability of Cylindrical Shells Containing a FGM Layer Subjected to Axial Load on The Pasternak Foundation," *Engineering*, vol.2 pp, 228-236, Nisan.2010.

Avcar M., "Free Vibration Analysis of Beams Considering Different Geometric Characteristics and Boundary Conditions," *International Journal of Mechanics and Applications*, vol. 4, 94-100, 2014.