

PARABOLİK YOĞUNLUK FONKSİYONUNU KULLANARAK SEDİMANTER TEMEL DERİNLİKLERİNİN KESTİRİMİ

Estimation of Sedimentary Basement Depths By Using Parabolic Density Function

Mahir IŞIK *

ÖZET

Sedimanter basen modellemesinde, çeşitli geometrik şekiller ve derinlikle yoğunluğun değişimini ifade eden yoğunluk fonksiyonları kullanılabilir. Bu çalışmada, N kenarlı poligon modeli ve parabolik yoğunluk fonksiyonu kullanılarak sedimanter basenlerin temel derinlikleri hesaplanmıştır. Modelleme için temelin başlangıç derinlikleri, sonsuz yatay bir tabakanın gravite anomalisinden yararlanarak belirlenmiştir. Bu derinlikler, karmaşık bir algoritmaya ihtiyaç duyulmadan, gözlenen ve hesaplanan anomaliler arasındaki farklar yardımıyla düzeltilmiştir.

Yöntem, gürültüsüz ve gürültülü kuramsal modeller üzerinde denenmiş ve yöntemin arazi verilerinde de rahatlıkla kullanılabileceği kanıtlanmıştır.

ABSTRACT

In sedimentary basin modeling, various geometric shapes and density functions that are expressed the change of density with depth can be used. In this study, the basement depths of sedimentary basins are calculated by using the N-sided polygon model and parabolic density function. For modeling, the initial depths of the basement are determined by using the gravity anomaly of the infinite horizontal layer. The depths are corrected by using the differences between the observed and calculated anomalies, without the need for a complex algorithm.

The method is tried on the noiseless and noisy theoretical models and it is proven that the method can easily be used on the field data.

GİRİŞ

Sedimanter kayaçların yoğunluğu, özellikle porozite ve derinlik ile yakından ilgilidir. Sedimanter basenlerde, sedimentlerin yoğunluğu derinlikle artar (Athy 1930). Derinliğin artmasıyla beraber basıncın da artması sonucu sedimentler içinde sıkılaşma olmakta ve sedimentler ile çevre kayaçlar arasındaki yoğunluk farkı azalmaktadır (Cordell 1973). Yoğunluk farkındaki bu azalmayı matematiksel bir formülasyonla kesin olarak belirlemek, stratigrafik tabakalanma, fasiyes değişimleri, diyajenez, tektonik evrim, sedimantasyon ve basınç nedeniyle sıkılaşma etkileri yüzünden, çok zordur. Bununla birlikte, yoğunluk farkı-derinlik ilişkisine, yoğunluk fonksiyonları kullanılarak bir yaklaşım yapılabilir.

Cordell (1973), derinlik arttıkça yoğunluk farkının eksponansiyel olarak azaldığını kabul ederek, Rao (1986) ise, yoğunluk farkının değişimini, kuadratik bir fonksiyon ile göstererek sedimanter basenleri modellemişlerdir. Litinsky (1989), sedimanter bir basenin gravite anomalisini, efektif hiperbolik yoğunluk farkı kavramını kullanarak yorumlamıştır. Rao (1990), kuadratik yoğunluk fonksiyonu kullanarak, asimetrik trapezoidal model ile sedimanter basenleri incelemiştir. Rao ve

* Sakarya Üniv., Müh. Fak., Jeofizik Müh. Böl., Esentepe Kampüsü, Adapazarı-SAKARYA
E-mail : mahiri@sakarya.edu.tr

diğ. (1990), yine kuadratik yoğunluk fonksiyonu ile iki buçuk ve üç boyutlu prizmatik kütleler kullanarak, Los Angeles baseninin yapısını araştırmışlardır. Sevinç ve Ateş (1996), Levenberg-Marquardt ters çözüm yöntemini kullanarak, Aydın-Germencik bölgesi gravite anomalilerini yorumlamışlardır. Işık (2003), değişken yoğunluklu sedimanter basen anomalilerini yorumlamıştır. Işık ve Şenel (2009), Büyük Menderes basenini parabolik yoğunluk fonksiyonu ile üç boyutlu olarak modellemiştir.

Bu çalışmada, N kenarlı poligon modeli ve parabolik yoğunluk fonksiyonu kullanılarak sedimanter basenlerin temel derinlikleri saptanmıştır. Modelleme için temelin başlangıç derinlikleri, sonsuz yatay bir tabakanın gravite anomalisinden yararlanarak belirlenmiştir. Bu derinlikler, gözlenen ve hesaplanan anomaliler arasındaki farklar yardımıyla düzeltilmiştir. Yöntemin başarısı kuramsal modeller üzerinde test edilmiştir.

PARABOLİK YOĞUNLUK FONKSİYONU

Sedimanter basenlerde, yoğunluk-derinlik ilişkisi, parabolik bir fonksiyon ile gösterilebilir (Visweswara Rao ve diğ. 1994);

$$\Delta\rho(z) = \frac{\Delta\rho_0^3}{(\Delta\rho_0 - \beta z)^2} \quad (1)$$

dir. Burada, $\Delta\rho(z)$; z derinliğindeki yoğunluk farkı, $\Delta\rho_0$; yüzeydeki yoğunluk farkı ve β ; derinliğin artması ile yoğunluk farkının azalmasını ifade eden bir sabittir.

Bağıntı (1) 'deki β ve $\Delta\rho_0$ bilinmeyenleri, yoğunluk farkı-derinlik verilerine en küçük kareler yaklaşımı uygulanarak saptanabilir (Işık 1997). Derinliğe bağlı yoğunluk farkı verileri, incelenen bölgede yapılan kuyu logu veya sismik çalışmalarından yada sondaj verilerinden elde edilebilir.

N KENARLI POLİGON MODELİNİN GRAVİTE ANOMALİSİ

İki boyutlu N kenarlı poligon modelinin (Şekil 1) gravite etkisi Talwani ve diğ. (1959) tarafından verilmiştir. Sabit yoğunluk farkı yerine parabolik yoğunluk farkı kullanıldığında modelin herhangi bir P(0) noktasındaki gravite ifadesi;

$$\Delta g(0) = \sum_{i=1}^N dg(i) \quad (2)$$

ile verilir (Visweswara Rao ve diğ. 1994). Bağıntı (2) 'deki $dg(i)$; poligonun i. kenarının gravite etkisi olup,

$$dg(i) = \frac{2G\Delta\rho_0^3}{A} \left[\frac{\phi'_{i+1}(z_{i+1}K_1 + CK_2)}{M_2} - \frac{\phi'_i(z_iK_1 + CK_2)}{M_1} + C \sin \alpha \ln \left(\frac{M_1 r_{i+1}}{M_2 r_i} \right) \right] \quad (3)$$

ile gösterilir. Burada geçen terimler,

$$\begin{aligned} A &= C^2\beta^2 + 2\Delta\rho_0\beta C \cos \alpha + \Delta\rho_0^2 & C &= x_i \sin \alpha - z_i \cos \alpha \\ M_1 &= \Delta\rho_0 - \beta z_i & M_2 &= \Delta\rho_0 - \beta z_{i+1} \\ K_1 &= \Delta\rho_0 + \beta C \cos \alpha & K_2 &= \Delta\rho_0 \cos \alpha + \beta C \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = (z_{i+1} - z_i) / R \quad \cos \alpha = (x_{i+1} - x_i) / R$$

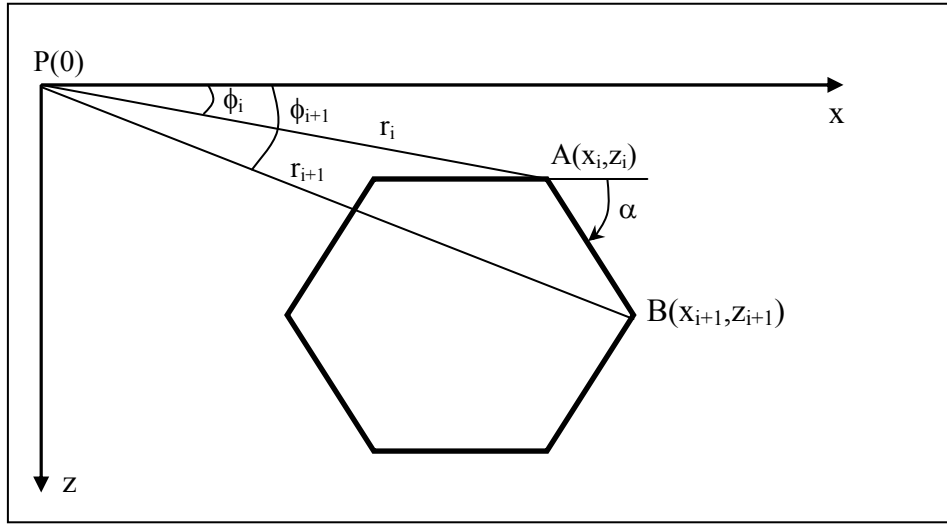
$$R = \left[(x_{i+1} - x_i)^2 - (z_{i+1} - z_i)^2 \right]^{1/2}$$

olarak tanımlanır. Ayrıca,

$$r_i = (x_i^2 + z_i^2)^{1/2} \quad r_{i+1} = (x_{i+1}^2 + z_{i+1}^2)^{1/2}$$

$$\phi_i' = \pi/2 - \phi_i \quad \phi_{i+1}' = \pi/2 - \phi_{i+1}$$

terimleri Şekil (1) 'de gösterilmiştir. G; evrensel gravite sabitidir.



Şekil 1. İki boyutlu poligon modeli.

Figure 1. Two dimensional polygon model.

Herhangi bir x_m gözlem noktası için; Bağntı (3) 'de x_i ve x_{i+1} yerine sırasıyla $x_i - x_m$ ve $x_{i+1} - x_m$ yazıldığında Bağntı (2),

$$\Delta g(x_m) = \sum_{i=1}^N dg_m(i) \quad (4)$$

halini alır. Böylece, Bağntı (4) kullanılarak sedimanter bir basenin gravite anomalisi hesaplanabilir.

MODELLEME

Yoğunluk farkının derinlikle değiştiği sedimanter basenlerde, belirli derinliklerde sedimentlerin temele göre yoğunluk farkları bilinirse, Bağntı (1) kullanılarak β ve $\Delta\rho_0$ bilinmeyenleri bulunabilir. Modelin başlangıç derinlikleri, g_B sonsuz yatay tabakanın gravite etkisinden (Bouguer etkisi) yararlanarak,

$$z = \frac{g_B \Delta\rho_0}{2\pi G \Delta\rho_0^2 + \beta g_B} \quad (5)$$

bağıntısı ile verilebilir (Chakravarthi and Sundararajan 2004). Bu başlangıç değerlerine göre Bağntı (3) ve Bağntı (4) kullanılarak hesaplanan gravite anomalisi Δg_{hes} elde edilir. Gözlenen anomaliler ($\Delta g_{göz}$) ile hesaplanan anomaliler arasındaki farklar, poligonun derinliklerinin düzeltilmesinde kullanılır. Bu işlem için,

$$z_i^{(j+1)} = Z_i^{(j)} + E_i / 2\pi G \Delta \rho(z) \quad , i=1,2,\dots,N \quad (6)$$

eşitliği ile verilen yineleme adımlarında gerçekleştirilir. Burada N gözlem veri sayısı ve j yineleme sayılarıdır. E_i ise gözlem verileri ile hesaplanan veriler arasındaki hata vektörüdür:

$$E_i = \Delta g_{göz}(i) - \Delta g_{hes}(i) \quad , \quad i=1,2,\dots,N \quad (7)$$

Bağıntı (6) ile verilen yinelemeler,

$$H_f = \sum_{i=1}^N E_i^2 \quad (8)$$

ile gösterilen hata fonksiyonunun, yakınsama kriterinden (0.000025.N) daha küçük bir değere ulaştığı anda durdurulmuştur.

UYGULAMALAR

Belirli derinliklerde sedimentlerin temele göre yoğunluk farkı değerlerinden, Bağntı (1) kullanılarak β ve $\Delta \rho_o$ bilinmeyenleri bulunmuştur.

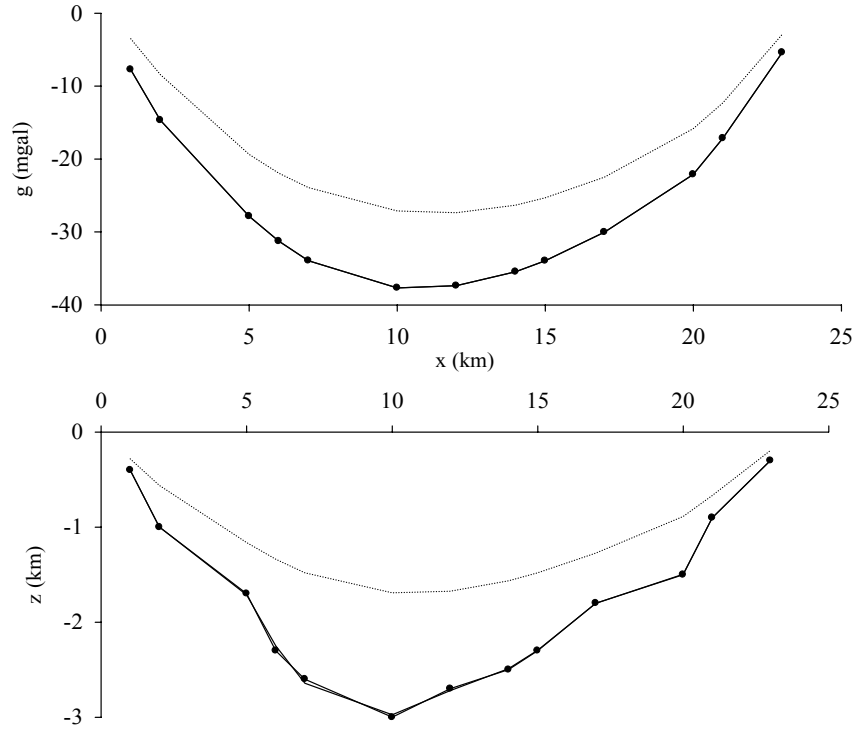
Bağıntı (5) kullanılarak başlangıç derinlikleri belirlenmiş, Bağntı (6) ile bu derinlikler iyileştirilmiştir. Seçilen basen modelinin; başlangıç, hesaplanan ve gerçek derinlik değerleri çizelgeler ve şekillerle gösterilmiştir. Bunlara ait gravite anomalileri, Bağntı (4) kullanılarak elde edilmiştir.

Yöntemin arazi verisi üzerine uygulanabilirliğini görmek için, gürültüsüz verilerin yanısıra gürültülü gravite verileri de kullanılmıştır.

Model 1

Seçilen basen modeli üzerinde, 23 km uzunluğunda bir profil boyunca , 13 adet gözlem noktası olduğu düşünülmüştür. Yoğunluk farkı-derinlik değerleri olarak ; $\Delta \rho(1 \text{ km}) = -0.5 \text{ gr/cm}^3$, $\Delta \rho(3 \text{ km}) = -0.3 \text{ gr/cm}^3$ alınmıştır. Bu değerlerden yararlanarak, parabolik yoğunluk fonksiyonu katsayıları ; $\Delta \rho_o = -0.684 \text{ gr/cm}^3$ ve $\beta = 0.116$ olarak belirlenir.

Yöntem ile bulunan derinlikler ve bunlardan yararlanılarak elde edilen gravite anomalileri Şekil (2) ve Çizelge (1) ' de verilmektedir. Bulunan derinlikler gerçek derinliklere o derece yakındır ki, şekillerde üst üste çakışmalar gözlenmektedir.



Şekil 2. Teorik model çalışması (Model 1) ve modellenen temel kaya derinlikleri
Figure 2. Theoretical example (Model 1) and basement depths inverted (Dashed lines represent theoretical gravity anomaly calculated from initial model).

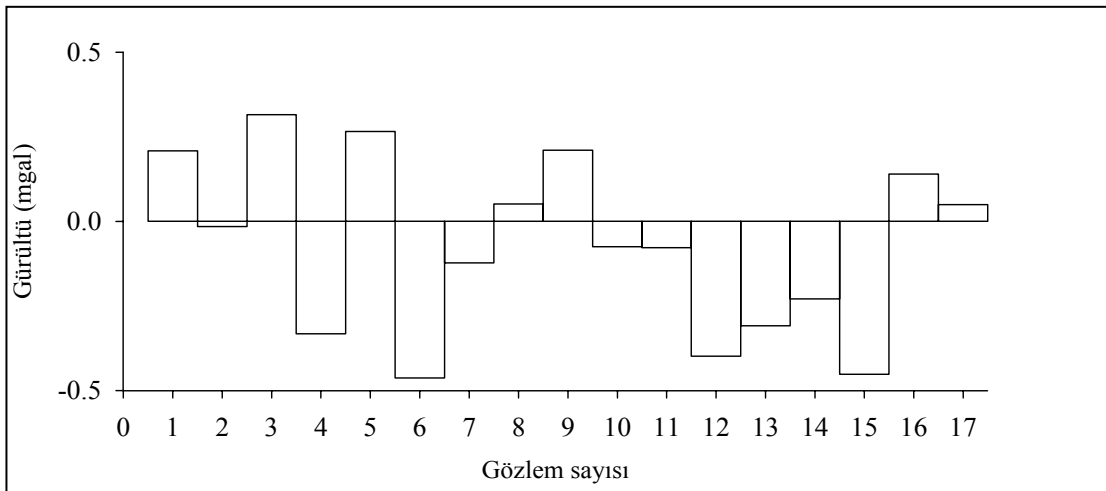
Çizelge 1. Model 1'e ait sonuçlar.
Table 1. The results of Model 1.

Gözlem Sayısı : 13 Profil Boyu : 23 km $\Delta\rho_o = -0.684 \text{ gr/cm}^3$ $\beta = 0.116$	İterasyon Sayısı	Hata Fonksiyonu
		1
	3	78.83291
	10	2.23117
	30	0.00178
	42	0.00030
Başlangıç Derinliği (km)	Hesaplanan Derinlik (km)	Gerçek Derinlik (km)

0.2824	0.4010	0.4000
0.5602	0.9988	1.0000
1.1628	1.7130	1.7000
1.3379	2.2485	2.3000
1.4812	2.6422	2.6000
1.6906	2.9729	3.0000
1.6734	2.7205	2.7000
1.5653	2.4889	2.5000
1.4815	2.2953	2.3000
1.2735	1.8028	1.8000
0.8878	1.4950	1.5000
0.6665	0.9001	0.9000
0.1946	0.2990	0.3000

Model 2

Bu modelde yöntemin gürültülü veriler üzerindeki başarısını görmek için, gravite verilerine ∓ 0.5 mgal rastgele sayı üretilerek gürültü ilave edilmiştir. Gürültünün gözlem noktalarına dağılımı Şekil (3) 'de görülmektedir.

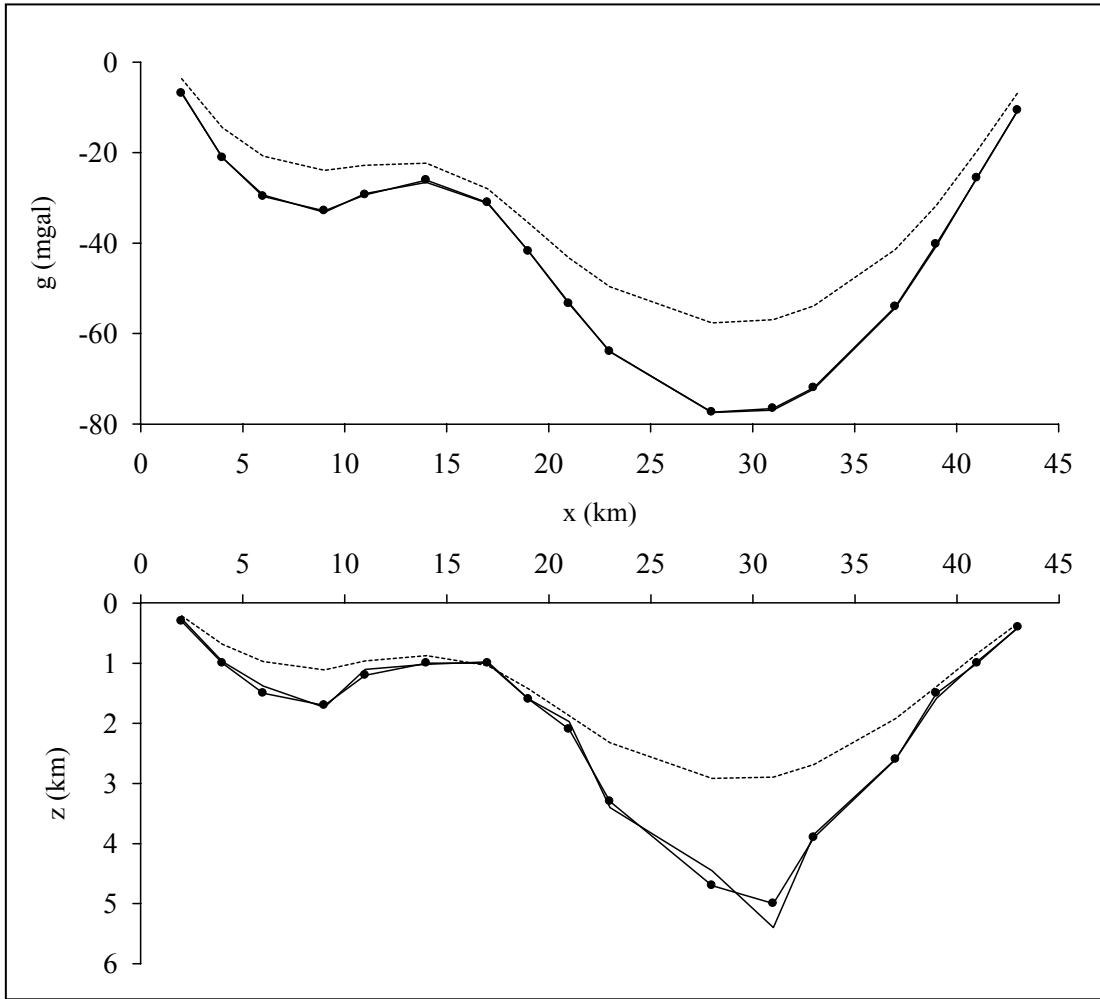


Şekil 3. Gözlem noktalarında rastgele gürültü dağılımı .

Figure 3. Noise distribution at observation points.

Seçilen basen modeli üzerinde, 43 km uzunluğunda bir profil boyunca , 17 adet gözlem noktası olduğu düşünülmüştür. Yoğunluk farkı-derinlik değerleri olarak ; $\Delta\rho(0.5 \text{ km}) = -0.7 \text{ gr/cm}^3$, $\Delta\rho(2 \text{ km}) = -0.6 \text{ gr/cm}^3$ ve $\Delta\rho(5 \text{ km}) = -0.4 \text{ gr/cm}^3$ alınmıştır. Bu değerlerden yararlanarak, parabolik yoğunluk fonksiyonu katsayıları ; $\Delta\rho_o = -0.774 \text{ gr/cm}^3$ ve $\beta = 0.059$ olarak belirlenir.

Yöntem ile bulunan derinlikler ve bunlardan yararlanılarak elde edilen gravite anomalileri Şekil (4) ve Çizelge (2) 'de verilmektedir.



Şekil 4. Teorik model çalışması (Model 2) ve modellenen temel kaya derinlikleri

Figure 4. Theoretical example (Model 2) and basement depths inverted (Dashed lines represent theoretical gravity anomaly calculated from initial model).

Çizelge 2. Model-II 'e ait sonuçlar.

Table 2. The results of Model-II.

Gözlem Sayısı : 17 Profil Boyu : 43 km $\Delta\rho_o = -0.774 \text{ gr/cm}^3$ $\beta = 0.059$	İterasyon Sayısı	Hata Fonksiyonu
		1
	3	90.95000
	10	0.38975
	120	0.00177
	167	0.00042
Başlangıç Derinliği (km)	Hesaplanan Derinlik (km)	Gerçek Derinlik (km)

0.2093	0.2592	0.3000
0.6854	0.9729	1.0000
0.9725	1.3812	1.5000
1.1102	1.7333	1.7000
0.9623	1.1049	1.2000
0.8730	1.0181	1.0000
1.0380	0.9756	1.0000
1.4271	1.5966	1.6000
1.8727	1.9707	2.1000
2.3221	3.3998	3.3000
2.9183	4.4547	4.7000
2.8942	5.3983	5.0000
2.6838	3.8470	3.9000
1.9188	2.5936	2.6000
1.3871	1.5848	1.5000
0.8359	0.9683	1.0000
0.3354	0.4106	0.4000

TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Karmaşık, rastgele şekilli yapıların modellenmesinde, formüle edilebilen basit geometrik yapılardan yararlanılır. Bu çalışmada ise iki boyutlu poligon modeli kullanılmıştır. Sedimanter basenlerdeki, yoğunluk farkı-derinlik ilişkisi de parabolik yoğunluk fonksiyonu ile kurulmuştur. Özellikle gravite, manyetik gibi doğal kaynaklı jeofizik yöntemlerde ters çözüm yapılırken, başlangıç parametrelerinin seçimi büyük önem taşımaktadır. Başlangıç modeli gerçek jeolojik yapıyı en iyi temsil edecek şekilde seçilmelidir. Kötü seçilmiş bir başlangıç modeli, ters çözüm işlemi sonunda çözümsüzlüğe yol açabileceği gibi, modelin olması gereken sınırları dışında kütlelerde yaratabilir. Bu olumsuzluklardan kurtulabilmek amacıyla, her bir prizmanın başlangıç derinliği, sonsuz yatay bir tabakanın gravite anomalisinden yararlanılarak bulunmuştur.

Model çalışmalarında gürültüsüz ve gürültülü veri kullanılmış ve sonuçların oldukça başarılı olduğu görüşmüştür. Bu sonuçlardan sonra yöntemin arazi verileri üzerinde de uygulanabileceği rahatlıkla söylenebilir.

KAYNAKLAR

ATHY L.F.,1930. Density, porosity and compaction of sedimentary rocks.Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists 14, 1-24.

CHAKRAVARTHI, V. and SUNDARARAJAN, N., 2004. Automatic 3D gravity modeling of sedimentary basins with density contrast varying parabolically with depth. Computers and Geosciences 30, 601–607.

CORDELL L., 1973. Gravity analysis using an exponential density - depth function, San Jacinto Graben, California. Geophysics 38, 684-690.

IŞIK, M., 2003.Yoğunluk fonksiyonları ile sedimanter basenlerin gravite modellenmesi. Kocaeli Üniv. Uygulamalı Yerbilimleri 2, 45-63.

IŞIK, M. and ŞENEL, H., 2009. 3D gravity modeling of Büyük Menderes basin in Western Anatolia using parabolic density function. Journal of Asian Earth Sciences 34, 317-325.

LITINSKY V.A., 1989. Concept of effective density: Key to gravity depth determinations for sedimentary basins. *Geophysics* 54, 1474-1482.

RAO D.B., 1986. Modelling of sedimentary basins from gravity anomalies with variable density contrast. *J.R.Astr.Soc.* 84, 207-212.

RAO D.B., 1990. Analysis of gravity anomalies of sedimentary basins by an asymmetrical trapezoidal model with quadratic density function. *Geophysics* 55, 226-231.

RAO D.B., PRAKASH M.J. and BABU N.R., 1990. 3D and $2\frac{1}{2}$ D modelling of gravity anomalies with variable density contrast. *Geophysical Prospecting* 38, 411-422.

SEVİNÇ A. ve ATEŞ A., 1996. Aydın - Germencik civarı gravite anomalilerinin iki boyutlu ters çözümleri. *Jeofizik, TMMOB Jeof.Müh.Odası yayını*, c.10, 29-39.

TALWANI, M., WORZEL, J.L. and LANDISMAN, M., 1959. Rapid gravity computations for two - dimensional bodies with application to the Mendocino Submarine Fracture Zone. *J.Geophys.Res.* 64, 49-59.

VISWESWARA RAO, C., CHAKRAVARTHI, V. and RAJU, M.L., 1994. Forward modeling: gravity anomalies of two-dimensional bodies of arbitrary shape with hyperbolic and parabolic density functions. *Computer and Geosciences* 20, 873-880.