

SINIF ÖĞRETMENİ ADAYLARININ NOKTA, ÇİZGİ, YÜZEY VE UZAY BİLGİLERİ VE ÇOKLU TEMSİLLERİ

Güler Tuluk

Kastamonu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Kastamonu.

Yayına kabul:18.12.2015

Yayın:15.12.2014

Özet

Bu çalışmanın amacı sınıf öğretmenliği programı birinci sınıfta okuyan öğretmen adaylarının geometri bilgilerinden; nokta, çizgi, yüzey ve uzayla ilgili olan kavramlar hakkında kullandıkları çoklu temsilleri elde etmek ve bu temsilleri alan bilgisi ile alan öğretimi bilgisi açısından yorumlamaktır. 122 birinci sınıf öğrencisi araştırmanın örneklemini oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak, adaylara Temel Matematik II dersi konularının işlenmesinden sonra 9 açık uçlu soru sorulmuş ve betimsel analiz yapılarak farklı kategoriler üzerinden cevaplar incelenmiş ve geometrik şekillerin temelini oluşturan kavramlarla ilgili değerlendirmeler yapılmıştır. Adaylar kavramları düzlem üzerinde ve 1-boyutlu ve 2-boyutlu olarak yorumlamışlardır. Buna göre sınıf öğretmeni adaylarının geometri bilgisinin kuruluşundaki nokta, çizgi, yüzey ve uzay kavramlarının 3-boyutlu şekillere yönelik genişletilmesi de gerekir. Ayrıca öğretmen eğitiminde geometri içerik bilgisinin verilebilmesi için Temel Matematik II dersi kur tanımında ad ve saat değiştirilmesiyle ilgili alternatifler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Geometri alan bilgisi, Geometri öğretimi, sınıf öğretmeni adayları

PRE-SERVICE CLASSROOM TEACHERS' KNOWLEDGE ON POINT, LINE, PLANE AND SPACE AND THEIR REPRESENTATION

Abstract

The aim of this study was to determine the multiple representations that were being used by teacher candidates for the concepts of point, line, surface and space and was to interpret these representations in terms of the content knowledge and the pedagogical knowledge. The participants of the study were consisted of 122 first-year college students from the program of classroom teacher education. Data were collected through nine open-ended questions after processing the Basic Mathematics II course and was analyzed by means of descriptive techniques that allowed 9 different categories. Candidates interpreted the concepts on the plane as one-dimensional and two-dimensional. Accordingly, the foundation of classroom teachers' geometry knowledge of point, line, surface and space needs to be expanded to three-dimensional aspects. In addition, comments were provided for expanding hours and improving ingredients of Basic Mathematics II course in order to support teacher candidates' knowledge of geometry.

Keywords: geometry content knowledge, geometry in struction, Prospective classroom teacher.

1. Giriş

Öğretim, öğretmenin birçok rol üstlenmesi gereken bir ortamda meydana gelir. Öğretmen yeterlilikleri ile ilgili bilgi türlerinden birisi “alan bilgisidir” (Shulman, 1987; Ball, 1991; Even ve diğerleri, 1993; Watkins&Mortimore, 1999;Newton, 2008). Matematik alan bilgisi konularından birisi de geometri’dir. Geometride bilmek ve anlamak arasında ince bir çizgide yürüyoruz.

20. yy. Geometri çalışmalarının birçoğu Klein (1849-1925)’nın “verilen bir grubun dönüşümler altında değişmez kalan uzayın özelliklerinin çalışması” olarak görülmesi tanımından esinlenir. Bu tanım ile geometriler en genelden, topoloji, projektif geometri, Afin geometri olarak sınıflandırılırken kısıtlı bir alanda Öklid Geometrisini de içine alır (Jones, 2000). Günümüzde amaç, içerik ve yöntem açısından uluslararası alanda geometri öğretimi programı üzerinde genel bir kabul bulunmamaktadır (Vilani, 1998; International Commission on Mathematical Instruction ICMI). Geometri, okul matematiğinin içinde; ölçü kullanmadan doğrular, açılar, çemberler, üçgenler vb. elemanlarını uzunluklarla çizmeden incelediğimiz ölçü dışı geometri, sentetik geometri de dediğimiz tanımlı ve tanımsız terimler, nokta, çizgi, yüzey, cisim, postulatlar, aksiyomlar, teoremler, ispat yöntemleri, geometrik yerler şeklindedir. Ayrıca şekil ve cisimler üzerinden yapılan ölçümlerle ilgili hesaplamaların yer aldığı ölçüsel geometri vardır (Baki, 2008). Geometri öğrenmek kolay değildir ve birçok öğrenci geometrik kavramları, geometrik muhakemeyi, geometri problemlerini çözme becerisini geliştirmede başarısız olur (Battisa, 1999; Duatepe, 2004). Geometrinin birinci amacı etrafımızda gördüğümüz şekillerle geometrik şekiller arasındaki farkı anlamaktır.

Geometri alan bilgisinin iki temel özelliği vardır; birincisi kavramın “nedir - ne olduğu”, ikincisi kavramın “niçin, neden ve nasıl” öyle olduğunu bilmektir. Bunlar gerçekleşirken sentetik geometri diyebileceğimiz bilgiler, analitik geometri, vektörler, projektif geometri vb. geometri bilgileri, matematikle ilgili diğer konuların öğretiminde; problem çözme çalışmalarında birer materyal olarak kullanılır (Battista, 1999; Burns, 2000; Işıl ve Ubuz, 2004; Çıldır, 2007, Altun, 2008).

Geometri problemlerinin çözümü şekil diye adlandırılan temsilcilere (belirtenlere) dayanmaktadır. Ancak, bu şekil diye adlandırılan nesnelere bir insanın anladığı ile matematikteki kavram farklıdır (Stewart, 2000; Laborde, 1995, 2002). Örneğin, kitap, tebeşir, kalem, taş, tuğla ve kristallerin birer fiziki cisim olarak büyüklüğü, biçimi, rengi ve ağırlığı vardır. Geometride cismin büyüklüğü ve biçimi incelenir. Öğrencilerin bu farkı(Thomas & Hong, 2001) anlayabilmeleri geometriyi kavramsallaştırmada çok önemlidir.

Araştırmanın Amacı

Sınıf öğretmenliği programı Temel Matematik II dersi kur tanımı “Cebirsel ifadeler, denklem ve özdeşlik kavramları, cebirsel ifadelerin çarpanlarına ayrılması, cebirsel ifadelerde işlemler, denklem ve eşitsizlikler, denklem ve eşitsizlik sistemleri,

iki değişkenli fonksiyonlar, sürekli ve kesikli fonksiyonların grafikleri. Geometrinin kuruluşu, düzlemsel şekiller, bunların alan ve çevreleri, cisimler, bunların alan ve hacimleri, eşlik ve benzerlik kavramları, dik üçgen, Pisagor Bağıntısı, dik üçgende metrik bağıntılar, temel geometrik çizimler, geometrik yer çizimleri, trigonometrinin temel kavramları, doğru ve çemberin analitik incelenmesi” şeklindedir. Bu ders için ayrılan süre cebirle ilgili olan kısım dahil olmak üzere haftada 2 saatten 14 hafta için 28 ders saatidir. Bu sürede 2 saat cebir alanı ve 2 saat geometri alanı vize sınavı için ayrılırsa geometri alt alanı için 12 ders saati elde kalmaktadır. Bu geometri, trigonometri ve doğru ile çemberin analitik incelenmesi için elimizde kalan süredir.

Eski çalışmalarda sınıf öğretmeni adaylarının en zayıf olduğu konulardan birisinde geometri alan bilgisidir (Fujita ve Ketih, 2006). Türkiye’de ilköğretim okullarında “doğru, doğru parçası, ışın, düzlem” kavramlarının ve konularının öğretilmesinde öğretmenlerin, öğrenilmesinde de öğrencilerin birtakım güçlükleri vardır (Yenilmez&Yaşa, 2008, Kiriş, 2008; Şengül ve Dereli, 2009, Öksüz, 2010).

Ma(1999), Çin ve Amerika’daki ilköğretim öğretmenleriyle yaptığı çalışmada etkili öğretimin “bütüncül ve iyi ilişkilendirilmiş bir ilköğretim matematiğini kapsayan temel matematiğin derinlemesine anlaşılmasına ve basit konularla kavramsal olarak daha ileri düzeydeki matematiksel fikirler arasındaki ilişkiye” dayandığını belirtmiştir.

Araştırmanın problemi

Geometri eğitimi araştırmalarında da “temsil olgusuna” yüklenen anlamın sorgulanması gerekir. Öğretmenlik alan bilgisi ve alanın öğretimi bilgisinde her temsilin sınırlılıklarının farkında olma geometri öğretimi açısından ele alındığında nokta, çizgi, yüzey ve uzay kavramlarını anlamak önemlidir. Düşünülmesi gereken konu “temsil” olgusudur. Örneğin, hiçbir temsil, nokta kavramını birebir temsil edemez. “kalemin bir kâğıt üzerinde bıraktığı iz” kavramın en genel soyut veya sentetik halidir. Temsil

analitik düzlemde ($A(x, y) \dots$), üç boyutlu dik koordinat sisteminde ($A(x, y, z) \dots$) devam eder. Öğretmen ve öğretmen adayları bir temsilden diğerine geçerken her temsili öğrenilecek bağımsız bir konu olarak görmemelidirler, örneğin, düzlemde iki noktadan geçen bir doğruyu denklem olma özelliği ile birlikte noktaların bir cetvelin kenarına birebir yerleştirilerek elde edilmesiyle yani cebir, analitik ve sentetik geometriyi bir bütün olarak düşünmeli ve ifade etmelidirler. Diğer temsiller içinde bu durumlar sürdürülebilir. Bu düşünceler ışığında, bu çalışmanın amacı; öğretmen adaylarının geometri öğretiminin başlangıçtaki nokta, çizgi, doğru, sayı doğrusu, uzaklık, arada olma, yüzey ve uzay kavramlarının temsillerini ve bunları nasıl ifade ettiklerini ortaya çıkarmaktır. Bu çalışmada aşağıdaki soru araştırılmaktadır.

“Öğretmen adayları Temel Matematik II dersinin sonunda geometrik kavramlardan; nokta, çizgi, doğru, sayı doğrusu, uzaklık, arada olma, yüzey, düzlem ve uzayla ilgili her bir temsil için ne gibi kavram tanımlarına sahiptirler?”

Kuramsal Çerçeve

The Conference Board of Mathematical Sciences (CBMS, 2001), National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991; 2000), National Research Council (NRC, 2001) gibi kuruluşlar hizmet öncesi öğretmen eğitiminde geometriye önem vermektedirler (Leitzel, 1991; aktaran Chamberlin&Powers, 2007). Ross ve Makin (1999), farklı bağlamlarda karşılaştığımız örneklemelerden elde ettiğimiz tecrübelerin o kavramı zihnimizde oluşturduğunu iddia eder. Bu nedenle geometrik kavramları oluşturma nokta, çizgi, yüzey, uzay üzerinden başlar, sayı doğrusu, uzaklık, arada olma, yüzey, düzlem ve uzay diye devam eder.

2. Metot

Bu çalışma bir nitel araştırmadır. Bir devlet üniversitesi Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği Programı 1. Sınıfına devam eden 122 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Geometri alt alanında sentetik, analitik ve vektörel yaklaşımla; geometrinin amacı, düzlem geometride nokta, çizgi, yüzey ve uzayla ilgili olanlar için çalışma haftada 2 saat olmak üzere 10 ders saati (5 hafta) uygulanmış ve bir sınav yapılmıştır. Bu sınavın öntest ve sontest kontrol olacak şekilde karşılaştırılarak yapılması düşünülmüştür. Öntestte öğrencilerin belki de birinci sınıfta olmaları nedeniyle verdikleri cevaplar kavramların tanımı ve temsilleri açısından oldukça anlamsız bulunmuş ve araştırma sontest ile sınırlandırılmıştır.

Sınavda sorulan 9 soru üzerinden veriler tartışıldı. Öğretmen adaylarının sorulara verdikleri cevaplar bir çizelge haline getirildi. Bu çizelgede öğretmen adaylarının kullandıkları çoklu temsiller kategorize edildi ve kodlandı. Bu kodlama için Weber (2001)'in çalışmaları göz önünde bulundurularak yapılan yeni kodlama;

4- Doğru (öğretmen adayı gerekli bilgiyi göstererek açıklamalarda bulunmuş; uygun matematiksel açıklama yapabilme, Soru ile ilgili şekil çizebilme, tahminde bulunabilme vb.),

3- Bilgiye başvurmada eksiklik (öğretmen adayı gerekli bilgiyi göstermeden doğru açıklamalarda bulunmuş),

2- Bilgiyi kullanmada hata (öğretmen adayı doğru bir bilgi sunmuş fakat yapılan açıklamalar yanlış veya yanlış bilgi doğru açıklama),

1- Yorum (Açıklama) yok,

şeklindedir.

3. Bulgular ve Yorumlar

1.Soru: Nokta nedir? Tanımlayınız ve irdeleyiniz.

Geometriye dair temel içerikler en basit şekilde noktadan başlayarak doğruya, doğru parçalarına, ışınlara, eğrilere, iki boyutlu ve üç boyutlu düzlemlere doğru genişler. Nokta, ilerleyişteki başlangıçtır (Sheffield ve diğerleri, 2005, 2005; Güven&Karataş, 2009).

Tablo 1. Örneklem öğrencilerinin 1. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilebilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sentetik yaklaşımla benzetim	0	,0	2	1,6	40	32,8	80	65,6
Analitik yaklaşımla benzetim	96	78,7	-	-	9	13,9	17	13,9
Vektörel yaklaşımla benzetim	106	86,9	1	,4	9	7,4	6	4,9
Kutupsal koordinatlarla benzetim	88	72,1	2	,9	17	13,9	15	12,3
Boyutla ilişkilendirme	30	24,6	1	,4	2	1,6	89	73
Üç boyutlu Dik koordinatlarla ilişkilendirme	110	47,2	0	,0	5	4,1	7	5,7
Çizim	34	27,9	0	,0	43	35,2	45	36,9

Nokta, geometrinin temel elemanı ve tanımsız bir terimdir ve bu konuda ülkemizde MEB'nin hazırladığı dokümanda; nokta, herhangi büyüklüğü olmayan ve yer belirten bir geometrik terim olarak ele alınır ve modelleriyle açıklanır. Adayların toplamda %65,6'ü nokta'yı sentetik yaklaşım olarak; “*kâğıdın kalem üzerinde bıraktığı iz*”, “*iki çizginin kesim noktası*” veya “*iki doğrunun kesim noktası*” gibi konum belirleyici tanımlamalar ve çizimler şeklinde ele almıştır.

Analitik düzlemde nokta $P(x, y)$, “*bir sıralı ikili olarak konum*” belirtirken “*eksenlere paralel çizilen dik doğruların kesim noktası*”, $O(x, y)$ olarak açıklanır. Adaylardan %13,9'sinin noktayı analitik düzlemde ifade etmişlerdir.

Vektörel yaklaşımla benzetimde “*Analitik düzlemde tanımlanan her noktaya bir yer vektörü karşılık gelir. Karşılık olarak analitik düzlemde tanımlanan her yer vektörüne bir nokta karşılık gelir. Bu nokta yer vektörünün bitim noktasıdır. $\vec{u} = (x, y)$* ” ile adayların toplamda %4,9'u tam olarak bu yaklaşımla ilgili açıklama yapmıştır.

Nokta, kutupsal koordinatlarla “*A = (r, θ) açısı ve uzaklık olarak iki bileşenle de*” ifade edilebilir. Adayların %12,3'i noktayı kutupsal koor-

dinatlarla ifade etmişlerdir.

Nokta, “*sıfır boyutludur*”. Adayların %73’ünün nokta ile ilgili boyut kavramını tam olarak kullandığını düşünebiliriz.

Temel Matematik I ve II dersleri kur tanımında Geometriye girmeden önce adaylar sayılar hakkında çalışırlar. Sıralı üçlüler ve bağıntılar konusunu da düşünürsek nokta’nın üç boyutlu dik koordinat sisteminde ifade edilmesi temel kavramlarla ilgili beceriler açısından önemlidir. Adayların, toplamda %5,7’si bu yaklaşımı kullanarak açıklama yapmışlardır.

Adayların noktaları büyük harflerle sembolleri kullanarak gösterme ve gösterimlerini çizimle desteklemeleri (% 36,9), noktayı cebirsel ve geometrik ifade etme anlayışını ele aldıkları yönünde bir bakış kazandıklarını düşünsek de bu beceriler genelde sentetik anlayışla kullanılmaktadır.

Soru: Çizgi nedir? Tanımlayınız ve irdeleyiniz.

Tablo 2. Örneklem öğrencilerinin 2. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilenbilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sentetik yaklaşımla benzetim	4	3,3	0	0	86	70,5	32	36,2
Sınıflandırma	14	11,5	2	1,6	64	52,5	42	34,4
Boyutla ilişkilendirme	58	47,5	1	,8	11	9,0	52	42,6
Çizim becerileri	27	22,1	0	0	65	53,3	30	24,6

Sentetik yaklaşımla ilgili olarak öğrencilerin verdiği ifadeler; “*Noktanın kendi üzerinde kaymasından farklı bir hareketi ile çizgi (eğri) meydana gelir*” veya “*İki yüzeyi birbirinden ayıran eğridir*” olarak ele alındı. Adaylar, toplamda %36,2’si çizgi ile ilgili sentetik yaklaşımı kullanmayı benimsemişlerdir.

Çizgi geometri açısından sınıflandırılmalıdır; *doğru*, bir doğru üzerinde olmamak şartıyla uç uca gelen doğru parçalarının meydana getirdiği şekil *kırık çizgi* ve hiçbir yeri doğru olmayan çizgi, *eğri çizgi* şeklinde. “*İki yüzeyi birbirinden ayıran eğri*” den; eğri ve düzlem, düzlem ve düzlem yüzeylerin birbirini kesmesi ile oluşan sınıflandırmalar *eğri*, *kırık çizgi* ve *doğru*’yu çizime dayalı görselleştirme geometrik çıkarımları kolaylaştıracaktır. Adayların toplamda %34,4’ünün çizgi ile ilgili sınıflandırmayı düzlem üzerinde kullandıkları görülmüştür.

Adaylar, toplamda %42,6’sı çizginin boyutuyla ilgili bir açıklama yapmışlardır. Çizgi bir boyutlu olarak düşünülen bir eğridir. Ölçme ile ilişkilendirdiğimizde çizginin sadece uzunluğu vardır. Her iki yönden sonsuza gider.

Adayların temsillerde yaptıkları açıklamalarda çizim becerileri de %24,6 olarak kalmıştır.

Soru: Doğru nedir? Tanımlayınız ve irdeleyiniz.**Tablo 3. Örneklem öğrencilerinin 3. Soruda kullandıkları çoklu temsiller**

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilen-bilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sentetik yaklaşımla benzetim	1	,8	1	,8	67	55,4	52	43,0
Analitik yaklaşımla benzetim	10	8,2	19	15,6	16	13,1	77	63,1
Doğrunun parametrik formu	120	99,2	0	0	1	,8	0	0
Boyutla ilişkilendirme	89	73,6	2	1,7	4	3,3	26	21,5
Doğru ile ilgili sınıflandırma	52	43,0	0	0	26	21,5	43	35,5
Çizim becerileri	20	16,5	1	,8	69	57,0	31	25,6

Bu konuda MEB'nin hazırladığı dokümanda; doğru, düz ve uzunluğu sürekli iki yöne sınırsız uzatılabilen, kalınlığı bulunmayan geometrik terim olarak ele alınır ve modelleriyle açıklanır. Oysa doğru; “noktanın kendi üzerinde yön ve doğrultusunu değiştirmeden hareketiyle” oluşur. Doğru, çizginin özel bir halidir. Adaylardan %43,0'ü doğrunun sentetik yaklaşımla bu ifadesini kullanmışlardır.

Adayların %43,0'ünün doğrunun;

farklı A ve B noktaları için $[AB]$ doğru parçası,

C noktası A ile B arasında olacak biçimdeki C noktaları kümesinin birleşimi,

başlangıç noktası A olan ışın ve ifadesi $[AB$,

bir doğrunun farklı A, B, C noktaları için A noktası B ile C arasında ise $[AB$ ışını ile $[AC$ ışınlarına zıt ışınlar,

$[AB$ ışınından A noktasının çıkarılmasıyla elde edilen kümeye $]AB$ yarı doğru olarak açıklamaları ve çizimleri vardır.

Düzlemde birbirine dik iki doğru olarak düzlemin koordinatlanması ve doğrunun denklemi matematiksel analiz açısından değerlidir. Adayların %63,1'i doğruyu analitik düzlemde ifade etmişlerdir. %13,1'inin analitik düzlemi kullanmada eksikleri vardır. %15,6'sının sembolik ifade ve çizim becerileri ile ilgili yanlışları vardır.

Doğrunun parametrik formunu ise sadece bir aday o da kabul edilebilir bir tanım olarak ele almıştır.

Doğrunun boyutu ile ilgili açıklamalar adayların %21,5'i tarafından kullanılmıştır. Adaylar çizgi kavramında boyutu kullandıkları için belki doğru kavramında yeniden değinmemiş olabilirler. Boyut, geometrik yapıdaki uzunluk kavramını sorgulamada

önemli bir görüş noktasıdır.

Doğru ile ilgili sınıflandırmada doğru çeşitleri; doğru parçası, yarı doğru ve ışın şeklinde yapan aday oranı %35,5'dir.

Adayların temsillerde yaptıkları açıklamalarda çizim becerileri de %25,6 olarak kalmıştır.

Soru: Sayı doğrusu nedir? Tanımlayınız ve irdeleyiniz.

Tablo 4. Örneklem öğrencilerinin 4. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilen-bilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Reel sayılarla doğru üzerindeki noktalar arasında eşleme -cetvel aksiyomunu kullanma	17	13,9	2	1,6	55	45,1	48	39,3
Koordinat doğrusu olarak ifade -0 başlangıç noktası	73	59,3	0	0,	26	21,3	23	18,9
Çizim becerileri	21	17,4	0	0,	64	52,9	36	29,8

Adayların %39,3 reel sayılarla doğru üzerindeki noktaları cetvel aksiyomunu kullanarak eşleştirmişlerdir. Sınıf öğretmeni adaylarının %45,1'inde Örneğin AC doğrusunu sayılarla birebir eşlenmesi ve A 'nın koordinatı a ve $A(a)$, C 'nin koordinatı c ve $C(c)$ olarak alınmasında, A , C 'den farklı olduğundan ya $a < c$ ya da $c < a$ dır. $a < c$ olduğunu varsayarak a ve c gerçel sayıları arasında sonsuz çoklukta x gerçel sayısı vardır şeklinde gerçel sayılara karşılık gelen noktaların A ile C arasında olacağı açıklamalarında eksiklikler vardır.

Koordinat doğrusu olarak sayı doğrusunu ifade ve 0- başlangıç noktasını belirten aday %18,9'dur. Çizim becerileri %29,8'le sınırlı kalmıştır.

5. Soru: Uzaklık nedir? Tanımlayınız ve irdeleyiniz.

Tablo 5. Örneklem öğrencilerinin 5. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilen-bilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sentetik yaklaşımla benzetim	14	11,5	1	,8	31	25,4	76	62,3
Analitik yaklaşımla benzetim	88	37,8	0	,0	6	4,9	28	23,0
Uzakhğı fonksiyon olarak ifade etme	113	92,6	0	,0	0	,0	9	7,4

Üç boyutlu Dik koordinatlarla ilişkilendirme	116	95,1	0	,0	0	,0	6	4,9
Çizim becerileri	27	22,1	0,0		16	13,1	79	64,8

Sentetik yaklaşımla ilgili tam benzetimi adayların %62,3'ü kullanmıştır. Bir doğrunun ayrı iki A , B noktaları ile bu noktalar arasında bulunan noktaların oluşturduğu kümeye, uç noktaları A ve B olan doğru parçası denir. $[AB]$ sembolüyle gösterilir. $A\{AB\} \cup \{x:x \text{ noktası } A \text{ ile } B \text{ Arasındadır}\}$ biçiminde de ifade edilebilir. Düzlemde A ve B gibi farklı iki nokta alınsın. Bu iki noktayı birleştiren bir tek doğru parçası vardır. AB doğru parçasının uzunluğu, A ve B noktaları arasındaki uzaklığı ifade eder. İki nokta arasındaki uzaklık, bu noktaları birleştiren doğru parçasının uzunluğudur. $|AB| \rightarrow AB$ doğru parçasının uzunluğu anlamındadır.

$$|AB| = |a - b| = |b - a| \text{ dir.}$$

Analitik yaklaşımda uzaklığın Pisagor teoreminin kullanılarak iki boyutlu uzayda ifadesini adayların %23,0'ü kullanmıştır. Adayların %7,4'ü uzaklığı bir fonksiyon olarak ifade etmişlerdir. Uzaklık;

$$d : UxU \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$d : (A, B) \rightarrow |AB|$$

biçiminde bir d fonksiyonu ile gösterilir. d fonksiyonu uzaklık fonksiyonudur. Bu fonksiyon şu üç özelliği sağlar.

$$\text{Her } A \text{ ve } B \text{ noktası için } d(A, B) \geq 0$$

$$\text{Her } A \text{ ve } B \text{ noktası için } d(A, B) = d(B, A)$$

$$A = B \Leftrightarrow d(A, B) = 0$$

Uzaklık fonksiyonu için A, B, C ve $d(A, C) \leq d(A, B) + d(B, C)$ dir.

Uzaklığın üç boyutlu dik koordinatlarla ifadesini adayların %4,9'u kullanmışlardır. Adayların uzaklığı ifade ederken bir, iki ve üç boyutlu uzaylar için çizim becerileri konusunda da becerilerinin geliştirilmesi gerekir (%64,9).

6. Soru: Geometride bütün terimler nokta kavramı ile açıklanabilir mi?

Tablo 6. Örneklem öğrencilerinin 6. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilen-bilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Uzaklık kavramını tanım içinde kullanma	1	,8	94	77,0	20	16,4	7	5,7
Çizim becerileri	93	76,2	0	,0	27	22,1	2	1,6

Bütün terimlerin nokta ile açıklanmaması nokta, çizgi, doğru ve yüzey kullanarak geometrik cisimlerin tanımlanamayacağı yönündeki önemli bir muhakemedir. Bunun için örneğin çemberin tanımlanmasında uzaklık kavramına olan ihtiyacın ortaya çıkartılması önemlidir. Adaylardan %5,7'si tam olarak açıklama yapabilmışlerdir. Bu oran çizim becerilerinde %1,6'dır.

7. Soru: Arada olma nedir? Tanımlayınız ve irdeleyiniz.

Tablo 7. Örneklem öğrencilerinin 7. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilen-bilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Reel sayılarla doğru üzerindeki noktalar arasında eşleme – Nokta yerleştirme	99	81,1	0	,0	16	13,1	7	5,7
Aynı doğru üzerinde olma	29	23,8	0	,0	75	61,5	18	14,8
Orta nokta	110	90,2	0	,0	11	9,0	1	,4
Çizim ve matematiksel sembollerle ifade	11	9,0	0	,0	100	82,0	11	9,0

Bu konuda MEB'nin hazırladığı dokümanda; Aynı doğru üzerinde bulunan noktaların doğrudan (doğrusal) noktalar olduğu hatırlatılır.

$\{A, B, C\}$ doğrusal bir küme olsun. Bu durumda $|AB| + |BC| = |AC|$ ise B noktası, A ile C arasındadır denir. Adayların %14,8'i tam olarak aynı doğru üzerinde olma şartını bu şekilde ifade etmişlerdir. Aynı doğru üzerinde olmanın sembolik olarak farklı ifadeleri olan k uzayın bir alt kümesi olsun. $K \subset d$ olacak şekilde bir d doğrusu varsa k kümesi doğrusaldır olduğundan yola çıkarak;

$x > r$ ise B noktası A ile C arasındadır,

$x = r$ ise B ile C çakışık (Aynı noktadır),

$0 < x < r$ ise C noktası A ile B arasındadır,

B , A ile C arasında ve bu noktaların koordinatları sıra ile b , a , c ise $a < b < c$ dir

Yorumları veya teorem olarak “Bir doğruya ait üzerindeki farklı üç noktadan biri ve yalnız biri diğer ikisi arasındadır”, “ A nin koordinatına x , B nin koordinatına y , C nin koordinatına z denirse; $x < y < z$ ise B noktası A ile C arasındadır” yorumlarının olmaması dikkat çekicidir.

Bu şekilde Gerçel sayılar kümesinde verilen herhangi üç sayı için arada olmaya gidilecek olan nokta yerleştirme teoremini ifade eden adayların oranı %5,7’idir.

0,135 ile 0,136 arasında rasyonel sayı temsil eden bir devirli ondalık açılım yazılabilir mi? Sorusu bu temsil üzerinden sorgulanabilir.

Bir doğru parçasının bir ve yalnız bir orta noktası vardır. Arada olma kavramından orta nokta kavramına geçişi adayların %0,4’ü kullanmışlardır.

8. Soru: Yüzey nedir? Tanımlayınız ve irdeleyiniz.

Tablo 8. Örneklem öğrencilerinin 8. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilen-bilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Sentetik yaklaşımla benzetim	19	15,6	11	9,0	41	33,6	51	41,8
Sınıflandırma	43	35,2	0	0	60	49,2	19	15,6
Düzlem Belirtme koşulları	62	50,8	0	,0	55	45,1	5	4,1
Analitik düzlem	110	90,9	1	,8	2	1,7	8	6,6
Boyutla ilişkilendirme	86	70,5	7	5,7	3	2,5	26	21,3
Denklemlerle ifade	82	67,8	1	,4	17	14,0	21	17,4
Çizim	4	3,3	0	,0	99	81,1	18	14,9

Adayların %41,8’i “Yüzey, bir çizginin kendi üzerinde kaymasından farklı bir hareketi ile meydana gelir”, sentetik yaklaşımı kullanmışlardır. Yüzeyden hareketle elde edilen düzlem kavramı ilkökul üçüncü sınıfın kazanımıdır.

Adayların %15,6’sı “eğri ve düzlem yüzeyler” olarak bir sınıflandırma; doğrunun kendi üzerinde kaymasından farklı hareketi ile düzlem yüzeyin, çizginin kendi üzerinde kaymasından farklı bir hareketi ile eğri yüzeyin meydana geldiğini yazmışlardır.

Adayların %4,1’i üzerinde her yönde doğrular çizilebilen yüzeylere düzlem yüzeyler veya kısaca düzlem şeklinde, düzlemin noktalardan oluştuğu, doğrusal olmayan üç noktayı içine alabilecek yalnız bir düzlem olduğu, kesişen iki doğru bir düzlem

belirtir vb. biçimde sentetik geometri diye düşündüğümüz açıklamalarla düzlemin belirlenmesi koşullarını cebirsel (semboller kullanarak) açıklamışlardır.

Bir eğri yüzeyin ve düzlem yüzeyin denklemlerle ifade edilmesi konusunda adayların %17,4'ü açıklama yapmıştır.

Adaylar düzlem olarak analitik düzlemden bahsetmişlerdir. Bu oranı %6,6'sıdır. Adayların analitik düzlemi kullanarak da çizim becerilerinin geliştirilmesi gerekir.

Adayların %21,3'ü yüzeyin "kalınlığı yoktur"; yalnız uzunluğu ve genişliği vardır, "iki boyutludur" gibi ifadelerle açıklamalar yapmışlardır. Doğru iki yönden uzatılabilirken yüzey veya düzlem bütün yönlerden uzatılabilir. Boyutla ilişkilendirmede adayların %5,7'sinin yanlış bilgileri vardır.

9. Soru Uzay nedir? Tanımlayınız ve irdeleyiniz.

Tablo 9. Örneklem öğrencilerinin 10. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Cevaplar	1. Yorum yok		2. Yanlış		3. Kabul edilen-bilir		4. Doğru	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Cisimlerin kapladığı yer ve içinde bulunduğu mekan	30	24,6	1	,8	86	70,5	5	4,1
Belirtme koşulları	71	58,2	0	,0	32	26,2	19	15,6
Boyutla ilişkilendirme	58	47,5	1	,8	28	23	35	28,7
Çizim becerileri	74	60,7	0	,0	37	30,3	11	9,0

Bu konuda MEB'nin hazırladığı dokümanda; uzay; uzunluğu, genişliği ve yüksekliği, düz sınırsız genişletilebilen geometrik terim olarak ele alınır ve modelleriyle açıklanır.

"Bir yüzey kendi üzerinde kaymasından farklı hareketle üç boyutlu uzayda bir cisim" meydana getirir. Cisimlerin kapladığı yer ve içinde bulunduğu mekan olarak uzayı adayların %4,1'i açıklamışlardır. Aynı şekilde uzayın belirtilmesi koşullarını da %15,6'sı açıklamışlardır. Boyutla %28,7'si açıklamalarda bulunmuşlardır. Adayların bu açıklamalar sırasında kullandıkları çizim becerilerinin çok zayıf olduğu görülmüştür (% 9).

4. Tartışma

Bu çalışmada geometride temel kavramlar ve bunlara ilişkin kullanılacak çoklu temsiller ortaya koymaya çalışılmıştır. Bu esaslar;

Noktanın sentetik, analitik (2 ve 3 boyutlu), vektörel ve kutupsal olarak matematiksel sembollerle açıklanarak ele alınması, boyutu ve çizimi.

Köşe kavramı ilkökul 2 ve nokta 3. Sınıf geometri öğretiminin kazanımıdır. Bu

kapsamda Faydacı (2008), ilköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin nokta kavramını tanımlamada, “nokta en küçük geometrik cisimdir” biçiminde ifade ettikleri belirtir. Oysa nokta bir cisim değildir. Şekiller cisimleri meydana getirir. Aynı çalışma da öğrenciler ayrıca Vinner&Tall (1981)’un belirttiğine yakınsayan bir kavram tanımı ve bunları açıklamak için “küçük çakıl taşları”, gökteki yıldızlar” gibi kavram görüntüsü diyebileceğimiz şekilde günlük hayatla ilişkilendirmeler yapmışlar. Oysa bu kitabın, masanın vb. köşeleri diye veya iki doğrunun kesim noktası şeklinde de olabilirdi. Bu nedenle sınıf öğretmeni adaylarının bu kavramla ilgili tanım ve tanımın günlük hayatla ilgili kullanımlarının geliştirilmeye ihtiyaçları vardır. Bu da iyi bir alan bilgisi dersiyle gerçekleşir.

Adayların analitik düzlemde konum belirleme ile ilgili yorum ve çizim becerilerinin geliştirilmesi gerekir. Bir ilkokul öğrencisi sosyal bilgiler dersinde haritada bir ilin yerini enlem ve boylam olarak söylerken sıralı ikiliyi kullanacaktır. Uzamsal ilişkilerin anlatılması sırasında ilkokul ve ortaokul matematiğinin kazanımları bu düzlem üzerinde örneğin, sağında-solunda vb. olarak kullanılmaya devam edecektir. Yönlerin öğretilmesinde analitik düzlem kullanılacaktır. Rüzgarlar bu düzlem üzerinden öğrenilir. Sınıf öğretmeni adaylarının üç boyutlu uzayda dik koordinat sistemi ile uzay kavramına bakışlarının geliştirilmesi gerekir. Bir ilkokul öğrencisi sınıfta bir nokta için, bir duvardan 1 metre uzakta, öbür duvardan iki metre uzakta, döşemeden yarım metre yukarda demesini öğrenmelidir. Alan bilgisi bu şekilde alanın öğretimi bilgisi ile kullanışlı hale gelir. Üstelik Nokta, enlem, boylam ve denizden yükseklik şeklinde ele alınarak sosyal bilgiler dersindeki çalışmalara da gider.

Öğretmen adaylarının ikinci sınıfta fizik dersinde hareket vb. kavramları işlerken vektör kavramı ile ilgili bir anlayışa sahip olmaları gerektiği için vektörler konusu da Temel Matematik II ders kapsamında da ele alınmalıdır.

Adayların kutupsal koordinatlarla ilgili becerilerinin geliştirilmesi gerekir. Kutupsal koordinatlar ayrıca bir eğrinin farklı koordinat sistemleri ile ifadesi örneğin küresel, silindirik vb. etrafımızda gördüğümüz eğri formlarına bakış kazandırması açısından önemlidir. Geometrinin ikinci önemli amacı etrafımızda gördüğümüz mimari yapılara bakış kazandırmasıdır. Küresel ve silindirik koordinatlar kullanılarak yapılmış birçok mimari eserin gösterilmesi geometri derslerinin ikinci amacıdır.

Adayların noktanın kutupsal koordinatlarla kullanımında ise Euclid geometrisi içindeki sentetik anlamda kaldıkları yönündedir.

Noktanın boyutu konusunda çalışma Ural’ın (2011) yaptığı bir çalışma ile uyumludur. Alan bilgisinde noktanın boyutu lisans döneminde de yeniden ele alınmalıdır.

Çizgi ve doğrunun sınıflamaları ile ele alınarak sentetik, analitik (1B, 2B ve 3B), vektörel olarak matematiksel sembollerle (denklem olarak vb.) açıklanarak ele alınması, boyutu ve çizimi.

Çizgi ile ilgili örneğin; “kurşun kalemin ucu kağıt üzerinde gezdirilirse bıraktığı iz, beyaz bir kağıt üzerine dökülmüş bir mürekkep ile kağıdın beyaz kalan kısmını birbirinden ayıran eğri” gibi ilişkilendirmeler yapılmıştır. Adayların çizgi ile ilgili becerilerinde; eğri çizgi “sabit bir O noktasından eşit uzaklıkta bulunan noktaların meydana getirdiği eğri çizgi olan çember ve $x^2 + y^2 = 1$ denklemi, analitik düzlemde parabol eğrisi $y = x^2$ denklemi vb., kırık çizgi (mutlak değer ve denklemi $y = |x|$ vb.) gibi matematiğin sembolik gösterimini kullanan ifadeler iki boyutlu uzayda gösterilmiştir.

Çizgi bir eğridir. Doğada da ve uzayda eğriler vardır.

Lise ders kitaplarında geometrik tanıma yönlendirecek tartışmalar azdır. Çizgi ve yüzey tanımı ile ilgili sentetik yaklaşım için gerekli çalışmalar yapılmadan doğru ve düzlemlerle ilgili vektörel ve sonra analitik çoklu temsillere geçilmektedir (Aslan, 2011). Örneğin, “doğru çizginin (eğrinin) bir özel halidir”. Çizgi ifadesine ders kitabının (Sipahi&Özdemir, 2010) sonuna konulan matematik terimleri sözlüğünde doğrunun tanımında verilmiştir. “Her iki ucundan uzatılabilen düz çizgi”. Düz çizgi diye ifade edilen “doğru, noktanın yön ve doğrultusu değiştirmeden hareketi ile meydana gelen geometrik şeklin ifadesidir”. Oysa çizgi eğridir ve düz veya eğrisel oluşu anlatılmadan doğru ve eğri kavramına varılmaya çalışılması (Aksu, 2005), çizginin bir tasarım elemanı gibi düşünülmesi geometrik olarak uygun değildir. Tanım içinde geçen kelimelerin anlamların bilinmemesi kavramların elde edilmesini anlamamak olur.

Geometride doğru, sayı doğrusu, uzaklık, arada olma kavramlarının cebirsel olarak ele alınması, çizimleri,

Şekillerin öğrencilerdeki zihinsel olarak oluşan ilk örnekleri bazen kendi tanımlarından farklı olabilmektedir (Wilson, 1986). Bu nedenle lise ve eğitim fakültelerinde öğretmen adaylarının geometrik kavramları ele almalarında cebirsel gösterimleri kullanmaları üzerinde de durulmalıdır. Bu durum daha sonraki yıllarda veya 2. Sınıfta alacakları fizik derslerinde yatay ve düşey olarak zaman-hız vb. ilişkileri veya grafiklerin yorumlanması ile ilgili eksikler meydana getirebilir. Görsel okur-yazarlığın veri ve kavramla ilgili yapılandırılmasında bu durum sorunlar ortaya çıkartabilir.

Doğru üzerindeki noktaların sayısını saymayız. Bir doğru parçasının sonsuz küme olduğunu görmek, sayı kavramını oluştururken temel başlangıçtır. Sayı kavramındaki nesnelerin toplamı ile uzunlukların toplamı arasındaki fark limit kavramının elde edilmesinde başlangıçtır. Geometri eğitiminin bu bağlantıları kurmaya fırsat verecek şekilde matematik eğitiminin içinde iyi yapılandırılması gerekir.

Olkun ve Aydoğdu (2003), öğrencilerin geometrik bilgi, beceri ve düşüncelerinin gelişmesi için geometrik şekilleri sınıflamalarını belirtmişlerdir. Bu sınıflamalara geometrik şekilleri meydana getiren nokta, çizgi ve doğrularla başlamalıdır. Dane ve Baş-

kurt (2011), çalışmalarında 6., 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin öğrencilerin çoğunluğunun doğru parçası kavramını doğru, ışın, doğrunun yarısı, ışın parçası, doğrusal noktalar vb. kavramlarla karıştırdıklarını ifade etmişlerdir.

Çizim becerileri, düşünceleri veya verilen şekillere (Hoffer 1981, 1992). Van Hiele (Van Hiele, 1959/1985)'in merceğinden baktığımızda (Clements and Battista, 1992), geometrik gelişim düzeylerini de düşünürsek en düşük seviye olan görsel durumu kullanacak olan sınıf öğretmenlerinin çizim becerilerinin daha ileri düzeydeki matematik kavramlara yönlendirecek şekilde geliştirilmesi gerekir. Bu konuda kavram haritaları ile çalışılarak öğretmen adayların eksik veya yanlış anlamaları değerlendirilebilir.

İlköğretim I. Kademe öğretmenlerini yetiştirmeye yönelik matematik öğretimi kitaplarında örneğin; Pesen (2006), Farabi'nin "geometri öğretimindeki duysal alanda en yakın olan cisim ve sonra yüzey ve çizgi gelir" anlayışından söz etmiş fakat bunu kavram olarak açıklamaya devam etmemiştir. Aynı şekilde Altun (2008; s:351-355), geometri de; (1) tanımsız terimler (nokta, doğru, düzlem, uzay, küme), (2) tanımlı terimler, (3) aksiyomlar, (4) teoremleri belirtmiş ve çizgiden bir resimle ve altına "çizgi bir noktalar kümesi" açıklamasını yazmıştır. Bu durum Blitzer (2005) ve Lee (2004)'de de gözlenmiştir. Çizginin doğruya gidecek şekilde yapılandırılması gerekir.

Sayı doğrusu, aritmetikte toplama ve çıkarmada daha kolay işlem yapmada (Liebeck, 1990), kesir kavramının anlaşılmasında (Streefland, 1990; Olive,1999; Pesen, 2008), analitik düzlemin kullanılması yönünde elde edilmesi gereken kavram olması nedeniyle önem arz eder. Sayı doğrusu kavramının farklı temsillerdeki yeri nedeniyle lise ve eğitim fakültelerinde ele alınışına da dikkat etmek gerekir.

Uzaklık, geometrik kavram ve cebirsel olarak yorumlanması geliştirilmeye muhtaç bir kavram olarak karşımızdadır. Sınırlı olan bir kapalı ya da açık aralığı mutlak değerle tanıtmak, bazı durumlarda da mutlak değerli bir deyimli bir sınırlı aralığa dönüştürmek gerekeceğinden adayların bu konuda bilgilerinin genişletilmesi gerekir.

Arada olma ve orta nokta kavramlarının yorumlanmasında da adayların eksikleri vardır.

Yüzey ve düzlemin sınıflamaları ile ele alınarak sentetik, analitik (2 ve 3 boyutlu), vektörel olarak matematiksel sembollerle (denklem olarak vb.) açıklanarak ele alınması, boyutu ve çizimi,

Yüzeyden hareketle elde edilen düzlem kavramı ilkökul üçüncü sınıfın kazanımıdır. Düzlem, yüzeyin özel bir halidir. Bu durum, geometri ders kitabının (Sipahi&Özdemir, 2010) terimler sözlüğünde düzlemin tanımında görülmektedir. "Sınırsız büyüklükteki düz yüzey". Yüzeyin tanımı yapılmadan, eğri ve düzlem yüzeyden bahsedilmeden düzlem tanımı inşa edilmeye çalışılmıştır. "Düzlem paralelkenarsal bölge olarak ifade edilir" derken paralelkenar ve paralelkenarsal bölgeyi anlatacak

çizgi kavramı ayırımı göz önünde bulundurulmadan anlatım yapılmıştır. Ders kitabı sonundaki terimler sözlüğünde durumun belirtilmiş olması yetmez. Eğri ve düzlem yüzeylerin açıklanması gerekir.

Üç boyutlu dik koordinat sisteminde $x^2 + y^2 = 1$ silindiri bir eğri yüzeydir, $x = 3$, $x + y = 1$ vb. düzlem yüzeylerdir. Adayların düzlem yüzeyleri ve eğri yüzeyleri üç boyutlu uzayda ve denklemi kullanarak çizmek konusunda da becerilerinin geliştirilmesi gerekir.

Alan ve hacmin hesaplanması ile ilgili beceriler geliştirilmeden önce üç boyutlu dik koordinat sisteminde çizim becerilerinin geliştirilmesi ile ilgili çalışmalar ülkemiz lise geometri ders kitaplarında yoktur. 1960'lı yıllardan itibaren okul matematiğinde müfredatta fonksiyon fikrinden yola çıkarak daha çok Calculus ve Lineer Cebire giden bir yol izlenmektedir. Bu nedenle katılar geometrisi yerine müfredatta fonksiyon kavramına yardımcı olmak üzere trigonometri bileşeni, ayrıca koordinat geometri ve vektörel geometrinin bazı bileşenleri, dönüşüm geometrisi (matrisler) ve topoloji dahil edilmiştir (Jones, 2000; Hoyles, Foxman and Küchemann, 2002; MEB, 2010). 1977'den sonra bu konuda müfredatta farklı uygulamalardan ve fikirlerden kaynaklanan birçok sorunla karşı karşıya kalınmıştır (Allendoerfer, 1969; Morris 1986). Bu son gelişmelerle geometri eğitiminde de en önemli amaçlarından birisi olan değişimi ifade etmek, denklemle ifade etme becerisi üzerinde noktadan yola çıkarak yüzey ve uzay kavramına ve onun cebirsel denklemlerine de ulaşmak gerekir.

Boyut kavramı tek başına sözel olarak bilinmesi yeterli olmayan bir kavramdır. Adayların geometrik şekillerle algılarında cebirsel denklem olarak yorumlama buna dahil edilirse boyut kavramı daha iyi ele alınmış olur. Ayrıca boyut kavramının daha iyi anlaşılması için çizim becerilerinin de geliştirilmesi gerekir. Bilgisayar Cebiri Sistem yazılımları ile Dinamik geometri yazılımlarından yararlanılabilir. Adayların Temel Matematik II Ders saati süresi ve kapsamı bu keşiflerin yapılabilmesinde yeterli değildir.

Ayrıca öğretmen adaylarının kavramları yeniden gözden geçirmelerine rağmen, kavramlarla ilgili eski zayıf bilgilerini kullanma eğiliminden tam olarak vazgeçtiklerini söylemek zordur. Aynı şekilde kavramları ölçme ve cebirle gibi matematik konuları ile ilişkilendirme konusunda zorluklar içinde olduklarını söyleyebiliriz.

Geometrinin temel anlamları ile ilgili bu analizler bazı önemli sonuçlar ortaya koymaktadır. Öncelikle öğretmen öğreteceği geometrik kavramı daha ileri düzeydeki matematiksel fikirlerle, geniş çaplı bir şekilde özümseyip özümsemediğinin bir analizini yapabilmelidir. Bu alan bilgisine ait bir çalışmadır. Bu çalışmada öğretmen için bu bileşenler; çizgi – doğru, doğru parçası, yarı doğru, ışın, kırık çizgi, eğri çizgi ve yüzey – düzlem, eğri yüzey ve uzay kavramı bilgileri ele alınmıştır. Adaylar, öğretmen olduklarında kendi öğretimlerini nasıl bir sıralama ile yapacaklarını veya yaptık-

larını anlamalıdırlar.

Ortaöğretim 10. Sınıf geometri ders kitabında (Sipahi&Özdemir, 2010), çizgi ve yüzey tanımı ile ilgili sentetik yaklaşım için gerekli çalışmalar yapılmadan doğru ve düzlem tanımına geçilmektedir. Örneğin, doğru çizginin bir özel halidir. Çizgi ifadesine ders kitabının sonuna konulan matematik terimleri sözlüğünde doğrunun tanımında verilmiştir. “*Her iki ucundan uzatılabilen düz çizgi*”. Bu şekilde kavramın çizgi ve sınıflandırılması olmadan doğru kavramına gidış, buradan hareketle geometrinin vektörel yaklaşımla ele alınmasında sıkıntılar yaşanır. Aynı şekilde düzlem, yüzeyin özel halidir. Bu durum, terimler sözlüğünde düzlemin tanımında görülmektedir. “*Sınırsız büyüklükteki düz yüzey*”. Yüzeyin tanımı yapılmadan düzlem tanımı inşa edilmeye çalışılmıştır. Bir bilim dalı sınıflandırılarak yapılandırılır. Eğri yüzeylerden düzlem yüzeye geçişin verilmesi anlam bütünlüğü açısından önemlidir.

Uzayın belirlenmesi, boyutu ve çizimi

Yüzeyin hareketi ile hacim meydana gelir. Örneğin, prizma tanımına prizmatik yüzey tanımlanarak ulaşılır. Yani verilen bir d doğrusuna paralel olarak bir çokgenin çevresi üzerinde hareket eden l doğrusunun meydana getirdiği yüzey prizmatik yüzeydir. Bu yüzeyin paralel düzlemler arasında kalan kısım, cisim prizmadır. İlk ve orta öğretimde derslerde yapılan alan ve hacim hesaplamalarının işlemsel bilgidен, formüllerin ezberlenmesinden çıkıp formülün elde edilışindeki, çizimin yapılması, geometrik cisimlerin yapısının inşası önemli hale gelmelidir. Müfredatta kazanımda, öğrenciler için “hacim ve yüzey alan bağlantılarını oluşturur” denilir. Noktanın çizgileri, çizgilerin yüzeyleri, yüzeylerin cisimleri nasıl oluşturduğunu cebirsel olarak anlamak matematiksel analizin hesaplama tekniklerinin anlaşılmasına daha iyi katkı verecektir.

Vinner ve Hershkowitz (1980) tarafından bazı temel matematik kavramların öğrenilmesi bağlamında kavram görüntüsü ve kavram tanımı ayırımı ortaya atılmıştır. Tall ve Vinner (1981) kavram tanımını “kavramı belirten kelimelerin formu” ve kavram görüntüsünü ise “kavramla ilişkili zihinsel resimlerin ve bunlara ilişkin özellikleri ve süreci kapsayan bütün bilişsel yapılar” olarak tanımlar. Vinner (1983) kavram tanımını, o kavramı kesin bir şekilde belirleyen kelimeler ve semboller bütünü olan ve matematikçiler tarafından kabul gören ifadeler olarak açıklar. Öğrenciler her zaman tanımdan yola çıkarak muhakeme yapmazlar. Çalışmada öğrencilerin nokta, çizgi, doğru, yüzey, düzlem, uzaklık, arada olma ve uzayla ilgili sorularla tartışmalarda matematiksel olarak kavram imajı ve kavram tanımını birlikte yapılandırmaları konusunda daha fazla çalışmaya ihtiyaçları olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen adayları Vinner&Tall (1981)’in bahsettiği kavram tanımlarından ziyade kavram görüntülerine sahiptir. Öğrencilerde geometrik düşüncenin geliştirilmesinde sezgi ve görselleştirmeden yola çıkarak tümden gelişimsel bir anlayış geliştirmek (Liping&Jones, 2006) gerekirken lisans düzeyinde öğretmen adaylarının geometrik-

sel düşünmelerinin geliştirilmesi

Tanım – aksiyom- teorem – ispat- örnekler – test

olacak şekilde alan bilgisi açısından ele alınmalı, alanın öğretimi bilgisinde güncel yaşam örneklerinden yola çıkarak tersi bir yol izlemelidir (Baki, 2008).

Egarievve ve diğerleri (2000), öğrencilerin matematik konularını soyut bulduklarını ve anlamakta zorluk çektiklerini tespit etmişlerdir. Türkiye’de öğretmen yetiştirme sorumluluğunu üstlenen eğitim fakültelerinin programları Yüksek Öğretim Kurulu Başkanlığı (YÖK) tarafından yapılandırmacı anlayışa uygun olarak revize edilmiştir (YÖK Raporu, 2007). Fakat sınıf öğretmenliği programında benimde uzun yıllar çalıştığım eğitim fakültesinde Temel Matematik I – II dersi, ders saati sayısı 2 olarak 1974 yılından günümüze kadar aynı kalmıştır (Uysal, 2003; s:314 - 325). Bu nedenle Temel Matematik II dersi haftalık 2 saat olmak yerine 2 + 2 olacak şekilde 2 saatlik bir uygulama ile genişletilmelidir. Bu şekilde Geometri nokta, doğru, düzlem, düzlemsel şekiller, uzay, uzaya ait şekiller ve bunlar arasındaki ilişkilerden yola çıkarak Formalist Aksiyomatik Geometrinin kuruluşu ve cebirsel bir açıklama ile analitik geometri, öteleme ve dönüşümlerden çizimler aracılığıyla projektif geometriye giriş ve graf teorisinin uygulamaları yine bu geometrinin içinden geçişle sağlanabilir. Baki ve Bell’e göre öğrenciler yeni bir şeyler öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine kurarlar. Sahip oldukları mevcut bilgiler bazen yeni kavramların öğrenilmesinde yanlış öğrenmelere sebep olmaktadır (Baki ve Bell, 1997).

Bu çalışmada, nokta, çizgi, yüzey ve cisim kavramlarının tekrar gözden geçirilmesine katkı sunması ayrıca konunun matematik eğitimi çevresinde tartışılarak öğretmen adaylarının geometride fikirlerinin netleştirilmesi noktasında öğretim elemanlarına bir bakış kazandırması beklenmektedir. Geometrinin temel kavramlarında olan bu bileşenler; “çizgi – eğri çizgi, kırık çizgi, doğru, doğru parçası, yarı doğru, ışın; yüzey, eğri yüzey, düzlem ve cisim” birbirine bağlı ele alınmalıdır.

5. Kaynakça

- Aksu, H.H., (2005), “İlköğretimde Aktif Öğrenme Modeli ile Geometri Öğretiminin, Başarıya, Kalıcılığa, Tutuma ve Geometrik Düşünme Düzeyine Etkisi”, Dokuz Eylül Üni. Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yayınlanmış Doktora Tezi, İzmir.
- Allendoerfer, C. B. 1969, “The Dilemma in Geometry”, Mathematics Teacher, vol. 62, pp. 165-169.
- Altun, M., (2008), “Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi”, Alfa Yayıncılık, Ankara,
- Aslan, S., Yıldız, C., (2010), “11. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünmenin Aşamalarındaki Yaşantılarından Yansımalar”, Eğitim ve Bilim, Cilt 35, Sayı 156 H.Ü, Ankara
- Ball, D. L. (1991). “Implementing the NCTM Professional Standards for Teaching Mathematics: Improving not standardizing teaching”. Arithmetic Teacher, 39 (1), 18-22.

- Baki, A., (2008). "Kuramdan uygulamaya Matematik Eğitimi", Harf Eğitim Yayıncılık, Ankara
- Battista, M. (1999). "Geometry results from the Third International Mathematics and Science Study". *Teaching Children Mathematics*, 5(6), 367-373.
- Blitzer, B. (2005). "Thinking Mathematically", Third Edition. Pearson Education, Inc. USA p:491- 557
- Burns, M., "About Teaching Mathematics". Second Edition. Math Solutions Publication, California, 2000.
- Chamberlin, M., Powers, R., (2007) IUMPST: The Journal, Vol 4 (Curriculum), May, 2007. [www.k-12prep.math.ttu.edu]
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992), "Geometry and spacial reasoning. In D. A. Grouws (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*". NY: Macmillan.
- Çıldır, M. (2007), "Geometrilerin ve Geometri Öğretiminin Çeşitlerinin Karşılaştırılması", Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üni. Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim A.B.D. İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Balıkesir.
- Dane, A., Başkurt, H. (2011), "İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Nokta, Doğru ve Düzlem Kavramlarını Algılama Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları", *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi Cilt-Sayı: 13-2*
- Duatepe, A. (2004). "The effects of drama based instruction on seventh grade students' geometry achievement, van Hiele geometric thinking levels, attitude toward mathematics and geometry". Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Egarievwe, S. U., Adebisi, B. O., Onafowokan, O. S., Coke, D. R., Karim, M. R., Rigby, K. V. ve Adetunji, O. M. (2000). "Web based learning environment for functions and graphs".
- Even, R., Tirosh, D. And Robinson, N. (1993), "Connectedness in teaching equivalent algebraic expressions: Novice versus expert teachers" in: *Mathematics Education Research Journal*, 5(1), 50-59.
- Faydacı, S., (2008), "İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerine Geometrik Dönüşümlerden Öteleme Kavramının Bilgisayar Destekli Ortamda Öğretiminin İncelenmesi", Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üni. Eğitim bilimleri Enstitüsü, Ankara
- Fujita, T., Jones, K. (2006), "Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in scotland". <http://eprints.soton.ac.uk/41247/>
- Güven, B., Karataş, İ., (2009), "The Effect Of Dynamic Geometry Software (Cabri) On Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Achievement About Locus Problems", Ankara University, *Journal of Faculty of Educational Sciences*, year: 2009, vol: 42, no: 1, 1-31
- Hoffer, A. (1981) "Geometry is More Than Proof". *Mathematics Teacher*, 74:1
- Hoffer, Alan R. And Shirley Ann k. Hoffer., (1992) "Geometry and Visual Thinking." In *Teaching Mathematics in Grades K-8*, 2nd edition, pp. 249-277, edited by Thomas R. Post. Needham Heights, Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Hoyle, C., Foxman, D. And Küchemann, D. (2002), *A Comparative Study of Geometry Curricula*. London: QCA.
- İşıl, Ü., Ubuz, B., (2004), "Geometrik Kavramların Geometer's Sketchpad Yazılımı İle Geliştirilmesi", <http://www.erg.sabanciuniv.edu/iok2004/bildiriler/Isi%20Ustun.doc>

- Jones, K. (2000), Critical Issues in the Design of the Geometry Curriculum. In: Bill Barton (Ed), Readings in Mathematics Education . Auckland, New Zealand: University of Auckland. pp 75-90
- Kiriş, B., “İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem konularında sahip oldukları kavram yanılgısı ve bu kavram yanılgılarının nedenlerinin belirlenmesi”, Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın, (2008).
- Laborde, C. (1995). Designing tasks for learning geometry in a computer-based environment: The case of Cabri-géomètre”, In L. Burton & B. Jaworski (Eds.) Technology: A bridge between teaching and learning mathematics (pp. 40–68), London: Chartwell Bratt.
- Laborde, C. (2002). “The process of introducing new tasks using dynamic geometry into the teaching of mathematics”, B. Barton, K. C. Irwin, M. Pfannkuch, & M. O. J. Thomas (Eds.) Mathematics Education in the South Pacific (Proceedings of the 25th annual conference of the Mathematics Education Research
- Liebeck, P. (1990, Jun). “Scores and Forfeits: An Intuitive Model for Integer Arithmetic”. Educational Studies in Mathematics, 21 (3), 221–239.
- Lee, C.W., (2004), “Notes on Geometry”, <http://www.ms.uky.edu/~lee/ma501su04/notes.pdf> 12 Ekim 2007
- Ma, L. (1999). “Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers’ understanding of fundamental mathematics in China and the United States”. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Makin, V. S. & Ross, H. B. (1999). “Prototype versus Exemplar Models in Cognition”. In R. J. Sternberg (Eds.), The Nature of Cognition (pp. 205–243). MIT Press: MA.
- MEB, TTKB (2006). “Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu”. Ankara: MEB Basımevi.
- MEB (2010), Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, ortaöğretim geometri dersi 9-10. Sınıf öğretim programları, Ankara.
- Morris, R. 1986, “Studies in mathematics education”, volume 5: Geometry in schools Unesco, Paris.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). “Principle standards for School Mathematics”. Reston, VA: NCTM
- Newton, K.J. (2008). “An Extensive Analysis of Preservice Elementary Teachers’ Knowledge of Fractions”, American Educational Research Journal, 45, 4; Pro Quest Psychology Journals, pp.1080-1110
- Olive, J. (1999). “From fractions to rational numbers of arithmetic: are organization hypothesis”. Mathematical Thinking and Learning, 1(4), 279-314.
- Olkun, S. & Aydoğdu, T. (2003). “Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (TIMSS) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikler”. İlköğretim-Online 2(1). [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>

- Öksüz, C., “İlköğretim Yedinci Sınıf Üstün Yetenekli Öğrencilerin “Nokta, Doğru ve Düzlem” Konularındaki Kavram Yanılgıları” İlköğretim Online, 9(2), 508-525, 2010. [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Parsyryz, B. (1991), “Representation of Space and Students’ Conceptions at High School Level”, p: 575-593, DOI: 10.1007/BF00312716
- Pesen, C. (2006). “Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Göre Matematik Öğretimi”. (3. Baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Pesen, C. (2008). “Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki Gösteriminde öğrencilerin Öğrenme güçlükleri ve kavram Yanılgıları” İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi Cilt: 9 Sayı: 15 Bahar 2008 s:157–168
- Shulman, L. (1986), “Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching”, Educational Researcher, 15, pp. 4-14.
- Sheffield, L., Cruikshank, J., Douglas, E. (2005), “Teaching and Learning Mathematics: Pre – Kindergarten Through Middle School, Fifth Edition. John Wiley&Sons, United States
- Stewart, I., (2000). “Doğanın sayıları – Die Zahlen Der Natur”, İzdüşüm Yayınları, İstanbul.
- Streefland, L. (1990). “Fractions in realistic mathematics education, a paradigm of developmental research”. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Sipahi, İ.A, Özdemir, M.F (2010), “Ortaöğretim 10. Sınıf Geometri”, Kartopu Yayıncılık, İzmir.
- Şengül, S., Dereli, M., (2009), “Geometrinin Temel Kavramları Hakkında İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Kavram Görüntüleri”,
- Tall, D. O. & Vinner, S. (1981). “Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limit and Continuity”. Educational Studies in Mathematics, 12, 151–169.
- Ural, A., (2011), “Matematik Öğretmen Adaylarının boyut ölçütleri”, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Sayı 30 (Temmuz 2011/II), ss. 13-25
- Vinner, S. (1983). “Concept Definition Concept Image and the Notion of Function”. International Journal for Mathematics Education in Science and Technology, 14, (3), 293–305.
- Watkins, C. And Mortimore, P. 1999. “Pedagogy: what do we know?” In Mortimore, P. (Ed.) Understanding pedagogy and its impact on learning. London: SAGE, pp.5–32.
- Wilson, P. (1986). “The Relation Between Childrens’ Definitions of Rectangles and Their Choice of Examples.” In G. Lappan and R. Evan (eds.) Proceedings of the Eighth Annual Meeting of the North American Branch of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. East Lansing (MI): Michigan State University. 1986.
- Uysal, S., (2003), “Sınıf Öğretmeni Yetiştiren Yükseköğretim Kurumlarındaki Sanat Eğitimi Ders Programı Uygulama Yeterliliğinin Öğretim Elemanı ve Öğrenci Görüşlerine Göre Değerlendirilmesi”, Gazi. Üni. Eğitim Bilimleri Enstitüsü (Yayınlanmamış Doktora Tezi).
- Yenilmez, K., Yaşa, E. (2008), “ İlköğretim Öğrencilerinin Geometride Kavram Yanılgıları”, <http://kutuphane.uludag.edu.tr/Univder/uufader.htm>
- Weber, K, (2001), “Student difficulty in construction proofs: the need for strategic knowledge”, <http://link.springer.com/article/10.1023%2FA%3A1015535614355#page-2>

EXTENDED ABSTRACT

Geometry is covered under school mathematics in the form of non-metric geometry including straight lines, angles, circles, triangles etc. that are studied without measuring and drawing, and synthetic geometry involving defined and undefined terms, point, line, surface, object, axioms, postulates, theorems, methods of proof, and geometric loci. There is also metric geometry which involves calculations related to the measurements over figures and objects (Baki, 2008).

The Purpose of the Study : The previous research demonstrates that one of the points in which pre-service primary school teachers have most difficulty is geometry subject matter knowledge (Fujita and Ketih, 2006). At primary schools, teachers have some difficulty in teaching and students have some difficulty in understanding the concepts and subjects of “straight line, line segment, ray, plane” (Yenilmez&Yaşa, 2008; Kiriş, 2008; Şengül and Dereli, 2009; Öksüz, 2010).

Research Problem

This study made an attempt to answer the following question:

“What sort of concept definitions do pre-service teachers have at the end of the course in regard to each representation about the geometric concepts of point, line, straight line, numerical axis, distance, betweenness, surface, plane, and space?”

Method: This is a qualitative study carried out with 122 pre-service teachers attending the 1st grade at primary school teaching program of the faculty of education of a state university. The study was carried out for 10 course hours for 5 weeks (2 hours a week) through a synthetic, analytic, and vectorial approach on subjects related to the goal of geometry and the four basic concepts of plane geometry: point, line, surface, and space. Then, an exam was conducted.

The data collected through 9 questions asked in the exam were discussed. The answers given by pre-service teachers to the questions were tabulated. The multiple representations employed by pre-service teachers were categorized and encoded. Within the scope of this encoding operation; 4 refers to correct explanation, 3 refers to deficiency in resorting to knowledge, 2 refers to failure in using knowledge, 1 refers to no comment (explanation).

Discussion: This study made attempt to reveal basic geometric concepts and multiple representations that could be used for these concepts. In this respect;

1.A point was described via mathematical symbols through synthetic, analytic (two- and three-dimensional), vectorial and polar approaches, and its dimension and drawing were focused on.

With regard to location in an analytic plane, the skills to interpret and draw of

the pre-service teachers should be improved. A primary education student will use the ordered pair when telling the location of a province on the map by latitudes and longitudes in a social sciences course.

The skills of the pre-service teachers about polar coordinates should be improved. Polar coordinates are also important in terms of the expression of a curve via different coordinate systems. In other words, polar coordinates introduce a new perspective about various forms of curve (e.g. spherical, cylindrical) that we observe around us. Geometry courses should be effectively used for every individual who will face many architectural works created by using spherical and cylindrical coordinates. The second important purpose of geometry is to introduce a new view to the architectural works around us.

The views of pre-service primary school teachers about rectangular coordinate system in three-dimensional space and the concept of space should be improved. A primary school student learns how to describe a point as at one meter distance to a wall, two meters distance to other wall, and half a meter distance to floor in the classroom. The concept of point is included also in the social sciences course (e.g. latitude, longitude, and altitude).

2.A line and a straight line were discussed based on classifications, described via mathematical symbols (equations, etc.) through synthetic, analytic (two- and three-dimensional), and vectorial approaches, and their dimensions and drawings were focused on,

Olkun and Aydoğdu (2003) demonstrated that geometric figures should be classified in order for geometric knowledge, skills, and thoughts of students to be improved. This classification should start with point, line, and straight line that make up geometric figures. Thus, more attention should be paid to symbolical representations on the way to the construction of geometric concepts.

3.The geometric concepts of numerical axis, distance, and betweenness were discussed.

The skills of the pre-service teachers to draw one-, two-, and three-dimensional spaces should be improved so that they can use such skills to explain the concept of distance.

4.A surface and a plane were discussed based on classifications, described via mathematical symbol (equations, etc.) through synthetic, analytic (two- and three-dimensional), and vectorial approaches, and their dimensions and drawings were focused on,

While a deductive approach based on intuition and visualization should be adopted for developing and/or improving geometric thought among students (Liping& Jones, 2006), a reverse method should be chosen to improve geometric thoughts of un-

dergraduate level pre-service teachers. This method should be as follows (Baki, 2008):

[Definition > Axiom > Theorem > Proof > Examples > Test]

. This need should be taken into consideration in subject matter knowledge courses before pedagogical content knowledge. In this way, a detailed and proper geometry education may be provided about point, straight line, plane, plane figures, space, spatial figures, the relations between these figures, the foundation of Formalist Axiomatic Geometry, the description of analytic geometry, translations and transformations via an algebraic explanation, introduction to projective geometry through drawings, and graph theory practices.

These paper about the basic terms of geometry demonstrate certain important results. Firstly, a teacher should be able to analyze whether s/he has associated the geometric concept which s/he is to teach with mathematical ideas of more advanced levels widely enough. This is an activity pertaining to subject matter knowledge. Within the scope of this study, the said components are line – straight line, line segment, half-line, ray, broken line, curved line and surface – plane, curved surface, and space. The pre-service teachers should understand what kind of a classification they will employ for teaching subjects to students.