

## Geniş Başlıklı Savak Akımının Deneysel Ve Sayısal Modellenmesi

Harun BAL<sup>\*1</sup>, M.Salih KIRKGÖZ<sup>1</sup> ve Veysel GÜMÜŞ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Çukurova Üniversitesi, Müh. Mim. Fakültesi, İnşaat Müh. Bölümü, Adana

### Özet

Geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımın hız alanı, Lazer Doppler Anemometresi (LDA) ile ölçülmüş ve aynı deney koşullarındaki akım için, temel denklemler, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı ile çözülmüştür. Sayısal hesaplamalarda, Standart k-ε, RNG k-ε, Realizable k-ε, Modified k-ω, SST ve RSM türbülans kapatma modelleri kullanılmış, su yüzü profili VOF yöntemi ile hesaplanmıştır. Sayısal hesaplamalardan elde edilen akım hızları ve su yüzü profilleri deneysel ölçümlerle karşılaştırılmıştır. Türbülans modellerinin deneysel olarak doğrulanması bağlamında yapılan karşılaştırmalarda, SST türbülans modelinin, hız alanı ve su yüzünün hesaplanmasında, kullanılan altı model arasında en başarılı olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Geniş başlıklı savak, LDA, Sayısal model, VOF, Hız profili

### Experimental and Numerical Modeling of Flow over a Broad-Crested Weir

#### Abstract

The velocity field of flow over a broad-crested weir is measured using Laser Doppler Anemometry (LDA). Basic equations of the present problem are solved by ANSYS-Fluent package program, using finite volume method, for the flow case having the same experimental conditions. In the numerical simulations, Standard k-ε, RNG k-ε, Realizable k-ε, Modified k-ω, SST and RSM turbulence closure models are used, and the flow profile is computed using VOF method. Computational results for velocities and flow profiles are compared with measured values. Experimental validations of the turbulence models show that, SST turbulence model, among the six, is in general the most successful one in predicting the velocity field and the free surface of the present flow case.

**Key words:** Broad-crested weir, LDA, Numerical model, VOF, Velocity profile

---

\* Yazışmaların yapılacağı yazar: Veysel Gümüş, Çukurova Üniversitesi, Müh. Mim. Fakültesi, İnşaat Müh. Bölümü, Adana. vgumus@cu.edu.tr

## 1. GİRİŞ

Geniş başlıklı savaklar, serbest yüzeyli akımların düzenlenmesi ve kontrolü ile debilerinin ölçülmesi amaçlarıyla kullanılan su yapılarıdır. Söz konusu yapıların tasarım sürecinde, bu yapılar ile etkileşime giren akımların analizi, geleneksel olarak fiziksel model deneyleri ile başarılı şekilde yapılabilmektedir. Diğer taraftan, günümüz itibarıyla, *Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği* (*Computational Fluid Dynamics - CFD*) yöntemlerinde kaydedilen gelişmeler, savak akımları gibi, su-yapı etkileşiminin söz konusu olduğu açık kanal akımlarının teorik olarak analizinde önemli kolaylıklar sağlamıştır.

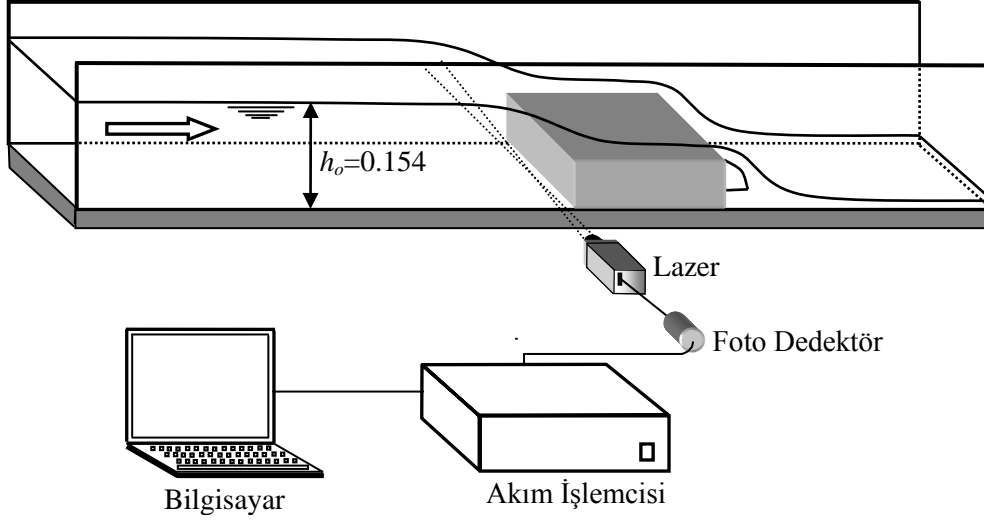
Laboratuvar ortamında gerçekleştirilen su-yapı etkileşimi ile ilgili model çalışmaları, öngörülen performans ölçütlerinin sağlanıp sağlanmadığı hakkında önemli bilgilerin edinilmesine yardımcı olmakla birlikte, ölçek etkilerinden kaynaklanan kaçınılmaz hataların sonuçlara yansıtıldığı da bilinen bir gerçektir. Diğer taraftan, sayısal modelleme teknikleri ile akım problemlerinin çok daha kısa sürede ve ekonomik olarak çözümlenerek, akım hakkında her türlü detay bilginin elde edilebilir olması, analiz ve tasarım işlemlerinin farklı koşullar altında hızlı biçimde tekrarlanmasına ve yapı ile ilgili optimum tasarımların elde edilmesine imkân tanımaktadır.

Açık kanallarda serbest su yüzeyinin hesaplanmasında güçlü bir araç olarak kullanılan *Akışkan Hacimleri* (*Volume of Fluid - VOF*) yöntemi, su yapıları ile etkileşim halindeki türbülanslı akımların su yüzü profillerinin hesabında da başarı ile kullanılmaktadır. [1-4]. Bununla birlikte, sayısal model bulgularının güvenilirliğini artırmak bakımından, türbülanslı akımların VOF yöntemine dayalı CFD modellemelerinin deneylerle doğrulanmasına yönelik çalışmaların çoğaltılmasına ihtiyaç vardır. Bu çalışmada, dikdörtgen geniş başlıklı bir savak modeli ile etkileşim halindeki serbest yüzeyli akımın hız alanı *Lazer Doppler Anemometresi* (LDA) ile ölçülmüştür. *Sonlu hacimler* yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı yardımıyla, akımı idare eden temel denklemler, altı farklı türbülans modeli kullanılarak çözülmüştür. Su yüzünün teorik olarak belirlenmesinde VOF

yöntemi kullanılmıştır. Sayısal modellerden elde edilen akım hızları ve su yüzü profilleri, deneysel bulgularla karşılaştırılmıştır.

## 2. DENEYLER

Deneyler, uzunluğu 2.4 m, genişliği 0.2 m ve derinliği 0.2 m olan, tabanı da camdan yapılmış, hidrolik cilalı yatay bir laboratuvar kanalında yapılmıştır (Şekil 1). Deney modeli olarak, şekildeki gibi kanala yerleştirilmiş, uzunluğu 0.235 m ve yüksekliği 0.098 m olan keskin kenarlı pürüzsüz dikdörtgen bir geniş başlıklı savak kullanılmıştır. Akımın debisi  $Q=0,00374 \text{ m}^3/\text{s}$  ve memba su derinliği  $h_o=0.154 \text{ m}$  olarak ölçülmüştür. Memba akımında Froude sayısı  $Fr_o(=V_o/(gh_o)^{1/2})=0.0989$  ve Reynolds sayısı  $Re_o(=4V_oR_o/\nu)=25900$ 'dür ( $V_o$  kesit ortalama hızı,  $R_o$  hidrolik yarıçap ve  $\nu$  kinematik viskozitedir). Akım hızlarının belirlenmesinde Dantec® LDA62N04 hız ölçme sistemi kullanılmıştır. LDA sisteminin deney ortamındaki şematik düzeni Şekil 1'de görülmektedir. Bu sistem, ölçüm bölgesine gönderilen iki lazer ışınının kesiştiği noktadan geçen parçacıklar yardımıyla, o noktadaki lazer ışınları düzlemindeki anlık akım hız bileşeninin belirli zaman aralıklarında ölçülmesini sağlamaktadır. Zaman serisi olarak kaydedilen hız değerlerinden, söz konusu noktaya ait zamansal ortalama akım hızı, türbülans hız sapınçları, türbülans şiddeti gibi çeşitli türbülans karakteristiklerinin belirlenmesi mümkündür.



Şekil 1. Deney düzeneği ve LDA hız ölçüm sistemi

### 3. TEMEL DENKLEMLER VE SAYISAL ÇÖZÜM

#### 3.1. Temel Denklemler

Geniş başlıklı savak ile etkileşim halindeki akım; düzenli, iki-boyutlu, sıkışmayan, türbülanslı serbest yüzeyle bir akımdır. Akımı idare eden temel denklemler, kütle korunumu ve momentumun korunumu (Reynolds-ortalama Navier-Stokes denklemleri), aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = \rho g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinde  $\bar{u}_i$ ,  $x_i$  doğrultusundaki ortalama hız bileşeni  $g_i$  yer çekimi ivmesi,  $\bar{p}$  ortalama basınç,  $\mu$  dinamik viskozite,  $\rho$  akışkan yoğunluğu ve  $\tau_{ij}$  türbülans (Reynolds) gerilmeleridir.

Üç-boyutlu akım alanında, (1) ve (2) ile verilen 4 denklem 10 adet bilinmeyen içermektedir, bunlar: üç hız bileşeni  $\bar{u}_i$ , basınç  $\bar{p}$ , ve altı bağımsız Reynolds gerilmesi  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ 'dir. Buna göre, 6 adet bilinmeyen açısından denklem sisteminin kapatılabilmesi için türbülans gerilmelerinin bir

şekilde tanımlanmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sorun, yukarıdaki zamansal-ortalama denklemlerin sayısal hesaplama sürecinde, denklemlerde yer alan türbülans gerilmelerinin türbülans kapatma modelleri ile tanımlanmasını gerektirmektedir. Türbülans viskozitesinin doğrusal formda formülasyonunu esas alan Boussinesq yaklaşımına göre (2) denklemindeki türbülans gerilmeleri bünye denklemi ile, sıkışmayan akımlar için, aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

burada  $u'_i$  ve  $u'_j$  yatay ve düşey türbülans hız sapınçları,  $\mu_t$  türbülans viskozitesi,  $k$  ( $= \overline{u'_i u'_i} / 2$ ) türbülans kinetik enerjisi ve  $\delta_{ij}$  Kronecker delta'dır.

#### 3.2. Bu Çalışmada Kullanılan Türbülans Kapatma Modelleri

Akışkan hareketinin CFD yöntemleri ile modellenmesinde, (3) denklemindeki  $\mu_t$  türbülans viskozitesinin ifade edilmesinde birçok türbülans modeli geliştirilmiştir. Bu çalışmada aşağıdaki türbülans kapatma modelleri kullanılmıştır:

- *Standard k-ε* (SKE) [5],
- *Renormalization-Group k-ε* (RNG) [6],
- *Realizable k-ε* (RKE) [7],

- *Modified k- $\omega$*  (MKW) [8],
- *Shear Stress Transport* (SST) [9] ve
- *Reynolds Stress Model* (RSM) [10]

Bunlardan ilk dördü doğrusal türbülans viskozitesi formülasyonuna dayanan iki-denklemlilik türbülans modelleridir. Bu modellerdeki iki adet transport diferansiyel denkleminin biri türbülans kinetik enerjisi *k-denklemlilik*; diğeri, *k- $\varepsilon$*  modellerinde türbülans enerji kayıp oranı  *$\varepsilon$ -denklemlilik*, ve *k- $\omega$*  ile SST modellerinde ise türbülans enerjisinin özgül kayıp oranı  *$\omega$ -denklemlilik*'dir. RNG ve RKE türbülans modelleri, bazı karmaşık akımların hesaplanmasında gözlenen yetersizliklerin iyileştirilmesi için SKE modelinin yeniden düzenlenmesiyle elde edilmişlerdir. Bu çalışmada

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

SKE model sabitleri,  $C_\mu=0.09$ ,  $\sigma_k=1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon=1.3$ ,  $C_{1\varepsilon}=1.44$ ,  $C_{2\varepsilon}=1.92$  değerlerini almaktadır [5]. SKE modeli, Reynolds gerilmelerinin önemli olduğu kapalı akımlarda başarılı sonuçlar vermektedir. Buna karşın, SKE modelinin, zayıf kayma tabakalarının bulunduğu (serbest türbülanslı) akımlarda ve eğri yörüngeli, çevrimsel,

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon}^* \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (7)$$

Model sabitleri aşağıdaki gibi verilmiştir [Yakhot ve ark., 1992]:

$$C_\mu = 0.0845, \quad \sigma_k = \sigma_\varepsilon = 0.7194,$$

$$C_{1\varepsilon}^* = C_{1\varepsilon} - \frac{\eta(1-\eta/\eta_0)}{1+\beta\eta^3}, \quad C_{2\varepsilon} = 1.68, \quad C_{1\varepsilon} = 1.42,$$

$$\eta = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \frac{k}{\varepsilon}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}), \quad \eta_0 = 4.377,$$

$$\beta = 0.012.$$

$S_{ij}$  şekil değiştirme hızı tansördür. Görüldüğü gibi (7) denklemlilik akışkan şekil değiştirmesine bağlı  $\eta$  parametresini içermektedir. Bu ilave parametre sayesinde RNG modelinin, ivmelenen, şiddetli eğriselliğe maruz, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımlar ve durma noktasının

kullanılan türbülans modelleri aşağıda kısaca özetlenmiştir.

#### SKE modeli

Bu model ile türbülans viskozitesi  $\mu_t$ , türbülans kinetik enerjisi,  $k$ , ve onun kayıp oranına,  $\varepsilon$ , bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

$C_\mu$  boyutsuz model sabitidir. (4) denklemlilikteki  $k$  ve  $\varepsilon$  değerlerinin bulunması için iki adet kısmi diferansiyel transport denklemliliknin çözülmesi gerekmektedir:

durma bölgesi içeren ve sınır tabakasının ayrıldığı akımlarda daha düşük performans gösterdiği rapor edilmiştir.

#### RNG modeli

Bu modelde  $k$ -denklemlilik SKE ile aynı olup  $\varepsilon$ -denklemlilik ilave kaynak terimi içerecek şekilde düzenlenmiştir:

mevcut olduğu akımlarda SKE modeline göre daha gerçekçi sonuçlar verdiği iddia edilmiştir.

#### RKE modeli

Akım alanındaki yüksek şekil değiştirme hızlarının ve sınır tabakası ayrılmasının mevcut olduğu karmaşık akım durumlarında SKE türbülans modeli üzerinde, performans artırmaya yönelik olarak RKE modeli adı altında şu iyileştirmeler yapılmıştır: (a) türbülans viskozitesi  $\mu_t$  ifadesindeki  $C_\mu$  sabiti yerine değişken bir terim kullanılarak SKE modelindeki katı yüzeye dik şekil değiştirme bileşenlerinin değeri küçültülmüş, ve (b)  $\varepsilon$  transport denklemlilikinde yerel şekil değiştirme hızını esas alan farklı bir kaynak terimi kullanılmıştır.

Shih ve ark. [7]  $C_\mu^*$  için aşağıdaki formülü vermişlerdir:

$$C_\mu^* = \frac{1}{A_o + A_s \frac{U^*k}{\varepsilon}} \quad (8)$$

Burada,  $A_o = 4$ ,  $A_s = \sqrt{6} \cos \phi$ ,

$$\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}},$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} \quad (9)$$

Model sabitleri aşağıdaki gibidir:

$$C_1 = \max \left[ 0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{S_{ij}S_{ij}},$$

$$C_2 = 1.9, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.2$$

RKE modeli de RNG modeli gibi; ivmelenen, eğrisel, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımların var olduğu akımlarda SKE modeline göre daha başarılı olduğu ifade edilmiştir.

#### MKW modeli

Wilcox, kendisine ait *Standard k- $\omega$*  modelini [11] modifiye ederek aşağıdaki *Modified k- $\omega$*  modelini

*k*-denklemini:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega \quad (11)$$

*$\omega$* -denklemini:

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 \quad (12)$$

Model sabitleri ve yardımcı eşitlikler (sıkışmayan akım için):

$$\alpha^* = \frac{\alpha_o^* + \text{Re}_t / R_k}{1 + \text{Re}_t / R_k}, \quad \alpha_o^* = \frac{\beta_o}{3}, \quad \beta_o = 0.072,$$

$$\text{Re}_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}, \quad R_k = 6, \quad \alpha = \frac{0.52 \alpha_o^* + \text{Re}_t / R_\omega}{\alpha^* + \text{Re}_t / R_\omega}$$

$$\alpha_o = \frac{1}{9}, \quad R_\omega = 2.95, \quad \sigma_k = 2, \quad \sigma_\omega = 2, \quad \beta^* = \beta_o^* f_{\beta^*}$$

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}}, \quad \tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k^*,$$

$$\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k^*, \quad \bar{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{j,i})$$

$\bar{\Omega}_{ij}$ ,  $\omega_k^*$  açısal hızı ile dönen eksen takımına göre ortalama dönme hızı tansörüdür.

$\varepsilon$ -denklemini aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

[8] vermiştir. Yeni *k- $\omega$*  modelinde, düşük-Reynolds-sayısı düzeltmelerini de göz önüne almak üzere, türbülans viskozitesine bir sönüm fonksiyonu eklenmiştir. İkinci transport denklemi olarak  $\varepsilon$  yerine türbülans kinetik enerjisinin özgül kayıp oranı,  $\omega = \varepsilon/k$ , kullanılmıştır.

Bu model ile türbülans viskozitesi  $\mu_t$ , *k*-denklemini ve  $\omega$ -denklemini aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (10)$$

Burada,  $\alpha^*$  düşük-Reynolds-sayısı düzeltmesi için sönüm fonksiyonudur.

$$\beta_o^* = \frac{9}{100} \frac{4/15 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4}{1 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4}, \quad R_\beta = 8$$

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1, & \chi_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_k^2}{1 + 400\chi_k^2}, & \chi_k > 0 \end{cases}, \quad \beta = \beta_o f_\beta,$$

$$f_\beta = \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega}, \quad \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_o^*\omega)^3} \right|,$$

$$\chi_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}(\partial \bar{u}_{i,j} - \partial \bar{u}_{j,i})$$

$k-\omega$  modelinin yüksek-Reynolds-sayısı formunda:

$$\alpha^* = 1, \quad \beta_o^* = 9/100.$$

MKW modelinin, katı ile sınırlandırılmış ya da serbest türbülanslı akımların analizinde, sınır tabakalarının logaritmik hız bölgesinde, pozitif basınç gradyanının olduğu ayrılma bölgelerinde, SKE modeline göre üstünlük sağladığı ifade edilmiştir.

### SST modeli

SST modeli, akımın katı sınıra yakın bölgelerinde  $k-\omega$ , uzak bölgelerinde ise standart  $k-\varepsilon$  türbülans

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k \quad (13)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\gamma}{\nu_t} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (14)$$

$\omega$  türbülans kinetik enerji özgül kayıp oranı ve  $F_1$  karışım fonksiyonudur. Bu modeldeki farklı sabitler, orijinal  $k-\omega$  ( $\phi_1$ ) ve dönüştürülmüş  $k-\varepsilon$  ( $\phi_2$ ) model katsayılarının interpolasyonu ile elde edilir:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2, \text{ örneğin:}$$

$$\sigma_k = F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2} \text{ ve}$$

$$\sigma_\omega = F_1 \sigma_{\omega 1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega 2}$$

$k-\omega$  için  $\phi_1$  sabitleri:

$$\sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5, \quad \beta_1 = 0.075, \quad \beta^* = 0.09,$$

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, \quad \kappa = 0.41$$

$k-\varepsilon$  için  $\phi_2$  sabitleri:

$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828,$$

$$\beta^* = 0.09, \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, \quad \kappa = 0.41$$

$F_1$  fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$F_1 = \tanh \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}; \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right); \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \quad (15)$$

$$\text{Burada } CD_{k\omega} = \max \left( 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-20} \right)$$

ve  $y$  en yakın duvar mesafesidir.

modelinin daha uygun olduğu varsayımından hareketle her iki modelin üstünlüklerini tek modelde birleştiren bir türbülans modelidir. Bu model, uygun bir karışım fonksiyonu yardımı ile modelin katsayılarını, geçerli olduğu varsayılan bölgeler itibariyle  $k-\omega$  ve  $k-\varepsilon$  model katsayılarına uyarlayarak, katı sınıra yakın yerlerde (türbülanslı iç bölgede)  $k-\omega$  modeli ile uyum sağlarken, katı sınırdan uzaklaştıkça (türbülanslı dış bölgede) yumuşak bir geçişle  $k-\varepsilon$  türbülans modeline yaklaşmaktadır [9]. SST modelindeki transport denklemleri aşağıdaki gibi verilmiştir:

İlave olarak, Menter, türbülans kayma gerilmesindeki taşınım etkisini göz önüne almak amacı ile türbülans viskozitesini aşağıdaki gibi modifiye etmiştir. Bu değişiklik ile,  $k-\omega$  modelinin, pozitif basınç gradyanına sahip sınır tabakası akımlarının analizinde ve sınır tabakası ayrılma yerinin belirlenmesinde SKE modeline göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Bradshaw hipotezine dayanarak, bir sınır tabakası içindeki kayma gerilmesi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\tau = \rho a_1 k \quad (16)$$

Burada sabit değer  $a_1=0.31$ 'dir. (16) denkleminin sağlanması için türbülans viskozitesi yeniden tanımlanırsa:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \zeta F_2)},$$

$$F_2 = \tanh \left[ \max \left( 2 \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}; \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2$$

$\zeta$ , ortalama vortisitinin mutlak değeri,

$\zeta = |\partial \bar{u} / \partial y|$  olup,  $F_2$  fonksiyonu sınır tabakası akımı için 1, serbest türbülanslı kayma tabakaları için 0 değerini almaktadır.

### RSM modeli

(3) denkleminde görüldüğü gibi, Boussinesq yaklaşımında, türbülans gerilmesi doğrudan ortalama hız gradyanının varlığına bağlıdır

olmaktadır. Bu durumun getirdiği yetersizlikleri ortadan kaldırmak için, RSM modelinde, Reynolds gerilme tansörünün tüm bileşenleri ve türbülans enerji kayıp oranı için ayrı ayrı transport denklemleri kullanılmaktadır. Buna göre hesaplanan türbülans gerilmesi bileşenleri (2) denklemlerinde doğrudan kullanılmaktadır. Gerilmelerin doğrultuya bağlı farklılaşmasının göz önüne alınabildiği, ve doğrusal ve doğrusal-olmayan türbülans viskozitesi modellerine göre daha ileri bir modelleme tekniği olduğu varsayımı ile bu tür yöntemler *ikinci-mertebe kapatma*

$$\begin{aligned} \frac{dR_{ij}}{dt} = \frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + \underbrace{\bar{u}_k \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k}}_{C_{ij}} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \underbrace{\overline{u'_i u'_j u'_k}}_{D'_{ij}} + \frac{1}{\rho} \left( \overline{p' u'_i \delta_{jk}} + \overline{p' u'_j \delta_{ki}} \right) \right] + \nu \underbrace{\frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k \partial x_k}}_{D''_{ij}} - \underbrace{\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k}}_{P_{ij}} - \underbrace{\overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}}_{P_{ij}} \\ + \underbrace{\frac{p'}{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_i} \right)}_{\Pi_{ij}} - 2\nu \underbrace{\frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_k}}_{\varepsilon_{ij}} \end{aligned} \quad (17)$$

(17) denklemindeki terimler,  $R_{ij}$ 'nin:  $C_{ij}$  konveksiyon ile taşınımını,  $D'_{ij}$ , türbülans difüzyonu ile taşınımını,  $D''_{ij}$ , viskoz difüzyon ile taşınımını,  $P_{ij}$  zamansal üretim oranını,  $\Pi_{ij}$ , türbülans basınç-şekil değiştirme hızı etkileşimi ile taşınımını, ve  $\varepsilon_{ij}$ , zamansal kayıp oranını temsil etmektedir.

### 3.3. Serbest Yüzeyin Hesaplanmasında Akışkan Hacimleri (VOF) Yöntemi

Açık kanal akımlarının sayısal hesaplama ağında, sıvı ile havanın ara kesitinde bulunan ağ elemanı hacimlerindeki akışkan doluluk oranını esas alan ve *Akışkan Hacimleri (Volume of Fluid - VOF)* adıyla anılan yöntem, açık kanal akımlarında serbest yüzey şeklinin belirlenmesinde güçlü ve başarılı bir teknik olarak kullanılmaktadır. Bu yöntem, verilmiş bir sayısal hesap ağına belirli zaman aralıklarında giren sıvının eleman hacimlerini doldurma oranlarının belirlenmesini ve buna bağlı olarak akımda serbest yüzey profilinin seçilmiş zaman aralıklarında hesaplanmasını gerçekleştiren bir sürece dayanmaktadır [12].

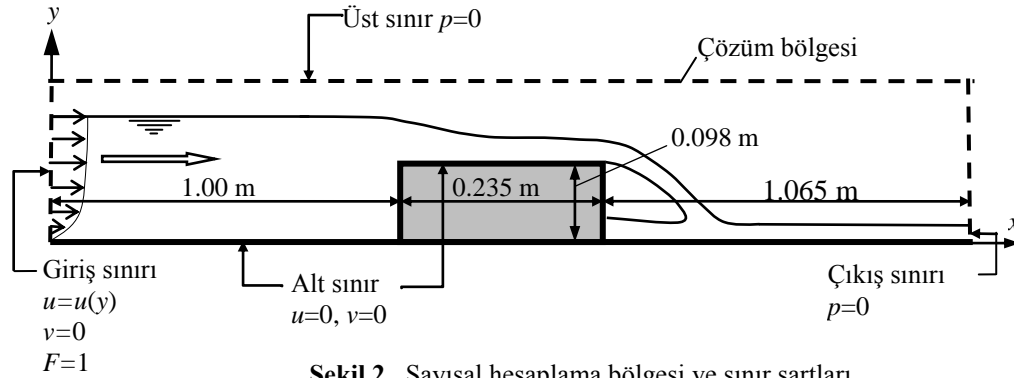
Doluluk oranını temsilen  $F=1$  için ağ elemanı sıvı ile tam dolu,  $F=0$  için boş (hava ile dolu), ve  $0 < F < 1$  için sıvı ile kısmen dolu olmakta, böylece

*modelleri* olarak da anılmaktadır. RSM, eğri yörüngeli akımlarda, akışkan parçacıklarının şekil değiştirme hızındaki ani değişimlerin yer aldığı akımlarda ve ikincil akım etkilerinin de göz önüne alınması gereken durumlarda, diğer doğrusal ve doğrusal-olmayan türbülans modellerine göre üstünlüklere sahiptir. RSM türbülans modelinde kullanılan türbülans gerilmeleri için transport denklemleri ( $R_{ij} = -\tau_{ij} / \rho = \overline{u'_i u'_j}$  yazılarak) momentum denkleminde aşağıdaki gibi elde edilir [10]:

her bir zaman adımında hesap ağı içerisindeki akım yüzeyinin konumu tespit edilebilmektedir. Herhangi bir anda temel denklemlerin sayısal çözümünden bulunan akım hızları, akım profilinin bir sonraki zaman adımındaki yerinin hesaplanmasında kullanılmaktadır. Serbest akım yüzeyinin belirlenmesinde, CLEAR-VOF (*Computational Lagrangian-Eulerian Advection Remap*) algoritması olarak bilinen bu yöntemin ayrıntıları Ashgriz ve ark. [1] tarafından verilmiştir.

### 3.4. Çözüm Bölgesi, Sınır ve Başlangıç Şartları

Geniş başlıklı savak ile etkileşim halindeki açık kanal akımının sayısal çözümü için kullanılan modelin çözüm bölgesinin geometrisi ve boyutları Şekil 2'de görülmektedir. Kullanılan koordinat sisteminin orijini, çözüm bölgesinin sol alt köşesi olarak alınmıştır. Çözüm bölgesinin üst sınırı memba su seviyesinin biraz üstünde, alt sınırı ise kanal tabanı ve savak yüzeyinden geçmektedir. Alt sınırda sıfır-hız duvar sınır şartı, yani  $u=v=0$  kabulü yapılmıştır. Çözüm bölgesinin giriş sınırında, yatay hız bileşeni LDA ile ölçülen hız profili ve düşey hız bileşeni  $v=0$  alınmıştır. Kanal sonundaki serbest dökülme kesiti olan çıkış sınırında ve çözüm bölgesinin üst sınırında, basınç şartı  $p=0$  değeri kullanılmıştır.



Şekil 2. Sayısal hesaplama bölgesi ve sınır şartları

Zamana bağlı çözüm sürecinde, başlangıç şartı olarak, çözüm bölgesinin giriş sınırında doluluk oranı  $F=1$  alınırken, sayısal modellemeye kullanılan tüm türbülans modelleri için zaman adımı  $\Delta t=0.0002$  s olarak seçilmiştir.

(1) ve (2) temel denklemlerinin, Şekil 2’de görülen sınır şartlarına göre  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  ve  $\bar{p}$  için sayısal çözümü, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent® v.12.1 paket programı kullanılarak yapılmıştır.

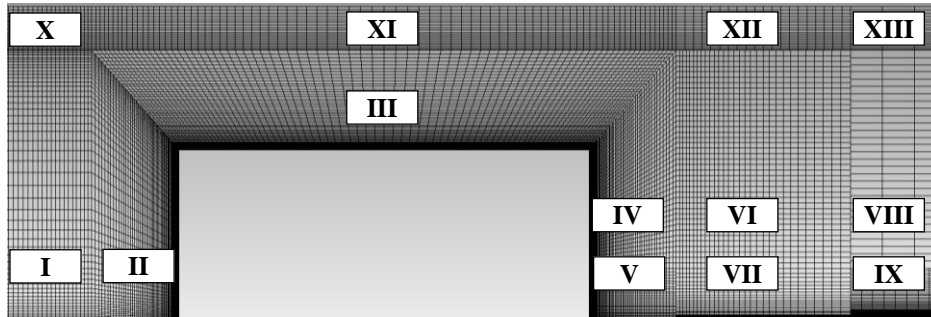
## 4. DENEYSEL VE HESAPLANAN BULGULAR

### 4.1. Sonlu Hacimler Hesaplama Ağı

Akışkanların bir yapı ile etkileşiminin söz konusu olduğu akım alanlarının sayısal hesaplamalarında, hesaplama ağı yapısının sonuçlar üzerinde etkili olduğu bilinmektedir. Bu çalışmadaki probleme uygun hesaplama ağının oluşturulmasında, edinilen deneyimlere bağlı olarak, katı sınırlara doğru ve yüzey profilinde hızlı değişimin söz

konusu olduğu bölgelerde hesap ağının sıklaştırılmasına çalışılmıştır. Akımın karakteri göz önüne alınarak, Şekil 2’de verilen sayısal çözüm bölgesi, Şekil 3’de görüldüğü gibi, 13 alt bölgeye ayrılmış, her bir alt bölgede eleman sayısı yaklaşık olarak %50 ve %100 artırılmak suretiyle, lineer dörtgen elemanlardan oluşan 3 farklı yoğunluğa sahip ağ yapısı elde edilmiştir.

Tablo 1, sayısal hesaplamalarda kullanılan üç farklı ağ yapısı için uygulanan eleman sayılarını göstermektedir. Sayısal çözüm alanındaki ağ yapısının yeterli sıklıkta olup olmadığı, bir başka ifadeyle ağ yapısından bağımsızlaştırılmış sayısal çözümler elde etmek amacıyla ele alınan üçlü ağ sistemi itibarıyla yapılan sıklaştırmanın uygunluğu, GCI (*Grid convergence index - Ağ yakınsama indeksi*) yöntemiyle test edilmiştir [13]. Sonuçta, Ağ 3 sistemiyle akım hızlarındaki hataların kabul edilebilir değerlere yakınsadığı görülmüş (%2’den küçük) ve böylece, hesaplama hassasiyetinin ağ yoğunluğundan bağımsızlaştığı kanaatine varılmıştır.



Şekil 3. Sayısal modelin hesaplama ağında kullanılan alt bölgeler



**Tablo 1.** Üç farklı yoğunluktaki ağlar için alt bölge eleman sayıları

| Alt Bölgeler | Ağ 1  | Ağ 2   | Ağ 3   | Alt Bölgeler | Ağ 1  | Ağ 2   | Ağ 3   |
|--------------|-------|--------|--------|--------------|-------|--------|--------|
| <b>I</b>     | 25x65 | 40x100 | 50x130 | <b>VIII</b>  | 15x25 | 25x40  | 30x50  |
| <b>II,</b>   | 25x30 | 40x45  | 50x60  | <b>IX</b>    | 25x50 | 40x75  | 50x100 |
| <b>III,</b>  | 30x40 | 45x60  | 60x80  | <b>X</b>     | 10x65 | 15x100 | 20x130 |
| <b>IV</b>    | 20x30 | 30x45  | 40x60  | <b>XI</b>    | 10x40 | 15x60  | 20x80  |
| <b>V</b>     | 15x30 | 25x45  | 30x60  | <b>XII</b>   | 10x15 | 15x25  | 20x30  |
| <b>VI</b>    | 15x20 | 25x30  | 30x40  | <b>XIII</b>  | 10x25 | 15x40  | 20x50  |
| <b>VII</b>   | 15x15 | 25x25  | 30x30  |              |       |        |        |

#### 4.2. Deneysel ve Hesaplanan Hız Profilleri

Yukarıda sıralanan türbülans kapatma modellerinin doğrulanması bağlamında, deneysel ve sayısal hesap bulgularının farklı modeller için niceliksel olarak karşılaştırılmasında *Ortalama Karesel Hata* (OKH) değeri ölçüt olarak kullanılmıştır:

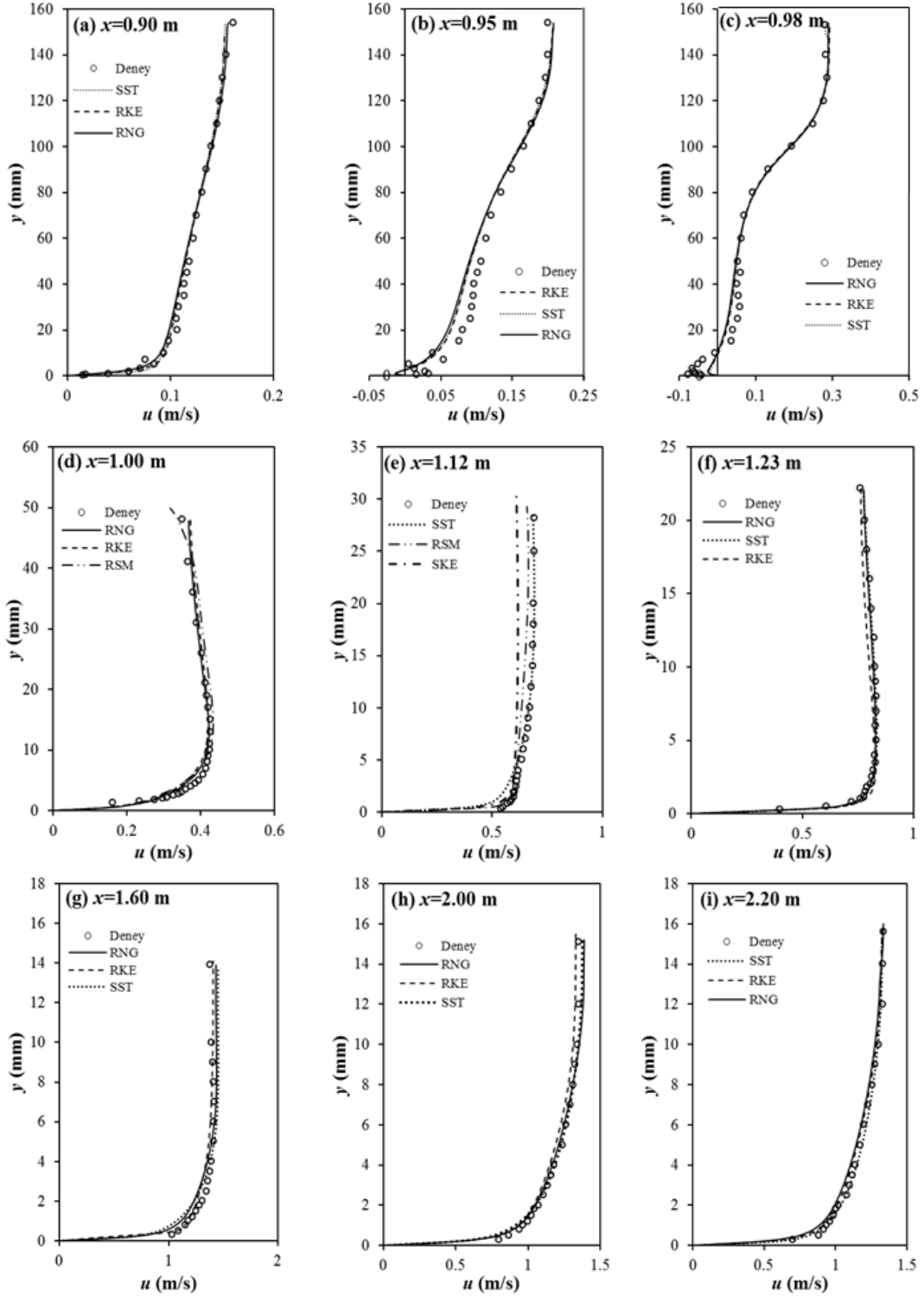
$$OKH = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\bar{u}_d - \bar{u}_h)^2 \quad (18)$$

Burada,  $\bar{u}_d$  ve  $\bar{u}_h$  sırasıyla deneysel ve hesaplanan ortalama hız değerleri,  $N$  kesit derinliğindeki noktasal ölçüm sayısıdır. Tablo 2, kanalın farklı kesitlerinde, bu çalışmada kullanılan türbülans modelleri için hesaplanan OKH

değerlerini göstermektedir. Tabloda, parantez içinde görülen rakamlar, OKH değerlerinin büyüklüğüne göre, o kesitte, ilgili türbülans modeli bulgularının, deneysel bulgulara olan yakınlık derecesi ile ilgili sıralamayı göstermektedir. Tablonun son satırında, tüm kesitler itibariyle ortalama OKH değerleri verilmiştir. Ortalama OKH değerlerine göre, tüm çözüm bölgesini kapsayacak şekilde, türbülans modelleri için şu şekilde bir başarı sıralaması yapmak mümkündür: SST, RKE, RNG, SKE, RSM ve MKW. Buna göre, mevcut problemde hız alanının simülasyonu bakımından SST modelinin en başarılı türbülans modeli olduğu görülmektedir.

**Tablo 2.** Bu çalışmada kullanılan türbülans modelleri için OKH değerleri

| Kesit yerleri, $x$ (m)  | SKE                    | RNG                            | RKE                            | MKW                            | SST                            | RSM                            |                                |
|-------------------------|------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| <b>Savak membasında</b> | 0.90                   | 0.000033 <sup>(4)</sup>        | 0.000031 <sup>(3)</sup>        | 0.000025 <sup>(2)</sup>        | 0.0003170 <sup>(5)</sup>       | <b>0.000023</b> <sup>(1)</sup> | 0.000230 <sup>(6)</sup>        |
|                         | 0.95                   | 0.000456 <sup>(4)</sup>        | 0.000328 <sup>(3)</sup>        | <b>0.000288</b> <sup>(1)</sup> | 0.000994 <sup>(6)</sup>        | 0.000289 <sup>(2)</sup>        | 0.000579 <sup>(5)</sup>        |
|                         | 0.98                   | 0.000678 <sup>(4)</sup>        | <b>0.000587</b> <sup>(1)</sup> | 0.000601 <sup>(2)</sup>        | 0.000893 <sup>(5)</sup>        | 0.000647 <sup>(3)</sup>        | 0.001700 <sup>(6)</sup>        |
| <b>Savak üstünde</b>    | 1.00                   | 0.002200 <sup>(5)</sup>        | <b>0.000517</b> <sup>(1)</sup> | 0.000649 <sup>(2)</sup>        | 0.003000 <sup>(6)</sup>        | 0.000768 <sup>(4)</sup>        | 0.000679 <sup>(3)</sup>        |
|                         | 1.12(h <sub>kr</sub> ) | 0.005500 <sup>(3)</sup>        | 0.007000 <sup>(6)</sup>        | 0.005800 <sup>(4)</sup>        | 0.006200 <sup>(5)</sup>        | <b>0.001400</b> <sup>(1)</sup> | 0.002300 <sup>(2)</sup>        |
|                         | 1.23                   | 0.000753 <sup>(4)</sup>        | <b>0.000132</b> <sup>(1)</sup> | 0.000600 <sup>(3)</sup>        | 0.000813 <sup>(5)</sup>        | 0.000164 <sup>(2)</sup>        | 0.001300 <sup>(6)</sup>        |
| <b>Savak mansabında</b> | 1.60                   | 0.012900 <sup>(4)</sup>        | <b>0.007200</b> <sup>(1)</sup> | 0.007400 <sup>(2)</sup>        | 0.111200 <sup>(6)</sup>        | 0.010300 <sup>(3)</sup>        | 0.021000 <sup>(5)</sup>        |
|                         | 2.00                   | 0.004600 <sup>(4)</sup>        | <b>0.002100</b> <sup>(1)</sup> | 0.002700 <sup>(2)</sup>        | 0.070200 <sup>(6)</sup>        | 0.003000 <sup>(3)</sup>        | 0.016700 <sup>(5)</sup>        |
|                         | 2.20                   | 0.004300 <sup>(4)</sup>        | 0.002800 <sup>(3)</sup>        | 0.001400 <sup>(2)</sup>        | 0.069700 <sup>(6)</sup>        | <b>0.000447</b> <sup>(1)</sup> | 0.018100 <sup>(5)</sup>        |
| <b>Ort. OKH</b>         | —                      | <b>0.003491</b> <sup>(4)</sup> | <b>0.002299</b> <sup>(3)</sup> | <b>0.002163</b> <sup>(2)</sup> | <b>0.029257</b> <sup>(6)</sup> | <b>0.001893</b> <sup>(1)</sup> | <b>0.006954</b> <sup>(5)</sup> |



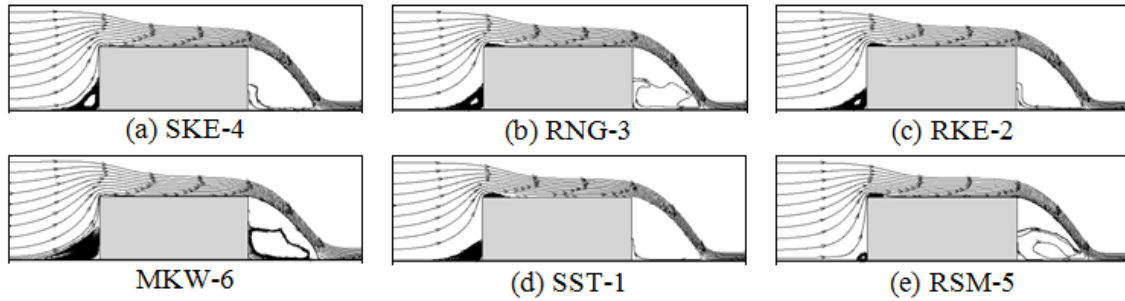
şekil 4. Akımın farklı kesitlerinde deneysel ve hesaplanan hız profilleri

Şekil 4’de savağın membasında, üzerinde ve mansabındaki üçer akım kesitinde, ölçülen ve hesaplanan yatay hız profilleri verilmiştir. Hız profillerini gösteren grafiklerde, ölçülen değerlerin yanı sıra, Tablo 2’deki ilgili kesit itibarıyla en başarılı ilk üç türbülans modeli ile hesaplanan hız profilleri gösterilmiştir.

#### 4.3. Hesaplanan Akım çizgileri

Şekil 5’de, savak akımının farklı türbülans modelleriyle yapılan sayısal hesaplamalarından elde edilen akım çizgileri görülmektedir. Modelin yanına eklenen rakamlar Tablo 2’de belirlenen

başarı sırasını yansıtmaktadır. Savağın hemen membasındaki ayrılma bölgesi, MKW ve RSM dışındaki türbülans modellerinde, boyut ve şekil itibarıyla benzer geometrik özellikler göstermektedirler. Diğer taraftan, ayrılma bölgesi, MKW modelinde normale göre daha büyük, RSM’de ise daha küçük kalmaktadır. Şekil 5’de görülen dikkate değer başka bir oluşum; SKE ve MKW modelleriyle hesaplanan akım çizgileri topolojilerinde, savak üstünün baş tarafında beklenen sınır tabakası ayrılmasının çok etkisiz kalmasıdır.



Şekil 5. Farklı türbülans modelleri ile hesaplanan akım çizgileri

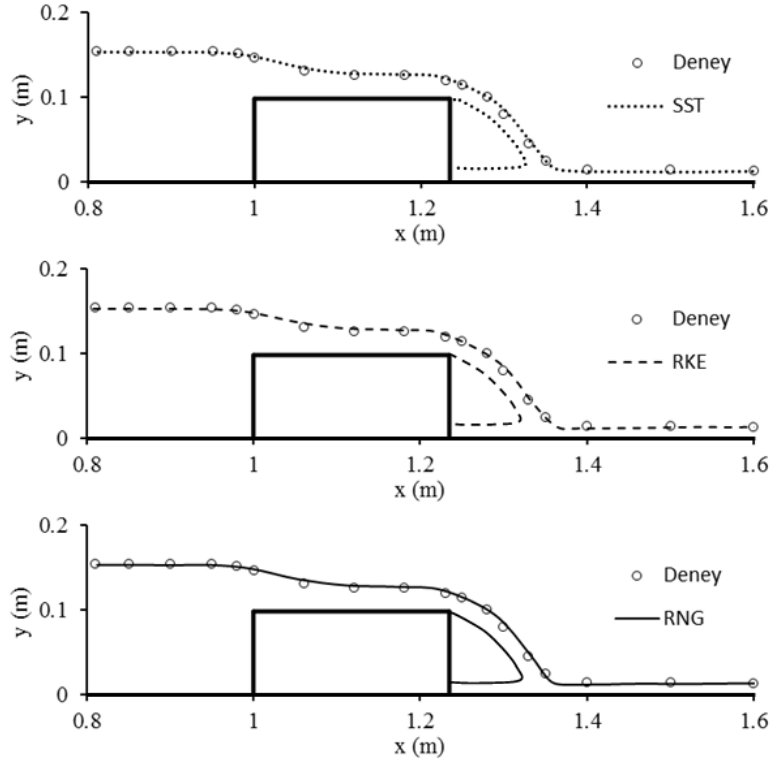
#### 4.4. Deneysel ve Hesaplanan Su Yüzü Profilleri

Bu çalışmadaki sayısal hesaplamalarda, su yüzü profilinin bulunmasında *Akışkan Hacimleri (VOF) yöntemi* kullanılmıştır. Tablo 3’de, bu çalışmada kullanılan türbülans modelleriyle hesaplanan su yüzü profilleri için OKH değerleri verilmiştir. Tablodaki değerlere göre, su yüzü profilinin sayısal hesaplamalarında kullanılan türbülans modelleri için elde edilen başarı sıralaması,

beklendiği gibi, akım hızlarındaki başarı sıralaması ile aynı olmaktadır. Şekil 6’da, en iyi su yüzü profilini veren ilk üç türbülans modelinden, SST, RKE, RNG, hesaplanan akım yüzey profillerinin deney ile karşılaştırılması görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi, türbülans modellerinden hesaplanan su yüzü profilleri, ölçülen su yüzü profili ile oldukça uyumludur.

Tablo 3. Farklı türbülans modelleriyle hesaplanan su yüzü profili için OKH değerleri

| Türbülans modeli | SKE <sup>(4)</sup> | RNG                    | RKE                    | MKW                    | SST                          | RSM                    |
|------------------|--------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------------|------------------------|
| OKH              | 0.00199            | 0.00196 <sup>(3)</sup> | 0.00193 <sup>(2)</sup> | 0.00225 <sup>(6)</sup> | <b>0.00186<sup>(1)</sup></b> | 0.00201 <sup>(5)</sup> |



Şekil 6. Deneysel ve en iyi ilk üç türbülans modeli ile hesaplanan su yüzü profilleri

## 5. SONUÇLAR

Geniş başlıklı savak akımını idare eden temel denklemlerin, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı ile sayısal çözümleri yapılmıştır. Serbest su yüzünün profili akışkan hacimleri (VOF) yöntemi ile hesaplanmıştır. SKE, RNG, RKE, MKW, SST ve RSM türbülans modelleri kullanılarak hesaplanan akım hızları ve su yüzü profilleri, fiziksel model üzerinde Lazer Doppler Anemometresi ile ölçülen bulgularla karşılaştırılmıştır. Sayısal modellemede, katı sınır sürtünmelerinden etkilenen yerlerde ve yüzey profilinde hızlı değişimin görüldüğü bölgelerde ağ yapısında uygulanan sıkılaştırmaların, sayısal hesap bulgularını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Bu çalışmadaki akım hızları ve su yüzü profilleri ile ilgili deneysel ve sayısal hesaplama bulgularının karşılaştırılmasından, tüm çözüm bölgesinde, kullanılan türbülans modelleri arasında, ortalama OKH değerlerine göre SST, RKE, RNG, SKE, RSM ve MKW şeklinde bir başarı sıralaması görülmüştür. Buna göre, mevcut problemdeki akım

alanının sayısal simülasyonunda, genel olarak, SST modelinin en başarılı türbülans modeli olduğu tespit edilmiştir. Diğer taraftan, deformasyon hızlarının ve eğriselliğin baskın olduğu akım problemlerinin analizinde daha başarılı sonuçlar elde etmek için teorik yapısında gerçekleştirilen iyileştirmelere karşın, RSM'nin, incelenen akım probleminde, bununla orantılı bir başarı düzeyine ulaşmadığı görülmüştür.

## 6. TEŞEKKÜR

Bu çalışma MMF2010YL29 nolu proje ile Çukurova Üniversitesi, Araştırma Projeleri Birimi tarafından desteklenmiştir, teşekkür ederiz.

## 7. KAYNAKLAR

1. Ashgriz, N., Barbat, T., Wang, G. (2004). "A computational Lagrangian-Eulerian advection remap for free surface flows", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44, 1-32.

2. Sarker, M.A. Rhodes, D.G. (2004). "Calculation of free-surface profile over a rectangular broad-crested weir", *Flow Measurement and Instrumentation*, 15, 215-219.
3. Kırkgöz, M.S., Aköz, M.S. Öner, A.A. (2008). "Experimental and theoretical analyses of 2D flows upstream of broad-crested weirs", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35(9), 975-986.
4. Kırkgöz, M.S., Aköz, M.S., Öner, A.A. (2009). "Numerical modeling of flow over a chute spillway", *Journal of Hydraulic Research*. 47(6), 790-797.
5. Launder B. E. ve Spalding D. B. (1972). "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", *Academic Press*, London.
6. Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B., Speziale, C.G. (1992). "Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique", *Physics of Fluids*, 4(7), 1510-1520.
7. Shih, T.-W., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z., Zhu, J. (1995). "A new k- $\epsilon$  eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows - model development and validation", *Computers and Fluids*, 24(3), 227-238.
8. Wilcox, D.C. (1998). "Turbulence Modeling For CFD", *DCW Industries, Inc.*, California.
9. Menter, F.R. (1994). "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications", *AIAA Journal*, 32/8, 1598-1605.
10. Launder, B. E., Reece, G. J., Rodi, W. (1975). "Progress in the development of a Reynolds-stress turbulent closure", *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3), 537-566.
11. Wilcox, D.C. (1988). "Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models", *AIAA Journal*, 26(11), 1299-1310.
12. Hirt, C.W., Nichols, B.D. (1981). "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries", *Journal of Computational Physics*, 39, 201-225.
13. Roache, P.J. (1998). "Verification of codes and calculations", *AIAA Journal*, 36(5), 696-702.