



Investigating Mathematical Modeling Problem Designing Process of Inservice Mathematics Teachers*

Seda ŞAHİN^{a**} (ORCID ID - 0000-0003-3202-8852)

Ramazan GÜRBÜZ^b (ORCID ID - 0000-0002-2412-5882)

Muhammed Fatih DOĞAN^b (ORCID ID - 0000-0002-5301-9034)

^aKilis 7 Aralık University, Kilisli Muallim Rifat Faculty of Education, Kilis/Türkiye

^bAdıyaman University, Faculty of Education, Adıyaman/Türkiye



Article Info

DOI: 10.14812/cuefd.1133080

Article history:

Received 06.12.2021

Revised 04.01.2023

Accepted 05.01.2023

Keywords:

Mathematical Modelling,
Problem Designing,
Task Competency,
Teacher Competencies.

Research Article

Abstract

In this study, the mathematical modeling process of in-service middle school mathematics teachers who participated in a mathematical modeling workshop within the scope of a professional development program were examined. This study is a multi-case study with the participation of six teachers (two women; four men) and investigates how teachers handled the theoretical knowledge gained during the mathematical modeling workshop in the problem designing process. The data consists of problems designed by teachers and individual interviews. The findings show that teachers were generally successful in transferring their theoretical knowledge to the problem designing process, but had some difficulties. Besides, it can be said that they overcame these difficulties in the process and obtained the problem designing competence that is suitable for the mathematical modeling criteria. The results show that implementation has an important role in the development of a modeling point of view just like theory and that the balance of theory and application should be established in modeling education.

Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Süreçlerinin İncelenmesi

Makale Bilgisi

DOI: 10.14812/cuefd.1133080

Makale Geçmişi:

Geliş 06.12.2021

Düzeltilme 04.01.2023

Kabul 05.01.2023

Anahtar Kelimeler:

Matematiksel Modelleme,
Etkinlik Yeterliliği,
Problem Hazırlama,
Öğretmen Yeterlilikleri.

Araştırma Makalesi

Öz

Bu çalışmada bir mesleki gelişim programı kapsamında matematiksel modelleme eğitimi alan ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama süreçleri incelenmiştir. Altı öğretmenin (ikisi kadın; dördü erkek) katılımıyla gerçekleştirilen ve çoklu durum çalışması niteliğindeki bu çalışmada öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitimi boyunca kazandıkları teorik bilgileri problem hazırlama sürecinde nasıl ele aldıkları araştırılmıştır. Veriler, öğretmenlerin hazırladıkları problemler ve bireysel görüşme ses kayıtlarından oluşmaktadır. Bulgular, öğretmenlerin teorik bilgilerini problem hazırlama sürecine transfer ederken genel olarak başarılı olduklarını ancak birtakım zorluklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bununla birlikte süreç içinde bu zorlukların üstesinden gelerek matematiksel modelleme kriterlerine uygun problem hazırlama yeterliği kazandıkları söylenebilir. Elde edilen sonuçlar modelleme anlayışının gelişmesinde teori kadar uygulamanın da önemli bir role sahip olduğunu ve modelleme eğitiminde teori ile uygulama dengesinin sağlanması gerektiğini göstermektedir.

*Data in this study was taken from a research project that was supported by the Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) under grant 117K169. The views expressed do not necessarily reflect the official positions of the TUBITAK. Also, this study was prepared by the first author under the supervision of the second author, as it is a part of the dissertation.

** Corresponding Author: seda.sahin@kilis.edu.tr

Introduction

There are rapid changes, all over the world, in the mathematical thinking and problem-solving skills needed outside school. Educational leaders emphasize that students' ability to cope with complex systems such as interpretation, identification, explanation, structuring, and prediction for success beyond school should be developed (English, 2008; Gainsburg, 2006). Accordingly, applications for finding mathematical solutions to real-world problems are increasing. Identifying and understanding the differences between school mathematics and work-life is very important in terms of giving a new perspective on problem-solving (English & Sriraman, 2010). Just only engaging traditional problems in school mathematics, students have been so distanced from thinking that their only goal has been to reach the final result by performing operations with the numbers given in the problem and hence they do not even try to think about the realistic aspects of the solution (Buhrman, 2017). In most word problems, reality and reasoning skills are neglected, and only achieving the result is aimed. However, rather than focusing on the result, it is necessary to focus on the process and the mathematical relationships in the real world during this process (Bonotto, 2007). Only in this way can a more appropriate perspective on real life be captured in mathematics education.

Mathematical modeling is defined by mathematics educators as mathematizing real-life problems and solving them (Blum & Niss, 1991; Lesh & Zawojewski, 2007). Problem-solving is among the basic skills of mathematics education and it is an important element of the curriculum and thus textbooks and classroom practices (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Ministry of National Education, 2018). Problem-solving skill is not only finding solutions to mathematical problems; at the same time, it requires adapting to the surrounding environment by overcoming the problems encountered in real life (Senemoğlu, 2005). Mathematical modeling, which means that real-life problems are mathematized and solved, is defined as a new way of problem solving by mathematics educators (Blum & Niss, 1991; Lesh & Zawojewski, 2007). Because of Mathematical Modeling Problems (MMP) are based on assumptions and interpretation, and that enable different solutions to be produced, are important tools that will contribute to the development of 21st-century skills (Galbraith, 2018) such as critical thinking, problem-solving, communication, collaboration and self-management (National Research Council, 2012) mathematical modeling contributes to the development of critical, reflective, analytical, creative, and metacognitive thinking skills that are difficult or sometimes impossible to acquire traditional problems. It provides students with the opportunity to understand the real-world using mathematics as well as learn *school* mathematics. Thus, students are motivated by seeing the functionality of mathematics while developing solutions to real-world problems and can develop a positive attitude towards mathematics (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Besides, MMPs allow teachers to reveal their students' mathematical thinking and understand them in many ways. Firstly, teachers can follow what students think during the model preparation process. They can understand what they think by encouraging students to explain their ideas, as well as encouraging students to self-assess and be creative by questioning what they do and why. Secondly, if they request a solution report from the students, they gain the opportunity to analyze these written documents. Thirdly, the students are asked to present their solutions and their peers are allowed to ask questions to the students who present their solutions. Thus, both the students who ask questions and the students who make presentations express themselves, allowing teachers to find out what the students think (Chamberlin & Moon, 2005).

Although teacher competencies such as content knowledge, pedagogical knowledge, and pedagogical content knowledge are discussed in detail in many fields, research in teacher competencies in mathematical modeling is limited (e.g. Borromeo Ferri, 2018; Sahin, 2019; Zbiek, 2016). For this reason, there is a need for programs that will develop teachers' mathematical modeling knowledge and studies that can guide them. The questions of how to effectively integrate mathematical modeling into school mathematics or how to deal with this issue in teacher education have not yet been given a clear answer. The most important reason for this is that standard criteria regarding the competencies that teachers must possess for effective modeling teaching have not been determined (Borromeo Ferri, 2018). Nevertheless, a small number of studies have been conducted on how teachers can bring mathematical modeling into the classroom and the necessary competencies for it (e.g. Borromeo Ferri & Blum, 2009;

Borromeo Ferri, 2014; Doerr & Lesh, 2011; Garfunkel & Montgomery, 2016). The effective implementation of MMPs in the learning environment depends on the renewal of the curriculum within this perspective, using the modeling problems/activities in the teaching tools (textbooks, online learning platform), and most importantly, making sure that the teachers who are the practitioners of education have the necessary knowledge and competence (Niss et al., 2007). If a teacher is expected to teach mathematical modeling, s/he should have a deep and broad teaching knowledge (Ball et al., 2008) as well as modeling experience (Niss et al., 2007). In the studies on teacher competencies in teaching mathematical modeling (eg, Blum & Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2018), the way to let prospective teachers and in-service teachers acquire these competencies is to make sure they have theoretical knowledge and can effectively use the skill of recognizing, solving and creating modeling problems. Then, the course planning, implementation, and evaluation competencies must be ensured. In this study, MMP designing process of mathematics teachers participating in a professional development program that includes the aforementioned teacher competencies were emphasized. In the teaching of mathematical modeling, which will be examined in detail in the next section, MMP designing component of the task phase, which is one of the teacher competencies (Borromeo Ferri & Blum, 2009; Borromeo Ferri, 2014), is the focus of this research. The main purpose of the study is to examine the MMP designing processes of mathematics teachers. For this purpose, answers to the following questions were sought:

- Are the problems designed by teachers applicable for mathematical modeling problems?
- How did mathematics teachers reflect the mathematical modeling criteria to their problems?
- What are the opinions of mathematics teachers about designing a mathematical modeling problem?

With the first research question, the problems prepared were examined in terms of mathematical modeling criteria, whether there was a mathematical modeling problem with the second research question, how the teachers understood the mathematical modeling criteria and how they reflected this on their problems, and lastly, with the third research question, the general evaluations of the process, such as the points that the teachers paid attention to in the problem preparation process and the difficulties they experienced, were investigated.

Theoretical Framework

The common feature of the studies in which teachers' professional competencies in mathematical modeling are discussed (e.g. Borromeo Ferri & Blum, 2009; Borromeo Ferri, 2014; Doerr & Lesh, 2011; Garfunkel & Montgomery, 2016) is that teachers focus on the issues that they need to pay attention to during classroom practice. However, how that they bring mathematical modeling into the classroom effectively is closely related firstly to the modeling understanding they developed and then whether teachers know the theoretical structure of mathematical modeling, recognize the modeling problems and develop such activities. Therefore, there are competencies that teachers need to be competent about before and after the implementation as well as during the implementation phase. Borromeo Ferri and Blum (2009) discussed these competencies that teachers should have in teaching mathematical modeling in four dimensions: 1) Theoretical dimension, 2) Task dimension, 3) Instruction dimension and 4) Diagnostic dimension. The competencies that teachers should have consist of different components. According to Borromeo Ferri (2018), the first competence that teachers should have theoretical knowledge about the purpose of mathematical modeling, modeling perspectives, modeling cycles, and types of modeling tasks. The purpose of the task dimension, which is the second competence, is to solve mathematical modeling problems and to determine the criteria of modeling task. In this dimension, the answer to the question "What are the criteria that a good mathematical modeling task should have?" is sought. Teachers need to be able to solve mathematical modeling tasks in accordance with the modeling process and be able to identify the features that distinguish these problems from traditional problems and design mathematical modeling tasks. Borromeo Ferri and Blum (2009) defined the ability to distinguish mathematical modeling problems from traditional problems in the form of cognitive analysis of activities. Teachers are expected to have this competence to evaluate a problem they encounter

according to the mathematical modeling criteria and to design mathematical modeling tasks in accordance with these criteria. The properties defined for mathematical modeling can also be evaluated as criteria for distinguishing mathematical modeling problems from traditional problems. However, only having one or more of these features is not enough for a problem to be considered as mathematical modeling. For example, not every complex and thought-provoking problem that involves real-life situations or requires many mathematical operations to achieve results can be described as mathematical modeling.

Another component of having task competence is to be able to design mathematical modeling problems. Borromeo Ferri (2018) stated that this process is a long and difficult one. On the other hand, designing a task is an important practice in making sense of mathematical modeling. Although teachers have sufficient knowledge about mathematical modeling theoretically and can distinguish mathematical modeling problems from traditional problems, they need to use these competencies effectively while designing tasks. Preparing mathematical modeling tasks also offers teachers the opportunity to see their competencies. Although problem designing also contributes to individual learning, it is possible to experience some difficulties during this process (Ellerton, 2015). For this reason, when teachers are designing MMPs, what kind of process they have gone through, what they consider, what difficulties they have, and investigating the causes of these difficulties will provide information about the quality of classroom practices as well as teachers' mathematical modeling knowledge.

In this study, teachers' design processes of MMPs were investigated within the scope of task dimension components of Borromeo Ferri (2018), which is one of the competencies that teachers should have in teaching mathematical modeling. Teachers designing MMPs in the full knowledge of the distinctive features of MMPs (cognitive analysis) and offering at least one solution meet all components of the activity competence. Considering all these, while examining process of designing MMPs, the criteria that teachers consider while designing problems, the difficulties they faced during the process, and the suitability of the problems for mathematical modeling were discussed.

Method

Research Design

This study is a multi-case study examining the skills of mathematics teachers about designing MMPs (Yin, 2003). Each teacher represents a case since the processes of teachers designing MMPs are examined simultaneously.

Participants

This study was carried out with six mathematics teachers (two females; four males) who had at least five years of professional experience and had no previous training in mathematical modeling. Criterion sampling, one of the purposive sampling methods, was used to determine the participants in the study. The criteria for determining the participants of this study were determined by the researchers and the first criterion is the professional experience period. Professional experience is important for teachers to have problem preparation and application competencies. For this reason, it is preferred that teachers have at least 5 years of professional experience. The second criterion is that teachers (at undergraduate or graduate level) have not received mathematical modeling training. Although it is not thought that the teachers' prior knowledge about mathematical modeling will affect the study negatively, it was thought that the fact that they had not encountered mathematical modeling before would provide an opportunity to examine the problem preparation process transparently from the first step. The third criterion is that teachers work in different schools. Since mathematical modeling problems involve real-life situations, it is predicted that teachers' working in different social environments will diversify their problem preparation processes, thus providing data diversity. All participants names used in this study are pseudonyms.

Data Collection and Implementation Process

The implementation and data collection process of the research, which is a part of this study, lasted 9 weeks. Data were collected through individual interviews, video recordings of training meetings, problem set evaluation form and problems prepared by teachers. The implementation process of the research, including the data collection process, is summarized in Table 1.

Table 1.
Implementation Process of the Research

No	Implementation time (avg)	Implementation / Topic name	Content
1.	Individual interviews (45 minutes)	First interviews	Teachers' goals and methods of associating real life with mathematics
2.	Individual interviews (60 minutes)	Second interviews	Teachers' views on problem designing and their ability to distinguish a MMP they encountered from traditional problems
3.	4 hours (1 session)	Theoretical dimension of mathematical modeling	Mathematical modeling, modeling perspectives, modeling process, modeling skills, the role of modeling in mathematics education
4.	4 hours (1 session)	Cognitive analysis of mathematical modeling	Mathematical modeling as a new problem-solving approach, properties of MMPs, features that distinguish mathematical modeling from traditional word problems
5.	Written homework (1 week)	Problem set evaluation form	Cognitive analysis of modeling problems
6.	4 hours (1 session)	Preparation and practice methods of MMPs	The role of the teacher in teaching mathematical modeling, principles of problem design and issues to be considered during the implementation phase
7.	Written homework (2 weeks)	Preparing MMPs	Teachers to prepare one MMP individually and prepare at least one sample solution
8.	Individual interviews (45 minutes)	Evaluation of prepared problems	Interviews with teachers about the problems they prepared and the problem designing process
9.	8 hours (2 sessions)	Discussion of the problems	Teachers to present the problems and sample solutions they prepared
10.	Written homework (1 week)	Finalizing the problems	Finalizing problems by considering class discussions and suggestions

In this study, data belonging to seventh and eighth implementations in Table 1 are taken into consideration. In other words, the data about the problems designed by the teachers, and the interviews about the problems were examined. Teachers were asked to prepare the problems individually. At the end of the given time, individual interviews were made with the teachers, and they were able to evaluate the problems they prepared and their experiences in the problem preparation process within the framework of mathematical modeling criteria. Some of the sample questions in the interview form are "What are the differences between preparing a mathematical modeling problem and preparing other problems? What properties do you think are indispensable for a problem to be a mathematical modeling problem? What did you pay attention to while preparing the problem? At which stage did you find it most difficult? Why? What features of mathematical modeling do you think your problem has? If you want to make changes to the problem, how would you like to make changes? Why?" is in the form.

Ethics Committee Permission Information

This research was supported by the Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) under grant 117K169. The views expressed do not necessarily reflect the official positions of the TUBITAK. This article is approved by the Ethics Board of the Education Science and Social Work Institute at Erciyes University, TURKEY. The permission date 23/02/2016, no 12.

Data Analysis

All audio and visual data of the application have been converted into written documents. First of all, two of the written records of each interview were randomly selected and the precoding of the transcript was done independently by the researchers. The purpose of these pre-codings is to determine the codes that will reveal the characteristics of the teachers that distinguish mathematical modeling from traditional problems and their thoughts about the problem preparation process. With the coding scheme created as a result of pre-coding, the main coding stage was started by taking into account the features of mathematical modeling problems in the literature. Each written record was coded independently by two researchers, and then the codes were compared. The parts that could not be agreed were discussed by all researchers and coded in line with the common decision. After the coding scheme was finalized, the researchers continued with the binary coding and sought the opinion of the third researcher at the point where they could not agree.

The prepared problems were analyzed according to the codes determined by the researchers in line with the characteristics of mathematical modeling problems in the literature (Maaß, 2007; Borromeo Ferri, 2018; Galbraith, 2007; Doerr & Lesh, 2011; Doğan, 2020). These codes can be listed as reality, clarity, being complex/thoughtful, and modeling (Table 2). In analyzing the problems according to the determined criteria, the researchers made individual analyzes and the analyzes were evaluated comparatively on the basis of each criterion. The validity and reliability of the data analyzes was ensured in this way.

Table 2.
Criteria for Mathematical Modeling Problems

Criteria for Modeling Problems	Explanation	The guiding questions for the criteria
Reality	Problem includes a real world situation and the problem situation overlaps with the reality of the individual	<ul style="list-style-type: none"> • Does the problem involve a real world situation? • Does the problem situation include information and explanation that may be meaningful to the individual?
Openness	Problem is based on assumptions and predictions (interpretation) and open to different and original solutions	<ul style="list-style-type: none"> • Is the problem suitable for interpretation and assumption? • Are there different solutions to the problem?
Complexity	Having implicit mathematics in the problem and the individual's desire or need to solve the problem	<ul style="list-style-type: none"> • Does the individual feel the need to use mathematical ways to solve the problem? • Does the problem cause a feeling of complexity or helplessness for the individual?
Model Eliciting	Solving the problem according to mathematical modeling process	<ul style="list-style-type: none"> • Can the problem be solved by mathematizing the real world situation?

All audio recording of the implementation converted into written documents. Firstly, two of the transcripts were randomly selected and the transcript was pre-coded independently by the researchers. The purpose of these precoding is to determine the codes that will reveal the difficulties teachers

encounter while preparing mathematical modeling problems and their opinions about the problem designing process. Each transcript was independently coded by two researchers and then the codes were compared with each other. The sections that could not be reconciled were discussed by all researchers and coded in line with the agreed decision. After the coding scheme was finalized, the researchers continued binary coding and consulted the opinion of a third researcher whenever they could not agree.

Teachers' comments/reflections on designing mathematical modeling problem are analyzed with content analysis method and after initial coding the final coding scheme is shown in Table 3. The table shows each code with explanation of the code and comment/reflection sample for the codes.

Table 3.
Teachers' Comments/Reflections on Designing Mathematical Modeling Problem

Codes	Explanation	Quotation
Time-consuming	Designing a mathematical modeling problem requires a long time	<i>"Traditional problems are much easier. We can prepare it very quickly in a shorter time but for the modeling problem, I have thought for over a week and have barely been able to uncover it. So, the processes are very different from each other. Mathematical modeling problems require a much longer time." (Meriç)</i>
Openness imperative	The necessity of assumptions and interpretations to reveal different models	<i>"It should be such a real-life situation that there should not be a single correct result. Problems that have only one correct result always remain in the applying stage (on Bloom Taxonomy). When you follow the methodology, you get a certain single result. It is necessary to support the child's ability to comment." (Seyhan)</i>
Real-life imperative	The necessity for the problem to include a real-life situation	<i>"There are certain learning outcomes that are taken into account when preparing traditional problems. There are also outcomes that do not need to be closely intertwined with daily life. For example, area calculation... The calculation of the area of a quadrilateral does not have to be based on a problem in daily life, but in mathematical modeling, it should be." (Firat)</i>
Identifying a situation that can be mathematizing	Mathematical solution availability of a real-life problem	<i>"I could not determine what to ask in the problem. Yes, there are a lot of problems we face in daily life, but what am I going to ask? It was difficult to find a problem situation that would yield mathematically different results, as we always focused on one result. I changed my problem a lot." (Ayla)</i>

Findings

Research findings are discussed under two headings. In the first part, the designed tasks were examined according to the modeling criteria. In the second part, the findings of teachers' experiences regarding MMP designing processes were discussed.

Evaluation of Problems Designed by Teachers According to Modeling Criteria

When the problems prepared by the teachers were examined, it was determined that three of these were MMPs and three of these were not MMPs. As a result of individual interviews and discussions in

teacher meetings, two of the problems were updated and rearranged in accordance with mathematical modeling. The evaluation results of the problems are presented in Table 4.

Table 4.
Evaluation of Problems According to Modeling Criteria

Problem and Designer Teacher	Mathematical modeling criteria			
	Reality	Openness	Complexity	Model Eliciting
Wedding Hall (Aras)	Yes	No	Partially	No
Radar Problem (Ayla)	No	No	No	No
Garden House Problem* (Firat)	Yes	Yes	Yes	Yes
Car Problem* (Meriç)	Yes	Yes	Yes	Yes
Electricity Tariff* (Seyhan)	Yes	Yes	Yes	Yes
Energy Production from Waste (Zühre)	Yes	No	No	No
Apricot Gift Package* (Ayla**)	Yes	Yes	Yes	Yes
Solid Waste Disposal Facility* (Zühre**)	Yes	Yes	Yes	Yes

*Mathematical modelling problem; **Second version of the problems

When the first versions of the problems seen in Table 4 are analyzed, Aras, Ayla, and Zühre’s problems were not counted as mathematical modeling; but Firat, Meriç and Seyhan’s problems were considered as to be suitable for mathematical modeling. The radar problem designed by Ayla did not fulfil any feature of mathematical modeling; Zühre’s, Energy Production from Waste, is suitable only for real-life; Aras’s problem, Wedding Hall, seems to be partially thought-provoking, although it is suitable for real life.

As a result of evaluations (researcher and expert opinions, individual interviews, and workshop meetings) teachers were asked to revise the problems. It was asked to strengthen the Garden House, Car, and Electricity Tariff problems, which were MMPs, by making them more understandable with a few minor corrections. For Wedding Hall, Radar, and Energy Production from Waste, which were not MMPs, the teachers were asked to renew or change their problems considering the criticisms made. Thereupon, Ayla designed a new problem called the Apricot Gift Package. Zühre renewed the problem of Energy Production from Waste and changed the name of the problem to the Solid Waste Disposal Facility.

Energy Production from Waste

Our society is increasingly producing garbage, which presents great difficulties in clearing up. In the process following the accumulation of garbage, methane gas is formed due to decay. Adıyaman Municipality wants to establish a Solid Waste (garbage) operation facility to both find a solution to the garbage problem and generate electricity from this gas. It was determined that an average of 350 tons of garbage was generated in one day in Adıyaman. The garbage is estimated to contain between 40% and 60% organic waste (perishable). 25% of organic waste turns into water. On average, 56% of the remaining organic waste emits methane gas. From one ton of methane gas, between 2 kW and 3 kW per hour of electricity is produced. How much electricity can be produced in a day?

In the problem, Adıyaman Municipality aims to both eliminate the garbage problem of the city and use methane gas in electricity production by establishing a solid waste operation facility. The person who will solve the problem needs to calculate the daily electricity amount that can be produced from the waste of the city, which has an average daily garbage amount of 350 tons, taking into account the percentages given in the text.

The problem was designed in accordance with the real-life situation where realistic numerical data are included. However, it provides only this of the mathematical modeling criteria and is a word problem with traditional qualities including real-life situations. As can be observed, all the necessary information for the solution is given in the problem. Therefore, it is a problem that does not allow to provide assumptions and the creation of different models. While working on a solution, different alternatives can be mentioned: 1) Using the lower and upper limits of the numerical data ranges, the minimum and maximum values can also be found as ranges. 2) The amount of organic waste can be calculated at a fixed rate such that 40% - 60% of the amount of garbage. When calculating the amount of electricity produced in one hour, it is similarly possible to operate with a fixed value between 2 and 3. The problem has a specific and linear processing procedure. The person solving the problem is only free to determine numerical values. The fact that its algorithm is certain does not allow it to be solved in accordance with the modeling process steps. Zühre was convinced that this problem was not a MMP by taking into account the experience gained from the meetings where the problems were evaluated and the discussions on her problem. When the teacher was asked to update her problem, she prepared the Solid Waste Disposal Facility problem with the same content.

Solid Waste Disposal Facility

Adıyaman Municipality wants to establish a power plant to find a solution to the city's garbage problem and to use methane gas that is released from the garbage in electricity generation. Considering that an average of 350 tons of garbage is collected per day, prepare a report about whether it is necessary to establish such a facility, and include the reasons behind it.

By removing the numerical values and guiding information that prevented the first problem that Zühre prepared from openness and prevented the assumptions, the problem was turned into a MMP. As it is seen, in this problem, the student is asked to find a solution to whether a power plant can be established by taking into account the average amount of 350 tons of garbage per day. The necessity of such a power plant and what its advantages will be if it is installed requires various assumptions, interpretation, and calculation. This means that students can mathematize the real-life situation.

Reality

In the individual interviews about problem designing processes, it is seen that the first criterion that teachers considered when designing a MMP was the real-life situation. Two elements come to the fore in the mathematization of real-life situations: 1. Teacher experiences, 2. The reality of numerical data. The teachers took into account their own experiences, interests, daily lives while trying to create problems inspired by real-life situations. For example, when Seyhan was designing the problem, he was inspired by an incident that happened to him and turned that problem into a mathematical problem. *"This was a very random thing. This was a problem that we encountered at home in the days before the designing our MMP."* he said; when asked for Ayla's problem's starting point, she said: *"It was an event that happened to me... (...) I thought, and then I said, 'Oh yeah, I've gone through that. I should write about it'."* As it can be seen from these two instances, the teachers prefer to use their experiences while designing problems.

Besides, the results showed that it is an important factor for teachers to comply with the real values of numerical data to avoid misleading the students. Zühre's getting help from an environmental engineer for the Energy Production from the Waste problem, Ayla's investigation of the legal speed limit on the highway in the Radar problem, and Meriç's use of current car prices suggests that teachers feel obliged to base their problems on numerical reality. When the problems and the opinions of the teachers were taken

into consideration, all problems where teachers consider the real-life criteria except one (Radar Problem) were observed to have this feature.

Openness

One of the common criteria that the teachers considered when preparing problems was that the problem is openness. The teachers considered openness as not only allowing different models to emerge but also to achieve different results. Findings show that this feature (having alternative results) was fulfilled by some teachers with the emergence of different and unique models in MMPs. From this point of view, the teachers limited this feature to obtaining numerically different values in the solution. These teachers interpreted the concept of "variable" in mathematical modeling and the emergence of original models differently. They believed that the student could use the desired numerical values within a certain range and that they use different variables, and that the solutions obtained have different numerical values because teachers think they are different models. For example, obtaining different numerical results within the percentage ratios given in Zühre's Energy Production from the Waste problem was interpreted by the teacher as the emergence of different models.

Teachers who believed that the problem was openness, as taking into account different variables, stated that they considered the emergence of original models while designing the problems. For example, Seyhan explained that a natural result of mathematical modeling reflecting real life is the emergence of original solutions with these words: "(...) *This is the same in everyday life... You live according to your choices. Your previous choice will affect the next one. As such, let's say I tried to do something for everyone's own choices, not just one way (...)* " On the other hand, Firat, who considered that the problem should be open-ended, stated,

"In mathematical modeling, the data, I mean the data in the problem, I realized that it does not lead you to a clear solution. This is the difference between our classic problems. I think this is one of the biggest differences... Making a serious amount of interpretation is necessary. As subjective solutions come out in this way. "

Although the teachers had some incorrect perceptions that the problem should be open-ended, it is seen in the interviews that they try to design a problem that meets this criterion. However, although three of the initial problems were open-ended, the other three did not have this feature.

Being complex or thought-provoking

Findings show that teacher did not consider thought-provoking as a clear criterion like suitability to real life and openness while preparing problems. Aras emphasized in pre-interviews that one of the most important features of a quality math problem was being thought-provoking and stated that this aspect of mathematical modeling after the workshop and that this type of problem he was not aware of before could be more effective than traditional problems because it was especially thought-provoking. However, when the teacher's explanations about the problem being thought-provoking were examined, such problems were problems that require attention and cannot be solved in one step. Therefore, according to the teacher, the definition of being thought-provoking did not meet the thought-provoking feature of MMPs.

Firat stated that the solution would be difficult in the problems that require too many variables to be taken into consideration and uncertainty is felt intensely, and this may prevent the student from reaching the solution by stating the following:

"When I saw the problems of my colleagues (other participant teachers), I thought they asked 'how we could save the world' (...) You know, it's too open, in limbo, too much uncertainty, too many variables... In this sense, how clear solutions can be made, actually it is difficult to do. (...) this is an approach that can improve one's abilities by thinking about these problems."

Therefore, he believed that the problem should be considered as a feature that can be adjusted according to the characteristics of the students to be thought-provoking. Considering all the problems and

opinions, it was determined that three of the first problems (Garden House, Car Problem, Electricity Tariff) were thought-provoking, two of them (Energy Production from Waste, Radar Problem) did not bear this feature, and one problem (Wedding Hall Problem) was partially thought-provoking. Besides, the last two problems designed were in line with the thought-provoking criterion.

Model Eliciting

One of the necessary conditions for a problem to be mathematical modeling is to be able to be solved in accordance with the modeling process. Seyhan was the only teacher who stated that he took into account the ability to be solved according to the modeling process while designing the problem. Seyhan stated that he considered about how the problem can be solved in accordance with the modeling process. When he was asked if he had any difficulties designing the problem, he said:

"No. As my biggest fortune was this: I wrote the steps of modeling in my mind and wrote according to that, how do I say it, I thought about the modeling steps while thinking or writing the question. I built an outline for the problem, as I did things for mental modeling, model creation, or transformation before. Subsequent issues did not take much time."

From this answer, it can be seen that when the teacher designed the problem by considering the modeling process, this facilitates the problem writing process. There was no evidence that other teachers directly considered modeling steps when preparing problems. However, teachers' organizing their sample solutions in accordance with the modeling steps shows that Firat and Meriç paid attention to this criterion. Aras, on the other hand, explains his views on the solution of modeling problems by saying:

"If we say "every solution you offer is correct", that student will try to find a solution without worrying about it, but it should be consistent, logical, it should be related to the problem's situation. The result that emerges should make you happy too. To eliminate an existing problem, what is your opinion and what will your conclusion be in line with that view?"

According to Aras, each solution needs to be checked logically and its functionality in real life should be verified. Otherwise, he was worried that the students will offer many solutions that they produce without thinking too much. In the modeling process, the necessity of keeping the connection of the problem situation with real-life while creating and solving the model corresponded to the step of transformation and evaluation. In the interviews, all the problems that were MMPs could be solved in accordance with the modeling process, even though none of the teachers except Seyhan stated directly that they have considered this.

Teachers' Problem Designing Processes

It was observed that the teachers used mathematical modeling concepts in different ways in individual interviews where they explained the problem preparation processes and in group discussions during the trainings (Table 5).

Table 5.
Teachers' Criteria for Evaluating Problem

Modeling Criteria	Alternative Expressions of Teachers
Reality	<i>Real life, daily life</i>
Openness	<i>hypothetical, limited data, freedom of solution, different solutions</i>
Complexity	<i>thought provoking, uncertainty, feeling helpless, difficult</i>

When teachers' use of these concepts is evaluated, they sometimes express the same or similar thing; it has been determined that they sometimes use these concepts in a different sense than they should be. For example, everyday life is a concept they use to refer directly to real life. However, it has been observed that some criteria do not reflect the characteristics of mathematical modeling. For example, although the criteria such as being thought-provoking or complex, the uncertainty in the problem, and the difficulty of

the problem seem to be the right features to evaluate theoretically, it has been determined that teachers perceive these features differently, which causes them to make wrong assessments. An example of this situation is that teacher Aras requires many actions to solve the Wedding Hall problem and that the teacher associates it with being thought-provoking. It has been observed that such difficulties experienced individually are eliminated by group discussions, and the concepts are used in accordance with mathematical modelling.

The opinions of the teachers about the mathematical modeling problem preparation process are summarized in Table 6.

Table 6.
Teachers' Comments/Reflections on Designing Mathematical Modeling Problem

Codes	Explanation	Teacher
Time-consuming	Designing a mathematical modeling problem requires a long time	Ayla, Firat, Meriç, Zühre, Seyhan, Aras
Openness imperative	The necessity of assumptions and interpretations to reveal different models	Ayla, Firat, Meriç, Zühre, Seyhan
Real-life imperative	The necessity for the problem to include a real-life situation	Ayla, Firat, Meriç, Zühre, Seyhan, Aras
Identifying a situation that can be mathematizing	Mathematical solution availability of a real-life problem	Ayla, Firat, Meriç, Seyhan

As seen in Table 6, all the teachers agreed that designing mathematical modeling problems is time-consuming. For the teachers, the most challenging part of this process was to come up with a problem situation. For example, Ayla said, *"This took a lot more time and made me think much more deeply. In the others (traditional problems), I did not have any problems because the numerical answer could be found directly, but the process took quite a long time."* Similarly, Meriç stated, *"...I thought about the modeling problem for more than a week and I could barely come up with it."* As these two examples show, finding a problem context was challenging for the teachers.

Since mathematical modeling problems are open to different interpretations and the solution steps have a non-linear structure, the teachers encountered an unfamiliar experience in the problem design process. Firat's comment below reflects the views of other participants.

"I realized that the data in mathematical modeling, that is, the data in the problem, does not lead you to a clear solution. This is normal and it is the difference between our classical (traditional) problems. I think it is one of the biggest differences... It is necessary to add a serious interpretation. This is how subjective solutions emerge."

The main feature of mathematical modeling problems, based on real-life situations, is the first criterion that all teachers consider in the problem-designing process. Therefore, they emphasized that this is both a necessity and a challenging criterion in the process. However, as stated in the following statements by Firat, finding a real-life situation suitable for mathematization is a complex process:

"The first of my indispensable features was that there was a response in real life. The second was that it could be translated into the mathematical language. (...) You know, I thought, I thought I'd translate an event into a mathematical language. I could not do it. (...) Something else happened, I had designed something before that. (...) Since I am teaching the 8th grade, the subjects I could use exponents and square root numbers, so I wanted to design something related to square root numbers. I even designed it, and then I gave up on it too. That would ask them (students) to lay ready grass in a garden. I even researched to see if different companies have different things. Because they all produce in the form of a square, do they all produce in the form of a rectangle? Then I saw that different companies can produce

in different sizes. I designed a problem with it and then I gave up on it. In fact, if I could finish that problem, it would have been a better problem."

When the opinions of the teachers about the criteria and the difficulties they face while designing MMP were examined, they generally evaluate this process by comparing it with their previous experiences. Therefore, comparing MMP designing process with the traditional problem designing process by taking into account the opinions of the teachers is given in Table 7.

Table 7.
Comparison of Teachers' MMP and Traditional Problem Designing Processes

MMP Designing Process	Traditional Problem Designing Process
It is time-consuming	Can be done in a short time
It has to be a real-life situation	It doesn't have to be a real-life situation
Problem condition must be suitable for mathematization	There is a transfer of the problem situation to the language of mathematics
Should be openness	Usually aims for a single solution
It is necessary to consider different variables	It is enough to use only numerical variables
Requires thinking	Many similar problems can be prepared without thinking too much
Analysis, synthesis and evaluation steps are taken into consideration	It is generally intended for the understanding and implementation step

It was the common view of the all teachers that designing MMPs was a difficult process. The reasons for the difficulty were presented in Table 7. First of all, designing a MMP is quite a long process for teachers compared to traditional problem designing. Teachers had difficulty finding ideas first. For example, Zühre explained this situation by saying "*I couldn't determine the subject first. In other words, it took two days to set it down on paper after determining. (...) it took a long time to find an idea.*". After finding the idea, it did not take much time to put it on paper. Aras said that "*It was not very difficult to write. I just struggled a bit with determining the numbers while writing it down on paper, but it took time to come up with more ideas. It took a lot of time, not just a little.*" His words show that he went through a similar process. The reasons why teachers had difficulty in determining the problem status arise from the fact that the problem must be from real life and it must be openness. It was not easy for teachers to design a complex problem that would allow different variables to be considered together. For example, Firat said,

"There are certain learning outcomes that are taken into account when preparing traditional problems. There are also outcomes that do not need to be closely intertwined with daily life. For example, area calculation... The calculation of the area of a quadrilateral does not have to be based on a problem in daily life, but in mathematical modeling, it should be."

He stated that the necessity that the problem should reflect the real-life situation has challenged him.

One of the findings was that while designing the problems, the learning outcomes were not the starting points but the real-life situations and even their own experiences. However, the situations that were the subject of the problem did not emerge suddenly. Each teacher had experienced several unsuccessful trials. For example, Meriç explained this process by saying,

"My first starting point was to translate an event into the language of mathematics. I failed to do that. I started to write about health and sports problems first. I did some research on this. I also fictionalized the problem a lot. Someone who wants to do sports and wants to lose weight spends this many calories with that amount of walk... Then when I develop the problem a little, I gave up when I saw that it was very similar to the diet problem we had solved before."

One of the reasons for the difficulties experienced in the problem designing process was related to the problem openness. Since traditional problems are usually single-solution problems with clear steps, teachers are specialized in them because they often encounter such problems. Firat used the following statements regarding the subject:

"I didn't know what to think about for days. Frankly, I could not identify a subject to work on. After a couple of ideas came up, I couldn't figure out where to get with those ideas. There were times that I gave up. While designing a normal problem, gains that do not have to be closely intertwined with daily life are also being checked. Area calculation, for example... The calculation of the area of any rectangle does not have to be based on a problem in daily life. It would be good, but it remains simpler. The questions I am used to having always been classic question styles since our studentship."

As it can be understood from Firat's statement, the fact that real life is not always an important factor in traditional problems, however, the fact that mathematical modeling is based on real-life was one of the factors that challenged teachers. However, writing a problem that is open to different variables, thought-provoking, and therefore requires high-level thinking skills were considered by teachers as the features that distinguish mathematical modeling from traditional problem designing. In addition, identifying a situation that can be mathematizing challenged has also been a challenge for teachers.

The difficulties teachers experience while designing mathematical modeling problems and their reasons are generally like these. However, the compelling of this process did not develop a negative attitude towards mathematical modeling. It is reasonable that they have not had such problem writing experience, or even have difficulties arising from the fact that they encountered mathematical modeling problems for the first time through this project. The findings show that designing a problem is a critical part of learning mathematical modeling for teachers.

Discussion

In this study, in which teachers' skills in designing MMPs were examined, the findings revealed that teachers' understanding of mathematical modeling was improved, they could determine the characteristics that such problems should bear and that they considered these features when designing MMPs. In this section, it will be discussed how teachers reflect these features in their problems while preparing mathematical modeling problems.

Mathematics and Real-Life Relationship

The fact that problems based on real-life mathematics lessons are an important feature emphasized in many studies and curriculums (Bonotto, 2007; Buhrman, 2017, Ministry of National Education, 2018). However, while associating the real world with mathematics, it should be focused on mathematical relationships in the real-world (Ball et al., 2008; Bonotto, 2007). Considering the methods of associating mathematics with real life, it can be said that teachers mostly ignore this situation and display a traditional and limited attitude. The relevant literature revealed that some of the teachers who gave real-life examples in their instructions see these examples as a tool that can be used to show mathematics in the real-life and to increase the motivation of students to the lesson rather than to support learning (Gainsburg, 2009). Although it is emphasized in the many countries' curricula, it is also a known fact that teachers do not allocate enough time to the contextual problems involving real-life situations in their lessons (Reinke, 2019). It can be said that real-life examples used in this way do not have a decisive role in solving problems or teaching subjects, and the learning is limited only to the world of mathematics. However, the relationship between mathematics and the real-world in mathematical modeling is beyond traditional understanding and both worlds are important for the solution (Bliss et al., 2016).

The fact that teachers emphasized real-life even before they had workshop and the most prominent feature of modeling problems is that the problems start in the real world, made the teachers considered this feature first during problem designing. This result is also in line with the works of Borromeo Ferri and Lesh (2013) that a problem has a realistic content according to prospective teachers and teachers is one of the features that it should have for mathematical modeling. In this context, it is sufficient for the reality

that the student understands the current situation can imagine himself/herself inside that situation (Reinke, 2019). Galbraith (2007) emphasizes the necessity of the real-life connection that should be considered to be suitable to the life of students while designing MMP. In this study, the real-life perceptions of teachers did not fully match this definition of reality. Especially when designing problems, it is noteworthy that the problem situations were suitable for the teachers' own lives rather than students. In her study, Deniz (2014) found that the most difficult situation for teachers when designing a mathematical modeling activity is to establish a relationship between mathematics and real life. Also, organizing the activities in accordance with the student level was another difficulty. One of the reasons for these difficulties may be that teachers ignore students' reality or do not pay enough attention to it. Similar results were obtained in this study and it was determined that teachers were inspired by the events they experienced or witnessed while designing problems. However, it is also possible to come across studies in which the characteristics of the target audience that will solve the problem are taken into consideration and efforts are made to design problems that may interest them (e.g. Borromeo Ferri, 2018; Deniz, 2014; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013). However, Sevinc and Lesh (2018) found that through the MMPs, pre-service teachers were able to make correct comments about what would be realistic for students and how realistic context could encourage students to think mathematically. Our results showed that the teachers participating in this study also shared that notion.

Buhrman (2017) states that traditional problems keep students away from thinking, only to reach the correct answer in terms of operation, students do not try to see the realistic aspects of the solution. Considering the results of this study, the similar situation was valid for teachers as well. During the implementations using traditional problems, the fact that the problem did not take into account the real-life connection causes teachers to have difficulty in establishing this relationship while designing MMP.

Openness

One of the most distinctive features that distinguish MMPs from other types of problems is that they are based on assumptions and preferences (Borromeo Ferri, 2018; Galbraith, 2007). This feature of the problem requires that the person solving the problem decide on the variables required for the solution, so those unique solutions (models) are created. In this study, this feature can be considered as the problem being open to interpretation. The findings obtained for the openness MMPs showed that Aras, Ayla, and Zühre attributed a different meaning to this feature in the problem designing process. These teachers think that the problem was open-ended, not because of obtaining different models, but different results. For example, Zühre, who designed the Energy Production from Waste Problem, claimed that the problem was open to original solutions due to different results. Giving numerical values in a certain range in problems (*Being between 40% and 60% etc.*) offers students the opportunity to use any value in this range. The thing that is expected from students is to determine numbers within the given numerical range and find different results with the same operational procedures. Therefore, there is only translation to mathematical language for these problems and they are traditional problems. However, mathematization in mathematical modeling has the meaning of organizing mathematics, not a translation to mathematics (Jupri & Drijvers, 2016). This conclusion about the fact that teachers did not consider the feature of openness with the mathematization dimension is one of the important results that distinguishes the research from other studies on this area.

Being Thought-Provoking/Complex

Lester (1983) describes a mathematical problem as a task that a person wants or needs to find a solution for and for which s/he does not have a readily accessible procedure that guarantees or completely determines the solution. Therefore, math problems should be qualified to develop students' ability to cope with real-life problems and complex systems beyond their school-life rather than solely being problems of the world of mathematics that can be solved using specific strategies (English, 2008; Gainsburg, 2006). The fact that a problem makes the students want to solve or feel the need is directly related to whether the problem situation is complex or thought-provoking. Although this is a feature of mathematical modeling, not every thought-provoking problem is a MMP. Considering the results of this research, the teachers considered being thought-provoking in different ways: 1) Being mathematically

difficult, 2) Different situations or variables should be considered at the same time for the solution (such as logic problems). They thought that the problems requiring more effort to reach the result (ex. Energy Production from Waste) were a difficult problem that was open to different solutions. The fact that because logic problems require thinking, the teachers saw them as mathematical modeling during the workshop supports these findings. However, there is no study related to this subject in the literature.

The findings of this study show that while designing a MMP, some teachers aim to make students think by trying to make the problem difficult by increasing the number of mathematical operations or numerical variables. Although the teachers considered their real-life situations, they disregarded the fact that in mathematical modeling the relationship between the mathematical world and the real world should not be broken, and that both worlds are important for a solution. The thought-provoking MMPs are related to the relationship between the problem situation and the real world. Because society and the environment are the basis of these problems, so these are complex, disorganized, and realistic problems (Blum & Borromeo Ferri, 2009). The fact that mathematical modeling is problems that are expected to clarify complex situations (Lesh & Zawojewski, 2007), creating a feeling of helplessness and insecurity in the person who solves the problem (Kaiser et al., 2011), implicit involvement of mathematics, requiring interpretation and generating ideas (Clement, Lochhead & Monk, 1981) complicates the modeling process and even the implementation process (Clement et al., 1981). However, the research findings show that teachers who interpreted this feature differently cannot get out of the world of mathematics and try to complicate the problem mathematically. This result is in line with the literature (Şahin et al., 2017; Şahin et al., 2018). In their study with prospective teachers, Şahin et al. (2017) found that the prospective teachers considered traditional problems with multivariate and excessive numerical data as MMPs because they require excessive thinking.

Mathematical Modeling Problem Designing Process

Problem designing is seen as an important skill that teachers should have (Hospesova & Ticha, 2015). The results of this research showed that all the teachers participating in the study agree with this idea. Despite this, the teachers could not take time to design problems because of the concern of accommodating the high-stake exam system and curriculum; instead, they were found to benefit from the available resources. However, teachers should not see problem designing as an activity created only for students. Teachers can diagnose the deficiencies of the students and the difficulties they face by designing problems suitable for the characteristics and needs of the students in the classroom (English, 1997) and designing a problem is a source of motivation for them too (Chapman, 2012; Hošpesová & Tichá, 2015). As stated in this study, problem designing is also a learning activity and the teacher who understands better performs more effective teaching (Chapman, 2012; Hošpesová & Tichá, 2015). According to the teachers participating in the research, the best way to understand a topic is to design a problem about that topic. If a teacher can do this, s/he will both understand the subject better and have an idea about how the students have learned as mentioned above. The research findings included that making sample solutions to the problems they designed enables students to gain insight into where and how they will experience difficulties. Therefore, making sample solutions is an important component of problem designing for teachers. It can also be said that MMPs being open to many unique solutions make it a necessity to make sample solutions for teachers. Exemplary solutions expand teachers' repertoire of comments and enable them to be more successful in evaluating the students' solutions. Like in Hošpesová & Tichá's (2015) study, it was found in this study that according to teachers, designing problems is an important but difficult process, they can question their knowledge and that these problems are more interesting and understandable for students. Specifically, in this study, it was very difficult for teachers to design a type of problem that they have not encountered before, beyond traditional problems. In the studies conducted in this field, it is seen that the participants experienced some difficulties in the process of designing MMPs, as in this study (Borromeo Ferri, 2018; Deniz, 2014; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013).

In problem designing studies, it is generally revealed that teachers do this in a laboratory environment at the request of the researchers (Crespo, 2003; Lavy & Shriki, 2007; Klinshtern et al., 2015). Therefore,

although teachers participated in the study voluntarily, they designed problems in appropriate environments created by the researchers based on their wishes. However, for teachers to gain this skill, it should be made sure that the teachers first believe that this is a necessity for teaching mathematics (Blum & Borromeo Ferri, 2009; Hošpesová & Tichá, 2015). Effective teaching of teachers in the implementation of mathematical modeling is directly related to their ability to design such problems (Borromeo Ferri, 2018; Blum & Borromeo Ferri, 2009; Kula Unver et al., 2018). Just as they need to be convinced that this is a need to gain a habit of designing problems, teachers should believe that this is an effective learning tool to apply MMPs in classrooms. In his study, Güç (2015) concluded that the prospective teachers' beliefs that mathematical modeling is an effective teaching tool despite the difficulties experienced in the learning process are effective in the development of modeling competencies. Therefore, it should first be ensured that teachers and prospective teachers have information about the role of mathematical modeling in mathematics education. For this, the general and specific objectives of MMPs should be explained clearly. Within the scope of this study, it is thought that teachers are provided with mathematical modeling education and they are asked to design problems as part of the workshop and that they have an important effect on understanding the importance of mathematical modeling in mathematics education and their general and specific goals. The results obtained indicate that teachers' perspective towards modeling and teaching competencies are very important factors in the successful transfer of mathematical modeling to the classroom, as emphasized in the literature (Borromeo Ferri, 2018; Niss et al., 2007).

Conclusion & Suggestions

In this study, in which mathematics teachers' skills of designing MMPs were examined, some new results were obtained alongside the results supporting the literature. The fact that problem designing is part of learning in general and that this is a competence that the teacher should have is one of the results that are in parallel with the studies in the literature. The fact that designing a MMP is a difficult process and there are some difficulties, especially in understanding the mathematization of real-life situations and reflecting it on their implementations, are among the common results encountered in such researches. For this reason, it should be ensured that teachers have experience in modeling by themselves before they can apply mathematical modeling in their classes.

One of the competencies that teachers should have in teaching mathematical modeling is the task dimension, which can be seen as the stage where the theoretical dimension is turned into practice (Borromeo Ferri, 2018). The theoretical knowledge that teachers acquire about mathematical modeling effects to directly reflect the modeling perspectives they adapt and shape their practices. However, one of the most effective methods to reveal teachers' understanding of mathematical modeling is to ask them to design problems. The results of the research revealed that during the problem designing process, the teachers realized some features that did not make sense to them in terms of theoretical meaning and they tried to overcome these learning deficiencies during the problem designing process. Besides, teachers stated that problem designing had a significant impact on their learning during mathematical modeling workshop, and also their experience would give their teaching methods a new direction. Making sample solutions while designing MMPs enabled students to be prepared for possible difficulties, to take foresight about the measures to be taken to avoid these difficulties or how to intervene when encountered. One of the most important features of MMPs is that it allows different models to emerge. Because of this feature, it is a problem-solving approach that is not easy to apply in the classroom. Therefore, it is a prerequisite for the effective implementation that teachers go to the classroom prepared. It is thought that if the teacher produces exemplary solutions to the problems s/he has prepared, this will expand his/her capacity to evaluate alternative solutions. The relationship between teachers' ability to designing MMPs and their implementation competencies may be one of the research topics that can be investigated in future studies.

Author Contribution Rates

The authors contributed equally to the study.

Ethical Declaration

All rules included in the “Directive for Scientific Research and Publication Ethics in Higher Education Institutions” have been adhered to, and none of the “Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics” included in the second section of the Directive have been implemented.

Conflict Statement

The authors have no conflicts of interest to declare. All co-authors have seen and agree with the contents of the manuscript and there is no financial interest to report. We certify that the submission is original work and is not under review at any other publication.

Türkçe Sürümü

Giriş

Dünyada, okul dışında ihtiyaç duyulan matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinde hızlı değişimler yaşanmaktadır. Eğitim liderleri, öğrencilerin okulun ötesindeki başarıya yönelik yorumlama, tanımlama, açıklama, yapılandırma ve tahmin etme gibi karmaşık sistemlerle başa çıkma yeteneklerinin geliştirilmesi gerektiğine vurgu yapmaktadır (Gainsburg, 2006; English, 2008). Buna bağlı olarak gerçek dünya problemlerine matematiksel çözüm bulma uygulamaları giderek artmaktadır. Matematik eğitimindeki bu yönelim önemli değişiklikleri de beraberinde getirmiştir (Hamilton, 2007). Okul matematiği ile çalışma hayatı arasındaki farklılıkları belirlemek ve anlamak problem çözmeye yeni bir bakış açısı kazandırmak açısından oldukça önemlidir (English & Sriraman, 2010). Okul matematiğinde kullanılan geleneksel problemlerde öğrenciler düşünmekten o kadar çok uzaklaştırılmışlardır ki tek amaçları problemde verilen sayılarla işlemler yaparak nihai sonuca ulaşmak haline gelmiştir ve çözümün gerçek hayata ilişkin yönleri hakkında düşünme çabası göstermemektedirler (Bhurman, 2017). Çoğu sözel problemde gerçeklik ve akıl yürütme becerileri ihmal edilmekte ve yegâne sonuca ulaşmak hedeflenmektedir. Oysa sonuca değil sürece ve bu süreçte gerçek dünyadaki matematiksel ilişkilendirmelere odaklanılması gerekmektedir (Bonotto, 2007). Ancak bu şekilde matematik eğitiminde gerçek hayata daha uygun bir bakış açısı yakalanabilir.

Problem çözme, matematik eğitiminin temel becerileri arasında yer alan, öğretim programlarının ve dolayısıyla ders kitaplarının ve sınıf uygulamalarının önemli bir ögesidir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Millî Eğitim Bakanlığı, 2018). Problem çözme becerisi sadece matematiksel problemlere çözüm bulmayı değil; aynı zamanda gerçek hayatta karşılaşılan sorunların üstesinden gelerek yaşanan çevreye uyum sağlamayı gerektirir (Senemoğlu, 2005: s.536). Gerçek yaşam problemlerinin matematikselleştirilerek çözüme ulaştırılması anlamı taşıyan matematiksel modelleme matematik eğitimcileri tarafından yeni bir problem çözme şekli olarak tanımlanmaktadır (Blum & Niss, 1991; Lesh & Zawojewski, 2007). Matematiksel modelleme problemlerinin varsayımlara, yoruma ve farklı olası çözümlere dayalı olması eleştirel, yansıtıcı, analitik, yaratıcı ve metabilşsel düşünme gibi 21. Yüzyıl becerilerinin kazanılmasında geleneksel problemlere kıyasla önemli bir katkı sağlamaktadır. Öğrencilerin matematiği öğrenmelerinin yanı sıra gerçek dünyayı matematik ile anlamlandırmalarına fırsat sunar. Böylelikle öğrenciler bir yandan gerçek dünya problemlerine çözüm üretirken bir yandan matematiğin işlevselliğini görerek motive olur ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirebilirler (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Ayrıca matematiksel modelleme problemleri öğretmenlere öğrencilerinin matematiksel düşünceleri ortaya çıkarmalarını ve onları anlamalarına fırsat sunar. Birincisi, öğretmenler öğrencilerin model oluşturma sürecinde ne düşündüklerini takip edebilirler. Modelleme sürecinde öğrencilere sorular sorarak onlara metabilşsel koçluk yapabilirler. Öğrencilere neyi neden yaptıklarını sorgulatarak öz değerlendirme yapmalarını ve yaratıcı olmalarını sağladıkları kadar öğrencileri fikirlerini açıklamaya teşvik ederek onların ne düşündüklerini de anlayabilirler. İkinci olarak öğrencilerden bir çözüm raporu istedikleri takdirde bu yazılı dokümanları analiz etme fırsatı yakalarlar. Üçüncüsü, öğrencilerden çözümlerini sunmaları istenerek akranlarının sunum yapan öğrencilere soru sorma imkânı sağlanır. Böylece hem soru soran öğrencilerin hem de sunum yapan öğrencilerin kendilerini ifade etmeleri öğretmenlere öğrencilerin düşündüklerini araştırma olanağı verir (Chamberlin & Moon, 2005).

Eğitim araştırmalarında alan bilgisi, pedagojik bilgi ve pedagojik alan bilgisi gibi öğretmen yeterlikleri birçok alanda detaylı olarak ele alınmasına rağmen, matematiksel modelleme alanında öğretmen yeterliklerine ilişkin bu tür araştırmalar oldukça sınırlı sayıdadır (örn., Borromeo Ferri, 2018; Şahin, 2019; Zbiek, 2016). Bu sebeple öğretmenlerin matematiksel modelleme bilgilerini geliştirecek programlara, onlara rehberlik edebilecek çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Matematiksel modellemenin okul matematiğine etkili bir şekilde nasıl entegre edileceği ya da öğretmen eğitiminde bu konunun nasıl ele alınacağı sorularına henüz net bir cevap verilememiştir. Bunun en önemli sebebi etkili modelleme eğitimi

için öğretmenlerin sahip olmaları gereken yeterliklere ilişkin standart kriterlerin belirlenmemiş olmasıdır (Borromeo Ferri, 2018). Buna rağmen az sayıda da olsa öğretmenlerin matematiksel modellemeyi sınıfa nasıl taşıyabilecekleri ve bunun için gerekli yeterlikler üzerine çalışmalar yapılmıştır (örn., Borromeo Ferri & Blum, 2009; Borromeo Ferri, 2014; Doerr & Lesh, 2011; Garfunkel & Montgomery, 2016). Matematiksel modellemenin öğrenme ortamına etkili bir şekilde taşınması ise öğretim programlarının bu çerçevede yenilenmesine, ders araçlarında (ders kitapları, çevrim içi öğrenme platformu) modelleme problemlerine/etkinliklerine yer verilmesine ve en önemlisi eğitimin uygulayıcısı olan öğretmenlerin gerekli bilgi ve yeterliğe sahip olmalarına bağlıdır (Niss et al., 2007). Eğer bir öğretmenden matematiksel modellemeyi öğretmesi bekleniyorsa onun derin ve geniş bir öğretim bilgisine sahip olması kadar (Ball et al., 2008) modelleme deneyiminin olması da gerekmektedir (Niss et al., 2007). Matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmen yeterlikleri üzerine yapılan çalışmalarda (örn., Blum & Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2018; Zbiek, 2016) öğretmen adayları ve öğretmenlere bu yeterlikleri kazandırmanın yolunun teorik bilgiye sahip olma, modelleme problemlerini tanıma, çözme ve oluşturma becerisini etkili kullanmaktan geçtiği vurgulanmaktadır. Daha sonra dersi planlama, uygulama ve değerlendirme yeterlikleri gelmektedir. Bu çalışmada da yukarıdaki öğretmen yeterliklerini içeren bir mesleki gelişim programına katılan matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerileri üzerinde durulmuştur. Sonraki bölümde detaylı olarak incelenecek olan matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmen yeterliklerinden (Borromeo Ferri & Blum, 2009; Borromeo Ferri, 2014) etkinlik boyutunun matematiksel modelleme problemi hazırlama bileşeni araştırmanın odağını oluşturmaktadır. Çalışmanın temel amacı matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerini araştırmaktır. Bu amaç doğrultusunda şu sorulara cevap aranmıştır:

- Öğretmenlerin hazırladıkları problemler matematiksel modellemeye uygun mudur?
- Öğretmenler matematiksel modelleme kriterlerini hazırladıkları problemlere nasıl yansıtılar?
- Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama sürecine ilişkin görüşleri nelerdir?

Araştırma sorularından ilki ile hazırlanan problemlerin matematiksel modelleme ölçütleri açısından incelenerek matematiksel modelleme problemi olup olmadığı, ikinci araştırma sorusu ile öğretmenlerin matematiksel modelleme ölçütlerini nasıl anladıkları ve bunu problemlerine nasıl yansıttıkları, son olarak üçüncü araştırma sorusu ile öğretmenlerin problem hazırlama sürecinde dikkat ettikleri hususlar, yaşadıkları zorluklar gibi sürecin genel değerlendirmeleri araştırılmıştır.

Kuramsal Çerçeve

Matematiksel modelleme alanında öğretmenlerin mesleki yeterliklerinin ele alındığı çalışmaların (örn., Borromeo Ferri & Blum, 2009; Borromeo Ferri, 2014; Doerr & Lesh, 2011; Garfunkel & Montgomery, 2016) ortak özelliği, matematiksel modellemenin sınıfta uygulanma aşamasında öğretmenlerin dikkat etmeleri gereken hususlara odaklanmalarıdır. Ancak öğretmenlerin matematiksel modellemeyi sınıfa etkili bir şekilde taşımaları benimsedikleri modelleme anlayışı başta olmak üzere matematiksel modellemenin teorik yapısını bilmeleri, modelleme problemlerini tanıyabilmeleri, bu tür etkinlikler geliştirmeleri ile yakından ilgilidir. Dolayısıyla öğretmenlerin uygulama aşaması kadar bu aşamaya geçmeden önce ve uygulamadan sonra da yetkin olmaları gereken yeterlikler vardır. Borromeo Ferri ve Blum (2009) matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmenlerin sahip olmaları gereken bu yeterlikleri dört boyutta ele almıştır: 1) Teorik boyut, 2) Etkinlik boyutu, 3) Öğretim boyutu ve 4) Tanılama/teşhis boyutu. Öğretmenlerin sahip olmaları gereken yeterliklerin farklı bileşenlerden oluştuğu görülmektedir. Borromeo Ferri'ye (2018) göre öğretmenlerin sahip olması gereken ilk yeterlik matematiksel modellemenin amacı, modelleme perspektifleri, modelleme döngüleri ve modelleme etkinliklerinin türleri hakkında teorik bilgiye sahip olmayı kapsamaktadır. İkinci yeterlik olan etkinlik boyutunun amacı ise matematiksel modelleme etkinliklerini çözme ve modelleme etkinliği kriterlerini belirleyebilmedir. Bu boyutta esas olarak "İyi bir matematiksel modelleme etkinliğinin sahip olması gereken kriterler nelerdir?" sorusuna cevap aranır. Öğretmenlerin matematiksel modelleme etkinliklerini modelleme sürecine uygun olarak çözebilmeleri ve bu etkinlikleri geleneksel problemlerden ayıran özellikleri belirleyebilmeleri ve matematiksel modelleme etkinlikleri hazırlayabilmeleri gerekir. Borromeo Ferri ve Blum (2009)

matematiksel modelleme etkinliklerini geleneksel problemlerden ayırt etme becerisini etkinliklerin bilişsel analizini yapabilme şeklinde tanımlamışlardır. Öğretmenlerin karşılaştıkları bir problemi matematiksel modelleme kriterlerine göre değerlendirebilmeleri ve bu kriterlere uygun matematiksel modelleme etkinliği hazırlayabilmeleri için bu yeterliğe sahip olmaları beklenmektedir. Matematiksel modelleme için tanımlanan özellikler aynı zamanda matematiksel modelleme etkinliklerini geleneksel problemlerden ayırt etmek için birer kriter olarak da değerlendirilebilir. Ancak bu özelliklerin birini veya birkaçını taşıması bir problemin matematiksel modelleme olması için yeterli değildir. Örneğin, gerçek yaşam durumu içeren ya da sonuca ulaşmak için birçok matematiksel işlem yapmayı gerektiren karmaşık ve düşündürücü her problem matematiksel modelleme olarak nitelendirilemez.

Etkinlik yeterliğine sahip olmanın diğer bileşeni matematiksel modelleme etkinliği hazırlayabilmektir. Borromeo Ferri (2018) bu sürecin uzun ve zor bir süreç olduğunu belirtmiştir. Öte yandan etkinlik hazırlamak matematiksel modellemeyi anlamlandırmada önemli bir uygulamadır. Öğretmenler her ne kadar teorik olarak matematiksel modelleme hakkında yeterli bilgi sahibi olsalar ve matematiksel modelleme etkinliklerini geleneksel problemlerden ayırt edebilseler de bu yeterliklerini etkinlik hazırlarken etkili bir şekilde kullanmaları gerekmektedir. Matematiksel modelleme etkinliği hazırlamak, aynı zamanda öğretmenlere kendi yeterliklerini görebilme fırsatı sunar. Problem hazırlama bireysel öğrenmelere de katkı sağlamakla birlikte bu süreçte birtakım zorluklar yaşanması muhtemeldir (Ellerton, 2015). Bu nedenle öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri hazırlarken nasıl bir süreçten geçtikleri, neleri dikkate aldıkları, ne gibi zorluklar yaşadıkları ve bu zorlukların nedenlerinin araştırılması öğretmenlerin matematiksel modelleme bilgileri kadar sınıf içi uygulamalarının niteliği hakkında da bilgi verecektir. Literatürde problem hazırlarken yaşanan zorluklar problemlerin çok fazla ve mantıklı düşünmeyi gerektirmesi, zaman alıcı olması, öğrencilerin düşünmelerini sağlamayı gerektirmesi (karmaşık olması) şeklinde sıralanabilir (Ellerton, 2015).

Bu çalışmada öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerileri Borromeo Ferri'nin (2018) matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmenlerin sahip olmaları gereken yeterliklerden etkinlik boyutu bileşenleri kapsamında incelenmiştir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerinin ayırt edici özelliklerini bilerek (bilişsel analiz) matematiksel modelleme etkinlikleri hazırlamaları ve en az birer adet çözüm önerisi sunmaları etkinlik yeterliğinin tüm bileşenlerini karşılamaktadır. Tüm bunlar göz önünde bulundurularak öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerileri incelenirken problem hazırlarken dikkate aldıkları kriterler, süreç içinde yaşadıkları zorluklar ve problemlerin matematiksel modellemeye uygunluğu tartışılmıştır.

Yöntem

Araştırma Deseni

Bu çalışma, matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelendiği bir çoklu durum çalışmasıdır (Yin, 2003). Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama süreçleri aynı anda incelendiği için her öğretmen bir durumu temsil etmektedir.

Katılımcılar

Bu çalışma en az 5 yıllık mesleki deneyime sahip olan ve daha önce matematiksel modelleme hakkında herhangi bir eğitim almamış olan altı matematik öğretmeni (ikisi kadın; dördü erkek) ile yürütülmüştür. Araştırmada katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Bu araştırmanın katılımcılarının belirlenmesindeki ölçütler araştırmacılar tarafından belirlenmiştir ve ilk ölçüt mesleki deneyim süresidir. Mesleki tecrübe öğretmenlerin problem hazırlama ve uygulama yeterliklerine sahip olmaları açısından önemlidir. Bu nedenle öğretmenlerin en az 5 yıllık bir mesleki deneyime sahip olmaları tercih edilmiştir. İkinci ölçüt öğretmenlerin (lisans veya yüksek lisans düzeyinde) matematiksel modelleme eğitimi almamış olmalarıdır. Öğretmenlerin matematiksel modelleme hakkında ön bilgi sahibi olmalarının çalışmayı olumsuz yönde etkileyeceği düşünülmese de matematiksel modelleme ile daha önce karşılaşmamış olmalarının ilk adımdan itibaren problem hazırlama sürecinin şeffaf bir şekilde incelenmesi fırsatı sunacağı düşünülmüştür. Üçüncü ölçüt öğretmenlerin farklı okullarda görev yapmalarıdır. Matematiksel modelleme problemleri gerçek hayat durumlarını

barındırdığından öğretmenlerin farklı sosyal çevrelerde görev yapmalarının problem hazırlama süreçlerini çeşitlendireceği, dolayısıyla veri zenginliği sağlanacağı öngörülmüştür. Çalışmada geçen isimler öğretmenlerin gerçek isimleri değildir.

Veri Toplama ve Uygulama Süreci

Bu çalışmanın bir parçası olan araştırmanın uygulama ve veri toplama süreci 9 hafta sürmüştür. Veriler bireysel görüşmeler, eğitim toplantılarının video kayıtları, problem seti değerlendirme formu ve öğretmenlerin hazırladıkları problemler aracılığıyla toplanmıştır. Veri toplama süreci de dahil olmak üzere araştırmanın uygulama süreci Tablo 1’de özetlenmiştir.

Tablo 1.

Araştırmanın Uygulama Süreci

No.	Uygulama süresi (ort)	Uygulama/Konu adı	İçerik
1.	Bireysel görüşmeler (45 dakika)	İlk görüşmeler	Öğretmenlerin gerçek hayat ile matematiği ilişkilendirme amaç ve yöntemleri
2.	Bireysel görüşmeler (60 dakika)	İkinci görüşmeler	Öğretmenlerin problem hazırlama hakkındaki görüşleri ve karşılaştıkları bir matematiksel modelleme problemini geleneksel problemlerden ayırt etme becerileri
3.	4 saat (1 oturum)	Matematiksel modellemenin teorik boyutu	Matematiksel modelleme, modelleme perspektifleri, modelleme süreci, modelleme becerileri, modellemenin eğitimdeki rolü ve önemi
4.	4 saat (1 oturum)	Matematiksel modellemenin bilişsel analizi	Yeni bir problem çözme yaklaşımı olarak matematiksel modelleme, matematiksel modelleme problemlerinin özellikleri, matematiksel modellemeyi geleneksel problemlerden ayıran özellikler
5.	Yazılı ev ödevi (1 hafta)	Problem seti değerlendirme formu	Karşılaşılan problemlerin matematiksel modelleme özelliklerine göre bilişsel analizinin yapılması
6.	4 saat (1 oturum)	Matematiksel modelleme problemi hazırlama ve uygulama prensipleri	Matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmenin rolü, problem tasarlama prensipleri ve uygulamada dikkat edilmesi gereken hususlar
7.	Yazılı ev ödevi (2 hafta)	Matematiksel modelleme problemi hazırlama	Öğretmenlerin bireysel olarak birer adet matematiksel modelleme problemi hazırlamaları ve en az bir adet örnek çözüm yapmaları
8.	Bireysel görüşmeler (45 dakika)	Hazırlanan problemlerin değerlendirmesi	Öğretmenler ile hazırladıkları problemler ve problem hazırlama süreci hakkında görüşmeler yapılması
9.	8 saat (2 oturum)	Problemlerin tartışılması	Öğretmenlerin hazırladıkları problemleri ve örnek çözüm önerilerini sunmaları
10,	Yazılı ev ödevi (1 hafta)	Problemlere son şeklinin verilmesi	Sınıf tartışmaları ve önerilerin dikkate alınarak problemlere son şeklinin verilmesi

Bu çalışmada Tablo 1’deki son dört uygulamaya ait olan veriler dikkate alınmıştır. Yani, öğretmenlerin hazırladıkları problemler, problemler hakkında yapılan görüşmeler ve problemlerin sunulduğu toplantılara ait veriler incelenmiştir. Öğretmenler problemleri bireysel olarak hazırlamaları istenmiştir. Verilen süre

sonunda öğretmenlerle bireysel görüşmeler yapılarak hazırladıkları problem ve problem hazırlama sürecine ilişkin deneyimleri matematiksel modelleme kriterleri çerçevesinde değerlendirmeleri sağlanmıştır. Görüşme formunda yer alan örnek sorulardan bazıları “Matematiksel modelleme problemi hazırlamak ile diğer problemleri hazırlamak arasında nasıl farklılıklar vardır? Bir problemin matematiksel modelleme problemi olması için hangi özelliklerin vazgeçilmez olduğunu düşünüyorsunuz? Problemi hazırlarken nelere dikkat ettiniz? En çok hangi aşamada zorlandınız? Neden? Sizce probleminiz matematiksel modellemenin hangi özelliklerini taşıyor? Problemden değişiklik yapmak isterseniz nasıl değişiklikler yapmak istersiniz? Neden?” şeklindedir.

Etik Kurul İzin Bilgileri

Bu çalışmaya Erciyes Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Etik Kurulu tarafından 23.02.2016 tarihli 12 belge numarası ile etik onay verilmiştir. Ayrıca araştırmacının Millî Eğitim Bakanlığı Temel Eğitim Genel Müdürlüğü’nce 04.03.2016 tarihli ve 70297673-605-E.2596795 sayılı Yasal İzin Belgesi bulunmaktadır.

Verilerin Analizi

Uygulamaya ait tüm sesli ve görüntülü veriler yazılı dokümanlara dönüştürülmüştür. Öncelikle her görüşmeye ait yazılı kayıtlardan rastgele ikisi seçilmiş ve transkriptin ön kodlaması araştırmacılar tarafından bağımsız bir şekilde yapılmıştır. Bu ön kodlamaların amacı öğretmenlerin matematiksel modellemeyi geleneksel problemlerden ayıran özellikleri ve problem hazırlama süreci hakkında düşüncelerini ortaya koyacak kodların belirlenmesini sağlamaktır. Ön kodlamalar sonucu oluşturulan kodlama şeması ile birlikte matematiksel modelleme problemlerinin literatürde yer alan özellikleri dikkate alınarak ana kodlama aşamasına geçilmiştir. Her yazılı kayıt iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmış daha sonra kodlar karşılaştırılmıştır. Uzlaşma sağlanamayan bölümler tüm araştırmacılar tarafından tartışılmış ve ortak karar doğrultusunda kodlanmıştır. Kodlama şemasına son şekli verildikten sonra araştırmacılar ikili kodlamalara devam etmiş ve uzlaşamadıkları noktada üçüncü araştırmacının görüşüne başvurmuşlardır.

Hazırlanan problemler literatürde yer alan matematiksel modelleme problemlerinin özellikleri (Maaß, 2007; Borromeo Ferri, 2018; Galbraith, 2007; Doerr & Lesh, 2011; Doğan, 2020) doğrultusunda araştırmacılar tarafından belirlenen kodlara göre analiz edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu kodlar *gerçeklik*, *açıklık*, *karmaşık/düşündürücü olma*, *model oluşturma* şeklinde sıralanabilir (Tablo 2). Problemlerin belirlenen kriterlere göre analiz edilmesinde araştırmacılar bireysel analizler yapmış ve yapılan analizler her kriter bazında karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Veri analizlerinin geçerlik güvenirliliği bu şekilde sağlanmıştır.

Tablo 2.
Matematiksel Modelleme Problemlerinin Özellikleri

Matematiksel modelleme kriterleri	Açıklama	Kriterler için rehber sorular
Gerçeklik	Problemin gerçek yaşam durumu içermesi ve problem durumunun bireyin gerçekliğiyle örtüşmesi	<ul style="list-style-type: none">• Problem gerçek yaşam karşılaşılan bir durumu içeriyor mu?• Problem durumu uygulama grubu için anlamlı olabilecek şekilde bilgiyi ve açıklamayı içeriyor mu?
Açıklık	Problemin varsayımlara ve tahminlere (yorumlamaya) dayalı olması ve farklı çözümlere açık olması	<ul style="list-style-type: none">• Problem yorumlamaya, varsayım oluşturmaya uygun bir yapıda mı?• Problemden farklı çözümler ortaya çıkıyor mu?

Karmaşıklık	Matematiğin problemde örtük yer alması ve problemin kişide çözme ihtiyacı veya arzusu yaratması	<ul style="list-style-type: none"> • Birey problemi çözmek için matematiksel yollar kullanma ihtiyacı hissediyor mu? • Problem bireyde karmaşık veya çaresizlik hissi uyandırıyor mu?
Model Oluşturma	Problemin matematiksel modelleme sürecine uygun çözülebilmesi	<ul style="list-style-type: none"> • Problem gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirilmesi ile çözülebiliyor mu?

Matematiksel modelleme problem hazırlama sürecine ilişkin öğretmen görüşleri içerik analizine tabi tutulmuştur. Ön kodlamalardan sonra araştırmacıların bir araya gelerek oluşturdukları kodlama şeması Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3.
Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Süreci Hakkındaki Görüşleri

Kodlar	Açıklama	Örnek Öğretmen Görüşü
Zaman alıcı	Matematiksel modelleme problemi hazırlamanın uzun zaman gerektirmesi	<i>"Geleneksel problemler çok daha kolay. Daha kısa sürede çok hızlı hazırlayabiliriz ama modelleme problemi için bir haftadan fazla düşündüm ve zar zor ortaya çıkarabildim. Yani süreçler birbirinden çok farklı. Matematiksel modelleme problemleri çok daha uzun zaman gerektirir."</i> (Meriç)
Açık olma zorunluluğu	Farklı modeller ortaya çıkarmak için problemde varsayımların ve yorumların gerekliliği	<i>"Tek bir doğru sonucu olmayan gerçek bir yaşam durumu olmalıdır. Yalnızca bir doğru sonucu olan problemler her zaman uygulama aşamasında kalır (Bloom Taksonomisinde). Metodolojiyi takip ettiğinizde, belirli bir tek sonuç elde edersiniz. Çocuğun yorum yapabilme yeteneğini desteklemek gerekir."</i> (Seyhan)
Gerçek yaşam zorunluluğu	Problemin gerçek yaşam durumu içermesi	<i>"Normal problem hazırlarken belli kazanımlarımız var. Genel itibarıyla istediğimiz kazanımları ölçecek şekilde olan testler, sınavlar, sorular hazırlıyoruz. Çok zor olmuyor. Günlük hayatla çok da fazla iç içe olması gerekmeyen kazanımlar da yoklanıyor. Alan hesabı mesela... Herhangi bir dörtgenin alanının hesaplanması için çok da günlük hayatın içinde olan bir probleme dayanması gerekmiyor. Olsa iyi olur ama daha basit kalıyor. Matematiksel modellemede öyle değil."</i> (Firat)
Matematikselleştirilebilecek bir durum belirleme	Gerçek yaşam durumunun problem durumunun kendisi olması ve matematikselleştirilerek çözülebilmesi	<i>"Problemde ne soracağımı belirleyemedim. Evet, günlük hayatta karşılaştığımız birçok sorun var ama ben ne soracağım? Her zaman tek bir sonuca odaklandığımız için matematiksel olarak farklı sonuçlar verecek bir problem durumu bulmak zordu. Ben problemimi çok değiştirdim."</i> (Ayla)

Bulgular

Araştırma bulguları iki başlık altında ele alınmıştır. İlk bölümde, hazırlanan problemler modelleme kriterlerine göre değerlendirilmiştir. İkinci bölümde ise öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama süreçlerine ilişkin deneyimlerine ait bulgular incelenmiştir.

Öğretmenlerin Hazırladıkları Problemlerin Modelleme Kriterlerine Göre Değerlendirilmesi

Öğretmenlerin hazırladıkları problemler incelendiğinde, üçünün matematiksel modelleme problemi olduğu, üçünün ise matematiksel modelleme problemi olmadığı tespit edilmiş, yapılan bireysel görüşmeler ve öğretmen toplantılarındaki tartışmalar sonucunda problemlerden ikisi güncellenerek matematiksel modellemeye uygun şekilde düzenlenmiştir. Problemlerin değerlendirme sonuçları Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4.

Öğretmenlerin Hazırladıkları Problemlerin Modelleme Kriterlerine göre Değerlendirilmesi

Problemin adı ve hazırlayan öğretmen	Matematiksel modelleme kriterleri			
	Gerçeklik	Açıklık	Karmaşıklık	Model oluşturma
Düğün Salonu (Aras)	Evet	Hayır	Kismen	Hayır
Radar Problemi (Ayla)	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Bahçe Evi Problemi* (Firat)	Evet	Evet	Evet	Evet
Araba Problemi* (Meriç)	Evet	Evet	Evet	Evet
Elektrik Tarifesi* (Seyhan)	Evet	Evet	Evet	Evet
Çöpten Enerji Üretimi (Zühre)	Evet	Hayır	Hayır	Hayır
Hediyelik Kayısı Paketi* (Ayla**)	Evet	Evet	Evet	Evet
Katı Atık Bertaraf Tesisi* (Zühre**)	Evet	Evet	Evet	Evet

*Matematiksel modelleme problemi; **Problemlerin ikinci versiyonu

Tablo 4'te görüldüğü problemlerin ilk versiyonları analiz edildiğinde Aras, Ayla ve Zühre öğretmenlerin problemlerinin matematiksel modelleme olmadığı; Firat, Meriç ve Seyhan öğretmenlerin problemlerinin ise matematiksel modellemeye uygun olduğu tespit edilmiştir. Ayla öğretmenin hazırladığı Radar probleminin matematiksel modellemenin hiçbir özelliğini sağlamadığı; Zühre öğretmenin Çöpten Enerji Üretimi probleminin sadece gerçek yaşama uygun olduğu; Aras öğretmenin Düğün Salonu probleminin ise gerçek yaşama uygun olmasıyla birlikte kısmen düşündürücü olduğu görülmektedir.

Yapılan değerlendirmeler sonucunda (araştırmacı ve uzman görüşleri, bireysel görüşmeler ve çalıştay toplantıları) öğretmenlerden problemleri revize etmeleri istenmiştir. Matematiksel modelleme problemi olan Bahçe Evi, Araba ve Elektrik Tarifesi problemlerinin birkaç küçük düzeltme ile daha anlaşılır hale getirilerek güçlendirilmesi istenmiştir. Matematiksel modelleme problemi olmayan Düğün Salonu, Radar ve Çöpten Enerji Üretimi problemleri için ise sorumlu öğretmenlerden yapılan eleştirileri göz önünde bulundurarak problemlerini yenilemeleri ya da değiştirmeleri istenmiştir. Bunun üzerine Ayla öğretmen Hediyelik Kayısı Paketi adlı yeni bir problem hazırlamıştır. Zühre öğretmen ise Çöpten Enerji Üretimi problemini yenileyerek problemin adını Katı Atık Bertaraf Tesisi olarak değiştirmiştir.

Çöpten Enerji Üretimi

Toplumumuz tasfiyesi büyük zorluklar içeren ve gittikçe artan oranda çöp üretmektedir. Çöpün birikmesini izleyen süreçte çürümeyle birlikte metan gazı oluşmaktadır. Adıyaman Belediyesi hem çöp sorununa çözüm bulmak hem de oluşan bu gazdan elektrik üretmek amacıyla Katı Atık (çöp) işletme tesisi kurmak istemektedir. Adıyaman’da bir günde ortalama 350 ton çöp çıktığı belirlenmiştir. Çöplerin %40 ila %60 arasında organik atık (bozunabilen) ihtiva ettiği tahmin edilmektedir. Organik atıkların %25’lik kısmı suya dönüşmektedir. Geri kalan organik atıkların ortalama %56’sı metan gazı çıkarmaktadır. Bir ton metan gazından bir saatte 2 kw ile 3 kw arasında elektrik üretimi yapılmaktadır. Bir günde ne kadar elektrik üretilebilir?

Çöpten Enerji Üretimi probleminde Adıyaman Belediyesi bir katı atık işletme tesisi kurarak hem şehrin çöp sorununu ortadan kaldırmayı hem de açığa çıkan metan gazını elektrik üretiminde kullanmayı hedeflemektedir. Problemi çözen kişiden istenen ise metinde verilen oranları dikkate alarak günlük ortalama çöp miktarı 350 ton olan şehrin atıklarından üretilebilecek günlük elektrik miktarını hesaplamasıdır.

Problem gerçekçi sayısal verilerin yer aldığı gerçek yaşam durumuna uygun olarak hazırlanmıştır. Ancak matematiksel modelleme kriterlerinden sadece bunu sağlamaktadır ve gerçek yaşam durumu içeren geleneksel nitelikleri taşıyan sözel bir problemdir. Dikkat edilirse çözüm için gerekli tüm bilgiler problemde verilmiştir. Dolayısıyla varsayımlara ve farklı modellerin oluşturulmasına imkân vermeyen bir problemdir. Çözüm yaparken farklı alternatiflerden bahsedilebilir: 1) Sayısal veri aralıklarının alt ve üst sınırları kullanılarak minimum ve maksimum değerler yine aralık şeklinde bulunabilir. 2) Organik atık miktarı, çöp miktarının %40-%60’ı olacak şekilde sabit bir oran üzerinden hesaplanabilir. Bir saatte üretilen elektrik miktarı hesaplanırken de benzer şekilde 2 ile 3 arasında sabit bir değer ile işlem yapılabilmesi mümkündür. Farklı sayısal sonuçların ortaya çıkmasını özgün modeller olarak değerlendirmek doğru değildir. Probleme belirli ve doğrusal bir işlem prosedürü vardır. Problemi çözen kişi sadece sayısal değerleri belirleme konusunda özgür bırakılmıştır. Algoritmasının belli olması modelleme sürecinin basamaklarına uygun olarak çözülmesine de imkân vermemektedir. Zühre öğretmen, problemlerin değerlendirildiği toplantılardan edindiği deneyim ve kendi problemi üzerine yapılan tartışmaları dikkate alarak bu problemin matematiksel modelleme problemi olmadığına ikna olmuştur. Öğretmenden problemini güncellenmesi istendiğinde aynı içeriğe sahip olan Katı Atık Bertaraf Tesisi problemini hazırlamıştır.

Katı Atık Bertaraf Tesisi

Adıyaman Belediyesi şehrin çöp sorununa çözüm bulmak ve çöpten açığa çıkan metan gazını elektrik üretiminde kullanabilmek amacıyla bir enerji santrali kurmak istemektedir. Günde ortalama 350 ton çöp toplandığını göz önünde bulundurarak böyle bir tesisin kurulmasının gerekli olup olmadığını gerekçeleriyle yazdığınız bir rapor hazırlayınız.

Zühre öğretmen hazırladığı ilk problemin açık uçlu olmasını engelleyen, varsayımların önüne geçen sayısal değerleri ve yönlendirici bilgileri kaldırılarak problemi bir matematiksel modelleme problemine dönüştürülmüştür (Şekil 3). Görüldüğü gibi bu problemde Adıyaman’ın günde ortalama 350 ton çöp miktarını dikkate alarak bir enerji santralinin kurulup kurulamayacağına öğrencinin çözüm üretmesi isteniyor. Böyle bir santralin gerekliliği ve kurulduğu takdirde avantajlarının neler olacağı çeşitli varsayımlarda bulunmayı, yorumlamayı ve hesaplanmayı gerektirmektedir. Bu da öğrencilerin gerçek yaşam durumunu matematikselleştirmeleri anlamına gelmektedir.

Gerçeklik

Problem hazırlama süreçleri hakkında yapılan bireysel görüşmeler ve problemlerin değerlendirildiği genel grup tartışmalarında matematiksel modelleme problemi hazırlarken öğretmenlerin dikkate aldıkları

ilk kriterin gerçek yaşam durumu olduğu görülmüştür. Gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirilmesinde iki unsur ön plana çıkmaktadır: 1. Öğretmen deneyimleri, 2. Sayısal verilerin gerçekliği. Öğretmenlerin gerçek yaşam durumlarından esinlenerek problem oluşturmaya çalışırken kendi deneyimlerini, ilgi alanlarını, günlük hayatlarını dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Örneğin Seyhan'ın problemi hazırlarken kendi başına gelen bir olaydan esinlendiğini, yaşadığı bir sorunu doğrudan probleme dönüştürdüğünü *"Bu çok tesadüfi bir şey oldu. Hazırlamadan önceki günlerde evde bizzat karşılaştığımız bir problem oldu."* şeklinde ifade etmesi; Ayla'nın problemin çıkış noktası sorulduğunda ise *"Başıma gelen bir olay olması... (...) Düşündüm sonra "Aaa evet bunu ben yaşadım. Niye yazmıyorum."* dedim." şeklinde bir açıklama yapması öğretmenlerin problem hazırlarken deneyimlerinden faydalanmayı tercih ettiklerini göstermektedir.

Ayrıca problemlerde kullandıkları sayısal verilerin öğrencileri yanıltmamak amacıyla gerçek değerlere uygun olmasının öğretmenler için önemli bir faktör olduğu tespit edilmiştir. Zühre'nin Çöpten Enerji Üretimi problemi için bir çevre mühendisinden yardım alması, Ayla'nın Radar probleminde otobandaki yasal hız sınırını araştırması, Meriç'in güncel otomobil fiyatlarını kullanması öğretmenlerin problemlerini sayısal gerçekliğe dayandırma zorunluluğu hissettiklerini düşündürmektedir. Problemler ve öğretmen görüşleri dikkate alındığında öğretmenlerin gerçek yaşam kriterini dikkate aldıkları biri hariç (Radar Problemi) tüm problemlerin bu özelliği taşıdığı görülmüştür.

Açıklık

Öğretmenlerin problem hazırlarken dikkate aldıkları ortak kriterlerden biri problemin açık uçlu olmasıdır. Öğretmenler açık uçlu olmayı farklı modellerin ortaya çıkmasına imkan vermenin dışında bir de farklı sonuçlar elde etme şeklinde ele almışlardır. Elde edilen bulgular bu özelliğin (alternatif sonuçlara sahip olma) bazı öğretmenler tarafından matematiksel modelleme problemlerindeki farklı ve özgün modellerin ortaya çıkmasıyla eşleştirildiğini göstermektedir. Bu açıdan bakıldığında öğretmenlerin bu özelliği çözümde sayısal olarak farklı değerler elde etmeyle sınırladıkları düşünülmektedir. Bu öğretmenler matematiksel modellemedeki "değişken" kavramını ve buna bağlı olarak özgün modeller ortaya çıkmasını farklı yorumlamaktadır. Öğrencinin belirli bir aralık içinde istenilen sayısal değerleri kullanabilmesini farklı değişken kullanmak olduğunu düşündükleri, elde edilen çözümlerin sayısal değerlerinin farklı olmasını ise farklı modeller olarak gördükleri söylenebilir. Örneğin, Zühre'nin Çöpten Enerji Üretimi probleminde verilen yüzdelik oranlar dahilinde farklı sayısal sonuçlar elde edilmesi öğretmen tarafından farklı modellerin ortaya çıkması şeklinde yorumlanmıştır.

Problemin açık uçlu olma özelliğini, farklı değişkenleri dikkate almak şeklinde düşünen öğretmenler problem hazırlarken özgün modellerin ortaya çıkmasını dikkate aldıklarını belirtmişlerdir. Örneğin, Seyhan'ın matematiksel modellemenin gerçek yaşamı yansıtmasının doğal bir sonucu olarak özgün çözümlerin ortaya çıktığını *"(...) gündelik hayatta da bu böyle... Siz seçimlerinize göre yaşarsınız. Bir önceki seçiminiz bir sonrakini etkileyecektir. Ha böyle olunca da tamamen yani nasıl desem tek bir doğruya yönelik değil de herkesin kendi seçimlerine yönelik bir şeyler yapmaya çalıştım (...)"* sözleriyle ifade etmiştir. Fırat ise görüşmeler sırasında *"Matematiksel modellemede veriler yani problemin içindeki veriler, şunu fark ettim seni net çözüme götürmüyor. Bizim klasik problemlerden farkı bu. Bence en büyük farklardan birisi bu... Ciddi anlamda bir yorum katmak gerekiyor. Zaten özgün çözümler de bu şekilde ortaya çıkıyor."* şeklinde yaptığı açıklama ile problemin açık uçlu olmasını dikkate aldığı görülmektedir.

Öğretmenlerin problemin açık uçlu olması gerektiğine yönelik bir takım yanlış algıları olsa da bu kriterlere uygun bir problem hazırlama gayretinde oldukları yapılan görüşmelerde açıkça görülmektedir. Bununla birlikte ilk hazırlanan problemlerin üçünün açık uçlu olmasına rağmen diğer üçünün bu özelliği taşımadığı belirlenmiştir.

Karmaşık/Düşündürücü olma

Bulgular öğretmenlerin problem hazırlarken gerçek yaşam ve açık uçlu olmasını dikkate aldıkları kadar karmaşık yani düşündürücü olmasını net bir kriter olarak ele almadıklarını göstermektedir. Aras öğretmenin eğitim öncesi yapılan görüşmelerde kaliteli bir matematik probleminin taşınması gereken en önemli özelliklerden birinin düşündürücü olması olduğunu vurgulamış ve eğitimden sonra matematiksel

modellemenin bu yönünün kendisini cezbediğini, daha önce farkında olmadığı bu problem türünün özellikle düşündürücü olduğu için geleneksel problemlerden daha etkili olabileceğini ifade etmiştir. Ancak öğretmenin problemin düşündürücü olması ile ilgili açıklamaları incelendiğinde bu tür problemlerin dikkat gerektiren, tek adımda çözülmeyen problemler olduğu anlaşılmaktadır. Dolayısıyla öğretmene göre problemin düşündürücü olma tanımı matematiksel modelleme problemlerinin düşündürücü olma özelliğini karşılamamaktadır.

Fırat öğretmen, çok fazla değişkenin dikkate alınmasını gerektiren ve belirsizliğin yoğun derecede hissedildiği problemlerde çözümün zorlaşacağını hatta bu durumun çözüme ulaşılmasını engelleyebileceğini düşündüğünü,

“Diğer öğretmen arkadaşlarımla problemlerini görünce dünyayı nasıl kurtarırsınız diye anladım (...) Hani çok ucu açık, çok muallakta, çok belirsizlik, çok fazla değişkenler... Bu anlamda nasıl net çözümler yapılabilir ya da yapılması zor yani. (...) kesinlikle insanın bu problemler üstünde düşünerek yetilerini geliştirebilecek bir yaklaşım bu. Ama işte...”

şeklinde belirtmiştir. Bu nedenle problemin düşündürücü olmasını öğrencilerin özelliklerine göre ayarlanabilir nitelikte bir özellik olarak dikkate alınması gerektiğine inanmaktadır. Tüm problemler ve görüşler dikkate alındığında hazırlanan ilk problemlerden üçünün (Bahçe Evi, Araba Problemi, Elektrik Tarifesi) düşündürücü nitelikte olduğu, ikisinin (Çöpten Enerji Üretimi, Radar Problemi) bu özelliği taşımadığı, bir problemin ise (Düğün Salonu Problemi) kısmen düşündürücü olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca hazırlanan son iki problemin de düşündürücü olma kriterine uygun olduğu görülmüştür.

Model oluşturma

Bir problemin matematiksel modelleme olabilmesi için gerekli şartlardan biri de modelleme sürecine uygun olarak çözülebilesidir. Problem hazırlarken modelleme sürecine uygun çözülebilesini dikkate aldığını dile getiren tek öğretmen Seyhan olmuştur. Seyhan öğretmen problemi hazırlarken modelleme sürecine uygun olarak nasıl çözülebileceğini düşünmektedir. Görüşmede “Problemi yazma aşamasında zorluk yaşadınız mı?” sorusuna şu şekilde cevap vermiştir:

“Hayır. Zaten en büyük şansım şu oldu: modellemenin basamaklarını zihnimde geçirerek ona göre yazdığım için, nasıl desem soruyu düşünürken ya da yazarken modelleme basamaklarını düşünerek yazdım. Zihinsel model oluşturma, model oluşturma ya da dönüştürmeye yönelik şeyler yaptığım için problemin çatısını kurdum. Sonraki meseleler pek fazla zamanımı almadı.”

Öğretmenin bu cevabından modelleme sürecini düşünerek problemi hazırlamasının problem yazma sürecini kolaylaştırdığı görülmektedir. Diğer öğretmenlerin problem hazırlarken doğrudan modelleme basamaklarını dikkate aldıklarına yönelik bir bulguya karşılaşılmamıştır. Ancak öğretmenlerin örnek çözümlerini modelleme basamaklarına uygun şekilde düzenlemeleri Fırat ve Meriç öğretmenin bu kriter dikkat ettiklerini göstermektedir. Aras öğretmen ise modelleme problemlerinin çözümü ile ilgili olarak görüşlerini,

“Eğer “senin sunacağın her çözümün doğrudur” dersek o çocuk hiç umursamadan düşünmeden bir çözüm bulmaya çalışacaktır ama tutarlı olacak, mantıklı olacak, o problem durumu ile ilgili olacak. Ortaya çıkacak sonuç seni de mutmain edecek. Var olan bir problemi ortadan kaldırmak için senin görüşün nedir ve o görüşün doğrultusunda senin çıkaracağın sonuç ne olacak.”

şeklinde dile getirmiştir. Öğretmene göre ortaya koyulan her çözüm mantık süzgecinden geçirilmeli, gerçek hayattaki işlevselliği kontrol edilmelidir. Aksi takdirde öğrencilerin üzerinde düşünmeden ürettikleri birçok çözüm önerisi sunacaklarından endişe etmektedir. Modelleme sürecinde, model oluştururken ve çözerken problem durumunun gerçek hayatla bağının koparılması gerekliliği dönüştürme ve değerlendirme basamağına karşılık gelmektedir. Yapılan görüşmelerde Seyhan hariç hiçbir öğretmenin dikkate aldıklarını doğrudan belirtmeseler de matematiksel modelleme problemi olan tüm problemlerin modelleme sürecine uygun çözülebildiği tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin Problem Hazırlama Süreçlerinin Genel Değerlendirmesi

Öğretmenlerin problem hazırlama süreçlerini anlattıkları bireysel görüşmelerde ve eğitimler sırasındaki grup tartışmalarında matematiksel modelleme kavramlarını farklı şekillerde kullandıkları görülmüştür (Tablo 5).

Tablo 5.

Öğretmenlerin Problem Değerlendirme Kriterleri

Modelleme Kriterleri	Alternatif kullanım şekli
Gerçeklik	gerçek yaşam, günlük hayat
Açıklık	varsayımlara dayalı, sınırlı veri, çözüm özgürlüğü, farklı çözümler
Düşündürücü/karmaşık olma	düşündürücü, belirsizlik, çaresizlik hissi yaratma, zor olma

Öğretmenlerin bu kavramları kullanma biçimleri değerlendirildiğinde bazen aynı ya da benzer şeyi ifade ettikleri; bazen de olması gerekenden farklı bir anlamda bu kavramları kullandıkları belirlenmiştir. Örneğin, *günlük hayat* doğrudan gerçek yaşamı işaret etmek için kullandıkları bir kavramdır. Ancak bazı kriterlerin matematiksel modellemenin özelliklerini yansıtmadığı görülmüştür. Örneğin düşündürücü ya da karmaşık olma, problemdeki belirsizlik durumu, problemin zor olması gibi kriterler teorik olarak değerlendirme yapmak için seçilen doğru özellikler gibi görünse de öğretmenlerin bu özellikleri farklı algılamaları sonucu bunun yanlış değerlendirmeler yapmalarına sebep olduğu tespit edilmiştir. Aras öğretmenin Düşün Salonu probleminin çözümü için birçok işlem yapmayı gerektirmesi öğretmen tarafından düşündürücü olma ile ilişkilendirmesi bu duruma örnek olarak verilebilir. Bireysel olarak yaşanan bu tür zorlukların grup tartışmalarıyla ortadan kalktığı, kavramların matematiksel modellemeye uygun şekilde kullanıldığı görülmüştür.

Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama süreci hakkındaki görüşleri Tablo 6.'da özetlenmiştir.

Tablo 6.

Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Süreci Hakkındaki Görüşleri

Kodlar	Açıklama	Öğretmenler
Zaman alıcı	Matematiksel modelleme problemi hazırlamanın uzun zaman gerektirmesi	Ayla, Fırat, Meriç, Zühre, Seyhan, Aras
Açık olma zorunluluğu	Farklı modeller ortaya çıkarmak için problemde varsayımların ve yorumların gerekliliği	Ayla, Fırat, Meriç, Zühre, Seyhan
Gerçek yaşam zorunluluğu	Problemin gerçek yaşam durumu içermesi	Ayla, Fırat, Meriç, Zühre, Seyhan, Aras
Matematikselleştirilebilecek bir durum belirleme	Gerçek yaşam durumunun problem durumunun kendisi olması ve matematikselleştirilerek çözülebilmesi	Ayla, Fırat, Meriç, Seyhan

Tablo 6 incelendiğinde tüm öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama sürecinin zaman alıcı olması konusunda hem fikir oldukları görülmektedir. Problem hazırlamanın zaman alıcı olmasına yönelik veriler özellikle problem durumu oluşturacak bir fikir bulma aşamasında öğretmenleri zorladığı söylenebilir. Ayla'nın "*Bu çok daha fazla zaman aldı çok daha derin düşünmeme neden oldu. Öbürlerinde (geleneksel problemlerde) sayısal cevap direk bulunabildiği için sıkıntı yaşamıyordum da bunda süreç bayağı uzun sürdü.*" şeklindeki ifadeleri ile Meriç'in "*...modelleme problemi için bir haftadan fazla düşündüm ve zar zor ortaya çıkarabildim.*" sözleri bu duruma örnek bulgular arasında yer almaktadır.

Matematiksel modelleme problemlerinin farklı yorumlara açık, çözüm adımlarının doğrusal olmayan bir yapıya sahip olması nedeniyle öğretmenlerin problem hazırlama sürecinde alışık olmadıkları bir

deneyim yaşamalarına sebep olmuştur. Fırat'ın bu konu hakkındaki aşağıdaki yorumu diğer katılımcılarında görüşünü yansıtır niteliktedir.

“Matematiksel modellemede veriler yani problemin içindeki veriler şunu fark ettim seni net çözüme götürmüyor. Normal bizim klasik problemlerden farkı bu. Bence en büyük farklardan birisi... Ciddi anlamda bir yorum katmak gerekiyor. Zaten öznel çözümler bu şekilde ortaya çıkıyor.”

Matematiksel modelleme problemlerinin en temel özelliği olan gerçek yaşam durumuna dayalı olması tüm öğretmenlerin problem hazırlama sürecinde ilk dikkate aldıkları kriterdir. Dolayısıyla problem hazırlama sürecinde bunun hem bir gereklilik hem de kendilerini zorlayan bir kriter olduğunu vurgulamışlardır. Bununla birlikte özellikle matematikselleştirmeye uygun bir gerçek yaşam durumu bulmanın zorlayıcı bir süreç olduğu Fırat'ın şu açıklamalarından anlaşılmaktadır:

“Vazgeçilmez özelliklerimden ilki günlük hayatta bir karşılığın olmasıydı. İkincisi matematik diline çevrilebiliyor olmasıydı. (...) Hani şey diye düşündüm bir olayı matematik diline çevireyim diye düşündüm. Çeviremedim. (...) Bir şey daha oldu ondan önce de bir şey tasarlamıştım ben. (...) Ben 8. sınıfların dersine girdiğim için orada da hazırlayabileceğim konular üslü sayılar, kareköklü sayılar olduğu için kareköklü sayılardan bir şey tasarlamak istedim. Hatta onu da tasarladım da sonra ondan da vazgeçtim. Onda da bir bahçeye hazır çim sereceklerdi. Farklı firmaların farklı şeyleri var mı diye araştırdım hatta. Çünkü hepsi kare şeklinde mi üretiyor, hepsi dikdörtgen şeklinde mi üretiyor. Sonra baktım ki farklı firmalar farklı ebatlarda üretebiliyor. Onunla ilgili bir problem tasarladım sonra vazgeçtim ondan. Aslında onu götürebilseydim sonuna kadar o daha iyi bir problem olabilirdi.”

Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken dikkate aldıkları kriterler ve karşılaştıkları zorluklar hakkındaki görüşleri incelendiğinde bu süreci genellikle önceki deneyimleriyle karşılaştırarak değerlendirdikleri ortaya çıkmıştır. Bu nedenle öğretmen görüşleri dikkate alınarak matematiksel modelleme problemi hazırlama sürecinin geleneksel problem hazırlama süreci ile karşılaştırılması Tablo 7'de verilmiştir:

Tablo 7.

Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Problemi ile Geleneksel Problem Hazırlama Süreçlerinin Karşılaştırılması

Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Süreci	Geleneksel Problem Hazırlama Süreci
Zaman alıcıdır	Kısa sürede yapılabilir
Gerçek yaşam durumu olmak zorundadır	Gerçek yaşam durumu olmak zorunda değildir
Problem durumu matematikselleştirmeye uygun olmalıdır	Problem durumunun matematik diline aktarılması söz konusudur
Açık uçlu olmalıdır	Genellikle tek çözüme yöneliktir
Farklı değişkenleri dikkate almak gerekir	Sadece sayısal değişkenler kullanmak yeterlidir
Düşünmeyi gerektirir	Çok fazla düşünmeden birçok benzer problem hazırlanabilir
Analiz, sentez ve değerlendirme basamakları dikkate alınır	Genellikle kavrama ve uygulama basamağına yöneliktir

Matematiksel modelleme problemi hazırlamanın zor bir süreç olduğu tüm öğretmenlerin ortak görüşüdür. Zor olmasının nedenleri Tablo 7'de açık bir şekilde görülmektedir. Öncelikle, matematiksel modelleme problemi hazırlama öğretmenler için geleneksel problem hazırlamaya göre oldukça uzun bir süreç olduğu söylenebilir. Öğretmenler ilk olarak, fikir bulma konusunda zorlanmışlardır. Örneğin, Zühre, bu durumu *“Ben önce konuyu belirleyemedim. Yani bunu belirledikten sonra iki gün sürdü kâğıda dökmek. (...) bir fikir bulmak uzun sürdü.”* şeklinde dile getirmiştir. Fikri bulduktan sonra ise bunu kâğıda dökmek

çok fazla zamanlarını almamıştır. Öğretmenlerin problem durumunu belirlemelerinde zorlanmalarının nedenleri problemin gerçek hayattan ve açık uçlu olması gerektiğinden kaynaklanmaktadır. Aynı anda farklı değişkenlerin bir arada düşünülmesini sağlayacak karmaşık bir problem hazırlamak öğretmenler için kolay olmamıştır. Örneğin, Fırat,

“Normal problem hazırlarken belli kazanımlarımız var. Genel itibarıyla onları ölçecek şekilde testler, sınavlar, sorular hazırlıyoruz. Çok zor olmuyor. Orada günlük hayatla çok da iç içe olması gerekmeyen kazanımlar da yoklanıyor. Alan hesabı mesela... Herhangi bir dörtgenin alanının hesaplanmasının günlük hayatın içinde olan bir probleme dayanması gerekmiyor.”

diyerek başlayan açıklamasında problemin gerçek hayat durumunu yansıtmaması gerekliliğinin kendisini zorladığını ifade etmiştir.

Öğretmenlerin problemlerini hazırlarken çıkış noktaları kazanımlar değil gerçek yaşam durumları olduğu hatta kendi deneyimleri olduğu elde edilen bulgulardan biridir. Ancak probleme konu olan durumlar da birden ortaya çıkmamıştır. Her öğretmen birkaç başarısız deneme süreci yaşamıştır. Örneğin Meriç bu süreci anlatırken,

“Benim ilk çıkış noktam bir olayı matematik diline çevirmektir. Çeviremedim. Aslında ilk önce sağlıkla ve sporla ilgili problem yazmaya başladım. Bunun için bir şeyler araştırdım. Bayağı da problemi kurguladım. Spor yapmak isteyen ve kilosunu düşürmek isteyen biri şu kadar yürüyüşle şu kadar kalori harcıyor falan... Sonra problemi biraz ortaya çıkarınca bizim daha önce çözdüğümüz diyet problemine çok benzediğini görünce vazgeçtim.”

ifadelerini kullanmıştır. Diğer öğretmenlerin de benzer problem hazırlama öyküsüne sahip oldukları saptanmıştır.

Problem hazırlama sürecinde yaşanan zorlukların nedenlerinden biri de problemin açık uçlu olmasıyla ilgilidir. Geleneksel problemler genellikle işlem adımları belli olan tek çözümlü problemler olduğu için öğretmenler bu tür problemlerle sıklıkla karşılaşmalarından dolayı uzmanlaştıkları söylenebilir. Fırat öğretmen konuyla ilgili olarak aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

“Günlerce neyin üzerine düşüneceğimizi de bilmiyordum. Üzerine çalışacağım bir konu belirleyemedim açıkçası. Bir iki fikir oluştu sonra o fikirleri nereye ulaştırabileceğimi kestiremedim. Vazgeçtiğim durumlar oldu. Normal problem hazırlarken günlük hayatla çok da iç içe olması gerekmeyen kazanımlar da yoklanıyor. Alan hesabı mesela... Herhangi bir dörtgenin alanının hesaplanmasının günlük hayatın içinde olan bir probleme dayanması gerekmiyor. Olsa iyi olur ama daha basit kalıyor. Alışkın olduğum sorular öğrenciliğimizden beri hep klasik soru tarzları.”

Fırat öğretmenin bu sözlerinden de anlaşılacağı üzere geleneksel problemlerde gerçek yaşamın her zaman önemli bir unsur olmaması buna karşın matematiksel modellemenin gerçek yaşama dayalı olması öğretmenleri zorlayan faktörlerden biri olmuştur. Bununla birlikte farklı değişkenlere açık, düşündürücü ve dolayısıyla üst düzey düşünme becerilerini kullanmayı gerektiren bir problem yazmak öğretmenler tarafından matematiksel modellemeyi geleneksel problem hazırlamadan ayıran özellikler olarak görülmüştür.

Tartışma

Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelendiği bu çalışmada elde edilen bulgular öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarının oluştuğu, bu tür problemlerin taşınması gereken özellikleri belirleyebildikleri ve matematiksel modelleme problemi hazırlarken bu özellikleri dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Bu bölümde öğretmenlerin matematiksel modelleme problemleri hazırlarken bu özellikleri problemlerine nasıl yansıttıkları tartışılacaktır.

Matematik – Gerçek Yaşam İlişkisi

Matematik derslerinde problemlerin gerçek yaşama dayalı olması birçok çalışmada ve öğretim programlarında vurgulanan önemli bir özelliktir (Bonotto, 2007; Buhrman, 2017; MEB, 2018). Matematik

ile gerçek dünya ilişkilendirilirken ise gerçek dünyadaki matematiksel ilişkilere odaklanılmalıdır (Ball et al., 2008; Bonotto, 2007). Öğretmenlerin matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirme yöntemleri göz önüne alındığında çoğunlukla bu durumu göz ardı ettikleri, geleneksel ve sınırlı bir tutum sergiledikleri söylenebilir. Yapılan araştırmalar (örn., Gainsburg, 2008, 2009; Pierce & Stacey, 2006) derslerinde gerçek yaşamdan örnekler veren öğretmenlerin bir kısmı bu örnekleri öğrenmeyi desteklemek amacıyla ziyade matematiğin gerçek hayata uygunluğunu göstermek ve öğrencilerin derse olan motivasyonlarını artırmak için kullanılabilecek birer araç olarak görmektedir. Birçok ülkenin öğretim programında vurgulanmasına ve öğretmenlerin buna yönlendirilmesine rağmen gerçek yaşam durumları içeren bağlamsal problemlere derslerinde yeterince yer vermedikleri de bilinen bir gerçektir (Reinke, 2019). Bu şekilde kullanılan gerçek yaşam örnekleri problemlerin çözümünde ya da konuların öğretiminde belirleyici bir role sahip olmadığı, öğrenme alanının sadece matematik dünyasıyla sınırlı kaldığı söylenebilir. Oysa matematiksel modellemedeki matematik ile gerçek dünya arasındaki ilişki geleneksel anlayışın ötesindedir ve her iki dünya da çözüm için önemlidir (Bliss et al., 2016).

Öğretmenlerin eğitim almadan önce dahi gerçek yaşama vurgu yapmaları ve modelleme problemlerinin en belirgin özelliğinin problemlerin gerçek dünyada başlıyor olması problem hazırlarken öğretmenlerin ilk olarak bu özelliği dikkate almalarına neden olmuştur. Bu sonuç Borromeo Ferri ve Lesh'in (2013) çalışmaları ile de uyumaktadır. Araştırmacıların elde ettikleri sonuçlara göre, öğretmen adayları ve öğretmenlere göre bir problemin gerçekçi bir içeriğe sahip olması matematiksel modelleme için taşıması gereken özelliklerinden biridir. Burada kastedilen gerçeklik kişinin bireysel hayatı değil; verilen durumun hayatın akışına uygunluğudur. Öğrencinin var olan durumu anlaması bu bağlamda kendini verilen olayda hayal edebilmesi gerçeklik için yeterlidir (Reinke, 2019). Galbraith (2007) matematiksel modelleme problemi hazırlarken dikkat edilmesi gereken gerçek yaşam bağlantısının öğrencilerin hayatına uygun olmasının gerekliliğine vurgu yapmaktadır. Bu çalışmada ise öğretmenlerin gerçek yaşam algılarının bu gerçeklik tanımıyla tam olarak uyummadığı söylenebilir. Özellikle problem hazırlarken, problem durumlarının öğrencilerden ziyade öğretmenlerin kendi hayatlarına uygun olması dikkat çekmektedir. Deniz (2014) çalışmasında öğretmenlerin matematiksel modelleme etkinliği hazırlarken en çok zorlandıkları durumun matematik ile gerçek yaşam arasında ilişki kurmak olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca etkinliklerin öğrenci seviyesine uygun şekilde düzenlenmesi de yaşanan zorluklardan biridir. Bu zorlukların nedenlerinden biri öğretmenlerin öğrencilerin gerçekliğini göz ardı etmeleri ya da buna yeterince dikkat etmemeleri olabilir. Bu araştırmada da benzer sonuçlar elde edilmiş ve öğretmenlerin problem hazırlarken kendi yaşadıkları ya da tanıklık ettikleri olaylardan esinlendikleri belirlenmiştir. Ancak literürde problemi çözecek hedef kitlenin özelliklerinin dikkate alındığı, onların ilgisini çekebilecek problemler hazırlanmaya çaba gösterildiği çalışmalara da rastlamak mümkündür (örn., Borromeo Ferri, 2018; Deniz, 2014; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013). Bununla birlikte Sevinc ve Lesh'in (2018) çalışmalarında matematiksel modelleme etkinlikleri aracılığıyla, öğretmen adaylarının öğrenciler için neyin gerçekçi olacağını ve gerçekçi bağlamın öğrencileri matematiksel düşünmeye nasıl teşvik edebileceği hakkında doğru yorumlar yapabildiklerini tespit etmişlerdir. Benzer bir durumun bu çalışmaya katılan öğretmenler için de geçerli olduğu düşünülmektedir.

Buhrman (2017) geleneksel problemlerin öğrencileri düşünmeden uzaklaştırdığını sadece işlemsel olarak doğru cevaba ulaşmak amacıyla öğrencilerin çözümün gerçekçi yönlerini görmeye gayret etmediklerini belirtmektedir. Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında benzer durumun öğretmenler için de geçerli olduğu görülmektedir. Geleneksel problemlerle uygulama yaparken problemin gerçek yaşam bağlantısını dikkate almamalarının öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlarken bu ilişkiyi kurmakta zorlanmalarına sebep olduğu söylenebilir.

Açıklık

Matematiksel modelleme problemlerini diğer problem türlerinden ayıran en belirgin özelliklerden biri varsayımlara ve tercihlere dayalı olmasıdır (Borromeo Ferri, 2018; Galbraith, 2007). Problemin bu özelliği çözüm için gerekli olan değişkenlere problemi çözen kişinin karar vermesini gerektirir ve böylece özgün çözümler (modeller) ortaya çıkar. Bu çalışmada problemin açık (uçlu) olması şeklinde ele alınan bu özellik problemin yoruma açık olması şeklinde de değerlendirilebilir. Matematiksel modelleme problemlerinin

açık uçlu olmasına yönelik elde edilen bulgular problem hazırlama sürecinde Aras, Ayla ve Zühre öğretmenlerin bu özelliğe farklı bir anlam yüklediklerini göstermektedir. Bu öğretmenlerin problemin açık uçlu olmasını farklı modellerin değil, farklı sonuçların elde edilmesi şeklinde düşündükleri tespit edilmiştir. Örneğin, Çöpten Enerji Üretimi problemini hazırlayan Zühre farklı sonuçlar elde edilmesinden dolayı problemin özgün çözümlere açık olduğunu iddia etmiştir. Problemlerde sayısal değerlerin belirli bir aralıkta verilmesi (%40 ile %60 arasında olma gibi.) öğrencilere bu aralıkta herhangi bir değer alma fırsatı sunmaktadır. Öğrencilerden beklenen verilen sayısal aralık dâhilinde sayılar belirleyerek aynı işlemsel prosedürlerle farklı sonuçlar bulmalarıdır. Dolayısıyla bu problemler için sadece matematiksel dile aktarma söz konusudur ve bunlar birer geleneksel problem niteliğindedir. Oysa matematiksel modellemede matematikselleştirme, bir matematik diline çeviri eylemi değil matematiği düzenleme anlamı taşımaktadır (Gavemeijer, 1997; Jupri & Drijvers, 2016). Öğretmenlerin açık uçlu olma özelliğini matematikselleştirme boyutuyla ele almamış olmalarına ilişkin bu sonuç araştırmayı bu konuda yapılan diğer çalışmalardan ayıran özgün sonuçlardan biridir.

Karmaşık veya Düşündürücü Olma

Bir problemin ayırt edici özelliği çözüm ihtiyacı hissettirmesidir (Lester, 1983). Dolayısıyla matematik problemleri belirli stratejilerle çözülebilecek ve sadece matematik dünyasına ait problemler olmaktan ziyade öğrencilerin okulun ötesindeki gerçek yaşama ilişkin ve karmaşık sistemlerle başa çıkma yeteneklerini geliştirecek nitelikte olmalıdır (English, 2008; Gainsburg, 2006). Bir problemin öğrencilerde çözme isteği ya da ihtiyacı hissettirmesi ise problem durumunun karmaşık ya da düşündürücü olmasıyla doğrudan ilişkilidir. Her ne kadar bu matematiksel modellemenin bir özelliği olsa da düşündürücü olan her problem matematiksel modelleme problemi değildir. Bu araştırmanın sonuçları dikkate alındığında öğretmenlerin düşündürücü olmayı farklı şekillerde değerlendirdikleri görülmüştür: 1) Matematiksel olarak zor olma, 2) Çözüm için aynı anda farklı durum ya da değişkenlerin düşünülmesi gerektiği (mantık problemleri gibi). Sonuca ulaşmak için daha fazla çaba sarf etmeyi gerektiren problemlerin (örn., Çöpten Enerji Üretimi) farklı çözümlere açık, zor bir problem olduğunu düşünmüşlerdir. Eğitimler sırasında da öğretmenlerin mantık problemlerini düşünmeyi gerektirdiği için matematiksel modelleme olarak görmeleri bu bulguları desteklemektedir. Bununla birlikte literatürde bu konuya ilişkin bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Bu araştırmanın bulguları matematiksel modelleme problemi hazırlarken bazı öğretmenlerin problemi, matematiksel işlem sayısını ya da sayısal değişkenleri artırarak zorlaştırmaya çalışarak öğrencileri düşünmeye sevk etmeyi amaçladıklarını göstermektedir. Öğretmenler her ne kadar gerçek yaşam durumlarını dikkate almış olsalar da matematiksel modellemedeki matematik dünyası ile gerçek dünya arasındaki ilişkinin kopmaması, çözüm için her iki dünyanın da önemli olduğu gerekliliğini göz ardı ettikleri söylenebilir. Matematiksel modelleme problemlerinin düşündürücü olması problem durumunun özellikle gerçek dünya ile olan ilişkisiyle ilgilidir. Çünkü bu problemlerin temelinde toplum ve çevre vardır, dolayısıyla bunlar karmaşık, dağınık ve gerçekçi problemlerdir (Blum & Borromeo Ferri, 2009; Garfunkel & Montgomery, 2016). Matematiksel modellemenin karmaşık durumlara açıklık getirmesi beklenen problemler olması (Lesh & Zawojewski, 2007), problemi çözen kişide çaresizlik ve güvensizlik hissi yaratması (Kaiser et al., 2011), matematiğin örtük olarak yer alması, yorumlamayı ve fikir üretmeyi gerektirmesi (Borromeo Ferri, 2006; Clement et al., 1981) modelleme sürecini ve hatta uygulama sürecini zorlaştırmaktadır (Clement et al., 1981). Ancak araştırma bulguları bu özelliği farklı yorumlayan öğretmenlerin matematik dünyasından çıkamadıklarını, problemi matematiksel olarak zorlaştırarak karmaşık hale getirmeye çalıştıklarını göstermektedir. Bu sonuç araştırmacıların yaptığı farklı araştırma sonuçları ile de paralellik göstermektedir (Şahin et al., 2017; Şahin et al., 2018). Şahin ve arkadaşları (2017) öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmalarında çok değişkenli ve fazla sayısal verinin yer aldığı geleneksel problemleri düşündürücü olduğu için matematiksel modelleme problemi olarak değerlendirdiklerini tespit etmişlerdir.

Matematiksel Modelleme Problemi Hazırlama Süreci

Problem hazırlama, öğretmenlerin sahip olmaları gereken önemli bir beceri olarak görülmektedir (Hospesova & Ticha, 2015). Bu araştırmanın sonuçları da çalışmaya katılan tüm öğretmenlerin bu fikre

sahip olduğunu göstermektedir. Buna rağmen öğretmenlerin merkezi sınav sistemi ve müfredatı yetiştirme kaygısıyla problem hazırlamaya vakit ayıramadıkları; bunun yerine mevcut kaynaklardan faydalandıkları görülmüştür. Oysa öğretmenlerin problem hazırlamayı sadece öğrenciler için oluşturulan birer etkinlik olarak görmemeleri gerekir. Öğretmenler sınıftaki öğrencilerin özelliklerine ve ihtiyaçlarına uygun problemler hazırlayarak onların eksikliklerini ve karşılaştıkları zorlukları tanımlayabilecekleri gibi (English, 1997; Harel et al., 2006) problem hazırlamak kendileri için de bir motivasyon kaynağıdır (Chapman, 2012; Hošpesová & Tichá, 2015). Bu çalışmada da ortaya koyulduğu gibi problem hazırlama aynı zamanda bir öğrenme faaliyetidir ve daha iyi anlayan öğretmen daha etkili bir öğretim gerçekleştirir (Chapman, 2012; Hošpesová & Tichá, 2015). Araştırmaya katılan öğretmenlere göre bir konuyu anlamının en iyi yolu o konu hakkında problem hazırlamaktır. Eğer bir öğretmen bunu gerçekleştirebiliyorsa hem konuyu daha iyi anlar hem de yukarıda belirtildiği gibi öğrencilerin nasıl öğrendikleri hakkında fikir sahibi olur. Hatta araştırma bulguları arasında hazırladıkları problemlere örnek çözümler yapmanın öğrencilerin nerede ve nasıl zorluklar yaşayacaklarında bir öngörü kazanmalarını sağladığı yer almaktadır. Dolayısıyla öğretmenler için örnek çözüm yapmak problem hazırlamanın önemli bir bileşenidir. Matematiksel modelleme problemlerinin birçok özgün çözüme açık olmasının öğretmenlerde örnek çözüm yapmayı bir ihtiyaç haline getirdiği de söylenebilir. Örnek çözüm yapmak öğretmenlerin yorum repertuarını genişletir ve öğrencilerin çözümlerini değerlendirmede daha başarılı olmalarını sağlar. Hošpesová ve Tichá'nın (2015) çalışmalarında olduğu gibi bu çalışmada da öğretmenlerin problem hazırlamanın önemli fakat zor bir süreç olduğu, kendi bilgilerini sorgulayabildikleri, bu problemlerin öğrenciler için daha ilgi çekici ve anlaşılır olduğu yönünde bulgular elde edilmiştir. Özel olarak bu çalışmada, geleneksel problemlerin ötesinde daha önce kendilerinin de karşılaşmadıkları türde bir problem hazırlamak öğretmenleri oldukça zorlamıştır. Bu alanda yapılan çalışmalarda katılımcıların matematiksel modelleme problemi hazırlama sürecinde bu çalışmada olduğu gibi birtakım zorluklar yaşadıkları görülmektedir (Borromeo Ferri, 2018; Deniz, 2014; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013).

Problem hazırlama çalışmalarında genellikle araştırmacıların isteği üzerine öğretmenlerin bir laboratuvar ortamında bunu yaptıkları ortaya koyulmaktadır (Crespo, 2003; Klinshtern et al., 2015; Lavy & Shriki, 2007). Dolayısıyla katılımcılar çalışmaya her ne kadar gönüllü katılmış olsalar da araştırmacılar tarafından hazırlanan uygun ortamlarda ve onların istekleri doğrultusunda problem hazırlarlar. Ancak öğretmenlere bu becerinin kazandırılması için öncelikle öğretmenlerin bunun matematik öğretimi için bir gereklilik olduğuna inanmaları sağlanmalıdır (Blum & Borromeo Ferri, 2009; Hošpesová & Tichá, 2015). Matematiksel modellemenin uygulanmasında öğretmenlerin etkili bir öğretim yapması bu tür problemler hazırlama yeterliğine sahip olmaları ile doğrudan ilişkilidir (Blum & Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2018; Kula Unver et al., 2018). Nasıl ki problem hazırlama alışkanlığı kazanmaları için öncelikle bunun bir ihtiyaç olduğuna ikna edilmeleri gerekiyorsa matematiksel modelleme problemlerinin sınıflarda uygulanabilmesi için de öğretmenlerin bunun etkili bir öğrenme aracı olduğuna inanmaları gerekmektedir. Güç (2015) de yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının öğrenme sürecinde yaşanan zorluklara rağmen matematiksel modellemenin etkili bir öğretim aracı olduğuna yönelik inançlarının modelleme yeterliklerinin gelişmesinde etkili olduğu sonucuna varmıştır. Dolayısıyla öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öncelikle matematiksel modellemenin matematik eğitimindeki rolü hakkında bilgi sahibi olmaları sağlanmalıdır. Bunun için matematiksel modelleme problemlerinin genel ve özel amaçları eksiksiz bir şekilde anlatılmalıdır. Bu çalışma kapsamında öğretmenlere matematiksel modelleme eğitimi verilerek ve eğitimin bir parçası olarak problem hazırlamaları istenerek öğretmenlerin matematiksel modellemenin matematik eğitimindeki önemini, genel ve özel amaçlarını anlamalarını sağlamada önemli bir etkiye sahip olduğu düşünülmektedir. Elde edilen sonuçlar alan yazında vurgulandığı gibi (Borromeo Ferri, 2018; Niss et al., 2007; Zbiek, 2016) matematiksel modellemenin başarılı bir şekilde sınıfa taşınmasında öğretmenlerin modellemeye bakış açısı ve öğretme yeterliklerinin oldukça önemli faktörler olduğunu göstermektedir.

Sonuç ve Öneriler

Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelendiği bu çalışmada literatürü destekleyen sonuçlarla birlikte özgün sonuçlara da ulaşılmıştır. Problem hazırlamanın genel olarak öğrenmenin bir parçası olduğu ve bunun öğretmenin sahip olması gereken bir yeterlik olması

literatürdeki çalışmalarla paralellik gösteren sonuçlardandır. Matematiksel modelleme problemi hazırlamanın zor bir süreç olması, özellikle gerçek yaşam durumlarının matematikselleştirilmesini anlama ve bunu uygulamalarına yansıtma noktasında birtakım güçlükler yaşanması yine bu tür araştırmalarda karşılaşılan ortak sonuçlar arasındadır. Bu nedenle öğretmenlere derslerinde matematiksel modellemeyi uygulama yeterliği kazandırılmadan önce onların bireysel olarak modelleme konusunda deneyim sahibi olmaları sağlanmalıdır.

Öğretmenlerin matematiksel modellemenin öğretiminde sahip olmaları gereken yeterliklerden etkinlik boyutu, teorik boyutun pratiğe dönüştürüldüğü aşama olarak görülebilir (Borromeo Ferri, 2018). Öğretmenlerin matematiksel modelleme hakkında edindikleri teorik bilgiler, benimsedikleri modelleme perspektifleri uygulamalarına doğrudan yansıtacakları, uygulamalarını şekillendirecek etkiye sahiptir. Bununla birlikte öğretmenlerin matematiksel modelleme anlayışlarını ortaya çıkaracak en etkili yöntemlerden biri onlardan problem hazırlamalarını istemektir. Araştırma sonuçları öğretmenlerin teorik olarak anlamlandıramadıkları, eksik ya da yanlış öğrendikleri özellikleri problem hazırlama sürecinde fark ederek öğrenme eksikliklerini giderme çabası gösterdiklerini ortaya koymuştur. Ayrıca öğretmenler matematiksel modelleme eğitiminde problem hazırlamanın öğrenmeleri üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu kadar öğretim yöntemlerine de yön verecek deneyimler yaşadıklarını belirtmişlerdir. Matematiksel modelleme problemi hazırlarken örnek çözümler yapmaları öğrencilerin yaşayacakları muhtemel zorluklara hazırlıklı olmaları, bu zorluklarla karşılaşmaması için alınacak önlemler ya da karşılaşıldığında nasıl müdahale edecekleri hakkında öngörü kazanmalarını sağlamıştır. Matematiksel modelleme problemlerinin en önemli özelliklerinden biri farklı modellerin ortaya çıkmasına imkân sağlamasıdır. Bu özelliği nedeniyle sınıfta uygulanması kolay olmayan bir problem çözme yaklaşımıdır. Dolayısıyla öğretmenlerin derse hazırlıklı gitmesi etkili uygulamalar için bir önkoşuldur. Öğretmenin hazırladığı problemlere örnek çözümler üretmesi uygulama sırasında karşılaştığı alternatif çözümleri değerlendirebilme kapasitesini genişleteceği düşünülmektedir. Öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerisi ile uygulama yeterlikleri arasındaki ilişki, bundan sonra yapılacak çalışmalarda incelenebilecek araştırma konularından biri olabilir.

Yazar Katkı Oranı

Yazarlar, çalışmaya eşit oranda katkı sunmuşlardır.

Etik Beyan

“Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesinde” yer alan tüm kurallara uyulmuş ve yönergenin ikinci bölümünde yer alan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemlerden” hiçbirini gerçekleştirilmemiştir.

Çatışma Beyanı

Yazarlar çalışma kapsamında herhangi bir kurum veya kişi ile çıkar çatışması bulunmadığını beyan etmektedirler.

References

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bliss, K., Libertini, J., Levy, R., Zbiek, R. M., Galluzzo, B., Long, M., ... & Giardano, F. (2016). GAIMME: Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education. *Philadelphia: COMAP & SIAM*.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
- Bonotto, C. (2007). How to replace word problems with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith, HW. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 185-192). Springer, Boston, MA.
- Buhrman, D. (2017). *The design and enactment of modeling tasks: a study on the development of modeling abilities in a secondary mathematics course* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Nebraska.
- Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47. <https://doi.org/10.4219/jsge-2005-393>
- Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. S. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 88(4), 286-290. <https://doi.org/10.1080/00029890.1981.11995253>
- Deniz, D. (2014). *Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine uygun etkinlik oluşturabilme ve uygulayabilme yeterlikleri* [The sufficiency of high school mathematics teachers' to elicit and apply activities appropriate to mathematical modelling method] [Unpublished doctoral dissertation]. Atatürk University.
- Ellerton, N.F. (2015) Problem posing as an integral component of the mathematics curriculum: A study with prospective and practicing middle-school teachers. In F. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: Research in mathematics education* (pp. 513-543). Springer, New York.
- English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 183-217. <https://doi.org/10.1023/A:1002963618035>
- English, L. D. (2008). Mathematical modeling: Linking mathematics, science, and the arts in the elementary curriculum. In B. Sriraman, C. Michelsen, & A. Beckmann, & V. Freiman (Eds.), *Proceedings of the second international symposium on mathematics and its connections to the arts and sciences*. (MACAS2, pp. 5-36). University of Southern Denmark Press.
- English, L., & Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21 st century. In G. Kaiser & B. Sriraman (Eds.), *Theories of mathematics education* (pp. 263-290). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Borromeo Ferri, R. B. (2014). Mathematical modeling-The teacher's responsibility. In A. Sanfratello & B. Dickman (Eds.), *Proceedings of conference on mathematical modeling at Teachers College of Columbia University* (pp. 26–31). New York.
- Ferri, R. B. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer.
- Ferri, R. B., & Blum, W. (2009). Mathematical modelling in teacher education—experiences from a modelling seminar. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the sixth congress of the European society for research in mathematics education* (pp. 2046-2055). Lyon, France: Institut National De Recherche Pédagogique.

- Ferri, R. B., & Lesh, R. (2013). Should interpretation systems be considered to be models if they only function implicitly?. In G. Stillman et al. (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 57-66). Springer, Dordrecht.
- Gainsburg, J. (2006). The mathematical modeling of structural engineers. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 3-36. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0801_2
- Gainsburg, J. (2009). How and why secondary mathematics teachers make (or don't make) real-world connections in teaching. In L. Verschaffel et. al. (Eds.), *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 265-281). Brill Sense.
- Galbraith, P. (2007). Dreaming a 'possible dream': More windmills to conquer. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling education, engineering and economics* (pp. 44-62). Chichester: Woodhead Publishing.
- Galbraith, P. (2018). Beyond lip service: Sustaining modelling in curricula and coursework. In S. Schukajlow & W. Blum (Eds.), *Evaluerte Lernumgebungen zum Modellieren* (pp. 165-191). Springer Spektrum, Wiesbaden.
- Güç, F.A. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi* [Examining mathematical modeling competencies of teacher candidates in learning environments designed to improve mathematical modeling competencies] [Unpublished doctoral dissertation]. Karadeniz Technical University.
- Hošpesová, A. & Tichá, M. (2015) Problem posing in primary school teacher training. In F.M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing* (pp. 433-447). Springer, New York, NY.
- Jupri, A. & Drijvers, P. H. M. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in algebra. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481-2502. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1299a>
- Kaiser, G., Schwarz, B., & Buchholtz, N. (2011). Authentic modelling problems in mathematics education. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 591-601). Springer, Dordrecht.
- Lavy, I. & Shriki, A. (2007). Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 3, pp. 129-136). Seoul, Korea: PME.
- Lesh, R. & Zawojewski, J.S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763-804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, 229-261.
- Ministry of National Education (2018). *Ortaokul matematik dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı* [National curriculum for secondary mathematics (Grades 1-8)]. Retrieved from <http://mufredat.meb.gov.tr/Programlar.aspx>
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). National Council of Teachers of.
- National Research Council (2012). *Discipline-based education research: Understanding and improving learning in undergraduate science and engineering*. National Academies Press.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3-32). New York: Springer Science + Business Media, LLC.

- Reinke, L. T. (2019). Toward an analytical framework for contextual problem-based mathematics instruction. *Mathematical Thinking and Learning*, 21(4), 265-284. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1576004>
- Sahin, S. (2019). *Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelenmesi* [Investigation of mathematical modeling problem posing competencies of mathematics teachers] [Unpublished doctoral dissertation]. Adiyaman University.
- Sahin, S., Gürbüz, R., Çavuş Erdem, Z. & Doğan, F. (2017, May 18-20). *Matematiksel modelleme problemi mi, değil mi?*, II. Uluslararası Sosyal Bilimler Sempozyumu Özet Kitapçığı, 179. Alanya, Türkiye.
- Sahin, S., Gürbüz, R., Doğan, M. F. & Çavuş Erdem, Z. (2018, June 27-29). *Teachers' mathematical modeling competencies: Task dimension*, International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME-2018), Ordu University, Ordu.
- Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim, öğrenme ve öğretim* [Development, learning and teaching] (12th ed.). Ankara: Gazi Kitabevi.
- Sevinc, S., & Lesh, R. (2018). Training mathematics teachers for realistic math problems: a case of modeling-based teacher education courses. *ZDM*, 50(1), 301-314.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research and applications: Design and methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Zbiek, R. M. (2016). Supporting teachers' development as modelers and teachers of modelers. In C. R. Hirsch (Ed), *Annual perspectives in mathematics education (APME) 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 263–272). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.